

Sonlu elemanlar yöntemi ile asenkron motor analizi ve motorun farklı kayma değerlerine göre momentinin matlab programlama dili ile hesaplanması

Sevcan AYTAÇ KORKMAZ^{1*}, Hasan KÜRÜM²

¹ *Fırat Üniversitesi, Maden MYO, ELAZIĞ,*

² *Fırat Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, ELAZIĞ*

Özet

Bu makalede, sonlu elemanlar yöntemi (SEY) kullanılarak asenkron motorun matlab programından yararlanarak çözüm bölgesinde magnetik vektör potansiyel ve magnetik aki yoğunluğu değişimleri incelenip manyetik büyüklükler hesaplanmıştır. Ek olarak, enerji ve moment değerleri hesaplanarak deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Bunun için Matlab programlama dili kullanılarak bir program geliştirilmiştir. Bu çalışmanın sonucunda değişik kayma değerlerine göre elde edilen moment büyüklüklerinin deneysel çalışmalarla çok yakın sonuçlar verdiği, matlab programı sayesinde görülmüştür. Yapılan literatür taramasında nesnel tabanlı bir programlama dili ile yapılan analizlerin, daha uzun komut satırlarıyla yapıldığı görüлüp, matlab ile yapılan analizlerde daha kısa komut satırları kullanılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Asenkron Motor, Sonlu Elemanlar Yöntemi, Matlab

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Sevcan Aytaç Korkmaz, sevcanyatackorkmaz@gmail.com, Tel: 05067927759

Calculating momentum with matlab programming language according to values of different slip of motor and induction motor analysis with finite element method

Extended abstract

In this article, we will focus on the analysis of an induction motor with finite element method. By using finite element method (FEM) calculation of energy and moment of induction motor is described. Aspects of being robust, requiring little maintenance, the low cost, not being affected by environmental conditions and their power per unit volume induction motors are superior to other motors and can be used in almost every field. Motor analyzed have 18 stator and 22 rotor. The air gap between stator and rotor is 0.5mm. Enamelled copper conductors have diameter 2*0.55mm and winded as 47 windings. The finite element method generally can be explained from these stages: Giving node and element numbers, Division of the solution area, solution area is separated to areas and element numbers are given, Generation of coefficient matrix, Put known values of vector potential and excitations (current etc.) into problem, Solution of systems of equation and finding potential at nod points, Calculation of other quantities from calculated potential values. In finite element method initially solution area is divided small triangle

elements. In numerical calculation it is essential and expresses approximate solution. In this study, the magnetic vector potential and magnetic flux density changes have investigated in the solution of the induction motor using finite element method (FEM). Additionaly, calculated energy and momentum values , are compared with experimental results. For this, a program is developed using Matlab programming language. The induction motor (6A, 380V) is designed and constructed for this study has 7.45 Nm torque value is obtained from experimental studies.

Half of the motor according to the study of symmetry is discussed, so calculated value of moment multiplied by 2. In this case, the moment was 7.78 Nm. About 4.4% of error derived from negligence in the finite element method, experimental errors in measuring device is used in this study and etc. The momentum sizes that obtained from this study have a high degree of accuracy than literature examination. In addition, MATLAB software provides easy programming and advanced graphics features. Ready function takes many lines in programming languages, but it can be prepared in only a few lines by MATLAB program than literature examination (Polat ve Kürüm, 2011). Because of these advantages MATLAB programming language should be used during the analysis of an induction motor. As a conclusion, designing induction motor by using finite element method, gives better result.

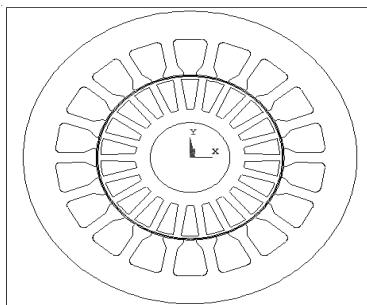
Keywords: Induction Motor, Finite element Method, Matlab

Giriş

Bu makalede, bir asenkron motorun sonlu elemanlar yöntemi ile analizi üzerinde durulacaktır. Asenkron motorun sonlu elemanlar yöntemi (SEY) kullanılarak magnetik enerji ve moment hesabı anlatılmıştır. Bu konuda Matlab programlama dilinde bir bilgisayar programı geliştirilmiştir ve bu program ile motorun enerji ve moment değerleri hesaplanarak bir asenkron motorun performans analizi yapılmıştır.

Asenkron motor

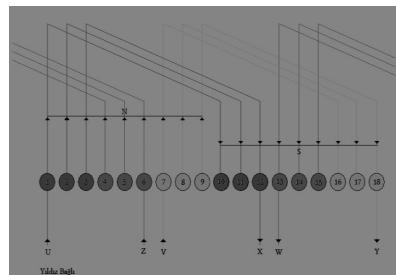
Asenkron motorlar sağlam olması, az bakım gerektirmesi, maliyetinin düşük olması, çevresel koşullardan etkilenmemeleri ve birim hacim başına verdikleri güç bakımından diğer motorlara üstünlük sağlamaktadır. Analizi yapılan motor Şekil 1'de görüldüğü gibi 18 stator, 22 rotor oluguna sahiptir. Stator ile rotor arasındaki hava aralığı 0.5mm'dir.



Şekil 1. Analizi yapılan motorun önden görünüşü

Stator sarım şeması

İncelemesi yapılan üç fazlı asenkron motor yarı kalıp olarak sarılmış ve sarım şeması Şekil 2'de verilmiştir. Motor Yıldız bağlanmıştır. Kullanılan emaye kaplı bakır iletkenlerin çapı 2×0.55 mm olup 47 sarım olarak sarılmıştır.

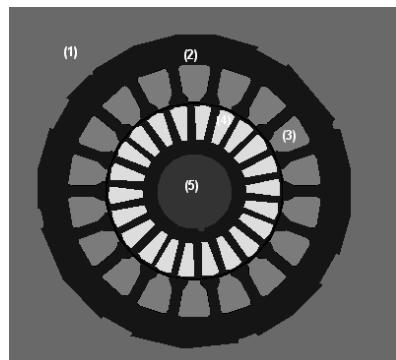


Şekil 2. Stator sarım şeması

Motorda Kullanılan Materyallerin Tanımlanması

Motorun analizinde 5 materyal modeli kullanılmıştır.

- 1-Hava
- 2-Silikumlu saç (stator ve rotor)
- 3-Stator bakır sargı
- 4-Rotor alüminyum sargı
- 5-Rotor mili



Şekil 3. Materyal türlerine göre motor geometriSİ

Sonlu elemanlar yöntemi

Sonlu elemanlar yönteminde ilk aşama olarak çözüm bölgesi küçük üçgen elemanlara bölünür. Nümerik hesaplamalarda bu şart olup, yaklaşık çözümü ifade eder. Üçgenlere bölünen bu elemanların iki boyutlu analizinin yapılması esnasında alanlarının, üç boyutlu analizinin yapılması esnasında ise hacimlerinin

hesaplamlara katılmasıından dolayı, alan ve hacim hesaplamlarının kolay yapılabileceği ve çözüm bölgesinin sınırlarını bozmayacak elemanlara bölünmesi esas alınır. Eğrisel sınırları sağlayabilmesi nedeniyle en çok üçgen ve tetrahedron elemanlar tercih edilir. Çözüm bölgesinin mümkün olduğu kadar küçük elemanlara bölünmesi ve vektör potansiyel değişimlerinin fazla olduğu kısımların daha küçük elemanlara bölünmesi çözümün doğruluğunu artırmaktadır (Chari ve Silvester, 1970).

Sonlu elemanlar yöntemi teorisi

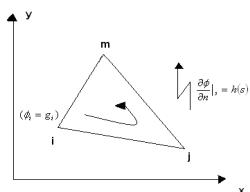
Sonlu elemanlar yöntemi Laplace denklem (1) ve Poission denklem (2) tipi kısmı türevli diferansiyel denklemlerin çözümlerinde kullanılan bir yöntemdir (Selçuk, 2003).

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = f(x, y) \quad (2)$$

Sonlu elemanlar ve rayleigh-ritz yöntemi

Sonlu elemanlar yönteminin esası, karmaşık sınır koşulları nedeniyle tüm çözüm bölgesi için bir potansiyel fonksiyonu bulmanın mümkün olmadığı durumlarda, çözümün sonlu küçük elemanlar içinde aranmasına dayanır. Çözüm için elemanların geometrik yapısı aynı kalmak koşulu ile tüm çözüm bölgesi aynı geometrik elemanlara bölünür. Bu çalışmada üçgen elemanlar kullanılmıştır.



Sekil 4. Bir üçgen elemani

Bu yöntemle çözüm yaparken ilk olarak bir deneme fonksiyonu seçilir. Bu fonksiyon alan değişimini ifade eder (Silvester vd., 1973).

Bu deneme fonksiyonunun birinci dereceden polinom kısmı denklem (3) çoğu problemde yeterli hassasiyeti sağlar:

$$\phi(x, y) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y \quad (3)$$

Bu deneme fonksiyonunda ϕ , x ve y ye göre doğrusal bir şekilde değişmektedir. Eğer üçgenin köşelerindeki potansiyeller ϕ_i, ϕ_j, ϕ_m ise, deneme fonksiyonu bu köşe noktalarında bu değerleri sağlamak zorundadır. Bu nedenle aşağıdaki ifadeler yazılabilir:

$$\begin{aligned} \phi_i &= \alpha_0 + \alpha_1 x_i + \alpha_2 y_i \\ \phi_j &= \alpha_0 + \alpha_1 x_j + \alpha_2 y_j \\ \phi_m &= \alpha_0 + \alpha_1 x_m + \alpha_2 y_m \end{aligned} \quad (4)$$

Ele alınan deneme fonksiyonunu üçgenlerin köşe (ϕ_i, ϕ_j, ϕ_m) değerleri ile denklem (4)'de verildiği şekilde ifade etmek için N_i, N_j, N_m şekil veya enterpolasyon fonksiyonları kullanılır (Chari, 1973).

$$\phi(x, y) = N_i(x, y) \cdot \phi_i + N_j(x, y) \cdot \phi_j + N_m(x, y) \cdot \phi_m \quad (5)$$

Her bir üçgen eleman içinde, potansiyel fonksiyonunun Laplace diferansiyel denklemini sağladığı varsayıldığından, homojen sınır koşullarında Laplace denklemine karşılık gelen fonksiyonel

$$F = \iint \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad (6)$$

şeklinde ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} S_{ii} & S_{ij} & S_{im} \\ S_{ji} & S_{jj} & S_{jm} \\ S_{mi} & S_{mj} & S_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

elde edilir. Şekilde verildiği haliyle $\phi_i = g_i$ sınır koşulu matrisin ilk satırına yerleştirilirse

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ S_{ji} & S_{jj} & S_{jm} \\ S_{mi} & S_{mj} & S_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

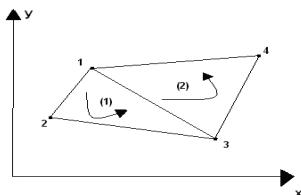
ve bu matrisi düzenlersek

$$\begin{bmatrix} S_{jj} & S_{jm} \\ S_{mj} & S_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_j \\ \phi_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g_i S_{ji} \\ -g_i S_{mi} \end{bmatrix} \quad (9)$$

elde edilir (Demirchian vd., 1976).

Elemanların Birleştirilmesi

Çözümü aranan potansiyel işlevinin tüm bölge içinde, elemanlar arasındaki sınırlarda sürekli olması gereklidir. Bir üçgen elemanın içinde ve kenarlarında potansiyel doğrusal olarak değişir (Boldea, 2002).



Şekil 5. İki üçgen elemanın birleşimi

Problemin tabiatı gereği, bazı düğümlerde akım olabilir. Bu durumda denklem sistemi şu şekilde düzenlenir.

$$\begin{bmatrix} S_{11}^{(1)} + S_{11}^{(2)} & S_{12}^{(1)} & S_{13}^{(1)} + S_{13}^{(2)} & S_{14}^{(2)} \\ S_{21}^{(1)} & S_{22}^{(1)} & S_{23}^{(1)} & 0 \\ S_{31}^{(1)} + S_{31}^{(2)} & S_{32}^{(1)} & S_{33}^{(1)} + S_{33}^{(2)} & S_{34}^{(2)} \\ S_{41}^{(2)} & 0 & S_{43}^{(2)} & S_{44}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ J_2/3 \\ 0 \\ J_4/3 \end{bmatrix} \Delta \quad (10)$$

Düğümlerdeki akım yoğunlukları denklemin direkt olarak sağ taraflına yazılır. Denklem sistemi çözüldüğünde, her düğüm için potansiyel değerleri belli olur.

Poisson Denklemlerinin Elde Edilmesi

Manyetik alan problemlerinde Maxwell denklemleri kullanılır.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (11)$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (12)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (13)$$

$$\nu = \frac{1}{\mu} \quad (14)$$

H: Manyetik alan şiddeti (At/m),

B: Manyetik induksiyon (T),

μ =Manyetik permabilite,

v= Manyetik rezistivitedir.

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (15)$$

Burada A Vektör potansiyel olup, birimi

Wb/m^2 'dir. Denklem (11)'de \vec{H} yerine denklem (12)'deki eşitlik konulduğunda denklem (13) elde edilir. Bu denkleme B yerine denklem (15)'deki eşitlik konulduğunda denk (17) elde edilir. Bu denklem, denklem (18)'de düzenlenendiğinde denklem (11) Poisson denklemi elde edilir.

$$\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu} = \vec{J} \quad (16)$$

$$\nabla \times \frac{\nabla \times \vec{A}}{\mu} = \vec{J} \quad (17)$$

$$\nu \cdot \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) = \vec{J} \quad (18)$$

İki boyutlu sonlu elemanlar yöntemi analizi yapılırken denklem (18)'deki J akım yoğunluğu z ekseninde olduğu için, manyetik vektör potansiyel $A(x,y)=A_z(x,y)$ olur.

Manyetik İndüksiyonun Hesabı

Doymadan dolayı elde edilen Poisson denklemindeki manyetik permabilite, A vektör potansiyelin bir fonksiyonudur. Bu durum poisson denklemının nonlinear olmasına yol açar. Çözüm yapılrken A vektör potansiyel değerleri bulunduktan sonra B_x ve B_y değerleri denklem (20)'de ve (22)'de verilen denklemelerle hesaplanır.

$$B(x,y) = \text{rot } A(x,y)$$

eşitliğini açtığımız zaman,

$$B(x, y) = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & A(x, y) \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$B_x = \frac{\partial A_z(x, y)}{\partial y}$$

$$B_x = \frac{1}{2\Delta} \cdot (c_i \cdot A_i + c_j \cdot A_j + c_m \cdot A_m) \quad (20)$$

$$B_y = \frac{\partial A_z(x, y)}{\partial x} \quad (21)$$

$$B_y = \frac{1}{2\Delta} \cdot (b_i \cdot A_i + b_j \cdot A_j + b_m \cdot A_m) \quad (22)$$

olur. Toplam akı yoğunluğu ise denklem (23)'deki gibi bulunur.

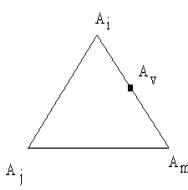
$$B(x, y) = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \quad (23)$$

Cözüm sonucunda elde edilen B değerleri veya A değerleri bir önceki hesaplanan değerlerle karşılaştırılır. Aralarında kabul edilebilir bir fark oluncaya kadar bu işlem devam edilir.

Manyetik Akı Yolu Çizimi

Manyetik yapının akı yolu şeması, manyetik bölgenin sonlu elemanlar yöntemiyle yapılan çözümlerin sonucunda elde edilen düğümlerin vektör potansiyel değerlerine göre çizilebilmektedir.

$$A(x, y) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot x + \alpha_2 \cdot y \quad (24)$$



Şekil 6. A_v noktasının vektör potansiyelinin bulunması

Şekil 6.'da çizilecek vektör potansiyel değerinin A_i ve A_m değerleri arasında olduğunu kabul edersek A_v vektör potansiyel değerinin yerini Denklem (25)'den bulabiliriz.

$$\frac{x_i - x_v}{x_i - x_m} = \frac{A_i - A_v}{A_i - A_m} \quad (25)$$

Bu eşitlikte, x_v dışında bütün değerler bilindiğine göre, x_v 'yi çekersek denklem (26)'yı elde etmiş oluruz.

$$x_v = x_i - \frac{(x_i - x_m)(A_i - A_v)}{A_i - A_m} \quad (26)$$

Denklem (26)'daki bu eşitlik aynı zamanda y_v içinde geçerlidir.

$$y_v = y_i - \frac{(y_i - y_m)(A_i - A_v)}{A_i - A_m} \quad (27)$$

Magnetik Enerji ve İndüktansın Hesabı

Magnetik enerjinin hesaplanabilmesi için önce her bir üçgen elemanın, manyetik induksiyon değeri, alanı ve manyetik permabilitesi hesaplanmalıdır. İlaveten motorumuzun yüksekliği de gerekir. Programımızda enerjinin başlangıç değeri sıfır alınmıştır. Her bir üçgen elemanın enerjisi denklem (28)'den teker teker hesaplanarak birbirleri ile toplanmış ve toplam enerji bulmuştur.

$$\text{Magnetik Enerji} = \frac{(B^2 * Alan * Yükseklik)}{2 * \mu} \quad (28)$$

Denklem (28)'deki eşitlikten faydalananarak yapılan hesaplamlara göre toplam magnetik enerji belli olduktan sonra motordan geçen akım değerine göre indüktans değeri Denklem (29)'dan kolayca hesaplanabilir.

$$L = \frac{2 * \text{Magnetik Enerji}}{I^2} \quad (29)$$

Moment Hesabı

Asenkron motorlarda moment biri stator üzerinde, diğeri de rotor üzerinde oluşan iki elektrik alanının etkileşimi sonucu ortaya çıkar. Sabit bir momentin üretilebilmesi için, bu iki alanın, motorun hava aralığında eş zamanlı bir durumda olması gereklidir. Bu çalışmada Maxwell stress metodunu kullanılarak moment hesaplanmıştır (Kürüm, 2002).

$$T = rdl \left(\sum \frac{B_n B_t}{\mu_0} \right) \quad (30)$$

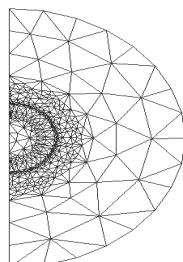
r dairesel yolun yarıçapı, d yolun uzunluğu, l makinenin uzunluğu, B_n akı yoğunluğunun normal bileşeni, B_t akı yoğunluğunun teget bileşenidir.

Sonuçlar

Yapılan program adım adım aşağıdaki gibidir.

1.adım: Programda ilk adım olarak üçgen elemanların koordinatlarının ve her bir üçgen elemanı oluşturan düğüm numaralarının girilmesi gerekmektedir. Bu verilerin girişi teker teker yapılabileceği gibi dosyalardan da okutulabilir.

2.adım: Gerekli olan verilerin belirtilen dosyalardan okutulması işleminden sonra 2. adım olarak motorun hesap alanlarının çizdirme adımına geçilir.

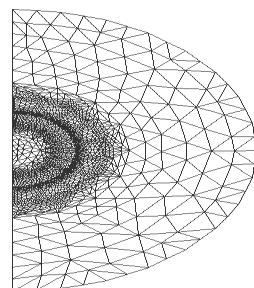


Sekil 7. Motorun elle bölmelendirilmiş durumu

Motorumuzun elle bölmelendirilmiş değerleri; Düğüm Sayısı = 494,

Üçgen Eleman Sayısı = 946,
Sınır Düğüm Sayısı = 28'dir.

3.adım: Asenkron motorun elle yapılmış olunan bölmelendirme işleminin çizdirilmesinden sonra bu adımda çözüm bölgesinin Sonlu Elemanlar Yöntemine göre otomatik bölmelendirme işlemi yapılmaktadır. Sonlu elemanlar yönteminde çözümün doğruluğunu artırmak için, vektör potansiyel değerine ait değişimin fazla olduğu bölgelerde (bakır, demir..vb.) üçgen elemanlarının sayısı çoğaltılır.



Sekil 8. Motorun otomatik bölmelendirilmiş durumu

Otomatik bölmelendirme programı ile bir defa bölmelendirme işlemi sonucunda aşağıdaki sonuçlar elde edildi.

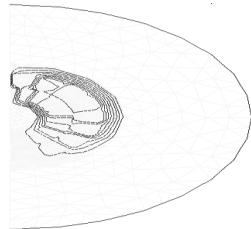
Düğüm Sayısı = 1921,
Üçgen Eleman Sayısı = 3784,
Sınır Düğüm Sayısı = 56'dır.

4.adım: Bu adımda otomatik bölmelendirme işleminden sonra elde edilen yeni üçgen elemanlar ve düğümlere göre motorun çözümüne geçirilir. Çözüm için öncelikle A, B, C ve N şekil fonksiyonları hesaplanır. Aynı zamanda her bir üçgen elemanın alanı hesaplanır.

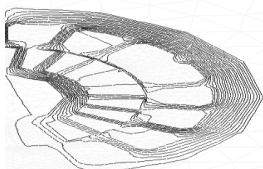
5.adım: Bu adıma kadar sonlu elemanlar analizi yapmak için gerekli olan hesap alanları oluşturulmuştur. Akım yoğunluğu 4000000 A/m^2 olarak alınmıştır. Motorun analizinde 5 materyal modeli kullanılmıştır. Bağıl manyetik geçirgenlik (μ_r) hava için 1, silisyum saç için

3500, stator bakır sargası için 1, rotor alüminyum sargı için 1 ve rotor mili için 100 olarak alınmıştır. Direnç (Ohm.m) ise stator bakır sargası için $1.588e-8$, rotor alüminyum sargası için $2.7778e-8$ alınmıştır.

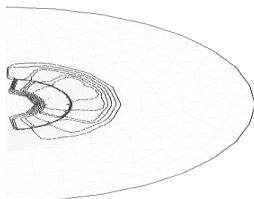
Son adımda ise oluşturulan bu veriler çözürtlüp, gerekli olan büyüklükler (manyetik indüksiyon, vektör potansiyel, moment gibi) bulunduktan sonra istenilen sayıda eş potansiyel eğrileri (magnetik akı yolu eğrileri) çizilir.



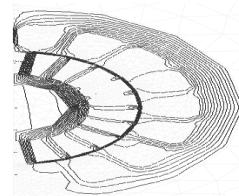
Şekil 9. Kayma=0 olduğu durumda magnetik akı yolu eğrileri (10 eğri)



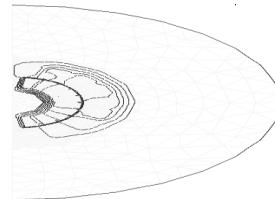
Şekil 10. Kayma=0 olduğu durumda magnetik akı yolu eğrileri (25 eğri)



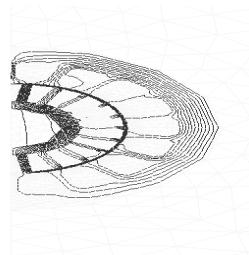
Şekil 11. Kayma=0.03 olduğu durumda magnetik akı yolu eğrileri (10 eğri)



Şekil 12. Kayma=0.03 olduğu durumda magnetik akı yolu eğrileri (25 eğri)



Şekil 13. Kayma=0.05 olduğu durumda magnetik akı yolu eğrileri(10 eğri)



Şekil 14. Kayma=0.05 olduğu durumda magnetik akı yolu eğrileri (25 eğri)

Bu çalışmada yapılan analizler sonucunda motorun farklı kayma değerlerinde hesaplanan moment değerleri aşağıda verilmiştir.

Kayma=0.03 iken;

Moment=3.8930 Nm

Kayma=0.049 iken;

Moment=4.8076 Nm olarak hesaplanmıştır.

Bu çalışma için tasarlanmış ve imal edilmiş asenkron motorun (6A,380V) deneysel çalışmalar sonucu elde edilen moment değeri şebekeden 6A çekildiğinde 7.45 Nm dir. Yapılan çalışmada simetri durumuna göre

motorun yarısı ele alınmış olduğundan hesaplanan moment değeri 2 ile çarpılmıştır. Bu durumda momentin 7.78 Nm olduğu görülmüştür. Aradaki yaklaşık % 4.4'lük hata miktarı da sonlu elemanlar yönteminde kullanılan modellerde yapılan ihmaller, deneysel çalışmada kullanılan ölçme cihazı hatalarından vb. kaynaklanmaktadır. Ayrıca MATLAB kolay program yazılımı ve ileri seviyede grafik özellikler de sağlamaktadır (Freeman ve Lawther, 1973). Hazır fonksiyon dosyaları yardımcı ile diğer programlama dilleriyle satırlarca tutan programlar, MATLAB programcılığı yolu ile sadece birkaç satırla hazırlanabilir. Bu avantajlarından dolayı bir asenkron motor analizini yaparken Matlab Programlama Dili kullanılmıştır.

Sonuç olarak sonlu elemanlar yönteminin ve matlab programının kullanımının asenkron motor tasarlamacada iyi neticeler vereceği elde edilen sonuçlardan anlaşılmaktadır.

Kaynaklar

- Chari,M.V.K.,Silvester,P., (1970). Finite Element Solution of Saturable Magnetic Field Problems, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol pas-89, No:7 (1642-1650)
- Selçuk, A. H., (2003). Lineer Asenkron Motorlarda Uç Etkilerinin Sonlu Elemanlar Yöntemiyle İncelenmesi, *Doktora Tezi*, Fırat Üniversitesi, Elazığ.
- Silvester, P., Cabayan, H.S., Browne, B.T., (1973). Efficient Techniques For Finite Element Analysis Of Electric Machines, *IEEE PES Winter Meeting*, New York.
- Chari, M.V.K., (1973). Finite Element Solution Of The Eddy Current Problem In Magnetic Structures IEEE PES Summer Meeting And EHV/UHV Conference, Vancouver, B.C. Canada.
- Demircian, K. S., Chechurin, V., Sarma, I., S., Boldea, A., (2002). Nasar, The Induction Machine Handbook, *CRC Pres LLC, Washington D.C.*, 133 159.
- Cathey, J., J., (2001). Electric machines analysis and design applying matlab, *Mc Graw Hill, Singapore*, 317-420.
- Polat M, Kürüm H,(2011) "Sonlu Elemanlar Yönteminin Nesnel Tabanlı Bir Programlama Dili İle Çözümlenmesi ve Transformatörün Manyetik Büyüklüklerinin Hesaplanması", e-Journal of New World Sciences Academy.
- Kürüm H., (2002). Bir Lineer Asenkron Motorun Çelik Sekonderinin Manyetik Özelliklerinin Matematiksel Olarak Modellenmesi, *F.U. Fen ve Müh. Bilimleri Dergisi*, Elazığ.