

Silindirik kompozit borularda çift eksenli yüklemenin burkulmaya etkisi

Tolga URAL^{*,1}, Hamit AKBULUT²

¹ Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Teknoloji Fak. Enerji Sistemleri Mühendisliği Böl., Muğla.

² Atatürk Üniversitesi Mühendislik Fak. Makina Mühendisliği Böl., Erzurum.

Makale Gönderme Tarihi: 14.02.2014

Makale Kabul Tarihi: 02.04.2014

Öz

Burkulma, plaklarda ve kabuklarda çoğu zaman karşılaşılabilecek problemlerden biridir. Özellikle uçak kanatları, tanklar, petrol boru hatları gibi elemanlar için burkulma önemli bir problem olarak karşımıza çıkabilir. Bu çalışmada, tabakalı kompozit malzemelerden imal edilmiş silindirik boruların burkulması incelenmiştir. Problemin çözümünde Sonlu Elemanlar Metodunu baz alan ANSYS paket programı kullanılmıştır. Problemin nümerik çözümü analitik çözümlerle teyit edilmiştir. Silindirik elemanın burkulma analizinde yükün (yanal dış basınç ve eksenel yük) ve çapraz tabakalandırmanın kritik burkulma yükü üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Çalışmada, eksenel basıncın artmasının kritik burkulma yükünü düşürmesi bulunan önemli sonuçlardandır. Simetrik tabakalı borular için elde edilen kritik burkulma yük değerleri antisimetrik olanlara göre nispeten daha yüksektir. Bulunan sonuçlar ayrıntılı olarak grafikler ve tablolar ile gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Burkulma, Tabakalı kompozit, Sonlu Elemanlar Metodu, ANSYS programı*

Giriş

Denizcilik, otomotiv, uzay ve havacılık sanayinde metalik ve metalik olmayan malzemeler yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Özellikle hafiflik istenilen uygulamalarda bu nedenle kompozit malzemeler tercih edilmektedir. İki veya daha çok malzemenin makroskobik düzeyde birleştirilmesi ile elde edilen yeni malzeme, kompozit malzeme olarak adlandırılmaktadır. Kompozit malzemelerin kullanımında karşılaşılan en önemli problemlerden birisi de burkulma problemi olup, bu konuda şimdye kadar birçok çalışma yapılmıştır.

Kim ve Voyiadjis (1999), yaptıkları çalışma ile genel uygunluk dizayn kriterlerine bağlı olarak bütün bir kompozit yapının güvenilirliğini tehdit eden burkulma olayı ile ilgili doğru tahmin ve hesaplamaların yapılamadığı ve bu nedenden ötürü sivil uygulama alanında kendilerine geniş bir kullanım alanı bulamayan karbon-elyaf takviyeli plastiklerin burkulma davranışını incelemişlerdir.

Sheng ve Ye (2003), üç boyutlu elastisite teorisinden yola çıkarak çapraz tabakalı kompozit kabukların gerilmelerini hesap eden yeni bir sonlu elemanlar çözüm yöntemi geliştirmişlerdir. Bu yöntemde öncelikle kalınlık boyunca gerilme dağılımını veren bir formül geliştirmişler ve bu formül üzerine sonlu elemanlar metodunu uygulamışlardır. Üç boyutlu tabakalı bir kabuk eleman rastgele seçilmiş bir küresel koordinat sistemine yerleştirilmiş ve tabakalı silindirik kabukların gerilmeleri hesap edilerek kabuk eleman tanımlanmıştır. Bu yeni sonlu elemanlar yöntemi ile kalınlık boyunca yer değiştirmeler ve gerilmeler daha az hata ile hesap edilebilmektedir.

Tafresri ve Bailey (2006), kombine yükler altındaki kompozit silindirlerin stabilitesini incelemişlerdir. Silindirin kusursuz olmaması durumundaki burkulma değerlerini araştırmışlardır.

Akbulut ve Ural (2007), dört bir kenarına dairesel çentik açılmış olan kompozit levhaların burkulma davranışlarını incelemişlerdir. Çentikli bir levhada; çentik yarıçapının, yükleme durumunun, levha kalınlığının, takviye açılarının, tabaka sayısının ve elastisite modülü oranlarının burkulmayı nasıl etkilediğini sonlu elemanlar metodu yardımıyla araştırmışlardır. Levhanın kenarlarına açılan çentiklerin levhanın burkulma dayanımını artırdığını, çift yönlü yükleme durumunda kritik burkulma değerinin düştüğünü tespit etmişlerdir.

Hur ve diğerleri (2008), dış hidrostatik basınç altında kompozit silindirlerin burkulmasını hem deneysel olarak hem de sonlu elemanlar metodunu kullanarak araştırmışlardır. Sayısal çözümleri elde etmek için ACOSwin programını kullanmışlar ve deneylerle %15 hata payı ile aynı sonuçları bulmuşlardır.

Tanov ve Tabiei, statik ve dinamik yükler altında tabakalı kompozit kabukların burkulmasını araştırmışlardır. Farklı kabuk uzunluğu, kabuk kusurları, tabaka açıları için statik ve dinamik yükler altında burkulma davranışını sonlu elemanlar yöntemi yardımıyla LS-DYNA ticari programı kullanarak elde etmişlerdir.

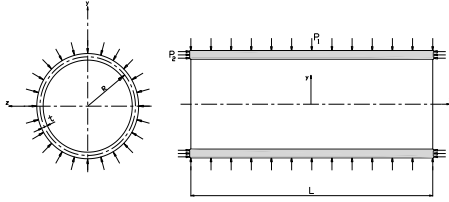
Shadmehri ve diğerleri (2011), yarı analitik bir çözüm metoduyla eksenel basınç altındaki konik kompozit kabukların birincil burkulma yükünü hesap etmişlerdir. Minimum toplam potansiyel enerjisi teoremini kullanarak türettikleri eşitlikleri Ritz metodunu kullanarak çözmüşlerdir. İnce ve kısa konik kabuklar için koniklik açısının artmasının burkulma değerini düşürdüğü tespit etmişlerdir.

Lopatin ve Morozov (2012), kenarlarından sıkıştırılmış ortotropik kompozit silindirik bir kabuğun atalet yüküne bağlı burkulma yükü üzerinde çalışmışlardır. Kritik burkulma yükünü tespit etmek için türettikleri değişken katsayılı diferansiyel denklemleri Galerkin metodunu kullanarak çözmüşler ve elde ettikleri sonuçları özdeğer problemine indirgeyerek kritik

burkulma yüklerini hesap etmişlerdir.

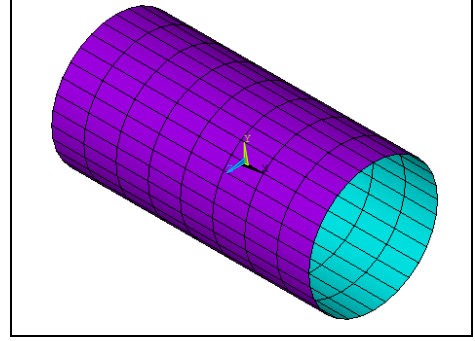
Problem Tanımlanması

Bu çalışmadaki amaç silindirik boru geometrisine sahip bir kompozit malzemeye, uygulanacak yanal dış basıncın ve eksenel dış basıncın neden olduğu burkulmayı araştırmak ve elde edilen kritik burkulma değerlerini birbirleriyle karşılaştırmak suretiyle kompozit boruların hangi durumlarda burkulmaya karşı daha mukavim olduklarını tespit etmektir. Problemin çözümü ANSYS paket programı yardımıyla yapılmıştır.



Şekil 1. Yanal dış basınç ve eksenel basınca maruz kompozit boru

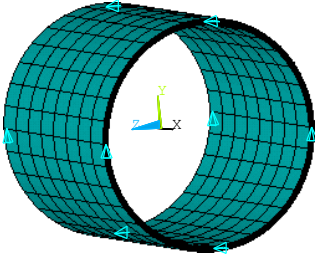
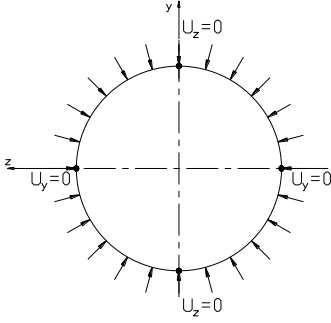
Şekil 1’de görülen boruya ilk olarak sadece yanal dış basınç (P_1) uygulanarak borunun hangi yük değerinde burkulduğu tespit edilmiş ve bu değere kritik burkulma yükü (P_{kr}) denmiştir. Daha sonra aynı boruya hem dış basınç (P_1) hem de eksenel basınç (P_2) uygulanmak suretiyle yeni bir kritik burkulma yükü değeri bulunmuş ve bu değere de (P_{kr}^*) denmiştir. P_2 değeri sürekli değiştirilmek suretiyle her seferinde yeni bir P_{kr}^* kritik burkulma yükü değeri elde edilmiş ve bu değerleri birbirlerine oranlanarak (P_{kr}^* / P_{kr}) birimsiz değerler elde edilmiştir. Bu sonuçlar da grafikler halinde sunularak boruların hangi yükleme durumlarda burkulmaya karşı daha mukavim oldukları tespit edilmiştir. Bu çalışmada hem çift eksenli yüklemenin hem de çapraz tabakalandırmanın burkulma yükü üzerindeki etkileri araştırılmıştır.



Şekil 2. Silindirik borunun sonlu eleman modeli

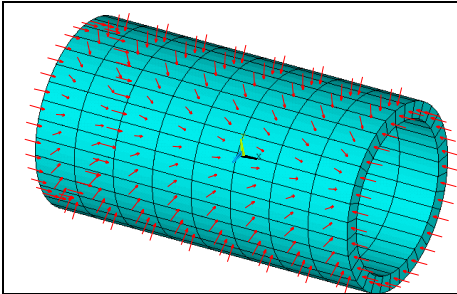
Sonlu elemanlar metoduyla elde edilen sonuçların doğruluğu, modelde belirlenen eleman sayısı ile doğrudan ilişkilidir. Şekil 2’de görüldüğü gibi silindirik modelin çevresi 32’ye, boyu 8’e bölünerek çözüm yapılmıştır. Yapılan denemelerle minimum sonlu eleman sayısının 256 olmasının yeterli olduğu tespit edilmiş ve sonlu eleman sayısını artırmanın sonucu fazla etkilemediği ancak çözüm süresini uzattığı görülmüştür.

Borunun kenarlarından Şekil 3’teki gibi basit mesnetlendiği kabul edilmiş ve sınır şartları bu kabul doğrultusunda belirlenmiştir. Sınır şartları belirlenirken, borunun X eksen yönünde hareketine izin verilmiş, Y eksen boyunca Z yönünde, Z eksen boyunca da Y yönünde hareketi engellenmiştir. Böylelikle borunun hem yanal basınç ve eksenel basınç altındaki burkulma davranışları incelenebilmiştir. Bu çalışmada yapılan tüm çözümlerde problem tam model olarak modellenmiştir.



Şekil 3. Silindirik borunun sınır şartları

Sonlu eleman modeli ve sınır şartları belirlenmiş olan silindirik boru modeline hem yanal dış basınç hem de eksenel dış yük uygulanmış ve modelin bu belirlenen yükler altında burkulması sağlanmıştır. Şekil 4'te hem yanal dış basınç hem de eksenel dış yük uygulanmış üç boyutlu bir model görülmektedir.



Şekil 4. Yanal dış basınç ve eksenel yüke maruz boru

Çalışmanın teyit edilmesi amacıyla; ilk olarak çelik ve alüminyum malzemeden elde edilmiş boru üzerinde çalışılmıştır. Eğer kullanılan malzeme izotropik ise sadece yanal dış basınca maruz kalan boruların kritik burkulma yükleri aşağıdaki denklem yardımıyla elde edilebilir (Timoshenko 1961).

$$P_{cr} = \frac{E}{4(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{R} \right)^3 \quad (1)$$

Çelikten yapıldığı kabul edilen bir silindirik boru için, $E=200000$ MPa, $\nu=0.3$, alüminyumdan yapıldığı kabul edilen bir silindirik boru için ise, $E=70000$ MPa, $\nu=0.33$ olarak alınmış ve kritik burkulma yükü değerleri boru et kalınlığına bağlı olarak hem analitik hem de numerik olarak hesap edilmiştir. Farklı (t/R) oranları için hesaplanan analitik sonuçlar ile ANSYS Paket Programından elde edilen numerik sonuçlar *Tablo 1*'de verilmiştir (Ural 2009). Her iki sonuç arasında en fazla %0,015 oranında bir sapma mevcut olduğu görülmüştür.

Tablo 1. (t/R) oranına bağlı olarak analitik ve numerik çözümlerin karşılaştırılması

	$\left(\frac{t}{R} \right)$	Analitik P_{teorik} (MPa)	Numerik P_{ansys} (MPa)	% Fark
Çelik	1/10	54.945	54.124	0.015
	1/20	6.868	6.813	0.008
	1/30	2.035	2.019	0.008
	1/40	0.858	0.851	0.008
	1/50	0.439	0.435	0.009
Alüminyum	1/10	19.639	19.403	0.012
	1/20	2.455	2.438	0.007
	1/30	0.727	0.722	0.007
	1/40	0.306	0.304	0.007
	1/50	0.157	0.156	0.007

Kompozit malzemeler için çalışmanın teyit edilmesi amacıyla; Kompozit bir malzemeden yapılmış silindirik bir boru sadece dış basınç yüküne maruz kalırsa kritik burkulma yükü analitik olarak aşağıdaki denklemden hesaplanabilir. (Vinson ve Sierakowski, 1990).

$$P_{cr} = \frac{R}{n^2} \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{vmatrix} \quad (2)$$

Burada C_{ij} ler rijitlik matrisi katsayılarıdır. Burada n tamsayısının minimum 2 olarak alınması burkulmanın vuku bulduğu anlamına gelir. Başka bir deyişle $n=2$ alınarak birinci burkulma modu durumundaki kritik burkulma yükü hesaplanabilir.

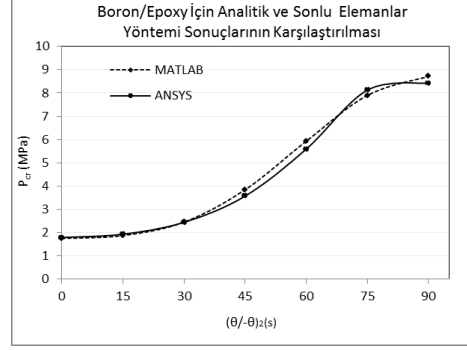
Boron/Epoksi için; $L=200$ mm, $R=100$ mm, $t=5$ mm alınarak $(\theta/\theta)_{2(s)}$ bulunan burkulma değerlerine ait teorik ve nümerik sonuçlar aşağıda gösterilmiştir. Analitik çözümler yukarıdaki denklemin MATLAB programıyla çözümünden, nümerik sonuçlar ise ANSYS ile yapılan çözümlerden elde edilmiştir. (Ural, 2009)

Tablo 2. Boron/Epoksi için analitik ve nümerik hesaplanan burkulma değerleri

$(\theta/\theta)_{2(s)}$	Analitik P_{kr} (MPa)	FEM P_{kr} (MP)	% Fark
$(0/0)_2$	1.747	1.784	0.021
$(15/-15)_2$	1.867	1.926	0.032
$(30/-30)_2$	2.448	2.439	-0.003
$(45/-45)_2$	3.843	3.569	-0.071
$(60/-60)_2$	5.933	5.592	-0.057
$(75/-75)_2$	7.904	8.129	-0.028
$(90/-90)_2$	8.719	8.430	-0.033

Analitik değerler ile sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen burkulma değerleri karşılaştırıldığında en büyük sapmanın 45° ve 60° de olduğu tespit edilmiştir. Özellikle 30° için bulunan sonuçlar birbirine son derece yakındır.

Şekil 5'te analitik ve nümerik sonuçlar grafik olarak verilmiştir.



Şekil 5. Boron/Epoksi için bulunan analitik ve nümerik burkulma değerleri

Silindirik bir borunun hem yanal hem de eksenel basınç yükü etkisi altında kritik burkulma yüklerini tespit etmek için, ilk olarak sadece yanal dış basıncın (P_1) sebep olduğu burkulma yükü bulunmuş ve bu yüke P_{kr} denmiştir. Daha sonra modele yanal dış basıncın yanı sıra eksenel basınç da (P_2) uygulanmış ve bulunan yeni kritik burkulma değerine de P_{kr}^* denmiştir. Uygulanan eksenel basınç yükü her seferinde değiştirilerek yeni P_{kr}^* değerleri bulunmuştur.

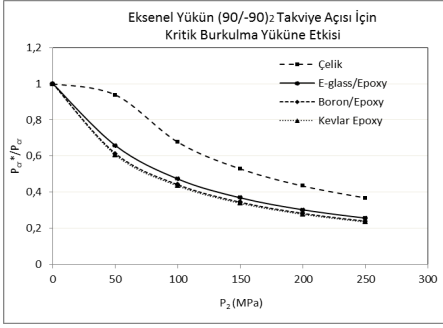
Tablo 3'te mekanik özellikleri verilmiş olan dört farklı malzeme için yapılan çözümler grafiklerle gösterilmiştir. Malzeme özellikleri Roylance, (2009) ile Akbulut ve Ural (2007) çalışmalarından alınmıştır.

Tablo 3. Kullanılan malzemelerin mekanik özellikleri

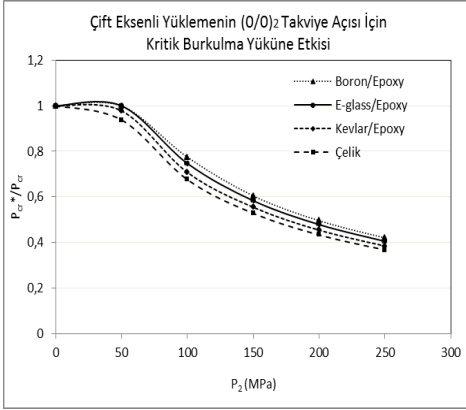
Malzeme	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
M_1 : Çelik	200	200	76.92	0.3
M_2 : E-glass/Epoksi	49.58	18.16	9.12	0.2466
M_3 : Boron/Epoksi	276.09	55.32	32.89	0.2278
M_4 : Kevlar/Epoksi	80	5.5	2.1	0.31

Silindir geometrisi olarak; $L/R=2$, $R/t=20$ olarak alınmış, silindirin 4 tabakadan oluştuğu ve simetrik tabakalandığı varsayılmıştır.

Şekil 6 ve 7 de iki eksenli yükleme durumunda farklı tabaka takviye açıları için malzemelerin kritik burkulma yükündeki değişimler incelenmiştir. Tabaka takviye açıları; Şekil 6 da $(90/-90)_2$ ve Şekil 7 de $(0/0)_2$ olarak alınmış ve elde edilen sonuçlar grafikler halinde gösterilmiştir. Bu grafiklerde yatay eksen, eksenel basıncı P_2 (MPa), dikey eksen de kritik burkulma yükleri oranını (P_{kr}^*/P_{kr}) göstermektedir



Şekil 6. $(90/-90)_2$ takviye açısı için yanıl dış basınç ve eksenel basıncın kritik burkulma yüküne etkisi



Şekil 7. $(0/0)_2$ takviye açısı için yanıl dış basınç ve eksenel basıncın kritik burkulma yüküne etkisi

Şekil 6 ve 7 deki grafikler 4 farklı malzemenin, farklı takviye açıları için çift eksenli yükleme

durumunda burkulma değerlerindeki değişimleri göstermektedir. Şekil 6'da takviye açısı $(90/-90)_2$ ve Şekil 7'de $(0/0)_2$ ve olarak alınmıştır. İlk olarak her bir malzeme için sadece yanıl dış basınç altındaki burkulma yükü bulunmuş ($P_2=0$) ve bu değer P_{kr} olarak alınmıştır. Daha sonra hem yanıl dış basınç hem de eksenel basınç altındaki burkulma değerleri tespit edilmiş ve bu yeni değerlere de P_{kr}^* denilmiştir. P_2 değeri sürekli artırılarak burkulma değerindeki değişim araştırılmıştır.

Silindire etkiyen eksenel basınç artırıldıkça burkulma yükü değeri azalma göstermektedir. Bu azalmada kompozit malzemelerde takviye açıları önemli rol oynamaktadır. $(90/-90)_2$ takviye açısı için $P_2=50$ MPa için burkulma değerleri yaklaşık %40 azalırken, $(0/0)_2$ takviye açısında bu düşüş yaklaşık %5 civarındadır. $(90/-90)_2$ takviye açısında $P_2=150$ MPa alınınca burkulma değeri yaklaşık %60 azalırken, $(0/0)_2$ takviye açısı için bu azalış %40 civarındadır. $P_2=250$ MPa değerine çıkarıldığında ise $(90/-90)_2$ için burkulma değerindeki azalış %75 iken, $(0/0)_2$ için olan azalış yaklaşık %40 mertebesindedir. $(90/-90)_2$ takviye açısı için kompozit malzemeler içinde E-glass/Epoksi'nin eksenel basınçtaki artıştan diğer iki kompozite oranla daha az etkilendiği söylenebilir. Bununla birlikte $(0/0)_2$ durumunda eksenel basınç artışı Boron/Epoksi'yi hem diğer iki kompozit malzemeden hem de çelikten daha az etkilemektedir.

Tablo 4, 5 ve 6'da üç farklı kompozit malzeme için hesap edilen kritik burkulma yükü değerleri (P_{kr}^*) ve burkulma yükü oranları (P_{kr}^*/P_{kr}) verilmiştir. Elde edilen sonuçlar kullanılarak Şekil 8, 9 ve 10'daki grafikler çizilmiştir.

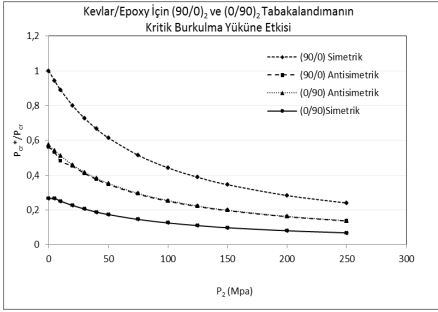
Şekil 8, 9 ve 10 da üç farklı kompozit malzeme için $(90/0)_2$ ve $(0/90)_2$ çapraz tabaka takviye açılarının simetrik veya antisimetrik tabakalandırma durumunda kritik burkulma yükündeki değişimler incelenmiştir. Silindir geometrisi olarak; $L/R=2$, $R/t=20$ olarak alınmış, silindir 4 tabaka olacak şekilde modellenmiştir. Grafiklerdeki yatay eksen, eksenel basıncı P_2 (MPa), dikey eksen de kritik

burkulma yükü oranlarını (P_{kr}^*/P_{kr}) göstermektedir. P_{kr} ise (90/0)₂ takviye açısında ve $P_2=0$ durumundaki silindirik borunun kritik burkulma yüküdür olup; Şekil 8 için 2.319 MPa, Şekil 9 için 12.67 MPa ve Şekil 10 için 2.211 MPa olarak hesaplanmıştır.

Çapraz (90/0)₂ ve (0/90)₂ simetrik tabakalandırma durumunda ilk tabakanın takviye açısı burkulma yükü açısından büyük önem taşımaktadır. Her üç kompozit malzeme için de (90/0)_{2(s)} takviye açısı için bulunan burkulma yükü değeri (0/90)_{2(s)} takviye açısına oranla çok daha büyüktür. $P_2 = 0$ için (90/0)_{2(s)} takviye açısında hesaplanan burkulma değeri (0/90)_{2(s)} takviye açısında bulunan burkulma değerine oranla Kevlar/Epoksi için 3.76 kat, Boron/Epoksi için 2.84 kat ve E-glass/Epoksi için de 2.07 kat daha fazladır. Silindirik boruya etki eden eksenel basınç arttıkça burkulma değerleri arasındaki bu fark giderek azalmaktadır. $P_2 = 250$ MPa olduğunda (90/0)_{2(s)} takviye açısında hesaplanan burkulma değerleri (0/90)_{2(s)} takviye açısında hesaplanan değerlerine oranla Kevlar/Epoksi için 3.51, Boron/Epoksi için 2 ve E-glass/Epoksi için de 1.5 katıdır.

Tablo 4. Kevlar/Epoksi için burkulma yükü değerleri ve oranları

P_2 (MPa)	Simetrik (s)		Antisimetrik (as)	
	(90/0) ₂	(0/90) ₂	(90/0) ₂	(0/90) ₂
0	2.319	0.616	1.331	1.304
5	2.183	0.615	1.252	1.228
10	2.062	0.581	1.183	1.116
20	1.855	0.523	1.064	1.045
30	1.686	0.475	0.966	0.95
40	1.544	0.435	0.885	0.871
50	1.425	0.402	0.817	0.804
75	1.193	0.337	0.684	0.674
100	1.025	0.29	0.589	0.58
125	0.899	0.255	0.516	0.509
150	0.8	0.226	0.46	0.454
200	0.656	0.186	0.377	0.373
250	0.556	0.158	0.32	0.316
	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$
0	1.000	0.266	0.574	0.562
5	0.941	0.265	0.540	0.530
10	0.889	0.251	0.510	0.481
20	0.800	0.226	0.459	0.451
30	0.727	0.205	0.417	0.410
40	0.666	0.188	0.382	0.376
50	0.614	0.173	0.352	0.347
75	0.514	0.145	0.295	0.291
100	0.442	0.125	0.254	0.250
125	0.388	0.110	0.223	0.219
150	0.345	0.097	0.198	0.196
200	0.283	0.080	0.163	0.161
250	0.240	0.068	0.138	0.136



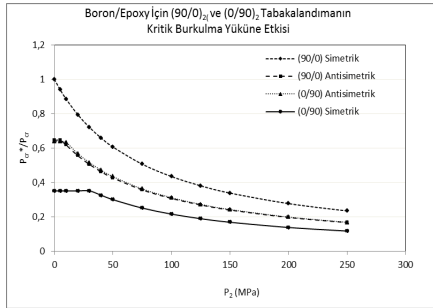
Şekil 8. 4 tabakalı Kevlar/Epoksi için çapraz tabakalandırmanın burkulmaya etkisi

Tablo 5. Boron/Epoksi için burkulma yükü değerleri

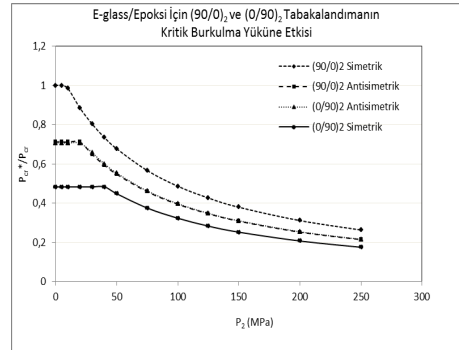
P ₂ (MPa)	Simetrik (s)		Antisimetrik (as)	
	(90/0) ₂	(0/90) ₂	(90/0) ₂	(0/90) ₂
0	12.67	4.449	8.09	8.172
5	11.90	4.449	8.089	8.171
10	11.22	4.449	8.021	7.831
20	10.06	4.449	7.198	7.041
30	9.126	4.448	6.527	6.396
40	8.345	4.126	5.97	5.858
50	7.686	3.805	5.5	5.403
75	6.418	3.184	4.595	4.525
100	5.507	2.738	3.945	3.892
125	4.822	2.401	3.456	3.414
150	4.289	2.138	3.075	3.04
200	3.511	1.753	2.519	2.494
250	2.972	1.486	2.133	2.114
	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$
0	1.000	0.351	0.639	0.645
5	0.939	0.351	0.638	0.645
10	0.886	0.351	0.633	0.618
20	0.795	0.351	0.568	0.556
30	0.720	0.351	0.515	0.505
40	0.659	0.326	0.471	0.462
50	0.607	0.300	0.434	0.426
75	0.507	0.251	0.363	0.357
100	0.435	0.216	0.311	0.307
125	0.381	0.190	0.273	0.269
150	0.339	0.169	0.243	0.240
200	0.277	0.138	0.199	0.197
250	0.235	0.117	0.168	0.167

Tablo 6. Kevlar/Epoksi için burkulma yükü değerleri ve oranları

P ₂ (MPa)	Simetrik (s)		Antisimetrik (as)	
	(90/0) ₂	(0/90) ₂	(90/0) ₂	(0/90) ₂
0	2.211	1.067	1.563	1.574
5	2.211	1.067	1.563	1.574
10	2.177	1.067	1.562	1.573
20	1.955	1.067	1.562	1.573
30	1.774	1.067	1.45	1.431
40	1.623	1.067	1.327	1.311
50	1.496	0.991	1.223	1.209
75	1.251	0.83	1.022	1.013
100	1.075	0.714	0.878	0.871
125	0.942	0.626	0.77	0.764
150	0.838	0.557	0.685	0.68
200	0.687	0.457	0.562	0.558
250	0.582	0.388	0.476	0.473
	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$
0	1.000	0.483	0.707	0.712
5	1.000	0.483	0.707	0.712
10	0.985	0.483	0.706	0.711
20	0.884	0.483	0.706	0.711
30	0.802	0.483	0.656	0.647
40	0.734	0.483	0.600	0.593
50	0.677	0.448	0.553	0.547
75	0.566	0.375	0.462	0.458
100	0.486	0.323	0.397	0.394
125	0.426	0.283	0.348	0.346
150	0.379	0.252	0.310	0.308
200	0.311	0.207	0.254	0.252
250	0.263	0.175	0.215	0.214



Şekil 9. 4 tabakalı Boron/Epoksi için çapraz tabakalandırmanın burkulmaya etkisi



Şekil 10. 4 tabakalı E-glass/Epoksi için çapraz tabakalandırmanın burkulmaya etkisi

Antisimetrik tabakalandırma durumunda ise $(90/0)_2$ ile $(0/90)_2$ takviye açıları için bulunan burkulma yükü değerleri arasındaki fark çok küçüktür. İlk tabakanın açısının 0° ya da 90° olması fazla önemli değildir. Kompozit silindirik boruların çapraz tabakalandırılması durumunda simetrik $(90/0)_2$ takviye açısı ile tabakalandırılmaları burkulma dayanımı açısından en iyi sonucu vermektedir.

Semboller

- P_{cr} : Kritik burkulma yükü (Metinde P_{kr} kullanılmış)
 E : Elastisite modülü
 G : Kayma modülü
 ν : Poisson oranı
 t : Kalınlık
 R : Çap

Sonuçlar

Yapılan analizler neticesinde elde edilen sonuçlar grafik ve tablolar ile verilmektedir. Bu grafiklerin çiziminde mümkün olduğunca birimsiz değerler kullanılmaya çalışılmış ve ANSYS programından elde edilen kritik burkulma yükleri değerleri oranlanarak sonuçların sade bir şekilde grafiklere aktarılması amaçlanmıştır. Çelik ve üç farklı kompozit malzemenin (Boron/Epoksi, E-glass/Epoksi ve Kevlar/Epoksi) çapraz tabakalandırma ve çift eksenli yüklemeye durumunda burkulma davranışları incelenmiştir.

Öncelikle yapılan çalışmanın doğruluğunu kontrol etmek amacıyla; analitik olarak çözümü bilinen sadece çevresel dış basınca maruz silindirin kritik burkulma yükü analitik olarak ve ANSYS ile hesaplanmış ve sonuçların %98-99 oranında örtüştüğü görülmüştür. Kompozit malzeme için yapılan literatür doğrulaması için ise analitik çözüm MATLAB ile yapılmış ve bulunan sonuçlar ANSYS ile bulunan nümerik sonuçlarla en fazla %7 fark ile örtüştüğü tespit edilmiştir.

Silindire etkiyen aksenal basınç artırıldıkça burkulma yükü değeri azalma göstermektedir. Bu azalmada kompozit malzemelerde takviye

açıları önemli rol oynamaktadır. $(90/-90)_2$ takviye açısı için $P_2=50$ MPa için burkulma değerleri yaklaşık % 40 azalırken, $(0/0)_2$ takviye açısında bu düşüş yaklaşık % 5 civarındadır. $(90/-90)_2$ takviye açısında $P_2=150$ MPa alınca burkulma değeri yaklaşık % 60 azalırken, $(0/0)_2$ takviye açısı için bu azalış % 40 civarındadır. $P_2=250$ MPa değerine çıkarıldığında ise $(90/-90)_2$ için burkulma değerindeki azalış % 75 iken, $(0/0)_2$ için olan azalış yaklaşık % 40 mertebesinde. Bununla birlikte $(0/0)_2$ durumunda aksenal basınç artışı Boron/Epoksi'yi hem diğer iki kompozit malzemeden hem de çelikten daha az etkilemektedir.

Çapraz $(90/0)_2$ ve $(0/90)_2$ simetrik tabakalandırma durumunda ilk tabakanın takviye açısı önemli olduğu tespit edilmiştir. Her üç kompozit malzeme için de $(90/0)_2$ takviye açısı için bulunan burkulma yükü değeri $(0/90)_2$ takviye açısına oranla çok daha büyüktür. Simetrik tabakalandırma durumunda üst tabakanın 90° olması burkulma açısından daha iyi sonuç vermektedir. Bu durumda bulunan burkulma değerleri ilk tabakanın 0° olması durumuna göre Kevlar/Epoksi için 3.76 kat, Boron/Epoksi için 2.84 kat ve E-glass/Epoksi için de 2.07 kat daha fazladır. Antisimetrik tabakalandırmada ise ilk tabakanın açısının fazla bir önemi yoktur.

Kaynaklar

- Akbulut, H. ve Ural, T., (2007). An investigation on buckling of composite laminated plates with corner circular notches, *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, **Vol. 20**, No. 4, 371-387
Help Files, ANSYS Inc., USA, 2005.
Hur, S. H., Son H. J., Kweon J. H., Choi J. H., (2008). Postbuckling of composite cylinders under external hydrostatic pressure, *Composite Structures*, 14th, International conference on composite structures, **Vol. 86**, 1-3; 114-124
Kim, K., ve Voyiadjis, G. Z., (1999). Non-linear Finite Element Analysis of Composite Panels, *Journal of Composites Engineering*, Part B, **Vol. 30**, 365-381.

- Lopatin, A. V. ve Morozov, E. V., (2013). Buckling of the composite orthotropic clamped-clamped cylindrical shell loaded by transverse inertia forces, *Composite Structures*, **95**, 471-478
- Roylance, D., (2000). Laminated Composite Plates, MIT, Cambridge.
- Shadmehri, F., Hoa, S.V., Hojjati, M., (2012). Buckling of conical composite shells. *Composite Structures*, **Vol. 94**, 787-792
- Sheng, H. Y. ve Ye, J. Q., (2003). A three-dimensional state space finite element solution for laminated composite cylindrical shells. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. **Vol. 22**, 192, 2441-2459
- Tafresi, A., ve Bailey C. G., (2007). Instability of imperfect composite cylindrical shells under combined loading. *Composite Structures*, **Vol. 80**, 49-64.
- Tanov, R. ve Tabiei A., Static and dynamic buckling of laminated composite shells, University of Cincinnati, Cincinnati,
- Timoshenko, S. P., (1961). Theory of elastic stability, McGraw-Hill Book Company, New York.
- Ural, T., (2009). Silindirik Kompozit Kablarnın Burkulma Analizi, Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Vinson, J. R. ve Sierakowski R. L., (1990). The behavior of structures composed of composite materials, *Kluwer Academic Publishers*, Dordrecht.

Buckling of cylindrical composite pipes loaded by both external pressure and axial loads

Extended abstract

Buckling is one of the problems for plates and shells one may encounter anytime. It may cause serious danger with the use of some components such as plane wings, tanks and pipe lines. In this study, buckling of the cylindrical pipes made by laminated composite materials is investigated. ANSYS which is based on the finite element method is used for the solution of the problem. This numerical solution is also verified by the analytical methods. For the buckling analysis of the cylindrical structure, effect of the parameters of load (external pressure and axial load) and cross-ply laminating has been

investigated. In the study, decrease in the critical buckling load caused by an increase in the axial pressure is the important result of the study. Critical buckling load values obtained with symmetric laminated plates are comparatively higher than that of the antisymmetric ones. Obtained results are detailed demonstrated in graphical and tabular forms.

Keywords: *Buckling, laminated composite, finite element method, ANSYS program*