

## Öğrenciler Kesir Kavramları İçin Hangi Temsilleri Kullanıyor?\*

### What Representations Do Students Use for Fraction Concepts?

Yavuz Kamacı<sup>1</sup>, Zeynep Yıldız<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Sorumlu Yazar, Arş. Gör., TED Üniversitesi, yavuz.kamaci@tedu.edu.tr, (https://orcid.org/0000-0001-6572-8156)

<sup>2</sup>Doç. Dr., Yıldız Teknik Üniversitesi, zeyildiz@yildiz.edu.tr, (https://orcid.org/0000-0002-1439-3592)

**Geliş Tarihi:** 26.03.2023

**Kabul Tarihi:** 07.08.2023

#### ÖZ

Bu araştırmanın amacı ilkökul dördüncü sınıf öğrencilerinin kesir kavramlarına (basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesir) yönelik temsillerini belirlemektir. Araştırmanın örneklemini 249 ilkökul dördüncü sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmada betimsel araştırma türlerinden biri olan tarama modeli kullanılmıştır. Veriler araştırmacılar tarafından geliştirilen ve açık uçlu sorulardan oluşan anket formu (Kesir Temsilleri Formu) ile toplanmıştır. Verilerin analiz edilmesinde betimsel analiz ve içerik analizi yöntemleri kullanılmıştır. Betimsel analizde Raymond Duval tarafından geliştirilen temsil temaları kullanılmıştır. Bu temsil temaları altında alt kategoriler oluşturulmuş ve öğrenci örnekleri ile birlikte araştırma bulguları sunulmuştur. Araştırma sonuçlarına göre ilkökul dördüncü sınıf öğrencileri kesir kavramlarını temsil etmede en fazla görsel temsili tercih etmektedirler. Öğrencilerin görsel temsil içinde en fazla kullandıkları temsil, kesir modellerinden olan alan/bölge modelidir. Alan/Bölge modeli içinde öğrencilerin genellikle dikdörtgen geometrik şeklini tercih ettiği ortaya koyulmuştur. Öğrenciler sembolik temsilleri genellikle doğru kullanmakla birlikte kesir kavramlarını birbirleri ile karıştırmaktadır. Öğrencilerin sözel temsil kullanımlarında ise ağırlıklı olarak kesirlerin formal tanımlarına başvurdukları görülmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** İlkokul 4. sınıf, kesir çeşitleri, birim kesir, temsil.

#### ABSTRACT

This study aims to determine the representations of primary school fourth-grade students for the concepts of fractions (proper, improper, mixed number, and unit fraction). The sample of the study consists of 249 primary school fourth-grade students. Survey model, one of the descriptive research types, was used in this study. The data were collected via a questionnaire form (Fraction Representations Form) developed by the researchers and consisting of open-ended questions. Descriptive and content analysis were used in the analysis of the data. Representation themes developed by Raymond Duval were used in the descriptive analysis. Sub-categories were created under these representation themes and research findings were presented along with student examples. According to the research results, primary school fourth-grade students mostly prefer visual representation to represent fraction concepts. The representation that students use most in visual representation is the area/region model, which is one of the fraction models. In the area/region model, students generally preferred the rectangular geometric shape. Although students generally use symbolic representations correctly, they confuse fraction concepts with each other. In the use of verbal representation by students, they mainly use formal definitions of fractions.

**Keywords:** Primary school grade 4, types of fractions, unit fraction, representation.

\*Bu makale birinci yazara ait yüksek lisans tezinin bir bölümünden üretilmiştir. Ayrıca 9. Uluslararası Sosyal Beşeri ve Eğitim Bilimleri kongresinde sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

## GİRİŞ

Geçmişten günümüze temsil kavramı matematik eğitiminde önemli bir yer edinmiştir. İki yapı arasında bulunan ilişkiyi içeren temsil (Goldin, 2002) matematiğin hem öğrenilmesinde hem de öğretilmesinde kritik bir unsurdur (Vergnaud, 1987). Temsil, matematiksel faaliyetlerin merkezinde yer almakta (Kaput, 1987) ve matematiksel kavramları daha anlamlı hale getirmektedir (Sarı, 2020). Yapılan araştırmalar da temsil kullanımının öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi yapılandırmasına yardımcı olabileceğine (Ainsworth vd., 2002; Cramer & Henry, 2002; Fennell & Rowan, 2001; Pape & Tchoshanov, 2001) ve öğrenme sürecini kolaylaştırabileceğine (Boulton-Lewis, 1998; Dufour-Janvier vd., 1987) ilişkin sonuçlar ortaya koymuştur.

Temsilin matematik eğitimindeki yeri ve önemi ulusal ve uluslararası kuruluşlar tarafından da vurgulanmaktadır. Uluslararası ölçekte matematik eğitiminin önde gelen kuruluşlarından olan NCTM (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi) tarafından matematik öğretim programlarında bulunması gereken süreç standartları oluşturulmuştur. Bu süreç standartlarından biri olan temsil, öğrencilerin matematiksel düşünme kapasitesini önemli ölçüde artıran bir araç olarak tanımlanmıştır (NCTM, 2000). Bunun yanı sıra PISA 2018 raporunda temsil, matematiksel süreçlere temel oluşturan bir beceri olarak tanımlanmıştır (OECD, 2019). Ulusal ölçekte ise matematik öğretim programında öğrencilerin farklı temsil türlerini kullanarak matematik kavramlarını ifade etmesi hedefi yer almaktadır (MEB, 2018). Ayrıca Büyükalın-Filiz ve Ergan'ın (2020) yaptıkları çalışmada matematik öğretim programında yer alan ilköğretim kazanımlarının daha çok NCTM'nin süreç standartlarından olan ilişkilendirme ve temsil standartları ile örtüştüğü ortaya konmuştur.

Matematiğin her alanında bulunan (Janvier vd., 1993) ve öğrencilerin matematik hakkındaki düşüncelerini göstermenin bir biçimi olan temsil kavramına (Fennell & Rowan, 2001) yönelik çeşitli teoriler (Dehaene, 1992; Goldin, 1998; Janvier, 1987; Kaput, 1991; Lesh, 1979) bulunmaktadır. Bu temsil teorilerinden biri de Raymond Duval tarafından ortaya konan ve bu araştırmanın kuramsal çerçevesini oluşturan Göstergibilimsel Temsiller (Semiotic Representations)'dir. Duval'a göre (2000) göre temsili olmayan bilgi yoktur. Diğer bilgi alanlarının aksine göstergibilimsel temsiller üretilmeden matematiksel nesnelere erişilemez (Duval, 1999). Göstergibilimsel temsillerin kullanımı herhangi bir matematiksel faaliyetin ayrılmaz parçası olduğundan dolayı matematiksel düşüncenin gelişimi için bu temsillerin geliştirilmesi gereklidir (Duval, 2006). Duval, bilişsel olarak anlamının gerçekleşebilmesi için gözlenebilir temsil sistemlerinin daha önemli olduğuna dikkat çekmekle birlikte (Duval, 1993; akt. Delice & Sevimli, 2016) bir nesnenin genellikle görsel, sembolik ve sözel olmak üzere üç farklı şekilde temsil edilebileceğini ifade etmektedir (Duval, 2008).

Matematik, sembol kullanımının en karmaşık ve içerdiği farklı türdeki semboller ile en kapsamlı alan olma özelliği taşır (Duval, 2008). Bu alan içinde zorluk çıkaran sembollerden biri kesirdir. Kesir kavramı birçok araştırmacı tarafından öğrencilerin ilköğretim matematiğinde karşılaştığı en soyut, karmaşık, zor ve sorun çıkaran konu olarak tanımlanmaktadır (Alacaci, 2015; Behr vd., 1983; Bulgar, 2003; Cramer vd., 2002; Hasemann, 1981; McNulty vd., 2011; Saxe vd., 2005; Siebert & Gaskin, 2006; Smith, 2002). Bu durum kesirlerin yapı olarak tam sayılardan farklı özelliklere sahip olması ile açıklanabilir. Kesirlerin gösteriminde iki farklı sayı arasındaki ilişki ön plandadır (Alacaci, 2015). Öğrenciler tam sayılar için kullandığı yapıları, sembollerini ve modellerini kesirler için kullanamamaya başladıklarında onlar için matematiğin karmaşıklığında niteliksel bir artış meydana gelir (Lamon, 2012). Bu durum öğrencilerin gözünde matematiği, sembollerin anlamsız manipülasyonu haline getirdiği için öğrencilerin matematiğe yönelik ilgisi kaybolur ve matematik başarılarında azalma olur (Kim, 2009). Kesirlerin sahip olduğu bu karmaşık yapıdan dolayı ilköğretim yıllarından itibaren kesirlerin öğretimine özen gösterilmesi gerekmektedir. Kesirler, okul matematiğindeki sayılarla ilgili konularda kullanılmakla birlikte ileri matematik konularında sembolik kesir gösterimi şeklinde

kullanılmaktadır (Alacaci, 2015). Bunun yanı sıra cebir, olasılık ve geometri konularının anlaşılmasında da özel önem taşıyan kesir, orantısal akıl yürütmenin gelişimi için gereklidir (Clarke vd., 2008; Fielding, 2012). Kesir öğreniminde yaşanan bu güçlükler, matematiğin diğer alanlarında daha çok ilerlemeyi engellemektedir (NMAP, 2008). Yapılan araştırmalar da kesir konusundaki yeterliğin matematik başarısı için bir yordayıcı olduğunu belirtmektedir (Bailey vd., 2012; Siegler vd., 2012; Siegler vd., 2011; Torbeyns vd., 2015).

Kesirler konusu ile matematiğin diğer konuları arasındaki ilişki ve kesirlerin matematik başarısı üzerindeki etkisi göz önünde bulundurulduğunda kesirlere ait kavramların öğrenilmesinin önemli olduğu söylenebilir. Kesirlere ait kavramlardan biri kesir temsilleridir. Kesirlerin öğretimi ve öğrenimi sürecinde önem taşıyan temsil (Watanabe, 2002), kavramların öğrenciler tarafından ne şekilde algılandığını değerlendirmede de kullanılmalıdır (Martinie & Bay-Williams, 2003). Çünkü temsillerin incelenmesi, öğrencilerin matematik kavramlarını yorumlama ve matematiksel düşünme biçimlerine yönelik değerli bilgiler edinilmesine (MacDonald, 2013; NCTM, 2000), öğrencilerin matematikteki gelişiminin detaylı şekilde tanımlanmasına, matematiksel beceriyi ilerletebilen öğretim yöntemleri oluşturulmasına (Goldin, 2002) ve kesirleri anlamlandırma sürecinde öğrencilerin kendi mantıksal yollarının ortaya çıkarılmasına (Brizuela, 2006) olanak sağlar. Alanyazındaki çalışmalar öğrencilerin, kesir temsilleri arasında dönüşüm yapabilme becerisinin düşük olduğunu (Kurt & Çakıroğlu, 2009) ve kesir temsilleri konusunda zorlandıklarını (Işık & Kar, 2012; Kavuncu, 2019; Şahin, 2019) belirtmektedir. Ayrıca öğrencilerin denk kesirler (Ertuna, 2013) ve kesirlerde toplama ve çıkarma işlemi (Kara, 2017) konularında bazı temsil türlerini daha fazla kullanma eğilimi gösterdikleri ifade edilmektedir. Bu kapsamda ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin kesir kavramları için kullandıkları temsillerin belirlenmesi, bu kesir kavramlarına yönelik öğrencilerin düşünme biçimlerine ilişkin bilgiler ortaya koyacağından kesirler konusunun öğretime katkı sunacağı düşünülmektedir. Bundan dolayı araştırmanın amacı ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin kesir kavramlarına yönelik temsillerini belirlemektir. Araştırmanın amacı doğrultusunda problem cümlesi 'İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin kesir kavramlarına yönelik kullandıkları temsiller nelerdir?' şeklinde oluşturulmuştur.

## YÖNTEM

Bu araştırma, ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin kesir kavramlarına yönelik kullandığı temsilleri incelemeyi amaçlayan tarama modelinin kullanıldığı betimsel bir çalışmadır. Betimsel araştırmalarda amaç bir durumun olabildiğince eksiksiz ve özenli şekilde tanımlamaktır (Büyüköztürk vd., 2020). Bir durumu betimlemek ve anlamak isteyen araştırmacı betimsel araştırma yöntemlerinden uygun olanı tercih ederek araştırma sorusunda 'Nedir?', 'Nasıldır?' ve 'Nelerdir?' gibi nitel ifadeler kullanır (Karakaya, 2014). Bu araştırma kapsamında ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin kesir kavramlarına yönelik temsillerinin neler olduğu betimlenerek ortaya konulmak istenmiş ve bu doğrultuda araştırma sorusu 'İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin kesir kavramlarına yönelik kullandıkları temsiller nelerdir?' olarak belirlenmiş ve betimsel araştırma türlerinden tarama modeli kullanılarak araştırma sorusuna cevap aranmıştır.

Bireylerin, grupların ya da fiziksel ortamların özelliklerini özetlemesinden dolayı tarama çalışmaları eğitim alanında kullanılan en yaygın betimsel yöntemdir (Büyüköztürk vd., 2020). Eğitim araştırmalarında grupların sahip olduğu çeşitli bilgi türlerinin betimlenmesinde tarama çalışmaları sıklıkla kullanılır. Genellikle bu araştırmaların tasarımı daha küçük bir örneklemden yanıtlar elde edip çok sayıda insan hakkındaki bilgilere erişme üzerinedir (McMillan & Schumacher, 2014).

## 2.1. Araştırmanın Örnekleme

Araştırma örnekleminde 2019-2020 bahar döneminde Ankara ilinin iki farklı ilçesindeki iki devlet okulunda öğrenim gören 249 ilkökul dördüncü sınıf öğrencisi yer almaktadır. Bu araştırmanın örnekleminin belirlenmesinde amaçsal örnekleme stratejilerinden ölçüt örnekleme tercih edilmiştir. Ölçüt örnekleme stratejisinde amaç, araştırmadaki gözlem birimlerini belli niteliklere sahip kişi, olay, nesne ya da durumdan seçmektir (Büyüköztürk vd., 2020). Bu kapsamda örnekleme dahil edilecek ilkökul dördüncü sınıf öğrencilerinin kesirler alt öğrenme alanında yer alan bütün kazanımları matematik dersi öğretim sürecinde almış olması ölçüt olarak belirlenmiştir. Bu ölçütü karşılayan öğrenciler araştırmanın örnekleme dahil edilmiştir.

## 2.2. Veri Toplama Süreci

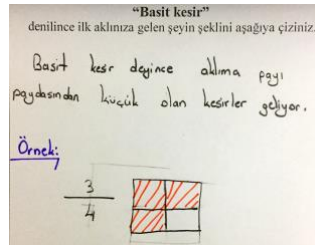
Araştırmanın verileri 2019-2020 bahar döneminde toplanmıştır. Veri toplama aracı olan Kesir Temsilleri Formu öğrencilere dağıtılmış ve cevaplanması için 1 ders saati süre verilmiştir. Öğrencilere dolduracakları formun araştırma için kullanılacağı ve matematik dersine yönelik bir sınav olmadığı araştırmacı tarafından sözel olarak duyurulmuştur. Ayrıca dağıtılan formun her bir öğrenci tarafından bireysel olarak doldurulması istenmiş ve veri toplama süreci araştırmacı ve veri toplanan sınıflardaki öğretmenler tarafından dikkatle gözlemlenmiştir. Araştırma için gerekli etik izinler Yıldız Teknik Üniversitesi Etik Kurulundan 20.02.2020 tarihli ve 44513635-302.99-E.2002200525 sayılı karara göre alınmıştır.

## 2.3. Veri Toplama Aracı

Kesir kavramlarına yönelik ilkökul dördüncü sınıf öğrencilerinin temsillerini belirleyebilmek için açık uçlu sorulardan oluşan anket formu (Kesir Temsilleri Formu) araştırmacılar tarafından hazırlanmıştır. Açık uçlu soruların yapısından kaynaklı olarak farklı birçok cevabın verilmesi ve daha kişiselleştirilmiş bilgilerin elde edilmesi sağlanır (Fraenkel & Wallen, 2009). Açık uçlu soruların öğrenciye sağladığı geniş çözüm yöntemleri sayesinde öğrenciler düşünceleri ifade edebilir ve bu durum öğrencilerin matematiği anlamalarına yönelik bilgilerin ortaya çıkarılmasına yardımcı olur (Hancock, 1995). Aynı zamanda açık uçlu sorulara verilen yanıtlar, öğretmenlere öğrencilerin düşünme biçimleri hakkında çok fazla bilgi verir ve bunlar matematiğin daha fazla araştırılması için önemli yollar sağlar (Sanchez, 2013). Bu kapsamda öğrencilerin kesir kavramlarına yönelik hangi temsilleri kullanacaklarını belirlemek amacıyla ‘... denilince aklınıza ilk gelen şeyin şeklini aşağıya çiziniz’ cümlesi araştırma kapsamındaki dört kesir kavramı (basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesir) için kullanılmıştır. Şekil 1’de kullanılan veri toplama aracı örneğine öğrenci yanıtı ile birlikte yer verilmiştir.

### Şekil 1

#### Veri Toplama Aracı Örneği



## 2.4. Verilerin Analizi

Araştırmanın verileri öncelikle betimsel analiz ile Duval’ın (2008) kavramsal çerçevesinde bulunan temsil temaları altında (sözel, sembolik ve görsel) özetlenmiştir. Betimsel analizde amaç var olan temalar baz alınarak verilerin özetlenmesi ve yorumlanmasıdır (Yıldırım & Şimşek,

2018). Betimsel analiz sonucunda basit kesre yönelik temsil kullanan 10 öğrencinin, bileşik kesre yönelik temsil kullanan 22 öğrencinin, tam sayılı kesre yönelik temsil kullanan 18 öğrencinin ve birim kesre yönelik temsil kullanan 34 öğrencinin verdiği yanıtlar Duval'ın kavramsal çerçevesindeki temsil temalarına uygun olmadığı için analiz dışında bırakılmıştır. Öğrencilerin kesir kavramlarına yönelik verdikleri bu yanıtların analiz dışında tutulma sebepleri ise bu kavramlara yönelik matematik bağlamıyla ilişkili olmayan rastgele çizimler yapmaları ve bilmediklerine ya da hatırlamadıklarına dair sözel ifadeler kullanmalarıdır. Yıldırım ve Şimşek (2018) de betimsel analiz sırasında bazı verilerin var olan çerçeveye uymadığı için analiz dışında kalabileceğini ifade etmektedirler. Veri setine dahil edilmeyen yanıtlardan sonra öğrencilerin kesir kavramlarına yönelik kullandıkları temsiller kodlanarak frekans tabloları elde edilmiştir.

Betimsel analiz sonucunda üç temsil teması altında özetlenen verilere içerik analizi uygulanmıştır. Betimsel analiz ile özetlenen veriler içerik analizi ile daha derinlemesine incelenir. Burada amaç elde edilen verileri açıklayabilmek için kavramlara ve kavramlar arası ilişkilere ulaşmaktır (Yıldırım & Şimşek, 2018). Bu kapsamda öğrencilerin kesir kavramları için kullandığı sözel, sembolik ve görsel temsiller içerik analizi kullanılarak çözümlenmiştir. İlk olarak araştırmacı tarafından bu temsiller kodlanmış ve bir kod listesi oluşturulmuştur. Temsiller arasındaki benzerlik ve farklılık durumları ve birbirleri arasındaki ilişkiler gözetilerek alt temalar altında özetlenmiştir. Araştırmacılar bağımsız olarak 3 farklı uzman tarafından kodlama süreci yürütülmüş olup kodlamaların güvenilirliğini sağlama adına kodlayıcılar arasındaki uyum incelenmiştir. Miles ve Huberman'a (1994) göre çalışmaların güvenilir olarak kabul edilebilmesi araştırmacılar arasındaki uyum %70 ve üzerinde olmalıdır. Hesaplamalar sonucunda kodlayıcılar arasında uyum %91,5 bulunmuştur. Daha sonra kodlayıcılar bir araya gelerek uyumsuzluk yaratan hususlar üzerinde tekrar görüşme sağlamış ve uyumsuzluklar giderilerek fikir birliğine varılmıştır. İçerik analizi sonucunda oluşturulan kategorilerin ilgili alanyazına ve matematik terminolojisine uygun olmasına dikkat edilmiştir.

## BULGULAR

Bu bölümde araştırma problemine bağlı olarak elde edilen bulgular yer almaktadır. Anket formunda yer alan kesir kavramları için öğrencilerin verdikleri yanıtlar alt başlıklar halinde sunulmuştur.

### 3.1. Basit Kesre Yönelik Bulgular

Basit kesre yönelik öğrencilerin kullandıkları temsillerin görsel, sembolik ve sözel temsil kategorileri altındaki frekans ve yüzde dağılımları Tablo 1'de gösterilmiştir.

**Tablo 1**

*Basit Kesre Yönelik Öğrencilerin Kullandıkları Temsil Türleri*

<b>Temsil Türü</b>	<b>f</b>	<b>%</b>
Görsel Temsil	220	50,2
Sembolik Temsil	189	43,1
Sözel Temsil	29	6,7
Toplam	438*	100

\*Bazı öğrenciler birden fazla temsil kullanmışlardır.

Öğrenciler üç temsil türü altında basit kesir için 438 temsil üretmişlerdir. Basit kesir temsilleri içinde öğrenciler sırasıyla görsel (%50,2), sembolik (%43,1) ve sözel (%6,7) temsili tercih etmişlerdir.

### 3.1.1. Basit Kesrin Görsel Temsillerine Yönelik Bulgular

Öğrenciler tarafından basit kesir için 220 görsel temsil kullanılmıştır. Bu temsiller oluşturulan alt kategoriler altında özetlenmiştir. Öğrencilerin basit kesre yönelik kullandıkları görsel temsiller, örnekleri ile birlikte Tablo 2’de gösterilmiştir.

**Tablo 2**

*Basit Kesrin Görsel Temsilleri*

Alt Kategoriler		Geometrik Şekil Türü	f	%	Öğrenci Örnekleri
Kesir modelleri	Alan/Bölge modeli	Dikdörtgen	120	54,5	 Ö60
		Daire	59	26,8	 Ö201
		Kare	27	12,3	 Ö215
		Üçgen	3	1,4	 Ö150
	Sayı doğrusu modeli		2	0,9	 Ö124
Küme modeli		1	0,5	 Ö115	
Günlük yaşamdaki nesne şekilleri	Pasta		5	2,3	 Ö182
	Meyve şekli		2	0,9	 Ö111
	Buzdolabı		1	0,5	 Ö70
<b>Toplam</b>			<b>220</b>	<b>100</b>	

Tablo 2’ye bakıldığında öğrencilerin ilk olarak kesir modelleri altında 212 adet temsile yer verdikleri görülmektedir. Kesir modelleri alt kategorisinde öğrenciler üç tür kesir modeline de yer

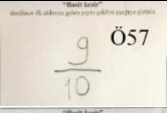
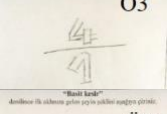
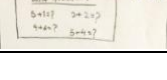
verirken en fazla tercih edilen kesir modeli alan/bölge modeli ( $f = 209$ ) olmuştur. Diğer tercih edilen modeller ise sırasıyla sayı doğrusu ve küme modelidir. Dikdörtgen, alan/bölge modelinde öğrenciler tarafından en fazla tercih edilen geometrik şekil türü olurken sırasıyla diğer kullanılan geometrik şekiller daire, kare ve üçgendir. Kesir modellerinin yanı sıra basit kesri görsel olarak ifade etmede öğrenciler günlük yaşamdaki nesne şekillerini de kullanmıştır. Öğrencilerin en çok pasta şekline yer verdiği ve sırasıyla meyve ve buzdolabı şekillerini de kullandıkları görülmüştür.

### 3.1.2. Basit Kesrin Sembolik Temsillerine Yönelik Bulgular

Öğrenciler tarafından basit kesir için 189 sembolik temsil kullanılmıştır. Bu temsiller oluşturulan alt kategoriler altında özetlenmiştir. Öğrencilerin basit kesre yönelik kullanmış olduğu sembolik temsiller, örnekleri ile birlikte Tablo 3'te gösterilmiştir.

**Tablo 3**

*Basit Kesrin Sembolik Temsilleri*

Alt Kategoriler	f	%	Öğrenci Örnekleri
Basit kesir sembolik temsili	166	87,8	
Bileşik kesir sembolik temsili ile karıştırma	20	10,6	
Doğal sayılarla toplama işlemi sembolik temsili ile karıştırma	3	1,6	
<b>Toplam</b>	<b>189</b>	<b>100</b>	

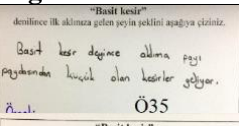
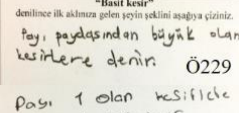
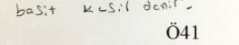
Tablo 3'e bakıldığında öğrencilerin basit kesre yönelik sembolik temsilleri üç alt kategoriye ayrılmıştır. Birinci alt kategoride 166 adet basit kesir sembolik temsiline yer verilmiştir. Diğer alt kategorilerde öğrencilerin 20 adet bileşik kesir sembolik temsili ve 3 adet doğal sayılarla toplama işlemi sembolik temsili kullandıkları görülmektedir. Bu kapsamda öğrencilerin basit kesir sembolik temsili, bileşik kesir ve doğal sayılarla toplama işlemi sembolik temsilleri ile karıştırdıkları ortaya konmuştur.

### 3.1.3. Basit Kesrin Sözel Temsillerine Yönelik Bulgular

Öğrenciler tarafından basit kesir için 29 sözel temsil kullanılmıştır. Bu temsiller oluşturulan alt kategoriler altında özetlenmiştir. Öğrencilerin basit kesre yönelik kullanmış oldukları sözel temsiller, örnekleri ile birlikte Tablo 4'te gösterilmiştir.

**Tablo 4**

*Basit Kesrin Sözel Temsilleri*

Temsil Türü	f	%	Öğrenci Örnekleri	
Formal tanım	Formal basit kesir tanımı	11	38	
	Formal bileşik kesir tanımı ile karıştırma	1	3,4	
	Formal birim kesir tanımı ile karıştırma	1	3,4	

Basitlik/Kolaylık anlamı ile ilişkilendirme		9	31,1	
	Basit kesir okunuşu	3	10,3	
Kesir okunuşu	Bileşik kesir okunuşu ile karıştırma	1	3,4	
İnformal basit kesir tanımı		2	7	
Günlük yaşamla ilişkilendirilmiş tanım		1	3,4	
<b>Toplam</b>		<b>29</b>	<b>100</b>	

Tablo 4'e bakıldığında öğrencilerin basit kesre yönelik sözel temsilleri 5 alt kategoriye ayrılmıştır. Birinci alt kategoride öğrencilerin 13 adet formal tanım kullandığı ve formal tanımların üçe ayrıldığı görülmektedir. Öğrencilerin 11 tanesi formal basit kesir tanımı yazarak basit kesre uygun kullanımda bulunurken Ö229 kodlu öğrenci formal bileşik kesir tanımına ve Ö41 kodlu öğrenci formal birim kesir tanımına yer vererek basit kesre uygun olmayan tanımlar kullanmışlardır. İkinci alt kategoride 9 öğrenci basit olma ve kolaylık anlamları üzerinden basit kesri sözel biçimde ifade etmişlerdir. Üçüncü alt kategoride öğrencilerin 4 adet kesir okunuşu kullandıkları görülmüştür. Kesir okunuşları içinde öğrencilerden 3 tanesi basit kesrin iki farklı okunuşuna yer verirken Ö170 kodlu öğrenci bileşik kesir okunuşuna yer vererek basit kesre uygun olmayan sözel temsil kullanmıştır. Dördüncü alt kategoride öğrencilerin 2 adet informal basit kesir tanımı kullandıkları görülmektedir. Öğrenciler tanımlarında pay ve payda terimleri yerine üst ve alt kelimelerini kullanmışlardır. Beşinci alt kategoride ise Ö107 kodlu öğrenci basit kesir tanımını günlük yaşamla ilişkilendirerek ifade etmiştir.

### 3.2. Bileşik Kesre Yönelik Bulgular

Bileşik kesre yönelik öğrencilerin kullandıkları temsillerin görsel, sembolik ve sözel temsil kategorileri altındaki frekans ve yüzde dağılımları Tablo 5'te gösterilmiştir.

**Tablo 5**

*Bileşik Kesre Yönelik Öğrencilerin Kullandıkları Temsil Türleri*

<b>Temsil Türü</b>	<b>f</b>	<b>%</b>
Görsel Temsil	194	48,4
Sembolik Temsil	186	46,4
Sözel Temsil	21	5,2
<b>Toplam</b>	<b>401*</b>	<b>100</b>

\*Bazı öğrenciler birden fazla temsil kullanmışlardır.

Öğrenciler üç temsil türü altında bileşik kesir için 401 temsil üretmişlerdir. Bileşik kesir temsilleri içinde öğrenciler sırasıyla görsel (%48,4), sembolik (%46,4) ve sözel (%5,2) temsili tercih etmişlerdir.

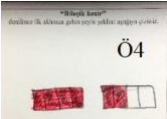
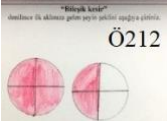
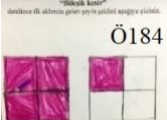
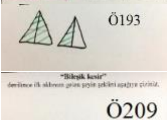
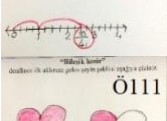



### 3.2.1. Bileşik Kesrin Görsel Temsillerine Yönelik Bulgular

Öğrenciler tarafından bileşik kesir için 194 görsel temsil kullanılmıştır. Bu temsiller oluşturulan alt kategoriler altında özetlenmiştir. Öğrencilerin bileşik kesre yönelik kullandıkları görsel temsiller, örnekleri ile birlikte Tablo 6’da gösterilmiştir.

**Tablo 6**

*Bileşik Kesrin Görsel Temsilleri*

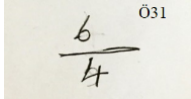
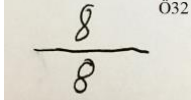
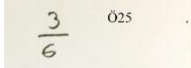
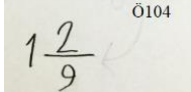
Alt Kategoriler	Geometrik Şekil Türü	f	%	Öğrenci Örnekleri
Kesir modelleri	Dikdörtgen	98	50,5	
	Alan/Bölge modeli	50	25,8	
	Kare	31	16	
	Üçgen	7	3,6	
Sayı doğrusu modeli		6	3,1	
Günlük yaşamdaki nesne şekilleri	Kalp	2	1	
<b>Toplam</b>		<b>194</b>	<b>100</b>	

Tablo 6’ya bakıldığında öğrencilerin ilk olarak kesir modelleri altında 192 adet temsile yer verdikleri görülmektedir. Kesir modelleri alt kategorisinde öğrenciler küme modeli kullanmazken alan/bölge ve sayı doğrusu modelini kullanmışlardır. Öğrenciler tarafından bileşik kesri görsel olarak temsil etmede en fazla tercih edilen alan/bölge modeli (f = 186) olurken bu model içerisinde sırasıyla en fazla tercih edilen geometrik şekil türleri ise dikdörtgen, daire, kare ve üçgendir. Kesir modellerinin yanı sıra bileşik kesri görsel olarak ifade etmede öğrenciler, günlük yaşamdaki nesne şekillerinden olan kalp şekline de yer vermişlerdir.

### 3.2.2. Bileşik Kesrin Sembolik Temsillerine Yönelik Bulgular

Öğrenciler tarafından bileşik kesir için 186 sembolik temsil kullanılmıştır. Bu temsiller oluşturulan alt kategoriler altında özetlenmiştir. Öğrencilerin bileşik kesre yönelik kullandıkları sembolik temsiller, örnekleri ile birlikte Tablo 7’de gösterilmiştir.

**Tablo 7***Bileşik Kesrin Sembolik Temsilleri*

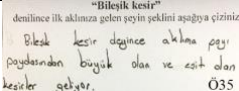
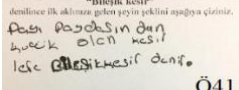
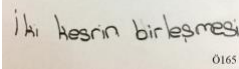
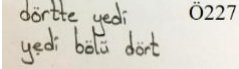
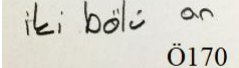
Alt Kategoriler		f	%	Öğrenci Örnekleri
Bileşik kesir sembolik temsili	Payı paydasından büyük olan bileşik kesir sembolik temsili	136	73,1	
	Payı paydasına eşit olan bileşik kesir sembolik temsili	32	17,2	
Basit kesir sembolik temsili ile karıştırma		17	9,1	
Tam sayılı kesir sembolik temsili ile karıştırma		1	0,6	
<b>Toplam</b>		186	100	

Tablo 7'ye bakıldığında öğrencilerin bileşik kesre yönelik sembolik temsilleri üç alt kategoriye ayrılmıştır. Birinci alt kategoride öğrenciler 168 adet bileşik kesir sembolik temsiline yer vermişlerdir. Ayrıca öğrenciler bileşik kesir sembolik temsili kullanımında payı paydasından büyük olan temsil biçimini payı paydasına eşit olan temsil biçimine oranla daha fazla tercih etmişlerdir. Diğer alt kategorilerde öğrencilerin 17 adet basit kesir sembolik temsili ve 1 adet tam sayılı kesir sembolik temsili kullandıkları görülmektedir. Bu kapsamda öğrencilerin bileşik kesir sembolik temsili, basit ve tam sayılı kesir sembolik temsilleri ile karıştırdıkları ortaya konmuştur.

**3.2.3. Bileşik Kesrin Sözel Temsillerine Yönelik Bulgular**

Öğrenciler tarafından bileşik kesir için 21 sözel temsil kullanılmıştır. Bu temsiller oluşturulan alt kategoriler altında özetlenmiştir. Öğrencilerin bileşik kesre yönelik kullandıkları sözel temsiller, örnekleri ile birlikte Tablo 8'de gösterilmiştir.

**Tablo 8***Bileşik Kesrin Sözel Temsilleri*

Alt Kategoriler		f	%	Öğrenci Örnekleri
Formal tanım	Formal bileşik kesir tanımı	10	47,7	
	Formal basit kesir tanımı ile karıştırma	2	9,5	
Kesir okunuşu	Birleşik kelimesi ile ilişkilendirme	4	19	
	Bileşik kesir okunuşu	2	9,5	
	Basit kesir okunuşu ile karıştırma	1	4,8	

İnformal bileşik kesir tanımı	2	9,5	Bileşik kesir üstte-ki büyük olandır. 0246
<b>Toplam</b>	<b>21</b>	<b>100</b>	

Tablo 8'e bakıldığında öğrencilerin bileşik kesre yönelik sözel temsilleri 4 alt kategoriye ayrılmıştır. Birinci alt kategoride öğrencilerin 12 adet formal tanım kullandıkları ve formal tanımların ikiye ayrıldığı görülmektedir. Öğrencilerin 10 tanesi formal bileşik kesir tanımı yazarak bileşik kesre uygun kullanımda bulunmuşlardır. Bileşik kesir formal tanımlarında öğrenciler bileşik kesrin iki farklı tanımına da yer vermişlerdir. Diğer formal tanımında ise 2 öğrenci formal basit kesir tanımına yer vererek bileşik kesre uygun olmayan tanım kullanmışlardır. İkinci alt kategoride öğrencilerin 4 tanesi sözel temsillerinde bileşik kesri birleşik kelimesi ile ilişkilendirmişlerdir. Öğrenciler bileşik kesri, bileşik kelimesinden yola çıkarak birleşik ve birleşme anlamları ile bağdaştırmaktadırlar. Üçüncü alt kategoride öğrencilerin 3 adet kesir okunuşu kullandıkları görülmüştür. Kesir okunuşları içinde öğrencilerden 2 tanesi bileşik kesrin iki farklı okunuşuna yer verirken Ö170 kodlu öğrenci basit kesir okunuşuna yer vererek bileşik kesre uygun olmayan sözel temsil kullanmıştır. Dördüncü alt kategoride öğrencilerin 2 adet informal bileşik kesir tanımı kullandıkları ve tanımlarında pay ve payda terimleri yerine üst ve alt kelimelerini tercih ettikleri görülmüştür.

### 3.3. Tam Sayılı Kesre Yönelik Bulgular

Tam sayılı kesre yönelik öğrencilerin kullandıkları temsillerin görsel, sembolik ve sözel temsil kategorileri altındaki frekans ve yüzde dağılımları Tablo 9'da gösterilmiştir.

**Tablo 9**

*Tam Sayılı Kesre Yönelik Öğrencilerin Kullandıkları Temsil Türleri*

<b>Temsil Türü</b>	<b>f</b>	<b>%</b>
Görsel Temsil	203	50,3
Sembolik Temsil	187	46,5
Sözel Temsil	13	3,2
<b>Toplam</b>	<b>403*</b>	<b>100</b>

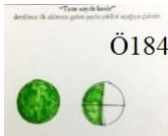
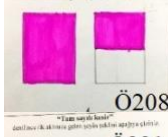
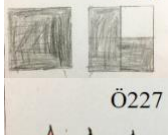
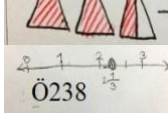
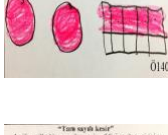
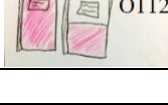
\*Bazı öğrenciler birden fazla temsil kullanmışlardır.

Öğrenciler üç temsil türü altında tam sayılı kesir için 403 temsil üretmişlerdir. Tam sayılı kesir temsilleri içinde öğrenciler sırasıyla görsel (%50,3), sembolik (%46,5) ve sözel (%3,2) temsili tercih etmişlerdir.

#### 3.3.1. Tam Sayılı Kesrin Görsel Temsillerine Yönelik Bulgular

Öğrenciler tarafından tam sayılı kesir için 203 görsel temsil kullanılmıştır. Bu temsiller oluşturulan alt kategoriler altında özetlenmiştir. Öğrencilerin tam sayılı kesre yönelik kullanmış oldukları görsel temsiller, örnekleri ile birlikte Tablo 10'da gösterilmiştir.

**Tablo 10***Tam Sayılı Kesrin Görsel Temsilleri*

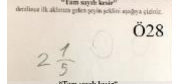
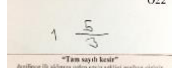
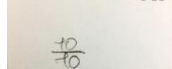
Alt Kategoriler		Geometrik Şekil Türü	f	%	Öğrenci Örnekleri
Kesir modelleri	Alan/Bölge modeli	Daire	74	36,4	
		Dikdörtgen	71	35	
		Kare	38	18,7	
		Üçgen	4	2	
Tam ve basit kesir kısımları için farklı geometrik şekil kullanımı	Sayı doğrusu modeli		3	1,5	
Günlük yaşamdaki nesne şekilleri	Kitap		1	0,5	
<b>Toplam</b>			203	100	

Tablo 10'a bakıldığında öğrencilerin ilk olarak kesir modelleri altında 190 adet temsile yer verdikleri görülmektedir. Kesir modelleri alt kategorisinde öğrenciler küme modeli kullanmazken alan/bölge ve sayı doğrusu modelini kullanmışlardır. Öğrenciler tarafından tam sayılı kesri görsel olarak temsil etmede en fazla tercih edilen alan/bölge modeli ( $f = 187$ ) olurken bu model içerisinde sırasıyla en fazla tercih edilen geometrik şekil türleri ise daire, dikdörtgen, kare ve üçgendir. İkinci alt kategoride öğrencilerin tam sayılı kesrin bütünleri için birbirinden farklı geometrik şekilleri kullandıkları görülmektedir. Son kategoride ise Ö112 kodlu öğrenci günlük yaşamdaki nesne şekilleri alt kategorisi altında kitap şekline yer vermiştir.

### 3.3.2. Tam Sayılı Kesrin Sembolik Temsillerine Yönelik Bulgular

Öğrenciler tarafından tam sayılı kesir için 187 sembolik temsil kullanılmıştır. Bu temsiller oluşturulan alt kategoriler altında özetlenmiştir. Öğrencilerin tam sayılı kesre yönelik kullandıkları sembolik temsiller, örnekleri ile birlikte Tablo 11'de gösterilmiştir.

**Tablo 11***Tam Sayılı Kesrin Sembolik Temsilleri*

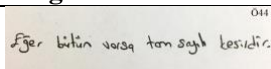
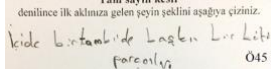
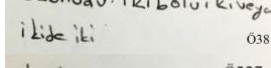
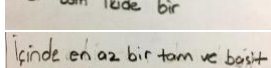
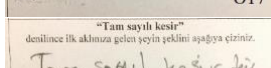
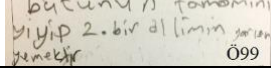
Alt Kategoriler	f	%	Öğrenci Örnekleri
Tam sayılı kesir sembolik temsili	137	73,2	
Hatalı tam sayılı kesir sembolik temsili	28	15	
Bileşik kesir sembolik temsili ile karıştırma	22	11,8	
<b>Toplam</b>	<b>187</b>	<b>100</b>	

Tablo 11'e bakıldığında öğrencilerin tam sayılı kesre yönelik sembolik temsilleri üç alt kategoriye ayrılmıştır. Birinci alt kategoride öğrenciler 137 adet tam sayılı kesir sembolik temsiline yer vermişlerdir. İkinci alt kategoride yer alan 28 sembolik temsilde öğrencilerin tam sayılı kesrin basit kesir kısmı için iki tür bileşik kesir sembolik temsili kullandıkları ve hata yaptıkları görülmektedir. Diğer alt kategoride ise öğrencilerin kullandıkları 28 temsil bileşik kesre yöneliktir ve öğrenciler sembolik gösterimde tam sayılı kesir ile bileşik kesri karıştırmaktadırlar.

### 3.3.3. Tam Sayılı Kesrin Sözel Temsillerine Yönelik Bulgular

Öğrenciler tarafından tam sayılı kesir için 13 sözel temsil kullanılmıştır. Bu temsiller oluşturulan alt kategoriler altında özetlenmiştir. Öğrencilerin tam sayılı kesre yönelik kullandıkları sözel temsiller, örnekleri ile birlikte Tablo 12'de gösterilmiştir.

**Tablo 12***Tam Sayılı Kesrin Sözel Temsilleri*

Alt Kategoriler	f	%	Öğrenci Örnekleri	
Eksik formal tam sayılı kesir tanımı	5	38,5		
İnformal tam sayılı kesir tanımı	3	23		
Kesir okunuşu	Bileşik kesir okunuşu ile karıştırma	2	15,4	
		1	7,7	
Formal tam sayılı kesir tanımı	1	7,7		
Günlük yaşamla ilişkilendirilmiş tanım	1	7,7		
<b>Toplam</b>	<b>13</b>	<b>100</b>		

Tablo 12'ye bakıldığında öğrencilerin tam sayılı kesre yönelik sözel temsilleri 5 alt kategoriye ayrılmıştır. Birinci alt kategoride öğrencilerin 5 adet eksik formal tam sayılı kesir

tanımı kullandıkları görülmektedir. Öğrencilerin bu kategori altında tam sayılı kesri, sadece tam/bütün kısmı baz alarak açıklamaya çalıştıkları ve tam sayılı kesrin basit kesir kısmına yönelik ifade kullanmadıkları ortaya konmuştur. İkinci alt kategoride öğrenciler 3 adet informal tam sayılı kesir tanımına yer vermişlerdir. Öğrencilerin informal tanımlarında tam/bütün kısmına doğrudan vurgu yaptıkları fakat basit kesir için 'şekil parçaları, bütün parçaları ve şeklin yarısı ya da çeyreği' ifadelerini kullandıkları görülmektedir. Üçüncü alt kategoride Ö227 kodlu öğrenci tam sayılı kesir okunuşuna yer vererek doğru sözel temsil kullanımında bulunurken 2 öğrenci bileşik kesir okunuşuna yer vererek tam sayılı kesre uygun olmayan sözel temsil kullanmışlardır. Dördüncü alt kategoride Ö17 kodlu öğrenci tam sayılı kesri formal olarak tanımlarken beşinci alt kategoride Ö99 kodlu öğrenci tam sayılı kesir tanımını günlük yaşamla ilişkilendirmiştir.

### 3.4. Birim Kesre Yönelik Bulgular

Birim kesre yönelik öğrencilerin kullandıkları temsillerin görsel, sembolik ve sözel temsil kategorileri altındaki frekans ve yüzde dağılımları Tablo 13'te gösterilmiştir.

**Tablo 13**

*Birim Kesre Yönelik Öğrencilerin Kullandıkları Temsil Türleri*

Temsil Türü	f	%
Görsel Temsil	185	49,9
Sembolik Temsil	166	44,7
Sözel Temsil	20	5,4
<b>Toplam</b>	<b>371*</b>	<b>100</b>

\*Bazı öğrenciler birden fazla temsil kullanmışlardır.

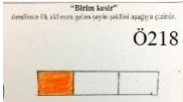

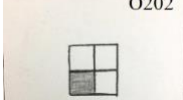
Öğrenciler üç temsil türü altında birim kesir için 371 temsil üretmişlerdir. Birim kesir temsilleri içinde öğrenciler sırasıyla görsel (%49,9), sembolik (%44,7) ve sözel (%5,4) temsili tercih etmişlerdir.

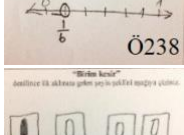
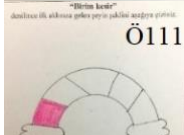
#### 3.4.1. Birim Kesrin Görsel Temsillerine Yönelik Bulgular

Öğrenciler tarafından birim kesir için 185 görsel temsil kullanılmıştır. Bu temsiller oluşturulan alt kategoriler altında özetlenmiştir. Öğrencilerin birim kesre yönelik kullanmış oldukları görsel temsiller, örnekleri ile birlikte Tablo 14'te gösterilmiştir.

**Tablo 14**

*Birim Kesrin Görsel Temsilleri*

Alt Kategoriler		Geometrik Şekil Türü	f	%	Öğrenci Örnekleri
Kesir modelleri	Alan/Bölge modeli	Dikdörtgen	102	55,1	
		Daire	41	22,2	
		Kare	27	14,6	

Günlük yaşamdaki nesne şekilleri	Üçgen	8	4,4	
	Altıgen	1	0,5	
	Sayı doğrusu modeli	3	1,7	
	Küme modeli	1	0,5	
	Kalp	1	0,5	
	Gökkuşağı	1	0,5	
	<b>Toplam</b>	<b>185</b>	<b>100</b>	

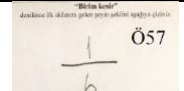

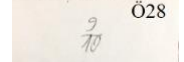
Tablo 14'e bakıldığında öğrencilerin ilk olarak kesir modelleri altında 183 adet temsile yer verdikleri görülmektedir. Kesir modelleri alt kategorisinde öğrenciler üç tür kesir modeline de yer verirken en fazla tercih edilen kesir modeli alan/bölge modeli ( $f=179$ ) olmuştur. Diğer tercih edilen modeller ise sırasıyla sayı doğrusu ve küme modelidir. Alan/Bölge modelinde dikdörtgen en fazla tercih edilen geometrik şekil türü olurken sırasıyla diğer kullanılan geometrik şekiller daire, kare, üçgen ve altıgendir. Kesir modellerinin yanı sıra birim kesri görsel olarak ifade etmede öğrenciler günlük yaşamdaki nesne şekillerinden olan kalp ve gökkuşağına yer vermişlerdir.

### 3.4.2. Birim Kesrin Sembolik Temsillerine Yönelik Bulgular

Öğrenciler tarafından birim kesir için 166 sembolik temsil kullanılmıştır. Bu temsiller oluşturulan alt kategoriler altında özetlenmiştir. Öğrencilerin birim kesre yönelik kullanmış oldukları sembolik temsiller, örnekleri ile birlikte Tablo 15'te gösterilmiştir.

**Tablo 15**

*Birim Kesrin Sembolik Temsilleri*

Alt Kategoriler	f	%	Öğrenci Örnekleri
Birim kesir sembolik temsili	129	77,7	
Bileşik kesir sembolik temsili ile karşılaştırma	16	9,7	
Basit kesir sembolik temsili ile karşılaştırma	9	5,4	

1 doğal sayısının sembolik temsili	7	4,2	
Tam sayılı kesir sembolik temsili ile karıştırma	5	3	
<b>Toplam</b>		<b>187</b>	<b>100</b>

Tablo 15'e bakıldığında öğrencilerin birim kesre yönelik sembolik temsilleri beş alt kategoriye ayrılmıştır. Birinci alt kategoride öğrenciler 129 adet birim kesir sembolik temsiline yer vermişlerdir. Doğru kullanımının yanı sıra öğrencilerin, birim kesrin sembolik temsili için kesir çeşitlerine ait sembolik temsillere yer verdikleri ve sembolik temsilleri karıştırdıkları görülmektedir. Kesir çeşitlerine ek olarak bazı öğrenciler birim kesrin sembolik temsili için doğrudan 1 doğal sayısının sembolik temsiline yer vermişlerdir.

### 3.4.3. Birim Kesrin Sözel Temsillerine Yönelik Bulgular

Öğrenciler tarafından birim kesir için 20 sözel temsil kullanılmıştır. Bu temsiller oluşturulan alt kategoriler altında özetlenmiştir. Öğrencilerin birim kesre yönelik kullandıkları sözel temsiller, örnekleri ile birlikte Tablo 16'da gösterilmiştir.

**Tablo 16**

#### *Birim Kesrin Sözel Temsilleri*

Alt Kategoriler	f	%	Öğrenci Örnekleri
Formal tanım	12	60	<p>"Birim kesir" denilince ilk aklımıza gelen şeyin şeklini aşağıya çizersiniz. Birim kesir denince aklıma payı 1 olan kesirler geliyor. Ö35</p>
Formal tanım	1	5	<p>"Birim kesir" denilince ilk aklımıza gelen şeyin şeklini aşağıya çizersiniz. Payı 1 olan kesirlerdir. Kesir değil. Ö41</p>
Günlük yaşamla ilişkilendirilmiş tanım	3	15	<p>"Birim kesir" denilince ilk aklımıza gelen şeyin şeklini aşağıya çizersiniz. Bir kişinin kumaldan sadece bir dilim alması 😊 Ö114</p>
Birim kesir okunuşu	2	10	<p>Okunması: Bir bölü iki veya ikide bir Ö38</p>
İnformal birim kesir tanımı	2	10	<p>"Birim kesir" denilince ilk aklımıza gelen şeyin şeklini aşağıya çizersiniz. (Bir bütünün sadece bir parçasının alınması.) Ö232</p>
<b>Toplam</b>		<b>20</b>	<b>100</b>

Tablo 16'ya bakıldığında öğrencilerin birim kesre yönelik sözel temsilleri 4 alt kategoriye ayrılmıştır. Birinci alt kategoride öğrencilerin 12 tanesi formal birim kesre uygun sözel temsil kullanımında bulunurken Ö41 kodlu öğrenci formal bileşik kesir tanımına yer vererek birim kesre uygun olmayan tanım kullanmıştır. İkinci alt kategoride öğrencilerin 3 tanesi birim kesir tanımını günlük yaşamla ilişkilendirmiştir. Üçüncü alt kategoride öğrencilerin 2 adet birim kesir okunuşuna yer verdikleri ve dördüncü alt kategoride 2 öğrencinin birim kesri informal şekilde tanımladıkları görülmektedir. İnformal tanımlarda Ö232 kodlu öğrenci birim kesri 'Bir bütünü sadece bir parçasının alınması' şeklinde tanımlarken Ö246 kodlu öğrenci 'Sadece bir parçası alınan kesir' ifadesine yer vermiştir. İnformal basit kesir tanımlarında öğrencilerin kesrin parça-bütün anlamına vurgu yaptıkları görülmektedir.



## TARTIŞMA VE SONUÇ

İlkokul dördüncü sınıf öğrencileri kesir kavramlarını temsil etmede öncelikle görsel temsile yer verirken ardından sırasıyla sembolik ve sözel temsili kullanmışlardır. Kesirler, öğrencilerin matematik dersinde karşılaştığı soyut, biçimsel ve anlaşılması güç kavramlardan biridir (Lortie-Forgues vd., 2015) ve kesirlerin öğrencide somutlaştırılması genellikle görsel temsillerden biri olan kesir modelleri aracılığı ile yapılmaktadır (Gözel, 2020). Bu bağlamda öğrencilerin kesir kavramlarını temsil etmede en çok görsel temsili tercih etmeleri kesrin soyut yapısına bağlı olarak kesirler konusunun öğretiminde görsel temsillerin öğretmenler tarafından sıklıkla kullanılması ile açıklanabilir. Bu araştırmanın bulgularında da öğrencilerin kesir kavramlarına ilişkin görsel temsil kullanımlarında en çok kesir modellerine yer verdikleri ortaya konmuştur. Alan/Bölge modeli öğrencilerin en çok tercih ettikleri kesir modeli olurken sayı doğrusu ve küme modeline çok az yer verilmiştir. Kesirlerin öğretiminde yaygın olarak parça-bütün ilişki üzerinden gidilmekte ve bu gösterimler de büyük oranda alan/bölge modelleri ile aktarılmaktadır (Newstead & Murray, 1998; Yenilmez & Ev-Çimen, 2019). Bu kapsamda öğretim süreçlerindeki model kullanımının, öğrencilerin görsel temsil tercihlerine etkisi olduğu söylenebilir. Alanyazına bakıldığında sınıf öğretmenlerinin ve ilköğretim matematik öğretmenlerinin kesir öğretiminde öncelikli olarak alan/bölge modelini kullanmaya yönelik eğilimlerinin olduğu (Can, 2019; Çelik, 2015; Doğan, 2018; Doğan-Temur, 2011; Şen, 2021; Yılmaz-Baba, 2016; Webel & DeLeeuw, 2016) farklı türdeki kesir modellerine ilişkin bilgi ve kullanımlarının yetersiz olduğu (Akgün vd., 2013; Toptaş vd., 2017) ve model algılarının ders kitaplarında verilen örneklerle kısıtlanmış olduğu (Bayazit vd., 2011) ifade edilmektedir. Öğretmenlerin yanı sıra öğretmen adaylarının da kesir öğretiminde öncelikli olarak alan/bölge modelini kullanmaya yönelik eğilim gösterdikleri ve kesir modelleri konusunda yeterli bilgiye sahip olmadıkları araştırmacılar tarafından ortaya konmuştur (Akbaba-Dağ, 2014; Aksu & Konyalıoğlu, 2015; Baek vd., 2017; Baştürk, 2016; Duran, 2017; Osmanoğlu & Özgeldi, 2018; Sezer, 2012). Kesirleri temsil etmek için öğretmen ve öğretmen adaylarının yanı sıra ilkökul ders kitaplarında da parça-bütün anlamı baskın şekilde kullanılmaktadır. Bu durum kesirlerin temsili noktasında öğrencileri sınırlandırmaktadır (Van de Walle vd., 2019). Kesirler konusunun öğretiminde, başlangıçtan itibaren öğretmenler tarafından kesrin parça-bütün anlamı baskın şekilde kullanılmaktadır (Acar, 2010). Parça-bütün anlamına bağlı olarak öğretmenlerin çoğunlukla alan/bölge modelini kullanması ve alan/bölge modelinin öğrenciler için diğer modellere kıyasla daha anlaşılabilir ve basit olması (Alacaci, 2015; Reys vd., 2009) öğrencilerin kesir kavramlarını görsel olarak temsil etmede en çok bu kesir modelini tercih etmelerini anlaşılır kılmaktadır. Alanyazında da öğrencilerle yapılan çalışmalara bakıldığında öğrencilerin kesir sayılarının temsilde ağırlıklı olarak görsel temsili ve görsel temsil içinde de alan/bölge modelini tercih ettikleri (Şahin, 2019) kesre yönelik parça-bütün kavram imajına sahip oldukları (Macit, 2019) ifade edilmektedir. Yakar (2019) da çalışmasında öğrencilerin alan/bölge modelini ilk yıllardan itibaren daha rahat kullanmaları ve başarılı olmaları ile bu modelin kullanımı arasında ilişki olabileceğini belirtmektedir. Ayrıca kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerinde temsil kullanımı açısından öğrencilerin en çok kesir modeline yer verdikleri ve ardından sırasıyla sembolik ve sözel temsilleri kullandıkları ortaya konmuştur (Kara, 2017).

İlkokul dördüncü sınıf öğrencileri kesir kavramlarını alan/bölge modeli kullanarak temsil ederken belirli geometrik şekilleri kullanma eğilimi göstermektedirler. Öğrenciler basit, bileşik ve birim kesri temsil etmede en çok dikdörtgen geometrik şeklini kullanırken tam sayılı kesirde daireyi kullanmayı tercih etmişlerdir. Reys ve diğerlerine (2009) göre bütün kavramının öğrenciler tarafından görülmesi ve anlamlandırılması adına dikdörtgen geometrik şekli zor olmakla birlikte bütünü eş parçalara ayırma açısından kolaylık taşımaktadır. Diğer geometrik şekil olan dairede bütünü görmek kolay fakat eş parçalara ayırmak zordur. Üçgende ise her iki açıdan da öğrenci zorlanmaktadır. Olkun ve Toluk-Uçar (2014) da genellikle dikdörtgenel bölgelerin diğer geometrik şekillere göre daha kolay eş parçalara ayrıldığını ifade etmektedirler. Bu bağlamda eş parçalara ayırmadaki kolaylıktan dolayı öğrencilerin çoğunlukla dikdörtgen geometrik şeklini tercih ettikleri söylenebilir. Ayrıca alan/bölge modelinde en yaygın kullanılan

geometrik şekillerin de daire, kare ve dikdörtgen olduğu ifade edilmekte (Yenilmez & Ev-Çimen, 2019) ve bu ifade araştırmanın bulgularını desteklemektedir. Benzer olarak Tabak ve diğerleri (2010) tarafından yapılan araştırma da dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda modelleme yaparken alan/bölge modelinde kare, dikdörtgen ve daire geometrik şekillerinde büyük oranda başarılı oldukları ve üçgen ve dik yamuk gibi geometrik şekillerde başarı sağlayamadıkları ortaya konmuştur.

İlkokul dördüncü sınıf öğrencileri kesir kavramlarına yönelik görsel temsillerinde pasta, meyve şekli, kalp, buzdolabı, kitap ve gökkuşağı gibi günlük yaşamdaki nesne şekillerine de yer vermişlerdir. Sınıf öğretmenleri ile yapılmış çalışmada da öğretmenlerin kesirlerin öğretimi sürecinde öncelikli olarak kesir modellerini kullandığı ve ikincil olarak en çok somun ekmeği, elma ya da pasta dilimi gibi nesne şekillerini tercih ettikleri ortaya konmuştur (Doğan, 2018). Öğretmenlerin temsil kullanımlarının öğrencilere yansımaları durumu göz önünde bulundurulduğunda bu araştırmanın bulguları anlam kazanmaktadır.

Kesir kavramlarına yönelik öğrencilerin sembolik temsilleri büyük ölçüde doğru kullandıkları fakat azımsanmayacak bir kısmının kesrin sembolik temsillerini karıştırdıkları ortaya konmuştur. Öğrenciler basit kesir için hem bileşik kesir hem de doğal sayılarla toplama işlemi sembolik temsiline yer vermişlerdir. Bu durumda doğal sayılarla toplama işlemi sembolik temsili kullanan öğrencilerde kesir sayısına yönelik sembolik temsil bilgisinin oluşmadığı ve önceden sahip oldukları doğal sayı bilgilerini basit kesrin gösterimine aktardıkları yorumu yapılabilir. Bileşik kesirde öğrencilerin basit ve tam sayılı kesir sembolik temsillerine yer verdikleri ve bu kavramları karıştırdıkları ortaya konmuştur. Tam sayılı kesrin sembolik temsili ise öğrencilerin bazılarının tam sayılı kesrin basit kesir kısmına yönelik bileşik kesir sembolik temsili kullandıkları ve bazı öğrencilerin ise tam sayılı kesir sembolik temsili için doğrudan bileşik kesir sembolik temsili kullandıkları görülmektedir. Tam sayılı kesrin basit kesir kısmı için bileşik kesre yer veren öğrencilerde sembolik temsil bilgisinin tam olarak oluşmadığı söylenebilir. Birim kesir sembolik temsili için öğrenciler hem kesir çeşitlerine yönelik sembolik temsilleri kullanmış hem de 1 doğal sayısının sembolik temsiline yer vermişlerdir. Bu durum birim kesrin öğretim sürecinde 1 doğal sayısının fazla vurgulanması ve buna bağlı olarak öğrencilerin kesir sayısına ait gösterim biçimini göz ardı etmesi ile açıklanabilir. Van de Walle ve diğerleri'ne (2019) göre öğrenciler kesir sembollerinde sıklıkla yanılır ve bu semboller onlara oldukça karmaşık gelir. Ayrıca öğrencilerde pay ve paydaya yönelik güçlü bir kavramsallaştırma geliştirmek için harcanacak zamanın değerli olduğu ifade edilmektedir.

Matematik kavramlarının öğrenciler tarafından içselleştirilmesi, anlaşılması ve yapılandırılmasında sözlü olarak düşüncelerini öğretim sürecinde ifade etmeleri önemlidir (Gözel, 2020; Vergnaud, 1998). Bu çalışmada öğrencilerin kesir kavramlarına yönelik sözel temsilleri ele alındığında öğrencilerin en çok ilkökul matematik ders kitaplarında bulunan formal kesir tanımlarını kullandıkları saptanmıştır. Ayrıca sembolik temsilde olduğu gibi öğrenciler sözel temsillerde de kesir kavramlarını birbirleri ile karıştırmaktadırlar. Bazı öğrenciler basit kesre yönelik sözel temsillerinde birim ve bileşik kesrin formal tanımlarına, bileşik kesre yönelik sözel temsillerinde basit kesrin formal tanımına ve birim kesrin sözel temsillerinde ise bileşik kesrin formal tanımına yer vermişlerdir. Benzer olarak Aktaş'ın (2019) ortaokul öğrencileri ile yaptığı çalışmada da öğrencilerin kesrin formal tanımını tam olarak bilmedikleri ortaya konmuştur.

Sözel temsillerde öğrenciler kesir kavramlarının isimlerinden yola çıkarak birtakım ifadeler kullanmışlardır. Bazı öğrenciler basit kesri kolay olarak ifade etmiş bazı öğrenciler ise bileşik kesri birleşik kelimesi ile ilişkilendirmiştir. Bu durum matematiksel kavram isimlerinin öğrencilerin kavramlara yönelik düşünme biçimlerini şekillendirebileceğine dönük işaretler vermektedir. Van de Walle ve diğerleri (2019) de benzer olarak kavramın isminin kavramın öğretiminde öğrenciler açısından karmaşa yaratabileceğine vurgu yapmaktadır. Bu duruma bileşik kesri örnek göstermektedirler. Bileşik kesrin İngilizce'deki karşılığı, uygun

olmayan/uygunsuz anlamına gelen ‘improper’ kelimesidir. Bu durumun öğrencide karmaşa yaratabileceğini ve bundan dolayı 1’den büyük kesirler kavramının, bileşik kesir için kullanılmasını önermektedirler.

Kesir kavramlarına yönelik sözel temsillerde öğrenciler doğru kullanımın yanı sıra kavramları birbirleri ile karıştırmaktadırlar. Örneğin bazı öğrenciler basit kesir için bileşik kesir okunuşuna, bileşik kesir için basit kesir okunuşuna ve tam sayılı kesir için bileşik kesir okunuşuna yer vermişlerdir. Bu sonuca paralel olarak Tarkan-Yurtsever’in (2012) çalışmasında beşinci sınıf öğrencilerinin  $\frac{4}{3}$  bileşik kesrin okunuşunu ‘dörtte üç’ olarak ifade ettikleri ve kesir okunuşlarında birtakım hatalar yaptıkları belirtilmiştir. Ayrıca Akan-Sağsöz’ün (2018) altıncı sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmada da öğrencilerin basit kesir ile bileşik kesri karıştırdıkları ortaya konmuştur. Bu durumun nedeni ise bu iki kavramın öğretimi sürecinde yeterli özenin gösterilmemesi ve kavramların öğrencilere kavratılmaması şeklinde gerekçelendirilmiştir.

İlkokul dördüncü sınıf öğrencileri sözel temsillerinde kesir kavramlarını günlük yaşamla ilişkilendirerek tanımlamışlardır. Matematik dersi öğretim programında da öğrencilerden beklenen durum matematiksel kavramları anlamaları ve günlük hayatta bu kavramları kullanabilmeleridir (MEB, 2018). Çünkü öğrenmelerin kalıcı hale gelmesi için öğrencilerin matematiksel kavramları ve fikirleri hem diğer bağlamlarda kullanmaları hem de kendi ilgi ve deneyimleri ile ilişkilendirmeleri gerekmektedir (NCTM, 2000). Bu duruma ek olarak Carraher’a (1996) göre kesirlerin psikolojik kavramlar bağlamında anlaşılabilirliği için öğrencilerin kesirler hakkında ne bildiklerinin ve bu kavramlar arasında ne şekilde ilişki kurduklarının anlaşılması gerekir. Araştırma sonuçlarına bakıldığında öğrencilerin pay ve payda kavramlarını, üst ve alt olarak matematiksel terminolojiyi kullanmadan informal şekilde tanımladıkları görülmektedir. Benzer şekilde Tarkan-Yurtsever’in (2012) çalışmasında da beşinci sınıf öğrencileri bütünü, pay ve paydanın yeri ile tanımlamaktadırlar.

## ÖNERİLER

Araştırma sonuçları, ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin kesir kavramlarını temsil etmede en çok alan/bölge modelini tercih ettiklerini ortaya koymuştur. Bu durum öğrencilerin kesirleri yalnızca parça-bütün anlamı üzerinden anlamasına ve dolayısıyla kesir kavramının öğrenciler tarafından tam olarak kavranılmamasına neden olmaktadır. Bundan dolayı özellikle ilk yıllardan itibaren kesirlerin öğretimine temel oluşturacak sınıf öğretmenlerinin kesirler konusunun öğretimi sürecinde farklı temsil türlerini kullanmaları önerilmektedir. Buna ek olarak matematik öğretimi sürecinde öğretmen ve öğrenciler tarafından sıklıkla kullanılan ders kitaplarında yer alan kesir modellerinin zenginleştirilmesi gerekmektedir. Ayrıca araştırmacılar tarafından kesir kavramlarına yönelik farklı örneklerde yapılacak derinlemesine nitel çalışmaların, öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerinin ortaya çıkarılmasına yardımcı olabileceği düşünülmektedir.

## KAYNAKÇA

Acar, N. (2010). *Kesir çubuklarının ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerindeki başarılarına etkisi* (Yayın no. 251433). [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi], Selçuk Üniversitesi.

Ainsworth, S., Bibby, P. ve Wood, D. (2002). Examining the effects of different multiple representational systems in learning primary mathematics. *The Journal of the Learning Sciences*, 11(1), 25-61. [https://doi.org/10.1207/S15327809JLS1101\\_2](https://doi.org/10.1207/S15327809JLS1101_2)

- Akan-Sağsöz, D. (2018). *İlköğretim 6. sınıflardaki kesirler konusunun origami yardımıyla öğretimi* (Yayın no. 232378). [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi], Atatürk Üniversitesi.
- Akbaba-Dağ, S. (2014). *Mikroöğretim ders imecesi modeli ile sınıf öğretmeni adaylarının kesir öğretim bilgilerinin geliştirilmesine yönelik bir uygulama* (Yayın no. 381235). [Yayımlanmamış doktora tezi], Dumlupınar Üniversitesi.
- Akgün, L., Çiltaş, A., Deniz, D., Çiftçi, Z. ve Işık, A. (2013). İlköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme ile ilgili farkındalıkları. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 12, 1-34. <https://doi.org/10.14520/adyusbd.410>
- Aksu, Z. ve Konyalıoğlu, A. C. (2015). Sınıf öğretmen adaylarının kesirler konusundaki pedagojik alan bilgileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(2), 723-738.
- Aktaş, D. G. (2019). *Öğretmen ve öğrencilerin kesir ve rasyonel sayı kavram tanımları* (Yayın no. 593209) [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi], Gazi Üniversitesi.
- Alacaci, C. (2015). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Düz.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* içinde (ss. 63-95). Pegem Akademi Yayınları.
- Baek, J. M., Wickstrom, M. H., Tobias, J. M., Miller, A. L., Safak, E., Wessman-Enzinger, N. ve Kirwan, J. V. (2017). Preservice teachers' pictorial strategies for a multistep multiplicative fraction problem. *The Journal of Mathematical Behavior*, 45, 1-14. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2016.10.005>
- Bailey, D. H., Hoard, M. K., Nugent, L. ve Geary, D. C. (2012). Competence with fractions predicts gains in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 111(3), 447-455. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.06.004>
- Baştürk, S. (2016). Primary student teachers' perspectives of the teaching of fractions. *Acta Didactica Napocensia*, 9(1), 35-44.
- Bayazit, İ., Aksoy, Y. ve Kırnap, M. (2011). Öğretmenlerin matematiksel modelleri anlama ve model oluşturma yeterlilikleri. *Education Sciences*, 6(4), 2495-2516.
- Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. R. ve Silver, E. A. (1983). Rational number concepts. R. Lesh ve M. Landau (Düz.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* içinde (ss. 91-125). Academic Press.
- Boulton-Lewis, G. M. (1998). Children's strategy use and interpretations of mathematical representations. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 219-237. [https://doi.org/10.1016/S0364-0213\(99\)80060-3](https://doi.org/10.1016/S0364-0213(99)80060-3)
- Brizuela, B. M. (2006). Young children's notations for fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 62(3), 281-305. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-9003-3>
- Bulgar, S. (2003). Children's sense-making of division of fractions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(3), 319-334. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(03\)00024-5](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(03)00024-5)
- Büyükalın-Filiz, S. ve Ergan, S. N. (2020). İlkokul matematik dersi öğretim programının beş süreç standardına göre değerlendirilmesi. *Ordu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Sosyal Bilimler Araştırmaları Dergisi*, 10(2), 464-477.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö. A., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2020). *Eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri* (29. bs.). Pegem Akademi Yayıncılık.

- Can, H. N. (2019). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerde işlemler konusu ile ilgili pedagojik alan bilgilerinin öğrenci zorlukları ve kavram yanlışları bileşeninde incelenmesi* (Yayın no. 569175), [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi], Marmara Üniversitesi.
- Carraher, D. W. (1996). Learning about fractions. L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin ve B. Greer (Düz.), *Theories of mathematical learning* içinde (ss. 241-266). Lawrence Erlbaum Associates.
- Clarke, D. M., Roche, A. ve Mitchell, A. (2008). 10 practical tips for making fractions come alive and make sense. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(7), 372-280. <https://10.5951/MTMS.13.7.0372>
- Cramer, K. A. ve Henry, A. (2002). Using manipulative models to build number sense for addition of fractions. B. Litwiller ve G. Bright (Düz.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions: 2002 yearbook* içinde (ss. 41-48). National Council of Teachers of Mathematics.
- Cramer, K. A., Post, T. R. ve delMas, R. C. (2002). Initial fraction learning by fourth- and fifth-grade students: A comparison of the effects of using commercial curricula with the effects of using the rational number project curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(2), 111-144. <https://doi.org/10.2307/749646>
- Çelik, B. (2015). *Beşinci sınıf kesirler konusunun öğretim sürecinin matematiksel modeller açısından incelenmesi* (Yayın no. 389164), [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi], Atatürk Üniversitesi.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1-2), 1-42. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90049-N](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90049-N)
- Delice, A. ve Sevimli, E. (2016). Matematik eğitiminde çoklu temsiller. Bingölbali E., Arslan S. ve Zembat İ. Ö. (Düz.), *Matematik eğitiminde teoriler* içinde (ss. 519-537). Pegem Akademi Yayınları.
- Doğan, A. (2018). *Sınıf öğretmenlerinin kesrin anlamlarına yönelik bilgileri ve kesirlerin öğretiminde kullandıkları modeller* (Yayın no. 528969) [Yayımlanmamış doktora tezi], Gazi Üniversitesi.
- Doğan-Temur, Ö. (2011). Dördüncü ve beşinci sınıf öğretmenlerinin kesir öğretimine ilişkin görüşleri: Fenomenografik araştırma. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 29, 203-212.
- Dufour-Janvier, B., Bednarz, N. ve Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. C. Janvier (Düz.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* içinde (ss. 109-122). Lawrence Erlbaum Associates.
- Duran, N. B. (2017). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının alan ve pedagojik alan bilgileri çerçevesinde kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinin öğretimine ilişkin kullandıkları modeller* (Yayın no. 469524), [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi], Pamukkale Üniversitesi.
- Duval, R. (1993). Registres de representation semiotique et fonctionnement cognitif de la pensee. *Annales de Didactiques des Sciences Cognitives*, 5(1), 37-65.
- Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. F. Hitt ve M. Santos (Düz.), *Proceedings of the 21st Annual Meeting North American Chapter of the International Group of PME* içinde (ss. 3-26). ERIC/CSMEE.

- Duval, R. (2000). Basic issues for research in mathematics education. T. Nakahara ve M. Koyama (Düz.), *Proceedings of the 24th Conference of PME* içinde (ss. 55-69). Nishiki Print Co. Ltd.
- Duval, R. (2006). Cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1), 103-131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Duval, R. (2008). Eight problems for a semiotic approach in mathematics education. L. Radford, G. Schubring ve F. Seeger (Düz.), *Semiotics in mathematics education: Epistemology, history, classroom, and culture* içinde (ss. 39-62). Sense Publishers.
- Ertuna, L. (2013). *İlköğretim 4-7. sınıf öğrencilerinin denk kesirlerin sembolik ve grafiksel temsillerini ilişkilendirme becerilerinin incelenmesi* (Yayın no. 370241), [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi], Abant İzzet Baysal Üniversitesi.
- Fennell, F. ve Rowan, T. (2001). Representation: An important process for teaching and learning mathematics. *Teaching Children Mathematics*, 7(5), 288-292. <https://doi.org/10.5951/TCM.7.5.0288>
- Fielding, H. (2012). *Fractions: A piece of cake? An exploration of students teachers' understanding, attitudes and beliefs in relation to fractions* (Yayın no. U578480) [Yayımlanmamış doktora tezi], University of Leicester.
- Fraenkel, J. R. ve Wallen, N. E. (2009). *How to design and evaluate research in education* (7. bs.). McGraw-Hill.
- Goldin, G. A. (1998). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 137-165. [https://doi.org/10.1016/S0364-0213\(99\)80056-1](https://doi.org/10.1016/S0364-0213(99)80056-1)
- Goldin, G. A. (2002). Representation in mathematical learning and problem solving. L. English (Düz.), *Handbook of international research in mathematics education* içinde (ss. 197-218). Lawrence Erlbaum Associates.
- Gözel, E. (2020). Kesirler ve öğretimi. Toptaş V., Olkun S., Çekirdekçi S. ve Sarı M. H. (Düz.), *İlkokulda matematik öğretimi* içinde (ss. 245-306). Pegem Akademi Yayınları.
- Hancock, C. L. (1995). Enhancing mathematics learning with open-ended questions. *The Mathematics Teacher*, 88(6), 496-499. <https://doi.org/10.5951/MT.88.6.0496>
- Hasemann, K. (1981). On difficulties with fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 12(1), 71-87. <https://doi.org/10.1007/BF00386047>
- Işık, C. ve Kar, T. (2012). 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine yönelik kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online*, 11(4), 1021-1035.
- Janvier, C. (1987). Representations and understanding: The notion of function as an example. C. Janvier (Düz.), *Problems of representations in the learning and teaching of mathematics* içinde (ss. 67-73). Lawrence Erlbaum Associates.
- Janvier, C., Girardon, C. ve Morand, J. C. (1993). Mathematical symbols and representations. P. S. Wilson (Düz.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* içinde (ss. 79-102). National Council of Teachers of Mathematics.
- Kaput, J. J. (1987). Representation system and mathematics. C. Janvier (Düz.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* içinde (ss. 19-26). Lawrence Erlbaum Associates.

- Kaput, J. J. (1991). Notations and representations as mediators of constructive processes. E. von Glasersfeld (Düz.), *Constructivism and mathematics education* içinde (ss. 53-74). Kluwer Academic Publishers.
- Kara, F. (2017). *Altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde farklı temsilleri kullanma becerilerinin incelenmesi* (Yayın no. 480002), [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi], Kastamonu Üniversitesi.
- Karakaya, İ. (2014). Bilimsel araştırma yöntemleri. A. Tanrıöğen (Düz.), *Bilimsel araştırma yöntemleri* içinde (ss. 57-83). Anı Yayıncılık.
- Kavuncu, T. (2019). *Beşinci sınıf öğrencilerinin kesir modellerine uygun problem kurma ve çözme becerilerinin incelenmesi* (Yayın no. 546441), [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi], Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.
- Kim, A. (2009). *The development of four fifth grade students' understanding and skill representing fractions as quotients* (Yayın No. 3391786) [Yayımlanmamış doktora tezi], Arizona State University.
- Kurt, G. ve Çakıroğlu, E. (2009). Middle grade students' performances in translating among representations of fractions: A Turkish perspective. *Learning and Individual Differences*, 19(4), 404-410. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.02.005>
- Lamon, S. J. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (3. bs.). Routledge.
- Lesh, R. (1979). Mathematical learning disabilities: Considerations for identification, diagnosis, remediation. R. Lesh, D. Mierkiewicz ve M. Kantowski (Düz.), *Applied mathematical problem solving* içinde (ss. 111-180). ERIC/SMEAC.
- Lortie-Forgues, H., Tian, J. ve Siegler, R. S. (2015). Why is learning fraction and decimal arithmetic so difficult? *Development Review*, 38, 201-221. <https://doi.org/10.1016/j.dr.2015.07.008>
- MacDonald, A. (2013). Using children's representations to investigate meaning-making in mathematics. *Australasian Journal of Early Childhood*, 38(2), 65-73. <https://doi.org/10.1177/183693911393800209>
- Macit, E. (2019). *6. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki imajlarının kavram yanlışları ve başarıları ile ilişkisinin incelenmesi* (Yayın no. 610998), [Yayımlanmamış doktora tezi], İnönü Üniversitesi.
- Martinie, S. L. ve Bay-Williams, J. M. (2003). Take time for action: Investigating students' conceptual understanding of decimal fractions using multiple representations. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8(5), 244-247. <https://doi.org/10.5951/MTMS.8.5.0244>
- McMillan, J. ve Schumacher, S. (2014). *Research in education: Evidence-based inquiry* (7. bs.). Pearson Education.
- McNulty, C., Editor, T. P. ve Morge, S. P. (2011). Family connections: Helping children understand fraction concepts using various contexts and interpretations. *Childhood Education*, 87(4), 282-284. <https://doi.org/10.1080/00094056.2011.10523193>
- Miles, M. B. ve Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2. b.s.). Sage Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara.

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- National Mathematics Advisory Panel (NMAP). (2008). *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel*. U.S. Department of Education.
- Newstead, K. ve Murray, H. (1998). Young students' constructions of fractions. A. Oliver ve K. Newstead (Düz.), *Proceedings of the 22nd International Conference for the Psychology of Mathematics Education: Vol 3*. içinde (ss. 295-302). SU.
- OECD. (2019). *PISA 2018 assessment and analytical framework*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>
- Olkun, S. ve Toluk-Uçar, Z. (2014). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi* (6. b.s.). Eğiten Kitap.
- Osmanoğlu, A. ve Özgeldi, M. (2018). Sınıf öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik kavramsal anlamalarının incelenmesi. *İlköğretim Online*, 17(4), 1812-1829. <https://doi.org/10.17051/ilkonline.2019.506846>
- Pape, S. J. ve Tchoshanov, M. A. (2001). The role of representation(s) in developing mathematical understanding. *Theory Into Practice*, 40(2), 118-127. [https://doi.org/10.1207/s15430421tip4002\\_6](https://doi.org/10.1207/s15430421tip4002_6)
- Reys, R., Lindquist, M., Lambdin, D. V. ve Smith, N. L. (2009). *Helping children learn mathematics* (9 b.s.). John Wiley & Sons.
- Sanchez, W. B. (2013). Open-ended questions and the process standards. *The Mathematics Teacher*, 107(3), 206-211. <https://doi.org/10.5951/mathteacher.107.3.0206>
- Sarı, M. H. (2020). Matematiksel bilginin farklı temsilleri. Toptaş V., Olkun S., Çekirdekçi S. ve Sarı M. H. (Düz.), *İlkokulda matematik öğretimi* içinde (ss. 17-44). Pegem Akademi Yayınları.
- Saxe, G. B., Taylor, E. V., McIntosh, C. ve Gearhart, M. (2005). Representing fractions with standard notation: A developmental analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(2), 137-157. <https://doi.org/10.2307/30034828>
- Sezer, E. (2012). *Matematik öğretimi dersi kapsamında kullanılan yazma etkinliklerinin sınıf öğretmeni adaylarının kesirler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerine etkisinin incelenmesi* (Yayın no. 314968), [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi], Hacettepe Üniversitesi.
- Siebert, D. ve Gaskin, N. (2006). Creating, naming, and justifying fractions. *Teaching Children Mathematics*, 12(8), 394-400. <https://doi.org/10.2307/41198803>
- Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., Susperreguy, M. ve Chen, M. (2012). Early predictors of high school mathematics achievement. *Psychological Science*, 23(7), 691-697. <https://doi.org/10.1177/0956797612440101>
- Siegler, R. S., Thompson, C. A. ve Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive Psychology*, 62(4), 273-296. <https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2011.03.001>
- Smith, J. P. (2002). The development of students' knowledge of fractions and ratios. B. Litwiller ve G. Bright (Düz.), *Making sense of fractions, ratios and proportions: 2002 yearbook* içinde (ss. 3-17). National Council of Teachers of Mathematics.



- Şahin, E. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin kesirler konusunda temsiller arası geçişleri* (Yayın no. 549213), [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi], Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi.
- Şen, C. (2021). Assessment of a middle-school mathematics teacher's knowledge for teaching the 5th-grade subject of fractions. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 12(1), 96-138.
- Tabak, H., Ahi, B., Bozdemir, H. ve Sarı, M. H. (2010). İlköğretim 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde kesirleri modelleme becerileri. *Education Sciences*, 5(4), 1513-1522.
- Tarkan-Yurtsever, N. (2012). *A study on fifth grade students' mistakes, difficulties, and misconceptions regarding basic fractional concepts and operations* (Yayın no. 321086), [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi], Orta Doğu Teknik Üniversitesi.
- Toptaş, V., Han, B. ve Akın, Y. (2017). Sınıf öğretmenlerinin kesirlerin farklı anlam ve modelleri konusunda görüşlerinin incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33, 49-67.
- Torbeyns, J., Schneider, M., Xin, Z. ve Siegler, R. S. (2015). Bridging the gap: Fraction understanding is central to mathematics achievement in students from three different continents. *Learning and Instruction*, 37, 5-13. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2014.03.002>
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. ve Bay-Williams, J. M. (2019). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim*. (Çev. Durmuş, S.). Nobel Akademik Yayıncılık.
- Vergnaud, G. (1987). Conclusions. C. Janvier (Düz.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* içinde (ss. 227-232). Lawrence Erlbaum Associates.
- Vergnaud, G. (1998). A comprehensive theory of representation for mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 167-181. [https://doi.org/10.1016/S0364-0213\(99\)80057-3](https://doi.org/10.1016/S0364-0213(99)80057-3)
- Watanabe, T. (2002). Representations in teaching and learning fractions. *Teaching Children Mathematics*, 8(8), 457-463. <https://doi.org/10.5951/TCM.8.8.0457>
- Webel, C. ve DeLeeuw, W. W. (2016). Meaning for fraction multiplication: Thematic analysis of mathematical talk in three fifth grade classes. *The Journal of Mathematical Behavior*, 41, 123-140. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.12.003>
- Yakar, G. (2019). *Ortaokul kaynaştırma öğrencilerinin temel kesir kavramlarını kesir modelleri ile öğrenme sürecinin incelenmesi* (Yayın no. 590765) [Yüksek lisans tezi, Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi]. ULAKBİM Tez Merkezi.
- Yenilmez, K. ve Ev-Çimen, E. (2019). Kesirler ve öğretimi. A. Kaçar (Düz.), *İlkokulda matematik öğretimi* içinde (ss. 168-235). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11. b.s). Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz-Baba, G. (2016). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin çoklu temsilleri kullanarak kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini öğretme yaklaşımlarının incelenmesi* (Yayın no. 463349), [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi], Dokuz Eylül Üniversitesi.

## **EXTENDED ABSTRACT**

### **Introduction**

From the past to the present, the concept of representation has come to play a significant role in mathematics education. Representation, which includes the relationship between two structures (Goldin, 2002), is critical in learning and teaching mathematics (Vergnaud, 1987). There are various theories about the concept of representation (Dehaene, 1992; Goldin, 1998; Janvier, 1987; Kaput, 1991; Lesh, 1979) which is found in every field of mathematics (Janvier et al., 1993) and is a way of showing students' thoughts about mathematics (Fennell & Rowan, 2001).

Raymond Duval's Semiotic Representations, one of these theories of representation, served as the foundation for this study's theoretical framework. Duval draws attention to the fact that observable representation systems are more critical for cognitive understanding (Duval, 1993, as cited in Delice & Sevimli, 2016), and states that a representation can present an object in three different ways: visually, symbolically, and verbally (Duval, 2008).

Mathematics is the most complex field of symbol use and the most comprehensive field with the different types of symbols it contains (Duval, 2008). The fraction is one of the symbols that causes problems in this area. Additionally, studies show that competence with fractions is a predictor of mathematical success (Bailey et al., 2012; Siegler et al., 2012; Siegler et al., 2011). It is crucial to understand the concepts of fractions given the connection between the fractions topic and other mathematics topics as well as the impact of fractions on mathematical achievement. Fraction representations are one of the concepts related to fractions. Representation, which is important in the teaching and learning process of fractions (Watanabe, 2002), should also be used to evaluate how students understand concepts (Martinie & Bay-Williams, 2003).

In this context, it is believed that figuring out the representations fourth-grade students in primary schools use for fraction types and unit fraction concepts will help with the teaching of fractions because it will reveal how they think about these concepts. Therefore, the aim of the research is to determine the representations of primary school fourth-grade students for types of fractions and unit fractions. In line with the purpose of the research, the problem statement is as follows: 'What are the representations of primary school fourth-grade students used for the types of fractions and unit fraction?'

### **Method**

This study is a descriptive study using the survey model that aims to examine the representations used by primary school fourth-grade students toward the types of fractions and unit fraction. The sample of the study consisted of 249 primary school fourth-grade students studying in two public schools affiliated with the Ministry of National Education in Çankaya and Etimesgut districts of Ankara province in the 2019-2020 academic year. Purposive sampling, one of the non-random sampling methods, was used to select the sample of the study. A questionnaire form (Fraction Representations Form) consisting of open-ended questions was prepared to determine the representations of primary school fourth-grade students about types of fractions and unit fraction. In the first stage, the data of the study were analyzed by descriptive analysis using the themes of verbal, symbolic, and visual representation in Duval's (2008) conceptual framework of Semiotic Representation. In the next stage of the analysis, content analysis was applied to the data summarized under the themes of verbal, symbolic, and visual representation.

### **Discussion and Conclusion**

The findings of the study revealed that students mostly preferred visual, symbolic and verbal representations in representing the types of fractions and unit fraction, respectively. The students' tendency towards visual representations to represent these fraction concepts can be

explained by the abstract structure of the fraction and the representations frequently used in the teaching process depending on the abstract structure of the fraction. Fractions are one of the first abstract concepts that students encounter in mathematics (Lortie-Forgues et al., 2015) and visualization/concretization of fractions is largely done with models (Gözel, 2020).

The study's results showed that when students represented types of fractions and unit fractions visually, they primarily used fraction models. Among these fraction models, students mostly used the area/region model, but rarely used the number line and set models. Students mostly preferred the rectangular geometric shape in the area/region model.

The students' representations of types of fractions and unit fraction are generally accurate. However, it was revealed that a considerable number of students confused symbolic representations. Fraction symbols highly complex rules that often mislead students. Time spent helping students develop a strong understanding of what the numerator and denominator of a fraction mean is highly valuable (Van de Walle et al., 2019).

It was revealed that students generally used the formal fraction definitions in primary school mathematics textbooks in their verbal representations. A similar situation was observed in Aktaş's (2019) study on the definition of concept of fraction with middle school students and revealed that students did not fully know the formal definition of the concept of fraction.

### **Recommendations**

Based on the results of this study, some suggestions can be offered to researchers and practitioners:

The most frequently used visual representation for types of fractions and unit fraction by primary school fourth-grade students was the area/region model. Since this situation will lead students to perceive fractions only part-whole model, it is recommended that primary school teachers should frequently use other fraction model in fraction teaching in order to fully form the fraction concept in students. The visual representations of fractions in primary school mathematics textbooks should be diversified and increased to include other meanings of fractions. Qualitative studies on types of fractions and unit fraction should be conducted at different grades and samples.