

Radial Change Of Rotors With Active Balancing Rings

Davut Erdem ŞAHİN^{a*}, İbrahim UZMAY^b

^aBozok University, Fen Bilimleri Enstitüsü, 66200, Yozgat, TURKEY

^bErciyes Üniversitesi, Faculty of Engineering, Department of Mechanical Engineering, 38039, Kayseri, TURKEY

Abstract: The common reason of the unbalanced machines is nonhomogeneous distribution of rotor mass along radial direction. The unbalanced mass is company with the rotor and they rotate together. The unbalance occurring on the rotor becomes more problem when its source continuously changes. Unbalanced mass which changes actively, produces the motive of active balancing. In machines operating in high speed such as CD –ROM, DVD, HDD and washing machines, the unbalanced mass changes at any time; therefore, active balancing is more convenient in these machines. In this study circular balancing was as an alternative to the ball type balancing studied. As a balancer Active Balancing Ring (ABR) was used. After modelling the system, motion equations were governed Lagrange equations. After the equations were linearized an analytical solution was obtained.

Keywords: Active Balancing, Ball Balancer, Rotor Dynamics.

Halkalı Aktif Dengeleyicili Rotorlarda Radyal Değişim

Özet: Makinelerde yaygın olarak dengesizliğin sebebi, rotor kütlelerinin radyal yöndeki homojen olmayan dağılımıdır. Dengesizlik kütlesi rotorla beraberdir ve birlikte döner. Rotor üzerinde meydana gelen dengesizliğin kaynağı sürekli değiştiğinde, dengelenmesi daha zor olan bir durum oluşturacaktır. Aktif olarak değişen dengesizlik kütlesi, aktif dengeleme gereğini ortaya çıkarmıştır. CDROM, DVD, HDD ve çamaşır makineleri gibi yüksek hızlarda dönme hızıyla işlem yapan makinelerde, dengesizlik kütlesi her an değişebileceğinden bu tip cihazlarda aktif dengeleme daha çok kullanışlıdır. Bu çalışmada özellikle son on yılda kullanımı yaygınlaşan bilyeli dengelemeye alternatif olarak geliştirilen halkalı dengeleme konusu incelenmiştir. Dengeleyici olarak Aktif Dengeleyici Halka (ADH) kullanılmıştır. Sistem modellendikten sonra Lagrange denklemleriyle hareket denklemleri çıkarılmıştır. Denklemler lineerleştirildikten sonra analitik çözüm elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Aktif Dengelenme, Bilyeli Dengeleme, Rotor Dinamiği.

Reference to this paper should be made as follows (bu makaleye aşağıdaki şekilde atıfta bulunulmalı):

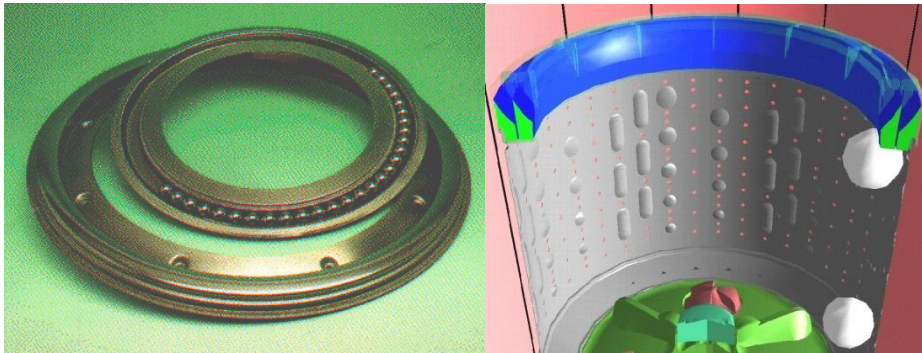
D.E. Şahin, İ. Uzman, ‘**Radial Change of Rotors with Active Balancing Rings**’, Elec Lett Sci Eng , vol. 5(2) , (2009), 1-8

* Corresponding author; Tel.: +(90) 532 563 27 31 , E-mail: davut.sahin@bozok.edu.tr

1 Giriş

Rotorun kütesinin radyal yöndeki homojen olmayan dağılımı makinelerde yaygın olarak dengesizliğin sebebidir. Tasarıma dayalı olarak kütle dağılımındaki düzensizlikler ve imalat hataları dengesizliğe sebep olur. Makine çalışırken meydana gelen aşınma, kopmalar, sıcaklık değişiminden kaynaklanan sebepler de dengesizliğe neden olabilir. Dengesiz bir durumda, rotorun kütle merkezi rotor eksenine çakışık değildir. Dengesizlik kütlesi, rotorla beraberdir ve birlikte döner. Bunun sonucunda dengesizlik kuvvetinin ve rotorun frekansı aynıdır. Sabit dönme hızında dengesizlik kütlesine karşın, rotor eliptik bir yörünge üzerinde eğilme titreşimi şeklinde cevap verir. Eğer sistem lineer değilse titreşim daha yüksek dereceden harmonik titreşimlere dönüşür [1].

Bu konuda yapılan çalışmalar incelendiğinde, Chung ve Ro [2], dönen mekanizmalarda değişken olan dengesizliği yok etmek için dinamik dengeleyici bir araç geliştirmişlerdir. Bu araç CD-ROM, DVD sürücülerinde ve çamaşır makineleri gibi pek çok alanda kullanılmıştır. Şekil 1’de iki uygulama alanı gösterilmiştir. Chung ve Ro [2], yaptıkları çalışmada aktif dinamik dengeleyicinin dinamik davranışı ve denge analizlerini yapmışlardır. Chung ve Jang [3], Jeffcott rotor modelini aktif dengeleyici ile birlikte sistemi daha tanınmış yapmak için polar koordinatlarda inceleyerek lineer olmayan hareket denklemlerini farklı düzlemlerde çıkarmışlardır. Bu denklemleri kullanarak sistemin denge konumlarını tespit etmişlerdir. Sistemin tasarım sınırlarını belirlemişlerdir. Chung ve Oh [4], esnek bir diskin lineer olmayan hareket denklemlerini çıkarmış, üç boyuttaki yer değişimlerini incelemişlerdir. Sistemi sayısal olarak çözümlenip, dinamik davranışlarını incelemişlerdir. Bonello, Brennan ve Holmes [5], geliştirdikleri lineer olmayan rotor sistemi üzerinde çok hızlı çözüm teknikleri geliştirmişlerdir. Son yıllarda Lee ve Van Moorhem [6] teorik ve deneysel çalışmalar yapmışlardır.



Şekil 1. Bilyalı tip aktif dengeleyici kullanılan iki farklı örnek [7].

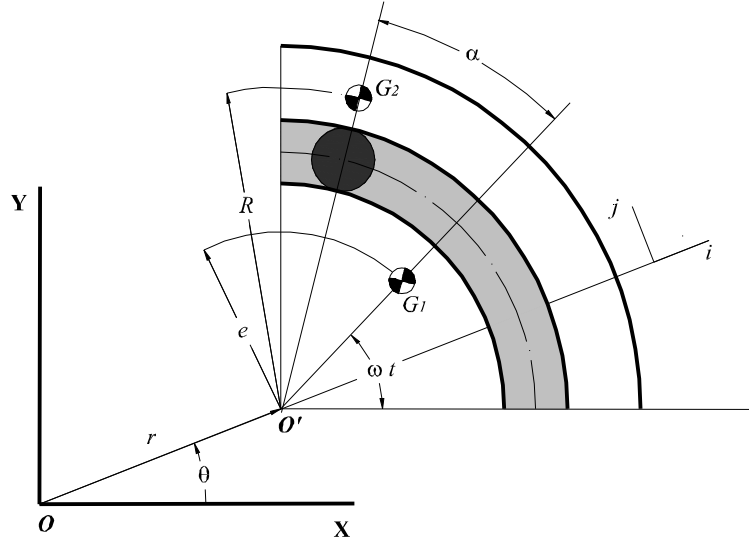
Bu aktif dengeleyicilerin pek çok alanda kullanılabilmesine karşın onlar hakkında çok az çalışma yapılmıştır. Aktif dinamik dengeleyici önceleri teorik incelenmiş, ancak sistemin neden çalıştığı tam olarak açıklanamamıştır. Zaman zaman bu dengeleyicilerin gereksinimleri sunulmuş fakat iddialar açıkça ortaya konamamıştır. Dengesiz atalet kuvvetlerini dengelemek için dairesel yatak içerisindeki iki toptan ibaret olan rijit rotor dengeleyicilerinden ilk kez 1930’larda bahsedilmiştir. O günden bu güne ilave aletlerle otomatik rijit rotor dengeleyicileri tutku haline gelmiştir. Son zamanlarda otomatik dengeleyiciye olan ilgi ve konu ile ilgili yayınlar kayda değer oranda artmıştır.

Dengesizliğin olduğu tüm sistemlerde bir dengeleme metodu geliştirilmiştir. Statik, dinamik ve aktif dengeleme bu yöntemlerin temelini oluşturur. Uygulamada farklılık gösteren bu yöntemlerin ortak amacı, kendilerini doğuran sebepleri yok etmektir. Yani statik, dinamik ve aktif dengesizlikleri yok etmektir. Statik ve dinamik dengesizliklerin giderilmesi gelişen bilgisayar teknolojileriyle daha da hız kazanmıştır. Bir otomobil tekerindeki dengesizlik problemi günümüzde 2 dk içinde çözülebilmektedir. Bilgisayar kullanılarak yapılan bu çözümde; denge kütesinin tam olarak ne kadar ve nereye ekleneceği tespit edilmektedir.

Dengesizlik aktif olduğunda ise yani, dengesizliği meydana getiren yüklerin sürekli değişmesi durumunda aktif dengeleme gerekir. Günümüze kadar, kendilerinden söz ettiren “sarkaç”, “bilyeli” ve “bilgisayar destekli” aktif dengeleme yöntemleri en bilinen olanlarıdır.

2 Matematiksel Model

Şekil 2’de aktif dengeleyici halkayla (ADH) beraber iki tarafından dengelenmiş bir rotor görülmektedir. G_1 rotorun kütle merkezini, G_2 ise halkanın kütle merkezini gösterir. Rotorun kütle merkezindeki kaçıklık, geometrik merkezinden e kadar mesafede iken, ADH’nin kütle merkezinin O' ne göre mesafesi ise R dir. Rotorun geometrik merkezi ve halkanın geometrik merkeziyle kütle merkezini birleştiren doğru O' noktasında kesişmiştir. Rotor kendi eksenini etrafında ω açısal hızıyla dönerken O' , O etrafında r mesafede ve θ açısal konumundadır. Halka serbestçe dönebilir. ADH ve rotor arasında, şaseye sabitlenmiş ve kendi eksenleri etrafında serbest hareket edebilen bilyeler yerleştirilmiştir. Bu bilyeler rotorun hareketini dengeleyici halkaya iletir. Bunun sonucu olarak rotor bir yönde dönerken, dengeleyici halka zıt yönde döner. Bu zıt yönlü hareketler beraberinde zıt yönlü açısal momentumlar getirir. Halkanın ve rotorun açısal momentumları zıt yönlüdür.



Şekil 2. Sistemin matematiksel modeli[8].

Doğrusal olmayan hareket denklemleri aşağıdaki Lagrange denklemiyle bulunur:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial R_i}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad (1)$$

Burada T kinetik enerji, V potansiyel enerji olup R_i ise Rayleigh fonsiyonunu gösterir. q_i 'ler ise genelleştirilmiş koordinatlardır. Burada genelleştirilmiş koordinatlar r , R , θ ve α 'dır. Dolayısıyla üç bağımsız denklem elde edilecektir. Denklemler polar koordinatlarda çıkarılmıştır. Bilyelerin kendi eksenleri etrafında dönmesi ve sürtünmeleri ihmal edilmiştir. Saat tersi yönünde $\omega t - \theta$ kadar dönmüş XY eksen takımına göre halkanın ve rotorun ağırlık merkezlerinin bileşenleri aşağıda belirtilmiştir.

$$r_{G_1} = [r + e \cos(\omega t - \theta)]i + e \sin(\omega t - \theta)j \quad (2)$$

$$r_{G_2} = [r + R \cos(\alpha + \omega t - \theta)]i + R \sin(\alpha + \omega t - \theta)j \quad (3)$$

ADH ve diske ait toplam kinetik enerji;

$$T = \frac{1}{2} I_{G_1} \omega^2 + \frac{1}{2} M_1 r_{G_1}' \cdot r_{G_1}' + \frac{1}{2} I_{G_2} (\alpha + \omega t)^2 + \frac{1}{2} M_2 r_{G_2}' \cdot r_{G_2}' \quad (4)$$

şeklindedir. Burada disk ve ADH'nin atalet momentleri G_1 ve G_2 'ye göre I_{G_1} ve I_{G_2} iken, kütleleri M_1 ve M_2 'dir.

(2) ve (3) denklemleri, (4)'de yerine yazılırsa;

$$T = \frac{1}{2}(I_{G_1} + e^2 M_1)\omega^2 + \frac{1}{2}I_{G_2}(\alpha + \omega t)^2 + \frac{1}{2}M_2((\dot{r} - R\sin(\omega t + \alpha - \theta)(\omega + \dot{\alpha} - \dot{\theta}))^2 + R^2 \sin(\omega t + \alpha - \theta)(\omega + \dot{\alpha} - \dot{\theta})^2) + \frac{1}{2}M_1(e^2 \cos(\omega t - \theta)^2(\omega - \dot{\theta})^2 + (\dot{r} + e\sin(\omega t - \theta)(-\omega + \dot{\theta}))^2) \quad (5)$$

elde edilir. Potansiyel enerji ise;

$$V = \frac{1}{2}kr^2 \quad (6)$$

biçimindedir. Burada k , sistemin eşdeğer rijitlik katsayısıdır. Rayleigh fonsiyonu ise:

$$R = \frac{1}{2}b(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}D\dot{\alpha}^2 \quad (7)$$

Burada b sistemin eşdeğer sönüm sabiti ve D ise viskoz sürtünme katsayısıdır. (5) ve (6) denklemleri, (1)'de yerlerine yazıldığında, lineer olmayan hareket denklemleri elde edilir:

$$(M_1 + M_2)(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) - M_2R\ddot{\alpha} \sin(\alpha + \omega t - \theta) + (\dot{\alpha} + \omega)^2 \cos(\alpha + \omega t - \theta) - M_1e\omega^2 \cos(\omega t - \theta) + kr + b\dot{r} = 0 \quad (8)$$

$$(M_1 + M_2)(r\ddot{\theta} - 2\dot{r}\dot{\theta}) + M_2R\ddot{\alpha} \cos(\alpha + \omega t - \theta) - (\dot{\alpha} + \omega)^2 \sin(\alpha + \omega t - \theta) - M_1e\omega^2 \sin(\omega t - \theta) + br\dot{\theta} = 0 \quad (9)$$

$$M_2R\ddot{\alpha} + D\dot{\alpha} - M_2R(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\sin(\alpha + \omega t - \theta) + M_2R(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\cos(\alpha + \omega t - \theta) = 0 \quad (10)$$

Denklemler (8-10) lineerleştirildikten sonra elde edilen ortak çözümden, rotorun radyal yer değiştirmesi aşağıdaki denklemde verildiği gibidir.

$$r_0 = \frac{\pm M_2R\omega^2[k - M\omega^2] \pm \sqrt{[k - M\omega^2]^2 + [1 + (\pm M_2R/M_1e)^2]b^2\omega^2}}{[k - M\omega^2]^2 + b^2\omega^2} \quad (11)$$

3 Sonuçlar

Lagrange denklemlerinde yararlanılarak elde edilen ADH ilişkin hareket denklemleri (8), (9) ve (10) denklemleriyle verilmiştir. Bu denklemler lineerleştirildikten sonra denge konumunda elde edilen ve Eşitlik (11) verilen rotorun radyal değişimi denge anında analitik olarak çözülmüştür.

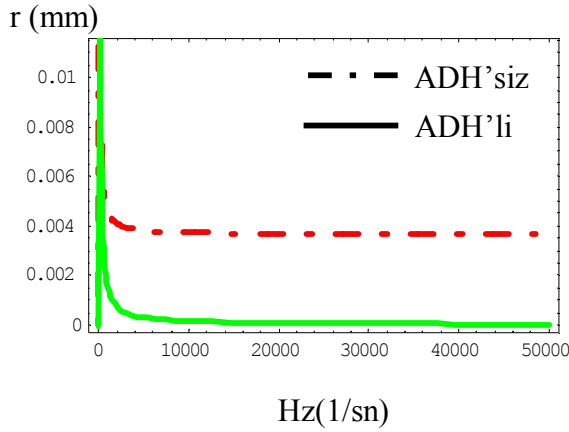
Farklı ADH yüklerinde rotorun radyal değişimi analizi amacıyla kullanılan sistem parametreleri Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1.

Analitik çözüm için kullanılan ortak bilgiler

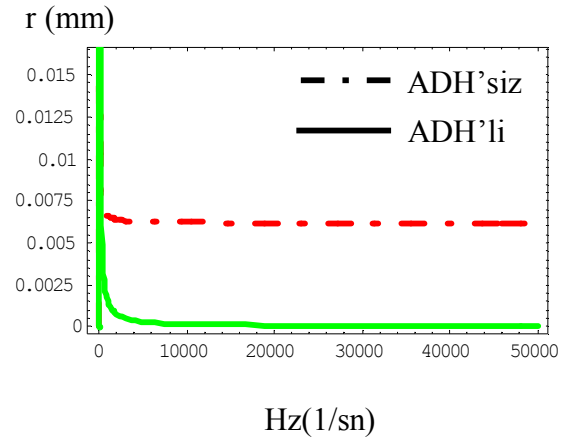
R (m)	m_1 (kg)	e (m)	b (Nms ²)	k (N/m)
0.04	1	0.041	300	125

Tablo 1’deki değerler dikkate alınarak, aktif dengeli halka kullanarak ve aktif dengeleyici kullanmadan rotorun radyal yöndeki değişimi, açısal hıza bağlı olarak grafikler halinde Şekil 3’de gösterilmiştir.



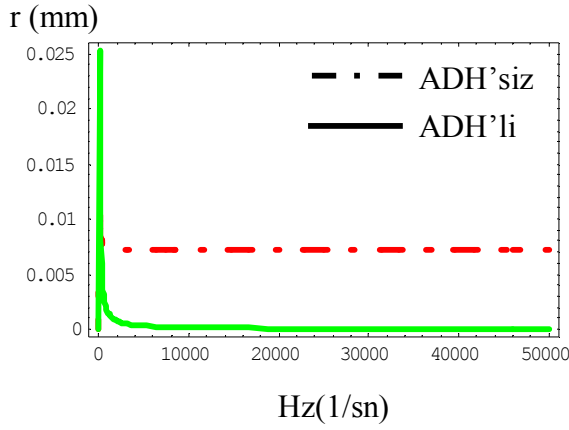
$m_2=0.2$ kg değeri için radyal değişim.

(a)



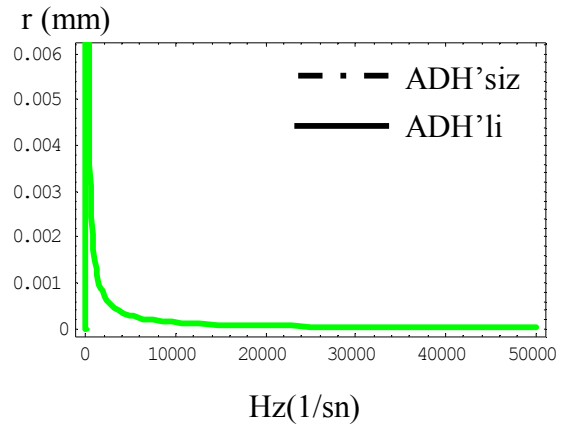
$m_2=0.4$ kg değeri için radyal değişim.

(b)



$m_2=0.5$ kg değeri için radyal değişim.

(c)



$m_2=1$ kg değeri için radyal değişim.

(d)

Şekil 3. Farklı ADH yüklerinde rotorun radyal değişimi [8].

Bu çalışmada aktif dinamik dengeleyici olarak halka kullanılarak, sistem modellenip lineer olmayan hareket denklemleri polar koordinatlarda çıkarılmıştır. Bu denklemler, analitik çözüm için lineerleştirilerek uygun hale getirilip, analitik çözümler dengede durumunda elde edilmiştir. Şekil 3'de farklı ADH yüklerindeki rotor merkezinin radyal değişimi gösterilmiştir. Yük arttıkça genliğin giderek büyüdüğü görülmüştür.

ADH'lerde kullanılan bilyeli yataktaki bilyelerin yüzey pürüzlülüğüne, boyutlarına ve yataktaki bilezikler arası boşluğa dikkat edilmemiştir. ADH, tek noktadan şaseye desteklenmiştir. Bu sayede dıştaki halka, rotorun aksine zıt yönlü bir açılma momentumu oluşturmuştur.

Sonraki çalışmalarda tasarım parametreleri üzerinde durularak ampirik ifadeler elde edilebilir. Bunlar deneysel çalışmalarla desteklenerek sisteme yapılan bozucu girişler karşısında ADH'lerin nasıl cevap verecekleri araştırma geliştirilebilir.

Referanslar

1. Adams, M. L., Rotating Machinery Vibration, Marcel Dekker, Ohio, s. 5, 2000.
2. Chung, J., Ro, D. S., Dynamic Analysis of an Automatic Dynamic Balancer for Rotating Mechanisms, Journal of Sound and Vibration, 228, 1035–1056, 1999.
3. Chung, J., Jang, I., Dynamic Response and Stability Analysis of an Automatic Ball Balancer for a Flexible Rotor, Journal of Sound and Vibration, 259, 31–43, 2003.
4. Chung, J., Oh, J.E., You, H.H., Non-Linear Vibration of a Flexible Spinning Disc with Angular Acceleration, Journal of Sound and Vibration, 231, 375-391, 2000.
5. Bonello, P., Brennan, M. J., Holmes, R., Non-Linear Modelling of Rotor Dynamic Systems with Squeeze Film Dampers—An Efficient Integrated Approach, Journal of Sound and Vibration, 249, 743-773, 2002.
6. Lee, J., Van Moorhem, W. K., Analytical and Experimental Analysis of a Self Compensating Dynamic Balancer in a Rotating Mechanism, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 118, 468,475, 1996.
7. Dong, W. K., Kwon, O. H., Jeon, S. M., Dynamic Analysis and Design of the Ball Balancer of a DVD System Considering Frictional Contact, LG Electronics Inc., Home Appliance Laboratory, 327-23, 153-023, Korea, 1999.
8. Şahin, D.E., Uzmay İ., Active Balancing of Flexible Rotors, Phd. Thesis, Kayseri, 2008.