Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University 40:2 (2025) 1183-1195



Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi Journal of The Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University

Elektronik / Online ISSN: 1304 - 4915 Basılı / Printed ISSN: 1300 - 1884

A memristor-based Liénard Oscillator design

Kübra Çakır¹*¹, Reşat Mutlu², Ertuğrul Karakulak³

¹Department of Electrical and Electronics Engineering, Faculty of Engineering, Çanakkale Onsekiz Mart University, 17100, Çanakkale, Türkiye
²Department of Electrical and Electronics Engineering, Çorlu Faculty of Engineering, Tekirdağ Namık Kemal University, 59860, Çorlu, Tekirdağ, Türkiye
³Department of Electronics and Automation, Vocational School of Technical Sciences, Tekirdağ Namık Kemal University, 59000, Süleymanpasa, Tekirdağ, Türkiye

Highlights:

Graphical/Tabular Abstract

- Carbon based memristor application
- A new Liénard Oscillator design
- Analysis of memristorbased Liénard Oscillator design

Keywords:

Memristor

- Liénard Oscillator
- Circuit Theory
- Oscillators

Article Info:

Research Article Received: 29.03.2023 Accepted: 07.10.2024

DOI:

10.17341/gazimmfd.1273399

Acknowledgement:

The memristors used in this study were funded by Tekirdağ Namık Kemal University Scientific Research Projects Coordination Unit (Project number: NKUBAP.42.GA.19.206). The authors would like to thank Tekirdağ Namık Kemal University Scientific Research Projects Coordination Unit for this.

Correspondence:

Author: Kübra Çakır e-mail: kubra.cakir@comu.edu.tr phone: +90 543 641 7546 The aim of this study is to introduce a new Liénard Oscillator type to the literature by using two Carbon Knowm memristors connected in antiparallel as a nonlinear circuit element. It is quite difficult to find the exact solution of Liénard Oscillators in the literature. In this study, equations showing that this oscillator is a Liénard oscillator-like oscillator are also derived. The carbon memristor-based Lienard oscillator simulation result given in Figure A confirms the Lienard oscillator-like behavior of the proposed circuit.



Figure A. Output signal of the memristor based Lienard Oscillator circuit obtained with L Tspice simulation

Purpose:

The purpose of this work is to present a new type of Liénard Oscillator to the literature by using two Carbonbased Knowm memristors.

Theory and Methods:

In the study, first the proposed circuit is introduced, the equations of the oscillator are given, it is emphasized that the equivalent memristor memristor of the oscillator should be a double function and it is proven, the circuit is built on the protoboard and examined experimentally. Simulations of the circuit are performed with the LTspice circuit simulator. In the Liénard Oscillator proposed in this study, Karbon Knowm memristors connected to the protection resistor are connected in reverse parallel.

Results:

With the experiments, it was shown that a Liénard oscillator can be made using Carbon-based Knowm memristors and its performance was examined. In addition, LTspice simulator simulations of the proposed memristor-based Lienard oscillator were performed and the results were given. The results support the Lienard oscillator-like behavior of the proposed circuit.

Conclusion:

The experiences gained in this study can be used in the construction of different memristor-based oscillators and circuits. The double memristor usage method given in this circuit can also be tried with memristors made of other materials and new types of Liénard Oscillators can be made.

Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University 40:2 (2025) 1183-1195



Elektronik / Online ISSN: 1304 - 4915 Basili / Printed ISSN: 1300 - 1884

Memristör tabanlı bir Liénard Osilatörü tasarımı

Fakültesi Dergisi

Kübra Çakır¹*¹, Reşat Mutlu², Ertuğrul Karakulak³

¹Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, 17100, Çanakkale, Türkiye ²Tekirdağ Namık Kemal Üniversitesi, Çorlu Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, 59860, Çorlu, Tekirdağ, Türkiye ³Tekirdağ Namık Kemal Üniversitesi, Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu, Elektronik ve Otomasyon Bölümü, 59000, Süleymanpaşa, Tekirdağ, Türkiye

ÖNEÇIKANLAR

- Karbon tabanlı memristör uygulaması
- Yeni bir Liénard Osilatör tasarımı
- Memristör bazlı Liénard Osilatör tasarımının analizi

| Makale Bilgileri | ÖZ |
|---------------------------|---|
| Araştırma Makalesi | Yeni devre elemanı memristör sensör yapımında, hücresel sinir ağları, kaotik sistemler, programlanabilir |
| Geliş: 29.03.2023 | analog devreler, kalıcı bellek cihazları gibi devre uygulamalarında kullanılabilmektedir. 1928'de salınımlı |
| Kabul: 07.10.2024 | devrelerin modellenmesi için Alfred-Marie Liénard tarafından Liénard denklemleri önerilmiştir. İlk Liénard |
| | Osilatörü yapıldığında yarı iletken teknolojisi mevcut değildi ancak günümüzde çeşitli yarı iletken devre |
| DOI: | elemanları yeni tür Liénard Osilatörlerinin yapımında kullanılmaktadır. Günümüzde Knowm firmasının |
| 10.17341/gazimmfd.1273399 | ürettiği ve piyasada satılan Karbon tabanlı memristörler mevcuttur. Yapılan literatür çalışmasına göre, henüz |
| e | yapılmış Karbon Knowm memristör tabanlı bir Liénard Osilatörü bulunmamaktadır. Bu çalışmanın amacı |
| Anahtar Kelimeler: | iki adet Karbon tabanlı Knowm memristör kullanarak literatüre yeni bir Liénard Osilatör çeşidi |
| Memristör, | kazandırmaktır. Bu çalışmada önce memristör tabanlı bir Liénard Osilatörü devre topolojisi önerilmiş, |
| liénard osilatörü, | devreyi tanımlayan denklemler verilmiş, ardından Karbon tabanlı bir memristör entegresi kullanılarak devre |
| devre teorisi. | kurulmuş ve kurulan osilatör üzerinde gerçekleştirilen deneyler sayesinde literatürde bir ilk olarak iki tane |
| osilatörler | ters-paralel bağlı Karbon Knowm memristör kullanarak bir Liénard Osilatörü yapılabileceği gösterilmiştir. |

A memristor-based Liénard Oscillator design

HIGHLIGHTS

Article Info

DOI:

Keywords:

Memristor,

ciruit theory,

oscillators

liénard oscillator,

Research Article

- Carbon based memristor application
- A new Liénard Oscillator design
- Analysis of memristor-based Liénard Oscillator design ٠

ABSTRACT

The new circuit element memristor can be used in the construction of sensors and in circuit applications such as cellular neural networks, chaotic systems, programmable analog circuits, and non-volatile memory Received: 29.03.2023 devices. Liénard equations was proposed by Alfred-Marie Liénard in 1928 for modeling oscillating circuits. Accepted: 07.10.2024 Semiconductor technology was not available when the first Liénard Oscillator was made, but, today, various semiconductor circuit elements are used in the construction of new types of Liénard oscillators. Nowadays, there are Carbon-based memristors sold on the market produced by Knowm company. According to the 10.17341/gazimmfd.1273399 literature review done, there is not any Carbon Knowm memristor-based Liénard oscillators made yet. The purpose of this work is to present a new type of Liénard Oscillator to the literature by using two Carbonbased Knowm memristors. In this study, first, a memristor-based Liénard Oscillator circuit topology was proposed, the equations describing the circuit is given, then the circuit was built using a Carbon-based memristor integrated circuit, and the experiments were performed on the assembled oscillator to show that a Liénard oscillator can be made using two anti-parallel Carbon-based Knowm memristors for the first time in the literature.

^{*}Sorumlu Yazar/Yazarlar / Corresponding Author/Authors : *kubra.cakir@comu.edu.tr, ekarakulak@nku.edu.tr, rmutlu@nku.edu.tr / Tel: +90 543 641 7546

1. Giriş (Introduction)

Yaklaşık yarım asır önceye kadar sadece direnç, kondansatör, endüktör olarak 3 temel devre elemanı bilinmekteydi. Direnç akım ile gerilim, kondansatör elektrik yükü ile gerilim, endüktör elektrik akısı ile akım arasındaki ilişki ile tanımlanır ancak, elektrik yükü ile elektrik akısı arasındaki ilişkiyi tanımlayan bir temel devre elemanı bulunamamıştı. Chua tarafından 1971 yılında, memristör isimli elektrik yükü ile elektrik akısı arasındaki ilişkiyi gösteren dördüncü bir temel devre elemanın varlığı iddia edilmiştir [1]. Memristör kelimesi, memory (hafiza) ve resistor (direnç) kelimelerinin birleşiminden oluşturulmuş, hafızalı direnç anlamına gelmektedir. Memristör lineer direnç gibi güç harcar ancak nonlineer bir dirençtir ve hafizalıdır [1]. 1976 yılında Chua ve Kang tarafından, memristör gibi davranış gösteren sistemler memristif sistemler olarak isimlendirilmiş, Hodgkin-Huxley nöron modeli, termistör, neon lamba, floresan lamba gibi pek çok sistem memristif sistemlere örnek olarak verilmiş ve memristif sistemler verdikleri denklemler ile tanımlanmıştır [2]. Memristörün temel bir devre elemanı olduğunu iddia edilmesine karşın 2008 yılına kadar memristör üzerine çok fazla çalışma yapılmamıştır. 2008 yılında Stanley Williams ve araştırma ekibi tarafından ideal olmayan bir TiO2 memristör, sonradan verilen adıyla HP memristör keşfedilmiştir [3]. Bu keşfin ardından memristör günümüzde pek çok araştırmacı tarafından üzerinde çalışmalar yapılan popüler bir araştırma konusu olmuştur [3-7]. Memristörün hafızasından dolayı birçok alanda yeniliğe yol açılacağı düsünülmektedir. [3]'te memristif sistemlerin ucucu olmayan yani değerini kaybetmeyen bir bellek elemanı ve programlanabilir bir dinamik yük olarak kullanılabileceği gösterilmiştir. 1971'de Chua'nın teorisini kurduğu memristör idealdir ve günümüzde hâlâ bulunamamıştır. Günümüzde memristör emülatörleri ya da memristif sistemler de memristör diye isimlendirilmektedir. Memristörün devre teorisi perspektifinden derinlemesine bir incelemesi [4]'te sunulmustur. Memristörlere ait arastırma ve uvgulama alanlarının artmasıyla çeşitli madde dizilerinin memristif sistem davranışlarını inceleyen çok sayıda çalışma literatürde yerini almıştır [5, 6]. Bellek devre elemanları (memristörler, memkapasitörler ve memindüktörler) [5]'te kısaca gözden geçirilmiş, bu elemanların öğrenme devreleri, sinirsel devreler ve programlanabilir analog devrelerde uygulamaları tartışılmıştır. [6]'da bilgi depolama (bellek) devreleri. programlanabilir devreler, öğrenme devreleri ve insan biyolojisinden ilham alan sistemler gibi birçok memristör uygulaması tartışılmıştır. Nano belleklerin analizi ve tasarımında memristörün kullanımıyla ilgili olarak bazı temel devre kavramları ve teorisi [7]'da tanıtılmıştır. HP memristör ve memristör teorisinin kısa bir özetinden sonra, gelecekteki gelişmelerle birlikte piyasaya çıkacağı düşünülen memristörün devre tasarımı ve bilgisayar teknolojisindeki ana uygulamaları [8]'de özetlenmiştir. Memristör tabanlı bir bilgisayar hafızası içinden akım akmadığında veya üzerine gerilim düşmediğinde var olan veriyi RAM hafızalarının tersine, güç tüketmeden uzun bir süre hafizasında tutabilir. Gerilim yeniden verildiğinde ise, aradan çok uzun süre geçmiş olmasına rağmen, kullanıcı bilgisayarın yeniden açılması için beklerken zaman kaybı ve enerji tüketimi sorunları olmadan bilgisayar daha önce hafızasında kaldığı yerden çalışmaya başlayabilecektir [9]. Gelecekte hafızasında bilgi tutarken aynı zamanda lojik işlemler de yapabilen memristör tabanlı flip-flop gibi devreler yapılabilmesi öngörülmektedir ve memristör tabanlı kalıcı hafizaya sahip bilgisayarların hızının yüksek olacağı umulmaktadır [10, 11]. Memristörü barındıran pek çok analog ve sayısal devre önerileri literatürde yerini almıştır [5-8]. Analog filtreler, kuvvetlendiriciler, osilatörler gibi programlanabilir elektronik devreler, bilgisayar hafızaları ve yapay sinir ağları devreleri gibi bircok elektronik devrede memristör kullanımı olası görülmektedir [12-14]. [15]'te memristör emülatörü kullanarak programlanabilir filtreler, kuvvetlendiriciler ve osilatörler yapılabileceği gösterilmiştir. [16]'da Titanyum dioksit (TiO₂) memristörleri kullanan değişken kazançlı bir yükseltici topolojisi sunulmuştur. [17]'de memristör tabanlı filtre uygulamaları tartışılmıştır. [18]'de memristör kullanılarak Biquad bir filtrenin parametreleri ayarlanabilir bir şekilde yapılabileceği gösterilmiştir. [19]'da memristör tabanlı Sallen Key filtre incelenmiştir. Modüle edici sinyalin bozulması nedeniyle harmonik yan bantlardan arındırılmış, istenen genlik modülasyonunu üretmek için nonlineer devre elemanı memristörün kullanılabileceği [20]'de gösterilmiştir. [21]'de ilk kez memristör tabanlı bir faz kaydırıcı devre incelenmiştir. [22]'de bir opampın yapısı bir memristör emülatörü kullanarak yeniden yapılandırışmış ve faz kaydırmalı bir osilatör devresinin yapımında kullanılarak, yapılan osilatörün benzetim ve deneylerler başarımı incelenmiştir. Bir memristör ile osilatör yapılabileceği ilk defa [1]'de gösterilmiştir. [15]'te memristör tabanlı bir gevşeme osilatörü incelenmiştir. [23]'te [15]'teki osilatördeki memristörün yeri değiştirilerek yapılan osilatörün analizi verilmiştir. Memristör tabanlı bazı gevşeme osilatörlerinin harcadığı güç için matematiksel ifadeler [24]'te sunulmuştur. [25]'te Wien Osilatör ailesinin dört üyesini Memristör kullanılarak analiz etmek için genelleştirilmiş matematiksel modeller geliştirilmiştir. [26]'da Chua diyotları memristörlerle değiştirilerek, Chua'nın devrelerinden birkaç farklı nonlineer kaotik osilatör türetilmiştir. Memristör tabanlı kaotik devreler kullanarak rastgele sayı üreteci yapımının mümkün olduğu [27, 28]'de gösterilmiştir. [29]'da ilk defa bir memristör tabanlı kaotik rössler devresi yapılabileceği gösterilmiştir. [30, 31]'de memristörlü testere disi sinyal üreteci yapılabileceği gösterilmiştir. Memristör tabanlı bir Duffing Osilatörü'nün de yapılabileceği ilk defa [14]'te gösterilmiştir. [32]'de ise nonlineer eleman olarak bir memristöre sahip elektronik bir Duffing Osilatör modeli önerilmiştir. [33]'te kaotik osilatörler için Chua diyotları yerine nonlineer eleman olarak ters-paralel bağlı iki HP memristör emülatörü tabanlı bir tasarım önerilmiş ve bu tasarım ile Chua'nın osilatörlerinden türetilen bir dizi lineer olmayan devre tartışılmıştır. [34]'te Chua diyotu akı kontrollü bir memristörle değiştirilerek, kanonik Chua'nın osilatöründen memristör tabanlı yeni bir kaotik osilatör elde edilmiştir. Memristör tabanlı bir reaktanssız osilatör ailesi [35]'te incelenmiştir. [36]'da hem nonlineer direnç tabanlı hem de Tungsten Knowm memristör tabanlı düsük frekanslı voltaj kontrollü osilatör devreleri gerçeklenerek incelenmiş ve birbirleriyle karşılaştırılmıştır. [37]'de Knowm memristör kullanarak gerçeklenmiş bir kaos devresi sunulmuştur. Görüldüğü üzere literatürde sunulmuş çok farklı türde memristör tabanlı osilatörler mevcuttur ve hala yeni tip memristör tabanlı osilatörler aranmaktadır.

Liénard osilatörünün özel hali olan Van der Pol Osilatörü (VDPO), 1926 yılında ilk kez bir triyot vakum tüpüyle yapılmış, günümüzde yapımında çeşitli yarı iletkenlerin kullanılabildiği ve literatürde yaygınca incelenmiş bir osilatördür [38-41]. 1928 yılında, Fransız fizikçi Alfred-Marie Liénard tarafından salınımlı devrelerin modellenmesi icin Liénard denklemleri önerilmistir [42]. Van der Pol denklemleri VDPO'yu tanımlarken kullanılır ancak Liénard denklemleri VDPO denklemlerini özel bir hâl olarak kapsar [40-44]. [38]'de VDPO'nun denklemleri verilmiştir. Radyo ve vakum tüp teknolojisinin geliştirilmesi sırasında, salınımlı devrelerinin modellenmesinde Liénard denklemleri yoğun bir şekilde kullanılmıştır [41]. [43]'te bir optik rezonans tünel diyotu kullanarak Liénard denklemi ile tanımlanabilen bir VDPO keşfedilmiştir. [44]'te tünel diyot kullanarak Van der Pol Osilatörü tasarlanmış ve resonant tünelleme diyot bazlı mikrodalga kaynakları elde edilmiştir. Tersparalel Schottky diyot dizisi tabanlı bir VDPO [45]'te önerilmiştir. Memristör tabanlı Liénard sistemlerinin oldukça zengin dinamiklere sahip olduğu [46]'da gösterilmiştir. [46]'da kübik karakteristiğe sahip ideal memristör kullanılarak yapılan varsayımsal bir Liénard osilatörünün davranışları benzetim yapılarak incelenmiştir. Genlik ve

frekans taraması yaparak bu osilatörlerin karışık modlarda osilasyon yapabildiği kaotik davranabildiği gösterilmiş ve bu varsayımsal osilatörün çatallanma diyagramları verilmiştir. Liénard Osilatörü bulunduğunda yarı iletken teknolojisi henüz gelişmemişti ancak bugünlerde çeşitli yarı iletken devre elemanları ile farklı yapılarda Liénard Osilatörleri yapmak mümkündür.

Günümüzde Memristör üretimi ve satışı üzerine çalışan çok sayıda firma mevcuttur [47, 48]. [47]'de günümüzde Knowm firması tarafından piyasaya sürülen Karbon ve Tungsten tabanlı Knowm memristörler üzerine bilgi bulunabilir. Yapılan literatür taramasına göre bildiğimiz kadarıyla henüz piyasada satılan memristör kullanarak yapılmış ve çalıştığı deneysel olarak gösterilmiş memristör tabanlı bir Liénard Osilatör devresi mevcut değildir. Bu çalışmanın amacı nonlineer devre elemanı olarak ters-paralel bağlı iki adet Karbon Knowm memristör kullanarak literatüre yeni bir Liénard Osilatör çeşidi kazandırmaktır. Literatürde Liénard Osilatörlerinin tam çözümünü bulmak oldukça zordur. Bu çalışmada ayrıca bu osilatörün Liénard osilatörü benzeri bir osilatör olduğunu gösteren denklemler de türetilmiştir. Yapılan deneyler ile Karbon tabanlı Knowm memristörler kullanarak Liénard osilatörü yapılabileceği gösterilmiş ve başarımı incelenmiştir.

Bu çalışma şu takip eden sırayla düzenlenilmiştir. İkinci bölümde devreyi modellemede kullanılan memristör modeli verilmiştir. Üçüncü bölümde kendinden kanal oluşturmalı Karbon tabanlı Knowm memristör üzerine bilgi verilmiştir. Dördüncü bölümde Liénard denklemi, denklem sistemi, osilatörleri ve bu çalışmada önerilen memristör tabanlı bir Liénard Osilatörü devresine yer verilmiştir. Ayrıca bu önerilen osilatörü tanımlayan denklemler türetilmiş ve bu osilatörün bir Liénard osilatörü olduğu gösterilmiştir. Beşinci bölümde bu çalışmada önerilen osilatörün deney sonuçlarına yer verilmiştir. Bu çalışma sonuç bölümü ile sonlandırılmıştır.

2. Bu Çalışmada Kullanılan Memristör Modeli (The Memristor Model Used in this Study)

İdeal memristör memristif sistemin özel bir halidir [2]. Günümüzde iyonik memristif sistemler de memristör olarak adlandırılabilmektedir. Doğrusal olmayan bir memristör modeli Eş. 1 ve Eş. 2'de verilmiştir.

$$v(t) = R(x)i(t) \tag{1}$$

 $\frac{dx}{dt} = \frac{\mu_v R_{on}}{D^2} i(t) f(x) \tag{2}$

Burada v(t) memristörün gerilimi, i(t) memristörün akımı, x(t) memristörün durum değişkeni, R(x) durum değişkenine bağlı

memristörün memristans (rezistans) değeri, w memristif elementin okside kısmının uzunluğu, D memristif elementin toplam uzunluğu, x=w/D normalize edilmiş okside kısmın uzunluğu, μ_v iyon hareketlilik katsayısı, R_{on} memristörün minimum rezistansı ve f(x) pencere fonksiyonudur, Bir memristörün direnci durum değişkenine bağlı olarak elde edilen eşitlik, Eş. 3'te verilmiştir.

$$R(x) = R_{off} - (R_{off} - R_{on})x$$
(3)

Burada R_{off} memristörün maksimum rezistansıdır. Yani bir memristörün rezistans değer aralığı R_{on} ve R_{off} arasındadır. Pencere fonksiyonu ise memristör modelinin ideal memristöre ne kadar yakın olduğunun bir ifadesidir [49]. Biolek pencere fonksiyonu Eş. 4'te olarak tanımlanmıştır [49].

$$f(x) = 1 - (x - stp(-i))^{2p}$$
(4)

Bu fonksiyon parçalı fonksiyon kullanılarak Eş. 5'te verilmiştir.

$$f(x,i) = \begin{cases} 1 - x^{2p}, i \ge 0\\ 1 - (x - 1)^{2p}, i < 0 \end{cases}$$
(5)

Bu çalışmada davranışının akım yönüne bağlı olmasından dolayı Biolek memristör modeli tercih edilmiştir.

3. Kendinden Kanal Oluşturmalı Karbon Tabanlı Knowm Memristör

(Self-Directed Channel Carbon-Based Knowm Memristor)

Knowm SDC Memristör elektrokimyasal metalizasyon hücresi olarak da adlandırılır ve katmanlar arasındaki kanallara Ag+ iyonlarının yayılmasıyla elektriksel direnci değişir. Aygıtın aktif katmanları içinde Ag aglomerasyon bölgeleri ile kalıcı kanallar oluşur. Şekil 1a'da Knowm firmasının ürettiği 16 bacaklı içinde 8 adet kendinden kanal oluşturmalı (Self-Directed-Channel (SDC)) Karbon tabanlı memristörün bulunduğu entegre devresi görülmektedir [47]. Entegre devrenin bacak bağlantıları Şekil 1b'de verilmiştir. Bu entegre devrede, birbirinden izole memristörlerin ucları entegrenin karşılıklı bacak çiftleri olacak şekilde yerleştirilmiştir. Karbon tabanlı bir Knowm memristöre sinüzoidal bir sinyal uygulanarak 20 Hz ve 100 Hz frekanslarında alınan birer histerezis eğrisi Şekil 1c ve Şekil 1d'de verilmiştir. İdeal bir memristörün histerezis eğrisinin alanının frekansla azalması gerektiği [2]'de açıklanmıştır. Şekil 1'de artan frekans değeriyle birlikte, histerezis eğrisinin alanının küçüldüğü görülebilmektedir. Ayrıca memristörden beklenen davranışlardan biri olan sıfırdan geçiş de yine histerisiz eğrilerinde görülebilmektedir [1, 2]. Bu memristör üzerine daha fazla deneysel tecrübe [50]'de bulunabilir.



Şekil 1. a) Karbon (C) tabanlı Knowm memristör entegresi [47], b) Karbon tabanlı Knowm memristör entegresinin bacak bağlantıları [47], Kendinden Kanal Oluşturmalı bir Karbon (C) Tabanlı Memristörün sinüzoidal gerilim altında, c) 20 Hz ve d) 100 Hz frekans değerleri için alınan histerezis eğrileri

(a. Integrated circuit of Knowm memristor [47], b. Pins of the Integrated circuit of Knowm memristor [47], Hysteresis curves of the self directed channel carbon based memristor under sinusoidal excitatition for a frequency of c. 20 Hz and d.100 Hz)

4. Liénard Denklemi ve Bu Çalışmada Önerilen Liénard Osilatörü (Liénard Equation and Proposed Liénard Oscillator)

4.1. Liénard denklemi ve liénard denklem sistemi (Liénard equation and liénard system)

Liénard Sistemi adını Fransız fizikçi Alfred-Marie Liénard'dan almaktadır. Bu dinamik sistem ikinci dereceden diferansiyel denklem olan Liénard denklemi ile modellenmektedir [42]. Liénard denkleminden, radyo ve vakum tüp teknolojisinin geliştirilme aşamalarında salınımlı devreleri modellemek için yararlanılmıştır [42]. Liénard Teoremi, bu sistemlerde ya da osilatörlerde sınır döngüsünün benzersizliğini ve var olduğunu ispat eder [42]. Liénard denkleminin tanımı şu şekilde verilebilir; f çift fonksiyon ve g tek fonksiyon olmak üzere R üzerinde sürekli türevlenebilir iki fonksiyon olsun. Bu durumda aşağıda verilen ikinci dereceden diferansiyel denklem Liénard denklemi adını alır. Eş. 6'da Liénard denklemi görülebilir.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + f(x)\frac{dx}{dt} + g(x) = 0$$
(6)

Liénard Osilatörü sınır döngüsü için analitik bir çözüm, f(x) sabit parçalı bir fonksiyon ise mevcuttur [40]. Liénard denklemi eşdeğer iki boyutlu bir adi diferansiyel denklem sistemine dönüştürülebilir, Eş. 7 ve Eş. 8'de görülebilir.

$$F(x) = \int_0^x f(\xi) d\xi \tag{7}$$

$$x_1 \coloneqq x; \ x_2 \coloneqq \frac{dx}{dt} + F(x) \tag{8}$$

Eş. 7 ve Eş. 8'deki gibi tanımlanmış olsun. Bu dönüşümle, Eş. 9'da tanımlanan bu sisteme Liénard Denklem Sistemi denir.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = h(x_1, x_2) \coloneqq \begin{bmatrix} x_2 - F(x_1) \\ -g(x_1) \end{bmatrix}$$
(9)

4.2. Genel Liénard Osilatörü Devresi (Generic Liénard Oscillator Circuit)

Liénard Osilatörü ve onun özel hâli olan Van der Pol Osilatörü bir endüktör, bir kondansatör ve bir nonlineer negatif dirençten oluşmaktadır [41, 42, 45]. Genel (jenerik) Liénard Osilatörü ya da Van der Pol Osilatörü Devresi Şekil 2'de görülebilir [45]. Liénard Osilatörü'nde nonlineer negatif direnç kullanıldığından daha önce bahsedilmişti. Liénard Osilatörü nonlineer direnci gerilimin çift fonksiyonu olan bir nonlineer direnç, bir negatif direnç dönüştürücü devresi ve lineer zamanla değişmeyen bir direncin bir araya getirilmesinden oluşmaktadır.



Şekil 2. Genel (jenerik) Liénard Osilatörü ya da Van der Pol Osilatörü devresi [45]. (Generic Liénard Oscillator or Van der Pol Oscillator Circuit [45])

4.3. Önerilen Liénard Osilatörü (Proposed Liénard Oscillator)

Şekil 3a'da Genel Liénard Osilatörü'nün eşdeğer nonlineer direnci birbirine paralel bağlı bir memristör ve bir negatif direnç ile

değiştirildiğinde elde edilen Liénard Osilatörü görülmektedir. Sekil 3a'daki osilatörde kullanılan opamp tabanlı negatif direnç dönüştürücü Şekil 3b'de gösterilmiştir [45]. Bu negatif direnç dönüştürücünün Şekil 3a'da görülen negatif direncin (-Rp) yerine konulması ile Şekil 3c'de görülen osilatör elde edilmiş olur. Memristör direnci değişen bir eleman olduğundan, her iki yöne direnci yani memristansı değişerek, -Rp'ye eşit olabiliyorsa bu devrenin bir Liénard osilatör olarak çalışması mümkün olacaktır. Her iki yöne doğru memristörün yani nonlineer direncin aynı değeri alabilmesi için kullanılan memristörün çift fonksiyon memristansa sahip olması gerekmektedir. Şekil 1'deki histerezis eğrilerine bakıldığında Karbon tabanlı Knowm memristörün histerezis eğrisinin orijine göre simetrik olmadığı görülebilir. Bundan dolayı Knowm memristörün memristansı çift bir fonksiyon değildir. Eş. 3'te verilen memristans fonksiyonu memristör durum değişkeni x'e de göre çift bir fonksiyon değildir. Şekil 3c'de verilen osilatörün çalışması için çift memristansa sahip bir memristör gerekmektedir. Yani sadece tek bir Knowm memristör kullanılması bu devrenin Liénard osilatörü olarak çalışması için yeterli değildir. Bundan dolayı Şekil 3d'de görüldüğü gibi iki tane Knowm memristör ters paralel bağlanarak çift bir memristans fonksiyonu elde edilmesi hedeflenmiştir. Şekil 1'de histeresiz eğrisi verilen memristörün davranışı tam olarak simetrik olmadığı için çift bir fonksiyon değildir. Bu çalışmada bu asimetrik davranışı modellemek için davranışı akım yönüne bağlı olan Biolek memristör modeli kullanılmıştır. İki Knowm memristör ters-paralel bağlanarak ileride görüleceği üzere simetrik davranış ve çift memristans fonksiyonu elde edilmiştir. Knowm memristöre koruma direnci eklenilmesi gerektiğinden Şekil 3d'de görüldüğü üzere her bir memristöre bir koruma direnci eklenmiştir. Chua bir dirençle bir memristör seri bağlı ise eşdeğerlerinin bir memristör ve iki tane paralel bağlı memristörün eşdeğerinin de yine bir memristör olarak davranacağının ispatını [1]'de vermiştir. Bu çalışmada önerilen memristör tabanlı Liénard osilatörü devre şeması Şekil 3d'de görülebilir. Bu Liénard Osilatörü devresi bir kondansatör (C), endüktör (L) ve negatif direnç devresinden; negatif direnç devreleri ise, iki adet Knowm memristör (M_1 ve M_2), lineer dirençler (R_N, R_P , $R_{S_1}, R_{S_2}, R_1, R_2$) ve bir adet opamptan (U_1) oluşmaktadır. U_1 opamplı negatif direnç devresi girişinden L-C tank devresi tarafından görülen eşdeğer direncin potansiyometre (R_p) kullanılarak ayarlanabilmesi sağlanmıştır. Potansiyometrenin direnci (R_p) sıfır olduğunda U_1 opampının kısa devre olmasını engellemek için R_N direnci kullanılmıştır. Liénard Osilatörü'nün analizi için kullanılan akım ve gerilimler de Şekil 3d'de gösterilmiştir.

 M_1 ve M_2 memristörlerinin memristansları sırasıyla, Eş. 10 ve Eş. 11'de verilmiştir.

$$R(x_1) = R_{off} - (R_{off} - R_{on})x_1$$
(10)

$$R(x_2) = R_{off} - (R_{off} - R_{on})x_2$$
(11)

Burada x_1 , M_1 memristörünün ve x_2 , M_2 memristörünün durum değişkenleridir. İki memristör seri bağlandığında eşdeğerleri yine bir memristördür [1]. Lineer zamanla değişmeyen bir direnç memristörün özel halidir [1]. M_1 memristörü ile seri bağlı R_{s_1} koruma direncinin eşdeğer memristansı ve M_2 memristörü ile seri bağlı R_{s_2} koruma direncinin eşdeğer memristansı, Eş. 12 ve Eş. 13'teki eşitlikler yoluyla

$$R_{seri_1}(x_1) = R_{s_1} + R(x_1) = R_{off} + R_{s_1} - (R_{off} - R_{on})x_1 \quad (12)$$

$$R_{seri_2}(x_2) = R_{s_2} + R(x_2) = R_{off} + R_{s_2} - (R_{off} - R_{on})x_2 \quad (13)$$

hesaplanır. Eş. 12 ve Eş. 13'te görüldüğü üzere, bu eşdeğer memristanslar da x_1 ve x_2 durum değişkenine bağlıdır. Bu memristörlere seri bağlanan koruma dirençleri, Eş. 14'te görüldüğü üzere, R_{s_1} ve R_{s_2} , özdeş seçilmiştir:



Şekil 3. a) Çift memristans fonksiyonuna sahip bir memristör için Liénard Osilatörü, b) Opamp tabanlı bir negatif direnç dönüştürücü
 [42], c) Negatif direnç dönüştürücü ile birleştirilmiş çift fonksiyon memristansa sahip Liénard Osilatörü ve d) simetrik Memristansı elde etmek için ters-paralel bağlanan iki adet koruma dirençli memristöre sahip Liénard Osilatörü'nün devre şeması
 (a. Lienard oscillator using memristor with odd function, b. opamp based negative resistance circuit [42], c. Liénard Oscillator with odd function memristance combined with negative resistance circuit, and d. The circuit diagram of the Liénard Oscillator having two anti-parallel memristors with protection resistors to obtain symmetrical memristance)

$$R_{s_1} = R_{s_2} \tag{14}$$

Bu iki memristörün eşdeğer direnci $R_{Paralel_1}$ hesaplanırsa, Eş. 15'teki eşitlik elde edilir.

$$R_{Paralel_1} = \frac{R_{seri_1}(x_1)R_{seri_2}(x_2)}{R_{seri_1}(x_1) + R_{seri_2}(x_2)}$$
(15)

Eş. 15'ten görüldüğü üzere bu eşdeğer memristör hem x_1 hem de x_2 durum değişkenine bağlıdır. Devredeki lineer zamanla değişmeyen endüktörün gerilimi Eş. 16 ve kondansatörün akımı Eş. 17'de görülebilir.

$$V_L = L \frac{di_L}{dt} \tag{16}$$

$$i_c = C \frac{dV_c}{dt} \tag{17}$$

Bu devrede kondansatör gerilimi V_C , endüktör gerilimi V_L , memristör gerilimi V_M , R_{Neg_2} gerilimi V_{Neg_2} olarak gösterilmiş olsun. Bu devre için Kirchoff'un gerilimler kanunu uygulanılırsa Eş. 18 elde edilir.

$$V = V_C = V_L = V_{neg} \tag{18}$$

 $R_1 = R_2$ ise negatif direnç dönüştürücü devresinin giriş akımı Eş. 19'da verilmiştir.

$$i_{Neg} = g_{Neg} V_{Neg} = -\frac{R_1}{R_2(R_N + Rp)} V_{Neg} = -\frac{V_{Neg}}{(R_N + Rp)}$$
(19)

Bu negatif direnç dönüştürücünün iletkenliği Eş. 20'de görülebilir.

$$g_{Neg} = -\frac{1}{(R_N + R_P)} \tag{20}$$

 R_N ve R_P direnci seri bağlıdır ve eşdeğer dirençleri Eş. 21'de verilmiştir.

$$R_{es} = R_P + R_N \tag{21}$$

 $R_{Neg} = -(R_N + Rp)$ ve $R_{Paralel_1}$ birbirine paralel bağlı olduğundan, eşdeğer dirençleri Eş. 22 ile ifade edilir.

$$R_{Paralel_{2}} = -\frac{(R_{N} + R_{P}) \cdot R_{Paralel_{1}}}{R_{Paralel_{1}} - (R_{N} + R_{P})}$$

$$= \left(\frac{(R_{N} + R_{P}) \cdot \left(\frac{(R_{off} + R_{S_{1}} - (R_{off} - R_{on})x_{1})(R_{off} + R_{S_{2}} - (R_{off} - R_{on})x_{2})}{(R_{off} + R_{S_{1}} - (R_{off} - R_{on})x_{1})(R_{off} + R_{S_{2}} - (R_{off} - R_{on})x_{2})}{(R_{off} + R_{S_{1}} - (R_{off} - R_{on})x_{1})(R_{off} + R_{S_{2}} - (R_{off} - R_{on})x_{2})})}{(R_{off} + R_{S_{1}} - (R_{off} - R_{on})x_{1})(R_{off} + R_{S_{2}} - (R_{off} - R_{on})x_{2})}) + (R_{N} + R_{P})}\right)$$
(22)

Devre için Kirchoff'un akım kanunu yazılırsa, Eş. 23 elde edilir.

$$i_C + i_{Neg_2} + i_L = 0 (23)$$

Burada i_{Neg_2} devrenin eşdeğer direncinin akımıdır. Daha önce yazılan denklemler Eş. 23'te yerine konulursa, bu devrenin denklemi Eş. 24'te verilmiştir.

$$\frac{d^{2}i_{L}}{dt^{2}} + \frac{1}{C} \\ \left(\frac{(R_{n} + R_{p}) \cdot \left(\frac{(R_{off} + R_{s_{1}} - (R_{off} - R_{on})x_{1})(R_{off} + R_{s_{2}} - (R_{off} - R_{on})x_{2})}{\left(- \frac{(R_{off} + R_{s_{1}} - (R_{off} - R_{on})x_{1}) + (R_{off} + R_{s_{2}} - (R_{off} - R_{on})x_{2})}{(R_{off} + R_{s_{1}} - (R_{off} - R_{on})x_{1}) + (R_{off} + R_{s_{2}} - (R_{off} - R_{on})x_{2})} \right) + (R_{N} + R_{p})} \\ \frac{di_{L}}{dt} + \frac{1}{LC}i_{L} = 0$$

$$(24)$$

Eğer endüktör akımının ilk türevinin önündeki ifadenin çift fonksiyon olduğu gösterilirse, Eş. 24, bir Liénard osilatörünü tanımlamış olur. Artık bu denklemin bir Liénard osilatörünü tanımlayıp tanımlamadığı üzerine bir analiz yapılabilir. Bir osilatör kaotik değilse periyodik bir dalga şekli üretir. Periodik kararlı halde Şekil 4'te görülen devrenin memristansının bir çift fonksiyon olduğu gösterilirse Şekil 3d'de önerilen devrenin de periodik kararlı halde bir Liénard Osilatörü olarak çalıştığı gösterilmiş olacaktır.



Sekil 4. Ters-paralel bağlı koruma dirençli memristörler (Anti-parallel connected memristors with protection resistors)

Eş. 1 kullanılarak, Şekil 4'teki M_1 ve M_2 memristörlerinin akımları sırasıyla, Eş. 25 ve Eş. 26'da verilmiştir.

$$i_1(t) = W(x_1)V_1(t) = W_1V_1(t)$$
(25)

$$i_2(t) = W(x_2)V_2(t) = W_2V_2(t)$$
(26)

Burada ilk ve ikinci memristörün memdüktansı sırasıyla, Eş. 27 ve Eş. 28'de verilmiştir.

$$W_1 = W(x_1) = \frac{1}{R_{off} - (R_{off} - R_{on})x_1}$$
(27)

$$W_2 = W(x_2) = \frac{1}{R_{off} - (R_{off} - R_{on})x_2}$$
(28)

Memristörler birbirine özdeş olduğundan aynı maksimum ve minimum direnç değerlerine $(R_{off}$ ve $R_{on})$ sahiptirler.

Şekil 4'te görülen devre için, memristör akımları akım bölücü formülü yardımıyla, $i_1(t)$ ve $i_2(t)$ elde edilir, Eş. 29 ve Eş. 30'da verilmiştir.

$$i_1(t) = \frac{V}{R_{S_1} + R(x_1)} = \frac{\left(R_{S_2} + R(x_2)\right)i(t)}{R_{S_1} + R(x_1) + R_{S_2} + R(x_2)}$$
(29)

$$i_2(t) = \frac{V}{R_{S_2} + R(x_2)} = \frac{\left(R_{S_1} + R(x_1)\right)i(t)}{R_{S_1} + R(x_1) + R_{S_2} + R(x_2)}$$
(30)

Şekil 4'te toplam devre akımı veya eşdeğer memristör akımı, Eş. 31'de verilmiştir.

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) = (W_1 + W_2)V(t)$$

= $\left(\frac{1}{R_{seri_1}(x_1) + R_{seri_2}(x_2)}\right)V(t)$ (31)

 M_1 ve M_2 memristörlerinin durum değişkenlerinin değişme hızı sırasıyla Eş. 32 ve Eş. 33'te görülebilir.

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{\mu_V R_{On}}{D^2} f(x_1, i_1) i_1(t) = \frac{\mu_V R_{On}}{D^2} f(x_1, i_1) \frac{R_{Seri_2}(x_2)}{R_{Seri_1}(x_1) + R_{Seri_2}(x_2)} i(t)$$
(32)

$$\frac{dx_2}{dt} = -\frac{\mu_V R_{On}}{D^2} f(x_2, i_2) i_2(t) = -\frac{\mu_V R_{On}}{D^2} f(x_2, i_2) \frac{R_{seri_1}(x_1)}{R_{seri_1}(x_1) + R_{seri_2}(x_2)} i(t)$$
(33)

Şekil 4'teki devreye uygulanan gerilimin dalga şekli Şekil 5a'da verildiği gibi kabul edilsin. Bu şekilde *T* dalganın periyodudur ve T_{pos} dalganın pozitif alternansın genişliğidir. Yani $V_M(t)$ gerilimi $0 < t < T_{pos}$ aralığı için pozitiftir ($V_M(t) > 0$) ve bu aralıkta M_1 memristörü ileri yönde ve M_2 memristörü ters yönde kutuplanmıştır.

Eş. 32 ve Eş. 33'te memristörlerin kutuplama yönleri düşünülerek pencere fonksiyonları yerine konursa ve bu denklemlerin her iki tarafının integrali alınırsa Eş. 34 ve Eş. 35 elde edilir.

$$\int_{x_1(0), x_2(0)}^{x_1, x_2} \frac{R_{seri_1}(x_1) + R_{seri_2}(x_2)}{R_{seri_2}(x_2)} \frac{dx_1}{1 - x_1^{2p}} = K \int_0^t i(t) dt$$
(34)

$$-\int_{x_1(0), x_2(0)}^{x_1, x_2} \frac{R_{seri_1}(x_1) + R_{seri_2}(x_2)}{R_{seri_1}(x_1)} \frac{dx_2}{1 - (x_2 - 1)^{2p}} = K \int_0^t i(t) dt$$
(35)

Burada $K = \frac{\mu_V R_{on}}{D^2}$, $x_1(0)$ ve $x_2(0)$ memristörlerin durum değişkenlerinin t = 0 anındaki başlangıç şartlarıdır.

 $V_M(t) > 0$ için Eş. 34 ve Eş. 35'in sağ tarafları birbirine eşit olduğundan, sol tarafları da birbirine eşitlenebilir, böylece Eş. 36'daki denklem elde edilir.

$$\int_{x_{1}(0), x_{2}(0)}^{x_{1}x_{2}} \frac{R_{seri_{1}}(x_{1}) + R_{seri_{2}}(x_{2})}{R_{seri_{2}}(x_{2})} \frac{dx_{1}}{1 - x_{1}^{2p}} = -\int_{x_{1}(0), x_{2}(0)}^{x_{1}x_{2}} \frac{R_{seri_{1}}(x_{1}) + R_{seri_{2}}(x_{2})}{R_{seri_{1}}(x_{1})} \frac{dx_{2}}{1 - (x_{2} - 1)^{2p}}$$
(36)

Bir memristörün düşük ve yüksek frekanstaki temsili histerezis eğrileri Şekil 5b'de gösterilmiştir. Düşük frekanslarda bir memristör çimdiklenmiş bir histerezis eğrisine sahipken yani memristansı değişirken, yüksek frekanslarda bu histerezis eğrisinin alanı azalmakta ve memristör bir LZD direnç gibi davranmaya başlamaktadır [2]. Bir memristörün yeterince yüksek frekansla çalıştığı kabul edilirse, memristanstaki değişme ihmal edilebilir. Bu durumda, $0 < t < T_{pos}$ aralığı için, $R_{seri_1}(x_1)$ ve $R_{seri_2}(x_2)$ sabit



Şekil 5. a) Devreye uygulanan gerilimin varsayılan dalga şekli ve b) Bir memristörün düşük ve yüksek frekanslardaki temsili histerezis eğrileri
 (a. The assumed waveform of the voltage applied to the circuit b. Representative hysteresis curves of a memristor at low and high frequencies)

kabul edilebilir. Bundan dolayı Eş. 36'da memristanslara bağlı olan oranlar öne alınabilir, Eş. 37'de verilmiştir.

$$\frac{R_{seri_1}(x_1) + R_{seri_2}(x_2)}{R_{seri_2}(x_2)} \int_{x_1(0), x_2(0)}^{x_1, x_2} \frac{dx_1}{1 - x_1^{2p}} \\
= -\frac{R_{seri_1}(x_1) + R_{seri_2}(x_2)}{R_{seri_1}(x_1)} \int_{x_1(0), x_2(0)}^{x_1, x_2} \frac{dx_2}{1 - (x_2 - 1)^{2p}}$$
(37)

Her iki tarafta aynı olan ifadeler sadeleşir. İleri ve ters yönde kutuplanma için Biolek durum denklemi değiştiğinden, Eş. 37'deki her tarafta ayrı değer almış pencere fonksiyonlarına bağlı $\frac{1}{1-x_1^{2p}}$ ve $\frac{1}{1-(x_2-1)^{2p}}$ de yeterince yüksek frekansta sabit kabul edilerek öne

çekilebilir, bu durumda Eş. 38 elde edilir.

$$\frac{1}{R_{seri_2}(x_2)(1-x_1^{2p})} \int_{x_1(0),x_2(0)}^{x_1,x_2} dx_1$$

= $-\frac{1}{R_{seri_1}(x_1)(1-(x_2-1)^{2p})} \int_{x_1(0),x_2(0)}^{x_1,x_2} dx_2$ (38)

Sol ve sağ taraftaki integraller, $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ durum değişkenlerinin çok az değiştiği kabulü ile Eş. 39 ve Eş. 40 değerlerine eşittir.

$$\int_{x_1(0), x_2(0)}^{x_1, x_2} dx_1 = x_1(t) - x_1(0)$$
(39)

$$\int_{x_1(0), x_2(0)}^{x_1, x_2} dx_2 = x_2(t) - x_2(0)$$
(40)

 $t = T_{pos}$ anında, Eş. 39 ve Eş. 40 ile verilen integraller, Eş. 41 ve Eş. 42'deki değerlerine dönüşür.

$$\int_{x_1(0), x_2(0)}^{x_1(T_{pos}), x_2(T_{pos})} dx_1 = x_1(T_{pos}) - x_1(0) = \Delta x_1$$
(41)

$$\int_{x_1(0), x_2(0)}^{x_1(T_{pos}), x_2(T_{pos})} dx_2 = x_2(T_{pos}) - x_2(0) = \Delta x_2$$
(42)

Bu durumda, Eş. 42'de Δx_1 ve Δx_2 yerine konularak, Eş. 43 ve Eş. 44'ün elde edildiği görülebilir.

$$\frac{\int_{x_1(0),x_2(0)}^{x_1,x_2} dx_1}{R_{seri_2}(x_2)(1-x_1^{2p})} \cong -\frac{\int_{x_1(0),x_2(0)}^{x_1,x_2} dx_2}{R_{seri_1}(x_1)(1-(x_2-1)^{2p})}$$
(43)

$$\frac{\Delta x_1}{R_{seri_2}(x_2)(1-x_1^{2p})} = -\frac{\Delta x_2}{R_{seri_1}(x_1)(1-(x_2-1)^{2p})}$$
(44)

Şekil 5a'da verildiği üzere $V_M(t)$ gerilimi $T_{pos} < t < T$ aralığı için negatiftir $(V_M(t) < 0)$ ve bu aralıkta M_1 memristörü ters yönde ve M_2 memristörü ileri yönde kutuplanmıştır. $T_{pos} < t < T$ aralığı için Eş. 32 ve Eş. 33'te memristörlerin kutuplama yönleri düşünülerek pencere fonksiyonları yerine konursa ve bu denklemlerin her iki tarafının integrali alınırsa, Eş. 45 ve Eş. 46 elde edilir.

$$-\int_{x_1(T_{pos}), x_2(T_{pos})}^{x_1, x_2} \frac{R_{seri_1}(x_1) + R_{seri_2}(x_2)}{R_{seri_2}(x_2)} \frac{dx_1}{1 - (1 - x_1)^{2p}} = K \int_{T_{pos}}^t i(t) dt$$
(45)

$$\int_{x_1(T_{pos}), x_2(T_{pos})}^{x_1, x_2} \frac{R_{seri_1}(x_1) + R_{seri_2}(x_2)}{R_{seri_1}(x_1)} \frac{dx_2}{1 - {x_2}^{2p}} = K \int_{T_{pos}}^t i(t) dt$$
(46)

Burada $x_1(T_{pos})$ ve $x_2(T_{pos})$ memristörlerin durum değişkenlerinin $t = T_{pos}$ anındaki değerleridir. $V_M(t) < 0$ için Eş. 45 ve Eş. 46'nın sağ tarafları birbirine eşit olduğundan, sol tarafları da birbirine eşitlenebilir, böylece elde edilen eşitlik Eş. 47'de verilmiştir.

$$-\int_{x_{1}(T_{pos}),x_{2}(T_{pos})}^{x_{1},x_{2}} \frac{R_{seri_{1}}(x_{1}) + R_{seri_{2}}(x_{2})}{R_{seri_{2}}(x_{2})} \frac{dx_{1}}{1 - (1 - x_{1})^{2p}}$$

=
$$\int_{x_{1}(T_{pos}),x_{2}(T_{pos})}^{x_{1},x_{2}} \frac{R_{seri_{1}}(x_{1}) + R_{seri_{2}}(x_{2})}{R_{seri_{1}}(x_{1})} \frac{dx_{2}}{1 - x_{2}^{2p}}$$
(47)

Bir memristörün yeterince yüksek frekansla çalıştığı kabul edilirse, memristanstaki değişme ihmâl edilebilir. Bu durumda, $T_{pos} < t < T$ aralığı için, $R_{seri_1}(x_1)$ ve $R_{seri_2}(x_2)$ sabit kabul edilebilir. Bundan dolayı Eş. 47'de memristanslara bağlı olan oranlar öne alınabilir ve Eş. 48 elde edilir.

$$-\frac{R_{seri_1}(x_1) + R_{seri_2}(x_2)}{R_{seri_2}(x_2)} \int_{x_1(T_{pos}), x_2(T_{pos})}^{x_1, x_2} \frac{dx_1}{1 - (1 - x_1)^{2p}}$$
$$= \frac{R_{seri_1}(x_1) + R_{seri_2}(x_2)}{R_{seri_1}(x_1)} \int_{x_1(T_{pos}), x_2(T_{pos})}^{x_1, x_2} \frac{dx_2}{1 - (x_2)^{2p}}$$
(48)

Her iki tarafta aynı olan ifadeler sadeleşir. İleri ve ters yönde kutuplanma için Biolek durum denklemi değiştiğinden, Eş. 48'deki her tarafta ayrı değer almış pencere fonksiyonlarına bağlı $\frac{1}{1-(1-x_1)^{2p}}$ ve $\frac{1}{1-x_2^{2p}}$ ifadeleri de yeterince yüksek frekansta sabit kabul edilerek öne çekilebilir, Eş. 49'da verilmiştir.

$$-\frac{1}{R_{seri_2}(x_2)(1-(1-x_1)^{2p})} \int_{x_1(T_{pos}),x_2(T_{pos})}^{x_1,x_2} dx_1$$

= $\frac{1}{R_{seri_1}(x_1)(1-x_2^{2p})} \int_{x_1(T_{pos}),x_2(T_{pos})}^{x_1,x_2} dx_2$ (49)

Sol taraftaki integral, M_1 memristörün durum değişkeni x_1 'nin çok az değiştiği kabulü ile elde edilen eşitlik Eş. 50'de, Sağ taraftaki integral, M_2 memristörün durum değişkeni $x_2(T_{pos})$ 'nin çok az değiştiği kabulü ile Eş. 51'de görülebilir.

$$\int_{x_1(T_{pos}), x_2(T_{pos})}^{x_1, x_2} dx_1 = x_1(t) - x_1(T_{pos})$$
(50)

$$\int_{x_1(T_{pos}), x_2(T_{pos})}^{x_1, x_2} dx_2 = x_2(t) - x_2(T_{pos})$$
(51)

değerine eşittir. t = T anında, Eş. 50 ve Eş. 51 ile verilen integral ifadelerinin eşitliği Eş. 52 ve Eş. 53'te verilmiştir.

$$\int_{x_1(T_{pos}), x_2(T_{pos})}^{x_1(T), x_2(T)} dx_1 = x_1(T) - x_1(T_{pos}) = \Delta x_1$$
(52)

$$\int_{x_1(T_{pos}), x_2(T_{pos})}^{x_1(T), x_2(T)} dx_2 = x_2(T) - x_2(T_{pos}) = \Delta x_2$$
(53)

Bu durumda, Eş. 49'da Δx_1 ve Δx_2 yerine konarak, $T_{pos} < t < T$ için Eş. 54 ve Eş. 55 eşitlikleri elde edilir.

$$-\frac{\int_{x_1(T)pos),x_2(T)pos}^{x_1(T),x_2(T)} dx_1}{R_{seri_2}(x_2)(1-(1-x_1)^{2p})} \cong \frac{\int_{x_1(T)pos),x_2(T)pos}^{x_1(T),x_2(T)} dx_2}{R_{seri_1}(x_1)(1-x_2^{2p})}$$
(54)

$$-\frac{\Delta x_1}{R_{seri_2}(x_2)(1-(1-x_1)^{2p})} = \frac{\Delta x_2}{R_{seri_1}(x_1)(1-x_2^{2p})}$$
(55)

Eş. 44 ve Eş. 55'in her tarafı birbirlerine oranlanırsa Eş. 56 elde edilir.

$$\frac{\frac{-R_{seri_2}(x_2)(1-(x_1-1)^{2p})}{\Delta x_1}}{\frac{\Delta x_1}{R_{seri_2}(x_2)(1-x_2^{2p})}} = \frac{\frac{R_{seri_1}(x_1)(1-x_2^{2p})}{\Delta x_2}}{\frac{\Delta x_2}{R_{seri_1}(x_1)(1-(x_2-1)^{2p})}}$$
(56)

Sadeleşme sonucu Eş. 57'de görülebilir.

$$\frac{(1-x_1^{2p})}{(1-(1-x_1)^{2p})} = \frac{(1-(1-x_2)^{2p})}{(1-x_2^{2p})}$$
(57)

Eş. 57'den, Eş. 58 ve Eş. 59 denklemleri elde edilebilir.

$$1 - x_1^{2p} = 1 - (x_2 - 1)^{2p}$$
(58)

Çakır ve ark. / Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University 40:2 (2025) 1183-1195

$$x_1 = 1 - x_2 \tag{59}$$

Bu iki denklemin çözümünden, x_1 ve x_2 değerlerinin birbirine eşit olduğu, Eş. 60'ta görülebilir.

$$x_1 = x_2 = 0,5 \tag{60}$$

Yüksek frekanslarda M_1 ve M_2 memristörlerinin memristansları da hemen hemen birbirine eşit kabul edilebilir. Bu durumda memristörlerin değeri Eş. 61'de ve ikisinin paralel eşdeğeri Eş. 62'de verilmiştir.

$$R_{seri_{1}}(x_{1}) \cong R_{seri_{2}}(x_{2}) = R_{off} + R_{s_{1}} - (R_{off} - R_{on})0,5$$

= 0,5R_{off} + 0,5R_{on} + R_{s_{1}} (61)

$$R_{Paralel_{1}} = \frac{R_{seri_{1}}(0,5)R_{seri_{2}}(0,5)}{R_{seri_{1}}(0,5) + R_{seri_{2}}(0,5)} = \frac{0,5R_{off} + 0,5R_{on} + +R_{s_{1}}}{2}$$
$$= 0,25R_{off} + 0,25R_{on} + 0,5R_{s_{1}}$$
(62)

Bu devrenin osilatör olarak çalışabilmesi için negatif direncin değeri Eş. 62'de verilen değerin negatifi olmalıdır, bu eşitlik Eş. 63'te görülebilir.

$$R_{Neg} = -(R_N + Rp) = -0.25R_{off} - 0.25R_{on} - 0.5R_{s_1}$$
(63)

Eş. 64'te görüldüğü üzere, bu durumda tüm devrenin eşdeğer direnci sonsuz olmaktadır.

$$R_{Paralel_{2}} = \frac{R_{Neg}R_{Paralel_{1}}}{R_{Paralel_{1}} + R_{Neg}}$$

= $-\frac{(0.25R_{off} + 0.25R_{on} + 0.5R_{s_{1}}) \cdot (0.25R_{off} + 0.25R_{on} + 0.5R_{s_{1}})}{(0.25R_{off} + 0.25R_{on} + 0.5R_{s_{1}}) - (0.25R_{off} + 0.25R_{on} + 0.5R_{s_{1}})} = \infty$ (64)

Devrenin Eş. 24 ile verilen denklemi sadeleşince Eş. 65 elde edilir.

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{1}{LC} i_L = 0 \tag{65}$$

Osilatörde direnç terimi ortadan kaybolmaktadır. Eş. 65, bir L-C osilatör devresini tanımlamaktadır. Böylece negatif direnç Eş. 63'te verilen şarta göre seçilirse devrenin memristörün LZD bir dirençmiş gibi davrandığı yüksek frekanslarda osilatör olarak çalışması sağlanmış olmaktadır. Aslında bu memristörlerin memristanslarının anlık değerleri birbirine eşit değildir. Ortalama değerleri birbirine yakın kabul edilebilir. Liénard osilatörünün eşdeğer direncinin ya da memristansının bir çift fonksiyon olduğunu göstermek biraz daha fazla çaba gerektirmektedir. Bu ispat için Taylor serisinin kullanılmasının uygun olduğu görülmüştür. Eş. 32 ile Eş. 33 oranlanırsa, x_2 'nin x_1 'e göre değişme hızı zamandan bağımsız olarak elde edilen eşitlik Eş. 66'da görülebilir.

$$\frac{dx_2}{dx_1} = (-1) \frac{1 - x_1^{2p} R_{seri_1}(x_1))}{1 - (1 - x_2)^{2p} R_{seri_2}(x_2))}$$
(66)

p parametresinin yeterince büyük değerleri için Biolek pencere fonksiyonu Eş. 67'deki gibi kabul edilebilir.

$$1 - x_1^{2p} \cong 1 - (1 - x_2)^{2p} \tag{67}$$

Bu durumda Eş. 68 ve Eş. 69 elde edilir.

$$\frac{1 - (1 - x_2)^{2p}}{1 - x_1^{2p}} \cong 1 \tag{68}$$

$$\frac{dx_2}{dx_1} \cong (-1)\frac{R_{seri_1}(x_1)}{R_{seri_2}(x_2))} \tag{69}$$

Buradan, Eş. 70 yazılabilir.

$$R(x_2)dx_2 = -R(x_1)dx_1 (70)$$

Koruma dirençli M_1 memristörünün eşdeğer memdüktansı $x_1(0)$ civarında aşağıdaki gibi Taylor serisine açılabilir, seriye açılımı Eş. 71'de görülebilir.

$$\frac{1}{R_{seri_1}(x_1)} = \frac{1}{R_{max} - \Delta R x_1}$$

= $\frac{1}{R_{max} - \Delta R x_1(0)} - \frac{(-\Delta R)(x_1(t) - x_1(0))}{1!(R_{max} - \Delta R x_1(0))^2 1!} - \frac{2\Delta R^2(x_1(t) - x_1(0))^2}{2!(R_{max} - \Delta R x_1(0))^3 2!} + \cdots$ (71)

Burada, R_{max} değerinin eşitliği Eş. 72'de verilmiştir.

$$R_{max} = R_{s1} + R_{off} \tag{72}$$

Koruma dirençli M_2 memristörünün eşdeğer memdüktansı $x_2(0)$ civarında aşağıdaki gibi Taylor serisine açılabilir, seri açılımı Eş. 73'te görülebilir.

$$\frac{1}{R_{seri_2}(x_2)} = \frac{1}{R_{max} - \Delta R x_2}$$

= $\frac{1}{R_{max} - \Delta R x_2(0)} + \frac{\Delta R (x_2(t) - x_2(0))}{1! (R_{max} - \Delta R x_2(0))^2} - \frac{2\Delta R^2 (x_2(t) - x_2(0))^2}{2! (R_{max} - \Delta R x_2(0))^3} + \cdots$ (73)

Şu yeniden isimlendirmeler yapılsın:

$$R_1 = R_{max} - \Delta R x_1(0) \tag{74}$$

$$R_2 = R_{max} - \Delta R x_2(0) \tag{75}$$

Eş. 60 yani yüksek frekanslarda $x_1(0) \cong x_2(0) = 0.5$ olduğu ve M_1 ve M_2 memristörlerinin memristanslarının ortalama değerinin hemen hemen birbirine eşit kabul edilebildiği düşünülürse, elde edilen eşitlik Eş. 76'da verilmiştir.

$$R_1 \cong R_2 \tag{76}$$

Ayrıca buradan, Eş. 77-Eş. 81 elde edilir.

$$R(x_2)dx_2 \cong -R(x_1)dx_1 \tag{77}$$

$$R_2 \, dx_2 = -R_1 \, dx_1 \tag{78}$$

$$dx_2 = -dx_1 \tag{79}$$

$$\int_{0}^{t} dx_{2} = -\int_{0}^{t} dx_{1} \tag{80}$$

$$x_2(t) - x_2(0) = -(x_1(t) - x_1(0))$$
(81)

Koruma dirençli M_1 ve M_2 memristörlerinin eşdeğer memdüktanslarının toplamının Taylor serisi ise Eş. 82 ve Eş. 83'te verilmiştir.

$$\frac{1}{R_{seri_1}(x_1)} + \frac{1}{R_{seri_2}(x_2)} \cong \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{\Delta R (x_1(t) - x_1(0))}{R_1^2} - \frac{\Delta R^2 (x_1(t) - x_1(0))^2}{2R_1^3} + \frac{\Delta R (x_2(t) - x_2(0))}{R_2^2} - \frac{\Delta R^2 (x_2(t) - x_2(0))^2}{2R_2^3} + \dots$$
(82)

$$\frac{1}{R_{seri_1}(x_1)} + \frac{1}{R_{seri_2}(x_2)} \cong \frac{2}{R_1} - \frac{\Delta R^2 (x_1(t) - x_1(0))^2}{R_1^3} + \dots$$
(83)

Liénard osilatörünün eşdeğer direnci ya da ikinci negatif direnç dönüştürücünün giriş direnci Eş. 84'te verilmiştir.

Çakır ve ark. / Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University 40:2 (2025) 1183-1195

$$\frac{1}{R_{e_{s}}} \cong \frac{2}{R_{1}} - \frac{1}{R_{P}} - \frac{\Delta R^{2}}{R_{1}^{3}} \left(x_{1}(t) - x_{1}(0) \right)^{2} + \dots$$
(84)

 R_{neg_2} ya da Eş. 84 ile verilen tersi bir çift fonksiyondur. Böylece bu çalışmada yapılan osilatörün eşdeğer direncinin ya da memristansının bir çift fonksiyon olduğu yani bu çalışmada tasarlanan osilatörün bir Liénard osilatörü olduğu gösterilmiştir. Eş. 84, Eş. 24'e yerleştirilirse Eş. 85 bulunur.

$$\frac{d^{2}i_{L}}{dt^{2}} + \frac{1}{C} \left(\frac{1}{R_{Neg_{2}}}\right) \frac{di_{L}}{dt} + \frac{1}{LC} i_{L}$$

$$= \frac{d^{2}i_{L}}{dt^{2}} + \frac{1}{C} \left(\frac{2}{R_{1}} - \frac{1}{R_{P}} - \frac{\Delta R^{2}}{R_{1}^{3}} \left(x_{1}(t) - x_{1}(0)\right)^{2}\right) \frac{di_{L}}{dt} + \frac{1}{LC} i_{L} = 0 \qquad (85)$$

Eş. 85 ve Eş. 64 yerine konulursa Eş. 86 elde edilir.

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} - \frac{1}{C} \left(\frac{\Delta R^2}{R_1^3} \left(x_1(t) - x_1(0) \right)^2 \right) \frac{d i_L}{dt} + \frac{1}{LC} i_L = 0$$
(86)

Eşdeğer memristörün akımı Eş. 87'de verilmiştir.

$$i(t) = L \left(\frac{2}{R_1} - \frac{1}{R_P} - \frac{\Delta R^2}{R_1^3} (x_1(t) - x_1(0))^2\right) \frac{di_L}{dt}$$

= $-\frac{L\Delta R^2}{R_1^3} (x_1(t) - x_1(0))^2 \frac{di_L}{dt}$ (87)

Eş. 7 kullanılarak ve $x_1(0)$ ve $x_2(0)$ durumlarının toplamının l olduğu Eş. 88'de verilmiştir.

$$x_1(0) + x_2(0) = 1 \tag{88}$$

 $\frac{dx_1}{dt}$ 'nin eşit olduğu ifade Eş. 89'da görülebilir.

$$\frac{dx_1}{dt} = K \frac{1}{1 - x_1^{2p}} \frac{R_{seri_2}(x_1)}{R_{seri_1}(x_1) + R_{seri_2}(x_2)} i(t) = \frac{Ki(t)}{1 - x_1^{2p}(0)} \frac{R_1 + \Delta R(x_1(t) - 0.5)}{2R_{max} - 2\Delta R}$$
(89)

Periyodik kararlı hâlde bu Liénard Osilatörü, Eş. 90-Eş. 93'te verilen denklem sistemi ile tanımlanabilir.

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{V_c(t)}{L} \tag{90}$$

$$\frac{dV_c(t)}{dt} = -\frac{i_L + i(t)}{c} \tag{91}$$

$$i(t) = \left(\frac{2}{R_1} - \frac{1}{R_p} + \frac{\Delta R^2}{R_1^3} (x_1(t) - x_1(0))^2\right) V_c(t)$$

= $-\frac{\Delta R^2}{R_1^3} (x_1(t) - x_1(0))^2 V_c(t)$ (92)

$$\frac{dx_1}{dt} = Ki(t) \frac{1}{1 - x_1^{2P}(0)} \frac{R_1 + \Delta R(x_1(t) - 0.5)}{2R_{max} - 2\Delta R}$$
(93)

5. Benzetim Sonuçları (Simulation Results)

Bu bölümde tasarlanan Memristör-tabanlı Liénard osilatörünün (MTLO) benzetim sonuçları sunulmuştur. MTLO ve benzetimler tersparalel bağlı seri koruma dirençli iki adet Karbon tabanlı Knowm memristör kullanılarak yapılmıştır. Şekil 6'da verilen Liénard Osilatörü devresinin LTspice programı kullanılarak benzetimi yapılmıştır. Elde edilen osilatör gerilimi Şekil 7'de verilmiştir. Devrenin kararlı halde osilatör olarak çalıştığı ve geriliminin çift dalga simetrisine sahip olduğu sahip olduğu görülebilir.



Şekil 6. LTspice ortamında benzetimi yapılan Liénard Osilatörü'nün devre şeması

(Circuit diagram of the Liénard Oscillator simulated in LTspice platform)

6. Deneysel Sonuçlar (Experimental Results)

Bu bölümde tasarlanan Memristör-tabanlı Liénard osilatörünün (MTLO) deneysel sonuçları sunulmuştur. Deneylerde ölçümler için GWINSTEK GDS-1062 Osiloskop ve MARXLOW MAS-830L Dijital Multimetre kullanılmıştır. MTLO ve deneyler ters-paralel bağlı seri koruma dirençli iki adet Karbon tabanlı Knowm memristör kullanılarak yapılmıştır. Deneylerde kullanılan devre elemanları ve cihazlar Tablo 1'de verilmiştir. Şekil 8'de verilen Liénard Osilatörü devresi bir protoboarda kurulmuştur. Devre ayarlanabilir bir kondansatör (C), endüktör (L) ve negatif direnç devrelerinden; negatif direnç devreleri ise, iki adet Knowm memristör (M1 ve M2), lineer dirençler ($R_N, R_P, R_{S_1}, R_{S_2}, R_1$, ve R_2) ve LM358 opampından (U_1) oluşmaktadır. Knowm firmaşı, üretmiş olduğu Karbon memristörlerin korunması amacıyla bu memristöre 50 k Ω -100 k Ω aralığında seri



Şekil 7. L=24,6 H, $R_P = 1,55 \text{ k}\Omega$, $R_N=1 \text{ k}\Omega$, $R_{S_1}=R_{S_2}=56 \text{ k}\Omega$, a) C = 2 μ F ve b) C = 4 μ F devre parametreleri için LTspice benzetiminde elde edilen osilatör çıkış gerilimi

(The oscillator output voltage for the circuit parameters of L=24,6 H, $R_p = 1,55$ k Ω , $R_N = 1$ k Ω , $R_{S_1} = R_{S_2} = 56$ k Ω , and a) C = 2 μ F and b) C = 4 μ F)

bağlı bir direncin bağlanmasını tavsiye etmektedir [42]. Bu çalışmada bu seri direncin değeri 56 k Ω olarak seçilmiştir. MTLO'nun yapımında kullanılan LM358 opampın nominal çıkış akımı 20 mA'dir.



Şekil 8. Deneylerde kullanılan Liénard Osilatörü'nün devre şeması (Circuit diagram of the Liénard Oscillator used in the experiments)

 Tablo 1. Osilatörde Kullanılan Devre Elemanları (Circuit Elements Used in Oscillator)

| Devre Elemanı | Adet | Devre Elemanının Değeri |
|-------------------------------|------|-------------------------|
| Ayarlanabilir kondansatör (C) | 1 | 100 pF-11,111 μF |
| Endüktör (L) | 1 | 24,6 H |
| Memristörler | 2 | Karbon tabanlı Knowm |
| (M1 ve M2) | 2 | memristör |
| R _N | 1 | 1 kΩ |
| R_{S_1} | 1 | 56 kΩ |
| R_{S_2} | 1 | 56 kΩ |
| R_1 | 1 | 1 kΩ |
| <i>R</i> ₂ | 1 | 1 kΩ |
| Opamp | 1 | LM358 |
| Potansiyometre (R_P) | 1 | 5 kΩ |

Ayarlanabilir bir endüktöre sahip olunmadığından, L-C tank devresinin rezonans frekansını değiştirmek için Memristör tabanlı Liénard Osilatörü devresindeki kapasitans değerinin değiştirilmesi tercih edilmiştir. Farklı kapasitans değerlerinde deney yapılacağından ve bu kapasitansa sahip kondansatörleri ayrı ayrı bulmak ve kullanmak zor olacağından dolayı ayarlanabilir kondansatör (*C*) kullanılmıştır. Ayarlanabilir kondansatörün değeri 100 pF ile 11,111 μ F aralığında değişmektedir. Bu deneyde ihtiyaç duyulan endüktörün endüktansı (L) oldukça büyük değerdir. Büyük değerde endüktör bulunamadığından, deneylerde elde bulunan 220/12 dönüştürme oranına sahip bir transformatörün primer sargısı ihtiyaç duyulan endüktör olarak kullanılmıştır. Bir R-L-C metre kullanılarak bu primer sargısının endüktansı 24,6 H olarak ölçülmüştür. MTLO devresinde potansiyometrenin direnci (R_n) sıfır olduğunda U_1 opampının kısa devre olmasını engellemek için değeri 1 k Ω olan R_N direnci potansiyometreye seri olarak bağlanmıştır. Devrede, osilatörün eşdeğer nonlineer direncinin akımının değiştirilmesi bu potansiyometre ile yapılmaktadır. Yapılan deneylerde bu potansiyometre ile değeri değiştirildiğinde MTLO'nun gerilim ve frekans değerlerinde değişimlerin gerçekleştiği gözlenmiştir. Potansiyometrenin direncinin ve kondansatör kapasitansının farklı değerleri için, farklı frekansa ve şekle sahip osilatör gerilimleri elde edilmiştir. Devre elemanlarının farklı ayarlanmış değerleri için Osilatör gerilimleri kondansatörün ucundan Osiloskop ile ölçülmüş ve kaydedilmiştir. Ölçülen gerilimlerden fazla yer kaplamaları için sadece iki tanesi Şekil 9'da verilmiştir. Osilatör gerilimleri sinüsoidal bir sekle sahip değildir. Ayrıca cıkış geriliminin sekli benzetimle bulunan gerilime göre farklı gözükmektedir. Osilasyon gerilimin tepe noktasındaki eğimlerin veya artış eğilimlerinin deneylerde elde edilenlere göre ters olarak elde edildiği görülmektedir. Yapılan ilave benzetimler bunun memristörün kutuplarının ters bağlanmasından kaynaklanmadığını göstermiştir. Yani kullanılan memristör modeli bu çalışma frekansında Karbon memristörü modellemekte eksik kalmaktadır. Bunun nedeni Knowm memristörün sahip olduğu kapasitif etkilerden dolayı eksik modellenmesi ya da birden fazla durum değişkenine sahip olmasına rağmen tek değişken ile modellenmesi olabilir [50]. Osilatör gerilimi bir relaksasyon yani gevseme osilatöründe dolup boşalan bir kondansatör gerilimine ya da daha cok bir testere disi dalgaya benzemektedir. Hatta [30, 31]'de verilenlerden daha iyi bir testere dişi dalga görünümündedir. Ayrıca Osilatör geriliminde yarım dalga simetrisi olmadığı görülmektedir. Bunun nedeni devrede kullanılan Knowm memristörlerin üretim toleranslarından dolavı birbirinin avnı olmaması vani karakteristiklerinin birbirinden farklı olması olarak düşünülmüştür. Simülasyon sonuçları ve deneysel sonuçlar birebir örtüşmese de her ikisi de devrenin bir osilatör olarak çalıştığını göstermektedir.

7. Simgeler (Symbols)

| Ag | : Gümüş |
|----|----------|
| С | : Karbon |



Şekil 9. $R_P = 1,55 \text{ k}\Omega$ potansiyometre direnci a) C = 2 μ F kapasitans değeri için ve b) C = 4 μ F kapasitans değeri için elde edilen osilatör çıkış gerilimi

(The oscillator output voltage for a potentiometer resistance of $R_P = 1,55 \text{ k}\Omega$ and a capacitance of a) C = 2 μ F and b) C = 4 μ F)

Çakır ve ark. / Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University 40:2 (2025) 1183-1195

| D | : Memristör fiziksel uzunluğu |
|-----------------------|---|
| i(t) | : Memristör akımı |
| i _{Neg} | : Negatif rezistans devresinin giriş akımı |
| f(x) | : Pencere fonksiyonu |
| g_{Neg} | : Negatif rezistans devresinin iletkenliği |
| K | : Memristör için kısaltma sabiti |
| μ_v | : Memristör iyon mobilite katsayısı |
| M_1 | : Memristör 1 |
| M_2 | : Memristör 2 |
| p | : Pencere fonksiyonu üstel parametresi |
| R(x) | : Memristörün memristans ya da direnç değeri |
| R _{Neg} | : Negatif rezistans devresi giriş direnci |
| R_{S_1}, R_{S_2} | : Memristör koruma dirençlerinin değerleri |
| R _{on} | : Minimum memristans |
| R _{off} | : Maksimum memristans |
| R_N, R_P, R_1, R_2 | : Negatif direnç devresinde kullanılan doğrusal |
| | dirençler |
| x(t) | : Memristörün durum değişkeni |
| <i>x</i> ₁ | : M_1 memristörünün durum değişkeni |
| <i>x</i> ₂ | : <i>M</i> ₂ memristörünün durum değişkeni |
| U_1 | : Osilatörde kullanılan opamp |
| v(t) | : Memristör gerilimi |
| V_c | : Kondansatör gerilimi |
| V_L | : Endüktör gerilimi |
| V _{Neg} | : Negatif direnç devresi giriş gerilimi |
| V_M | : Eşdeğer memristör gerilimi |
| W | : Memristörün okside olmuş kısmının boyutu |
| W_1, W_2 | : Memristörlerin memductans değerleri |
| Т | : Elektriksel Periyot |
| T _{pos} | : Pozitif alternansın genişliği |

7.1. Kisaltmalar (Abbreviations)

| LZD | : Lineer zamanla değişmeyen direnç |
|---------------------------------|---|
| MTLO | : Memristör-tabanlı Liénard osilatörü |
| SDC | : Kendinden kanal oluşturmalı |
| TiO ₂ | : Titanyumdioksit |
| VDPO | : Van der Pol Osilatörü |
| SDC TiO ₂ VDPO | : Kendinden kanal oluşturmalı : Titanyumdioksit : Van der Pol Osilatörü |

8. Sonuçlar (Conclusions)

Bu çalışmada Karbon tabanlı bir Knowm memristör entegresi kullanılarak literatürde bir ilk olarak Karbon Knowm memristör tabanlı bir Liénard Osilatörü yapılmıştır. Çalışmada, önce önerilen devre tanıtılmış, osilatörün denklemleri verilmiş, osilatörün eşdeğer memristör memristansının çift fonksiyon olmasının gerektiği vurgulanarak ispatlanmış, devre protoboard üzerine kurulmuş ve deneysel olarak incelenmiştir. Bu çalışmada önerilen Liénard Osilatöründe koruma direnci bağlı Karbon Knowm memristörler ters paralel olarak bağlanmıştır. MTLO'da endüktör, kondansatör ve negatif direnç dönüştürücü devresi birbirine paralel olarak bağlanmıştır. Devreyi tanımlayan diferansiyel denklem türetilmiş ve Taylor serisi açılarak Liénard Osilatörü olduğu gösterilmiştir. Devre elemanlarının değeriyle değiştirilerek gerçekleştirilen deneyler ile farklı ama birbirine benzer gerilim grafikleri elde edilmiştir. Yapılan bu deneyler sonucunda:

- Ters-paralel bağlı Karbon Knowm memristörler kullanılarak Lienard Osilatörü yapılabileceği ispat edilmiştir.
- Potansiyometre direncinin ve kondansatör kapasitansının farklı değerleri için farklı frekansta ve şekilde gerilim ve histerezis eğrileri elde edildiği gözlenmiştir.
- Elde edilen osilatör gerilimlerinde yarım dalga simetrisi yoktur. 1194

Bunun nedeni kullanılan memristörlerin üretim parametrelerinin birbirinden faklı olması olabilir.

- Karbon memristörlerin daha doğru modellere ihtiyacı olduğu görülmüştür. Daha iyi modellenmiş memristör modelleri ile osilatör devresinin daha hassas modellenmesi mümkün olacaktır.
- Karbon Knowm memristör HP memristör modelini ya da ideal memristörlerin sahip olduğu Bernoulli dinamiklerini [51] sağlamadığından bu makalede memristör Biolek modeli ile modellenmiştir ama bu modelin de bu memristörü modellemekte yetersiz kaldığı görülmüştür. Karbon Knowm memristörün tüm dinamiklerini verecek bir modele ihtiyaç duyulmaktadır [50]. Bu model [50]'deki veriler ve memristörün eşik gerilimi [47] göz önünde bulundurularak hazırlanmalıdır. Literatürde daha iyi bir model mevcut olduğunda, bu makaledeki analizler ters paralel bağlı memristörlerin kalıcı halde çift bir memristans fonksiyonuna sahip olması göz önünde bulundurularak yeni model için tekrarlanmalıdır.
- Bazı memristör emülatörleri Karbon tabanlı Knowm memristörden daha yüksek hızda çalışmaktadır [52, 53]. Karbon tabanlı Knowm memristör bu yüksek hızlara çıkamayacağından [47, 50], bu çalışmada incelenen Liénard osilatör devresi ile çok yüksek çalışma frekanslarına çıkmak mümkün olmayacaktır. Yüksek hızlı emülatörleri veya diğer malzemelerden yapılmış memristörleri tersparalel bağlayarak daha hızlı Liénard osilatörleri yapılması mümkündür. [31]'de incelenen Karbon tabanlı memristör kullanan testere dişi sinyal jeneratörü'nün bu Liénard osilatör devresinden daha yüksek çalışma frekanslarında çalışabildiği görülmüştür.

Bu çalışmada elde edilen tecrübeler daha farklı memristör tabanlı osilatörlerin ve devrelerin yapımında kullanılabilir. Bu devrede verilen çift memristans kullanma yöntemi başka malzemelerden yapılmış memristörler ile de denenerek ayrıca yeni tip Liénard Osilatörleri yapılabilir. Bu osilatör devresi [46]'da yapıldığına benzer şekilde uygun frekanstaki bir sinüsoidal kaynakla beslenerek kaotik sinyal üreten bir devrenin yapılması ve bu devrenin karışık moddaki salınımları gelecekte yeni bir araştırma konusu olabilir.

Teşekkür (Acknowledgement)

Bu çalışmada kullanılan memristörler Tekirdağ Namık Kemal Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi tarafından finanse edilmiştir (Proje numarası: NKUBAP.42.GA.19.206), Yazarlar bundan dolayı Tekirdağ Namık Kemal Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi'ne teşekkür eder.

Kaynaklar (References)

- Chua L.O, Memristor—The Missing Circuit Element, IEEE Transactions on Circuit Theory, 18 (5), 507–519, 1971.
- Chua L. O., Kang S. M., Memristive devices and systems, Proc. IEEE, 64, 209- 223, 1976.
- Strukov D. B., Snider G. S., Stewart D. R., Williams R. S., The missing memristor found, Nature (London), 453, 80-83, 2008.
- 4. Chua L.O, If it's pinched it's a memristor, Semiconductor Science and Technology, 29, 104001, 2014.
- Pershin Y.V., Martinez-Rincon J., Di Ventra M., Memory circuit elements: from systems to applications, Journal of Computational and Theoretical Nanoscience, 8 (3), 441-448, 2011.
- Pershin Y. V., Di Ventra M., Memory effects in complex materials and nanoscale systems, Adv. Phys., 60, 145–227, 2011.
- Chua L.O., Resistance switching memories are memristors, Applied Physics A, 102, 765–783, 2011.
- Marani R., Gelao G., Perri A. G., A review on memristor applications, arXiv preprint arXiv:1506.06899 (2015).

- Karakulak E., Mutlu R., Erdem U., Reconstructive sensing circuit for complementary resistive switches-based crossbar memories, Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences, 24 (3), 1371-1383, 2016.
- Rosezin R., Linn E., Nielen L., Kügeler C., Bruchhaus R., Waser R., Integrated Complementary Resistive Switches for Passive High-Density Nanocrossbar Arrays, Electron Device Letters, 32 (2), 191-193, 2011.
- Zheng J., Zeng Z., Zhu Y., Memristor-based nonvolatile synchronous flip-flop circuits, Seventh International Conference on Information Science and Technology (ICIST), 504-508, 2017.
- Sangho S., Kim K., Kang S. M., Memristor applications for programmable analog ICs, IEEE Transactions on Nanotechnology, 10 (2), 266-274, 2011.
- Prodromakis T., Toumazou C., A review on memristive devices and applications, 17th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems, 934-937, 2010.
- Yener Ş. Ç., Memristörün Analog Devre Tasarımına Katacağı Yeni Olanaklar, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, 2014.
- Pershin Y., Di Ventra M., Practical Approach to Programmable Analog Circuits With Memristors, IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 57, 1857 – 1864, 2010.
- Wey T. A., Jemison W.D, Variable gain amplifier circuit using titanium dioxide memristors, IET Circuits, Devices & Systems, 5, 59–65, 2011.
- Ascoli A., Tetzlaff R., Corinto F., Mirchev M., Gilli M., Memristorbased filtering applications, LATW 2013 - 14th IEEE Latin-American Test Workshop, 1-6, 2013.
- Yener Ş., Mutlu R., Kuntman H. H., Performance Analysis of a Memristor – Based Biquad Filter Using a Dynamic Model, Journal of Microelectronics, Electronic Components and Materials, 44, 109-118, 2014.
- Yener Ş.Ç., Mutlu R., Kuntman H.H., Memristor Based Sallen-Key Filters, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 30 (2), 173–184, 2015.
- Wey T., Benderli S., Amplitude modulator circuit featuring TiO₂ memristor with linear dopant drift, Electronics Letters, 45, 1103-1104, 2019.
- Mutlu R. Karakulak E., Memristor-Based Phase Shifter, ISMSIT 2018 -2nd International Symposium on Multidisciplinary Studies and Innovative Technologies, Proceedings, Dec. 2018.
- Parlar İ., Almalı M.N., A new operational amplifier model using a memristor emulator circuit and application to a phase-shifted oscillator circuit, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 39 (3), 1963–1972, 2024.
- 23. Mutlu R., Solution of TiO₂ memristor-capacitor series circuit excited by a constant voltage source and its application to calculate operation frequency of a programmable TiO2 memristor-capacitor relaxation oscillator, Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences, 23 (5), 1219–1229, 2015.
- **24.** Fouda M. E., Radwan A. G., Power dissipation of memristor-based relaxation oscillators, Radioengineering, 24 (4), 968-973, 2015.
- Talukdar A., Radwan A. G., Salama K. N., Generalized model for memristor-based Wien-family oscillators, Journal of Microelectronics, 42, 1032–1038, 2011.
- Itoh M., Chua L. O., Memristor Oscillators, International Journal of Bifurcation and Chaos, 18 (11), 3183–3206, 2011.
- Kaya, T., Memristor and Trivium-based true random number generator, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 542, 124071, 2020.
- Kaya, T., Tuncer, T., Avaroğlu, E., True bit generation by using two different noise sources, Journal of Circuits, Systems and Computers, 30 (14), 2150261, 2021.
- Taskiran Z.G.C., Sedef H., Realization of memristor based chaotic rossler circuit, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 35 (2), 765–774, 2019.
- 30. Özgüvenç A., Mutlu R., Karakulak E., Sawtooth signal generator with a memristor, 1 st International Conference on Engineering Technology and Applied Sciences Afyon Kocatepe University, Turkey April 2016.

- Karakulak, E., Mutlu, R., Sawtooth Signal Generator Using a Carbon-Based Memristor, Gazi University Journal of Science, 1-1, 2024.
- Sabarathinam S., Volos C. K., Thamilmaran K., Implementation and study of the nonlinear dynamics of a memristor-based Duffing oscillator, Nonlinear Dyn, 87 (1), 37–49, 2017.
- Buscarino A., Fortuna L., Frasca M., Gambuzza L. V., A Gallery Of Chaotic Oscillators Based On Hp Memristor, International Journal of Bifurcation and Chaos, 23 (5), 2013.
- Bao B. C., Liu Z., Xu J. P., Steady periodic memristor oscillator with transient chaotic behaviours, Electronics Letters, 46(3), 228–230, 2010.
- Zidan M. A, Omran H., Smith C., Syed A., Radwan A. G., Salama K. N., A family of memristor-based reactance-less oscillators", International Journal of Circuit Theory and Applications, 42 (11), 1103–1122, 2014.
- 36. Selmy M. I., Mostafa H., Dessouki A. A. S., Hardware implementation of a low power memristor-based voltage controlled oscillator, Proceedings of the International Conference on Microelectronics, ICM, 258–261, 2019.
- Volos C. K., Pham V. T., Nistazakis H. E., Stouboulos I. N., A dream that has come true: Chaos from a nonlinear circuit with a real memristor, International Journal of Bifurcation and Chaos, 30 (13), 2030036, 2020.
- Van der Pol B., A theory of the amplitude of free and forced triode vibrations, Radio Review (London), 1, 701–710, 754–762, 1920.
- Van der Pol B., LXXXVIII. On relaxation-oscillations, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 2 (11), 978-992, 1926.
- 40. B. Van der Pol, J. Van Der Mark, "Frequency demultiplication", Nature, 120 (3019), 363-364, 1927.
- **41.** B. Van der Pol, "The nonlinear theory of electric oscillations", Proc. IRE, 22, 1051–1086, 1934.
- Liénard A., Etude des oscillations entretenues, Revue générale de l'électricité, 23, 901–912, 946–954, 1928.
- 43. Slight T. J., Romeira B., Wang L., Figueiredo J. M., Wasige E., Ironside C. N., A Liénard oscillator resonant tunnelling diode-laser diode hybrid integrated circuit: model and experiment, IEEE journal of quantum electronics, 44 (12), 1158-1163, 2008.
- Wang L., Reliable design of tunnel diode and resonant tunnelling diode based microwave sources, Doctoral dissertation, University of Glasgow, 2012.
- 45. Çakır K., Mutlu R., Karakulak E., Ters-Paralel Bağlı Schottky Diyot Dizisi Tabanlı Van der Pol Osilatörü Devresinin Modellenmesi ve LTspice ve Simulink Kullanarak Analizi, EMO Bilimsel Dergi, 11 (21), 81-91, 2021.
- Kingston S. L., Kapitaniak T., Rich dynamics of memristor based Liénard systems, Mem-elements for Neuromorphic Circuits with Artificial Intelligence Applications, 125–145, 2021.
- Knowm, Self Directed Channel Memristors, Rev. 3.2, October 6, 2019 https://knowm.org/downloads/Knowm_Memristors.pdf, Erişim tarihi: 2 Eylül 2022.
- InformationWeek, Memristor Developer, http://www.informationweek.com/desktop/hp-hynix-to-collaborate-onmemristormemory-technology/d/did/1092114, Erişim tarihi: Kasım 21, 2022.
- Biolek, Z., Biolek, D., Biolkova, V., SPICE model of memristor with nonlinear dopant drift, Radioengineering, 18 (2), 210–214, 2009.
- 50. Dalmış C., Karbon ve Tungsten Tabanlı Memristör İçeren Kondansatör Devrelerinin Yön Bağımlı Dolması ve Boşalmasının İncelenmesi, Tekirdağ Namık Kemal Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 2021.
- 51. Biolek, Z., Biolek, D., Biolkova, V., Differential equations of ideal memristors, Radioengineering, 24 (2), 369-377, 2015.
- 52. Yeşil A, Babacan Y, Kaçar F., A new DDCC based memristor emulator circuit and its applications, Microelectron J, 45 (3), 282–287, 2014.
- Zhang Z, Xu A, Ren HT, Liu G, Cheng X., Reconfigurable multivalued memristor FPGA model for digital recognition, Int J Circuit Theory Appl., 50 (11), 3846–3860, 2022.