

Çok Değişkenli Gri Sistem Teorisi ile Deformasyon Tahmini

Levent TAŞÇI

Fırat Üniversitesi Geomatik Mühendisliği Bölümü
ltasci@firat.edu.tr

(Geliş/Received:18.10.2016; Kabul/Accepted:10.11.2016)

Özet

Deformasyonların analizinde, olasılık ve istatistik yöntemlerini kullanan klasik yöntemlerde büyük hacimli veriler ile daha etkili sonuçlar alınmaktadır. Ancak yeterli bilgi olmadığı durumlarda bu yöntemler çalışmaz durumdadır. Bu yüzden, deformasyon analizinde sınırlı sayıda veri ile çalışabilen sistemlere ihtiyaç vardır. Gri Sistem teorisi, küçük örnekleme sahip ve herhangi bir dağılım ihtiyacı olmayan belirsizlikleri inceler. Bu makale, statik bir yük altındaki çelik kafes köprü üzerinde oluşan deformasyonları çok değişkenli gri tahmin yöntemi kullanarak belirlemeyi amaçlar. Çok değişkenli gri tahmin yöntemi sistemin davranışı hakkında yeterli deneyime sahip olmadığımızda ve sınırlı sayıda veriye ulaştığımızda çok iyi sonuçlar üreten bir yöntemdir.

Anahtar Kelimeler: Gri Sistem Teorisi, Çok Değişkenli Gri Modelleme, Gri Tahminleme, Deformasyon.

Prediction Deformation with Multy Variable Grey System Theory

Abstract

In the analysis of deformations using probability and statistics methods with a large volume of data in the classical methods more effective. However, in cases where sufficient information, these methods will not work. Therefore, in the analysis of deformation a limited number of data are needed to systems that can work with. Grey system theory analyzes with a small sample and the uncertainty does not need any distribution. This article, deformations consisting on the steel arch bridge under a static load is aimed to determine by using multy variable grey prediction method. Multy Variable Grey prediction method is a method that produces satisfactory results when we do not have enough experience about system behaviors and we can reach only a limited number of data.

Key Words: Grey System Theory, Multy Variable Grey Modeling, Grey Prediction, Deformation

1. Giriş

Jeodezik deformasyon ölçme yöntemleri ve deformasyon ölçmelerinin analizi mühendislik ölçmelerinin en temel konuları arasında yer almaktadır. Deformasyon ölçmelerinin analiz edilmesi sonucunda ilgilenilen deformasyonun boyutu genel olarak ölçme hataları sınırlarındaki küçük miktarlardır. Belirlenmesi gereken miktar küçük olduğundan, deformasyon modelinin kabul edilebilmesi ve bu modeller hakkında doğru karar verebilmek için dikkatli bir şekilde yapılmış doğruluk analizi ve sonuçların istatistiksel testi gereklidir. Uzun yıllardır birçok araştırmacı deformasyonların izlenmesi ve analiz edilmesi hakkında birçok çalışma yapmıştır ve 1980 li yıllardan itibaren bu konular hakkında çok büyük gelişmeler yaşanmıştır. Gri teori, fuzzy matematik, yapay sinir ağları, kaos teorisi,

istatistiksel öğrenme teorisi gibi yöntemler deformasyonların analizinde uygulanmaya başlanmıştır. Deformasyonların analizinde, olasılık ve istatistik yöntemlerini kullanan klasik yöntemlerde büyük hacimli veriler ile daha etkili sonuçlar alınmaktadır. Ancak yeterli bilgi olmadığı durumlarda bu yöntemler çalışmaz durumdadır. Bu yüzden, deformasyon analizinde sınırlı sayıda veri ile çalışabilen sistemlere ihtiyaç vardır. Deng [1] tarafından ortaya atılan Gri Sistemde, temel düşünce belirsiz sistemlerin davranışlarını, sınırlı sayıda veri yardımı ile tahmin etmektir. Bu tahmin yönteminde, beyaz ve siyah renkler sembol olarak kullanılmıştır. Beyaz renk belirsizliğin olmadığı kusursuz veriyi siyah renk ise zıt özelliklere sahip bilgiyi sembolize etmektedir. Bu iki bilgi arasında kalan ve yalnızca sınırlı bilgiye sahip olunan bilgiler ise Gri Sistem olarak isimlendirilmektedir. Bu sistemdeki temel

yaklaşım, stokastik veya bulanık yöntemlerle sonuçlandırılmayan belirsiz sistemlerin tepkilerini ya da analizlerinin, sınırlı sayıda veri yardımı ile tahminleyebilmektir. Belirsizliğin ve eksik bilginin olduğu durumlarda anlamlı sonuçlar elde etmenin zorluğuna karşın bunu sağlayabilme yeteneği nedeniyle tercih edilen bir çözüm teorisi olarak karşımıza çıkmaktadır.

Gri model, Gri diferansiyel denklemlerden oluşan dinamik bir model olarak $GM(n,h)$ modeli ile ifade edilir. Burada “n” Gri diferansiyel denklemin derecesini, “h” ise değişkenlerin sayısını belirtmektedir. Bütün $GM(n,h)$ modelleri arasında en yaygın olarak kullanılan $GM(1,1)$ modelidir. $GM(1,1)$ modeli ile ilgili daha kapsamlı bilgi için ilgili referanslara bakılmalıdır [1-4]. $GM(1,N)$ çok değişkenli Gri model çoklu boyutlarda $GM(1,1)$ modelinin uzantısıdır ve çok değişkenli zaman serisi verilerinin tahminine uygulanabilir. Çok değişkenli gri model yüksek gri oranlı çoklu değişkenler üzerinde daha etkilidir. Tahmin endeksi, kendisinden başka diğer faktörler ile daha yüksek ilişkisi olabilir. $GM(1,N)$ daha yüksek doğruluk ve uygulama değerine sahiptir. [5,6]. $GM(1,N)$ modeli tahmin için ve birbirleri arasındaki değişkenlerin korelasyonunu tarif etmek için uygulanmaktadır [5]. Tahmin serileri ve ilgili seriler arasındaki yüksek gri sıklık derecesi, onların eğrileri arasında daha fazla benzerlik anlamına gelir. Bu nedenle, ilgili seriler tahmin serileri için önemlidir. Teorik olarak, korelasyon derecesi ne kadar yüksek olursa, daha doğru sonuçlar alınmaktadır. Bu nedenle $GM(1,N)$ modeli oluşturulduğu zaman Gri ilişki derecesi yüksek ve genellikle korelasyon değeri 0.6’ dan daha büyük olan tahmin değişkenleri seçilir [7].

Çok değişkenli model sistematik açıdan her bir değişkeni aynı şekilde tanımlayabilir ve her sistematik değişken arasındaki etkileşim ilişkilerini daha iyi bir şekilde yansıtabilir. Bu yüzden çok değişkenli sistemler modelleme ve tahmin için daha uygundur [6].

Gri sistem model uygulamaları mühendislik alanında gün geçtikçe daha yaygın kullanım alanı bulmaktadır. Özellikle deformasyon gibi gri ilişkinin olduğu alanlarda Gri sistem ile tahmin yapma hakkındaki çalışmalar bilim adamları tarafından yoğun bir şekilde kullanılmaktadır. Liu ve arkadaşları [8], yerleşimlerin alt zemin deformasyonu tahmininde, maden ocakları temel

deformasyonu tahmininde (Feng ve arkadaşları,[9], Pai ve arkadaşları [10] tarafından kanalizasyon sistemlerinin çevre üzerindeki etkilerini tahmin edebilmede, Yan ve Shiguo [5] Kentsel Su Tüketimi Uygulamalarında, Wang ve arkadaşları [11] deformasyon analizinde, Guo ve diğerleri [6] mühendislik uygulamalarında, Gao ve Gao [12], Rui Liu ve Xiao-lei Li [13], Yan ve Zhang [14], Wang ve arkadaşları [11], Grey sisteme bağlı olarak deformasyon izlenmesi ve tahmini ile ilgili çalışmalar yaptılar. $GM(1,1)$ grey modeli ile Jin vd. [15] heyelanların belirlenmesi, GAO ve GAO [16] yüksek yapıların deformasyonlarının belirlenmesi, Yanmei Yang [17] heyelan deformasyonu, Köse ve Taşçı [18] baraj deformasyonu hakkında çalışmalar yapmışlardır.

Bu çalışma, laboratuvar ortamında bir çelik kemer köprüye uygulanan yüklemeler sonucu elde edilen deformasyon ölçmelerinin verilerini kullanarak, deformasyon tahmininde $GM(1,N)$ Gri sistem teorisini kullanmayı amaçlamaktadır. Ayrıca, $GM(1,N)$ tahmin modeli kullanılarak elde edilen sonuçlar, komparatör ölçme sonucu elde edilen gerçek deformasyon değerleri ile karşılaştırılmıştır.

2. $GM(1,N)$ Çok Değişkenli Gri Tahmin Modeli

[19-21] nolu makaleler Çok Değişkenli Gri tahmin modeli teorisi ile ilgili olup okuyucuya daha çok bilgi verecektir. Bu makalelerden yararlanarak Çok Değişkenli Gri tahmin modelinin teorisi aşağıda verilmiştir.

Çok değişkenli Gri tahmin modeli $GM(1,N)$ için birinci dereceden diferansiyel denklem aşağıda verildiği gibi yazılır.

$$\begin{aligned} \frac{dx_1^{(1)}}{dt} &= a_{11}x_1^{(1)} + a_{12}x_2^{(1)} + a_{13}x_3^{(1)} + \dots + \\ &a_{1n}x_n^{(1)} + b_1 \\ \frac{dx_2^{(1)}}{dt} &= a_{21}x_1^{(1)} + a_{22}x_2^{(1)} + a_{23}x_3^{(1)} + \dots + \\ &a_{2n}x_n^{(1)} + b_2 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{dx_1^{(1)}}{dt} &= a_{n1}x_1^{(1)} + a_{n2}x_2^{(1)} + a_{n3}x_3^{(1)} + \dots + \\ &a_{nn}x_n^{(1)} + b_n \end{aligned}$$

GM(1,N) modelinin birinci dereceden diferansiyel denklemi denklem 2' de verildiği gibidir.

$$\frac{dx_1^{(1)}}{dt} = AX^{(1)} + B \quad \text{yada} \quad \frac{dx_1^{(1)}}{dt} - AX^{(1)} = B \quad (2)$$

Zaman-tepki denklemi denklem 3'de verilmiştir.

$$X_t^{(1)} = e^{A(t-1)} X_0^{(1)} + A^{-1}(e^{A(t-1)} - I) * B \quad (3)$$

(t=1,2,...,n)

Burada

$$e^{At} = I + At + \frac{A^2}{2!} t^2 + \dots = I + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A^k}{k!} t^k \quad (4)$$

A,B matrisini çözmek için en küçük kareler yöntemi kullanılır ve GM(1,N) parametre vektörü denklem 6' dan elde edilir.

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} \hat{a}_{11} & \hat{a}_{12} & \dots & \hat{a}_{1n} \\ \hat{a}_{21} & \hat{a}_{22} & \dots & \hat{a}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{a}_{n1} & \hat{a}_{n2} & \dots & \hat{a}_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{ve}$$

$$B = \begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \\ \vdots \\ \hat{b}_i \\ \hat{b}_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\hat{a}_i = \begin{bmatrix} \hat{a}_{i1} \\ \hat{a}_{i2} \\ \vdots \\ \hat{a}_{in} \\ \hat{b}_i \end{bmatrix} = (L^T L)^{-1} L^T Y_i \quad (6)$$

(i=1,2,...,n)

a ve b parametre değerlerinin öncelikli olarak belirlenmesi, Gri model yardımıyla tahmin yapabilmek için gereklidir. Bu parametrik değerlerin belirlenmesi için iki farklı yöntem olmasına rağmen Wen (2004) en küçük kareler yönteminin kullanılmasını tavsiye etmektedir. 6 nolu denklemdeki a ve b değerlerini en küçük kareler yöntemi ile tahmin etmek için L ve Y matrisleri 7 ve 8 nolu denklemlerde verildiği şekilde oluşturulur.

$$L = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(x_1^{(1)}(2) + x_1^{(1)}(1)) & \frac{1}{2}(x_2^{(1)}(2) + x_2^{(1)}(1)) & \dots & \frac{1}{2}(x_n^{(1)}(2) + x_n^{(1)}(1)) & 1 \\ \frac{1}{2}(x_1^{(1)}(3) + x_1^{(1)}(2)) & \frac{1}{2}(x_2^{(1)}(3) + x_2^{(1)}(2)) & \vdots & \frac{1}{2}(x_n^{(1)}(3) + x_n^{(1)}(2)) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{2}(x_1^{(1)}(m) + x_1^{(1)}(m-1)) & \frac{1}{2}(x_2^{(1)}(m) + x_2^{(1)}(m-1)) & \dots & \frac{1}{2}(x_n^{(1)}(m) + x_n^{(1)}(m-1)) & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$Y_i = \begin{bmatrix} x_i^{(0)}(2) \\ x_i^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x_i^{(0)}(m) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Denkleme 3' e göre $\hat{X}_1(k) = [\hat{x}_1^{(1)}(k), \hat{x}_2^{(1)}(k), \dots, \hat{x}_n^{(1)}(k)]$ değeri elde edebiliriz. Daha sonra denklem 9' a göre uygun tahmin değerleri $x_i^{(0)}$ elde edilir.

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{x}^{(0)}(k) = \hat{x}^{(1)}(k) - \hat{x}^{(1)}(k-1), \quad k = 2, \dots, m \\ \hat{x}^{(0)}(1) = \hat{x}^{(0)}(1) \end{array} \right\} \quad (9)$$

Rölatif hata $RE(i, m)$ değeri denklem 10' dan elde edilir.

$$RE(i, m) = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{t=1}^m \frac{[\hat{x}_i^{(0)}(t) - x_i^{(0)}(t)]^2}{[x_i^{(0)}(t)]^2}} * 100\% \quad (10)$$

2.1. Tahmin modelinin doğruluk testleri

Doğruluk testleri artık hata testleri, ilişkisel derece testi ve soncul hata oranı testlerini kapsar. İlişkisel derece testi tahmin değer eğrisi ile gerçek değer eğrisi arasındaki benzerliği hesaplamak için kullanılır. Soncul oran (c) ve küçük hata olasılığı (p) istatistiksel karakteristikleri test etmek için kullanılır.

Soncul oran değeri $c = \frac{s_2}{s_1}$ ile hesaplanır.

Burada

$$s_1 = \sqrt{(\sum_{t=1}^n ((x^{(0)}(t) - \hat{x}^{(0)}(t))^2) / (n-1))}$$

Gözlem değerlerinin karesel ortalama hatasıdır. $\hat{x}^{(0)} = (\sum_{t=1}^n ((x)^0(t)) / n)$ Ortalama değerdir.

$$s_2 = \sqrt{(\sum_{t=1}^n ((q^{(0)}(t) - \hat{q}^{(0)})^2) / (n-1))}$$

artık hataların karesel ortalama hatasıdır. Burada

$$q^0(t) = (x^{(0)}(t) - \hat{x}^{(0)}(t)) \quad \hat{q}^{(0)} = (\sum_{t=1}^n ((q)^0(t)) / n) \quad \text{ve} \quad p = P\{|q^{(0)}(t) - \hat{q}^{(0)}| < 0.6745s_1.$$

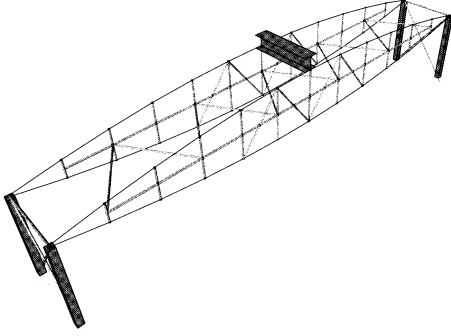
Tahminlerin doğruluğunun standart olarak belirlenmesi Tablo1' de verilmiştir.

Tablo 1.Tahmin Modellerinin Doğruluk Dereceleri [1,7,22].

P	C	Doğruluk Derecesi
>0.95	< 0.35	İyi
> 0.80	< 0.50	Kaliteli
> 0.70	< 0.65	Yeterli kalite
≤0.70	≥0.65	Kalitesiz

3. Uygulama

Uygulamanın yapıldığı çelik kafes sistem köprü 2010 yılında düzenlenen Design and Construct yarışmasına Fırat Üniversitesi İnşaat Mühendisliği bölümü öğrencileri tarafından hazırlanılarak katılmaya hak kazanılan bir çelik kafes sistem bir köprüdür (Şekil 1) [23].



Şekil 1. Çelik Kafes Köprü'nün genel görünüm çizimi [23].

Köprü 6.90 m açıklığında, 0.90 m genişliğinde ve maksimum yüksekliği 1.60 metredir. Tabliye kısmı alttan ve üstten gelen kemerlerin ortasında; yerden 1.20mt yukarıdadır. Birleşim yerlerinde 6mm ve 8mm levhalar kullanılmıştır. Tüm profiller st-37 mukavemet özelliğini taşımaktadır [23].

3.1. Köprü üzerinde deformasyon ölçmeleri

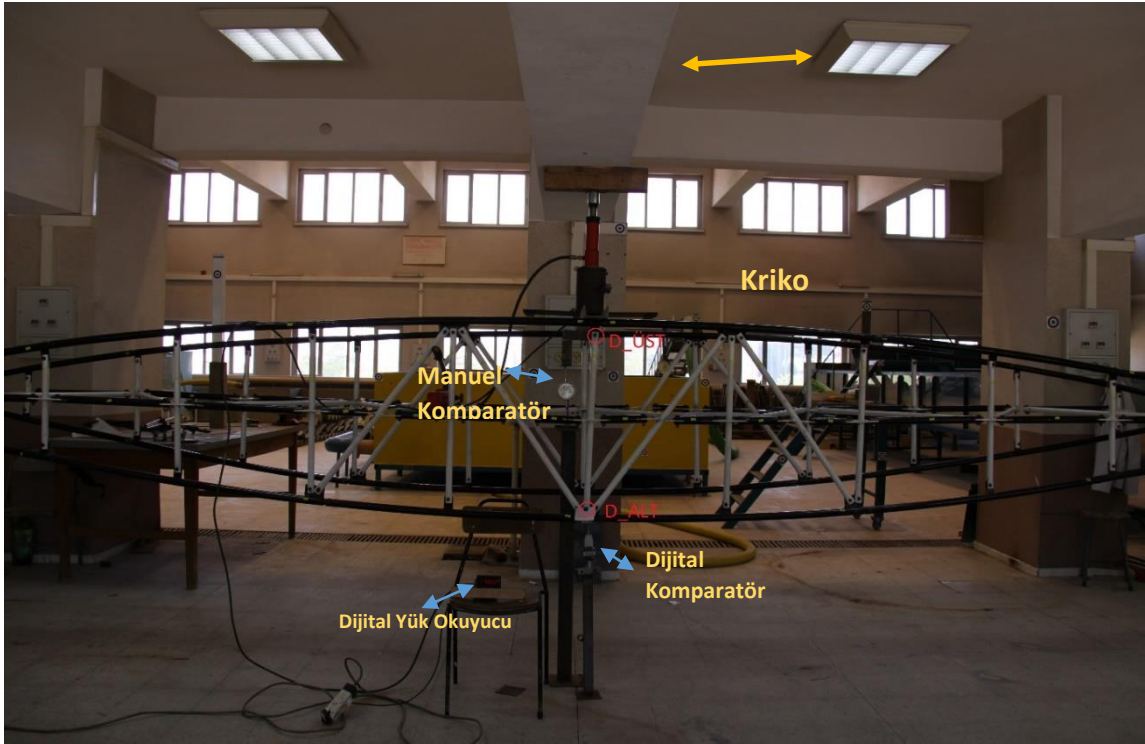
Mevcut laboratuvar ortamında köprüye deformasyonlar bir hidrolik kroki aracılığıyla

verilmiştir. Hidrolik krika bir I-kesitli kiriş üzerine oturtulup araya yük hücresi yerleştirilmiş ve üst taraftan da laboratuvarın kirişi ile sınırlandırılmıştır. I-kesitli yatay taşıyıcı eleman ise köprü'nün orta açıklığında üst başlık elemanları üzerine oturtulmuştur. Köprü'nün orta açıklığında yer alan I kesitli yatay taşıyıcı eleman aracılığıyla köprü'nün üst başlık elemanlarına kademe kademe hidrolik krika aracılığıyla düşey doğrultuda deformasyon verilmiştir (Şekil 2). Mevcut yüklemeler altında köprü elemanlarının plastik deformasyon göstermeyecek şekilde yükleme yapılmasına yani köprü'nün doğrusal bir davranış göstermesine dikkat edilmiştir. Her yük adımında orta açıklıkta meydana gelen deformasyonlar komparatörler aracılığıyla ölçülmüştür. Köprü üzerinde deformasyonları belirleyebilmek için 2 adet obje noktası seçilmiştir (D_UST ve D_ALT) (Şekil 2). Bu noktaların bulunduğu yere 2 adet Komparatör yerleştirilmiştir. Köprüye yük verilmeden önce obje noktalarında okumalar yapılmış ve bu okumalar referans okuması olarak alınmıştır.

Tablo 2'de yükleme altındaki komparatör okumaları verilmiştir.

Tablo 2. Yükleme altındaki komparatör okumaları

YÜK (TON)	ALT OKUMA (D_ALT)	ÜST OKUMA (D_UST)
	KOMPARATÖR(mm)	KOMPARATÖR(mm)
000	0.000	0.000
230	2.798	2.770
400	5.392	5.200
570	8.190	8.720
800	10.530	11.020
1000	12.382	12.520
1180	14.439	14.540
1410	16.769	16.660



Şekil 2. Köprünün genel görünümü [23]

4. Sonuçlar

GM(1,N) tahmin metodu kullanılarak obje noktaları için elde edilen tahminler ve tahmin modelinin doğruluğu ile modelin hata oran değerleri Tablo 3' te verilmiştir.

Bu makalede Excel kullanılarak sonuçlar elde edilmiştir. Örnekleme değeri olarak ilk 5 okuma ve modelin doğruluğunu test etmek için

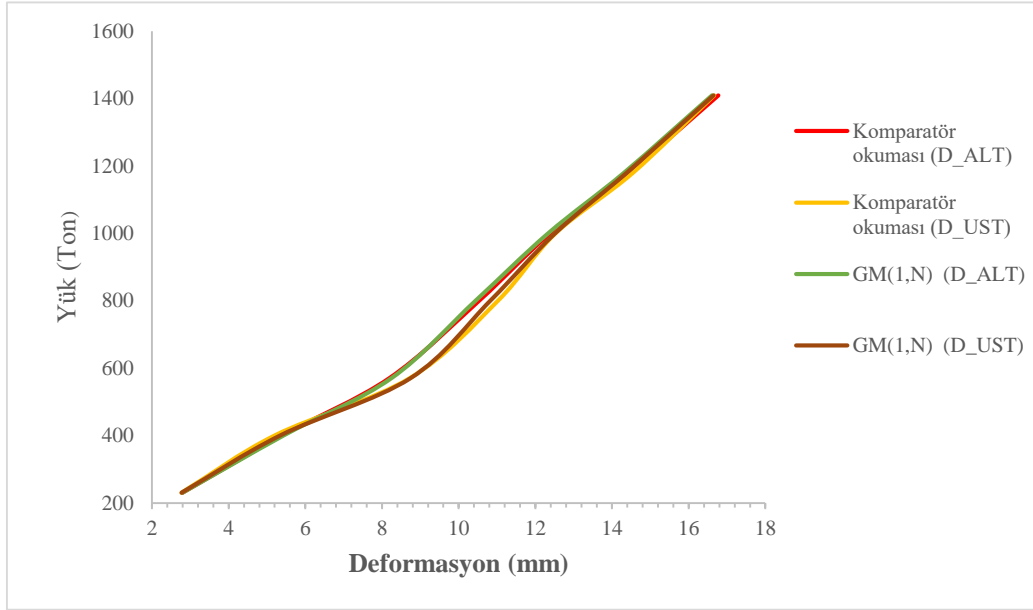
son iki tahmin değeri kullanılmıştır. Orijinal değerler ve tahmin değerleri Tablo 3'te verilmiştir. Tablo 3'teki son iki kolon hata yüzdeleri ve farkları vermektedir.

Tablo 3. Alt ve üst başlıkta yer alan referans noktalarının GM(1,N) Tahmin değerleri.

Sıra No	YÜK (TON)	Komparatör Okumaları (mm)		GM (1,N) Tahmin Değeri (mm)		Fark (mm)		Hata Yüzdesi	
		ALT OKUM A (D_ALT)	ÜST OKUM A (D_UST)	ALT OKUM A (D_ALT)	ÜST OKUM A (D_UST)	$\varepsilon(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)$		$\Delta_k = \frac{ \varepsilon_k }{x^{(0)}(k)}$	
1	230	2.798	2.770	2.798	2.770	0.000	0.000	0.000	0.000
2	400	5.392	5.200	5.435	5.344	0.043	0.144	0.008	2.697
3	570	8.190	8.720	8.246	8.740	0.056	0.020	0.007	0.229
4	800	10.530	11.020	10.441	10.821	-0.089	-0.199	0.009	1.838
5	1000	12.382	12.520	12.333	12.510	-0.049	-0.010	0.004	0.082
Tahmin	1180	14.439	14.540	14.312	14.377	-0.127	-0.163	0.009	1.135
Tahmin	1410	16.769	16.660	16.609	16.644	-0.160	-0.016	0.010	0.096
Ortalama Rölatif Hata								0.008	1.013

Tablo 3’te GM(1,N) tahmin metodu ile her iki obje noktası için tahmin modelinin doğruluğu (p) için “ $p=1>0.97$ ”; “İyi”, tahmin modelinin hata oranını veren C değeri için “ $c=0.03<0.35$ ”; “İyi” seviyede çıkmıştır. Yani modelin duyarlılığı çok yüksek seviyededir.

Bu çalışmada yük altında ölçülen komparatör okumalarının ilk 5 değeri sonraki değerleri tahmin etmek için kullanıldı. Gerçek okuma değeri 7 periyottur. Gerçek değer ve tahmin değerlerinin grafik olarak karşılaştırılması Şekil 3 te verilmiştir. Şekil 3 incelendiğinde tahmin ve gerçek değerler arasında büyük bir uyum olduğu görülmektedir.



Şekil 3. Alt ve Üst başlıkta yer alan referans noktalarının yüke bağlı yer değişimi

Köprü üzerinde belirlenmiş olan her iki obje noktası şekilde ayrı ayrı gösterilmiştir. Şekil 3’de görüldüğü üzere Gri sistem tahmin metodu GM(1,N) kullanılarak tahmini gerçekleştirilen obje noktalarının deformasyon değerleri deneysel olarak elde edilen değerlere yakın bir davranış göstermiştir.

Elde edilen sonuçlar göstermektedir ki çok değişkenli GM(1,N) modeli çok iyi tahmin sonuçları vermektedir. Çok değişkenli gri modelinin modellenmesi sırasında, değişken seçimi yanlış olduğu takdirde, matris veya ters matrisin çözüm yapmasında sıkıntı yaşanmaktadır. Uygulama esnasında uygun değerlerin seçilmesi zor olacağından, uygulamaya başlamadan önce uygun değerlerin seçilmesi için yeterli araştırmalar yapılmalıdır. Aksi takdirde sonuca ulaşmak zordur.

5. Kaynaklar

1. Deng, J.L., *Grey forecasting and decision*, Huazhong University of Science and Technology Press, 1986.
2. Deng, J.L., *Control problems of grey systems*. Systems and Control Letters **1** (5), 211–215, 1982.
3. Liu, S. ve LIN, Y., *Grey Information: Theory and Practical Applications*, Springer, 11-21, 2006.
4. Chiang, J.S., Wu, P.L., Ciang, S.D., Chang, T.J., Chang, S.T. ve Wen, K.L., *Introduction of grey system theory*, Taiwan, GAO-Li Publication, 1998.
5. Yan. H., Shiguo, X., *Multi-variable Grey Model based on Genetic Algorithm and its Application in Urban Water Consumption*, Nature and Science, **5**(1), 2007.
6. Guo, X., Liu S., Wu, L., Yanbo Gao, Yang, Y., *A multi-variable grey model with a selfmemory component and its application on engineering prediction*, Engineering Applications of Artificial Intelligence **42** 82–93, (2015).

7. Hui, H., Li, F., ve Shi, Y., *An Optimal Multi-Variable Grey Model For Logistics Demand Forecast*, International Journal of Innovative Computing, Information and Control **Volume 9**, Number 7, July 2013.
8. Liu, H.B., Xiang, Y.M., Ruan, Y.X., 2013. *A multivariable grey model based on background value optimization and its application to subgrade settlement prediction*. Rock Soil Mech. **34 (1)**, 173–181.
9. Feng, Q.G., Zhou, C.B., Fu, Z.F., Zhang, G.C., *Grey fuzzy variable decision making model of supporting schemes for foundation pit*. Rock Soil Mech. **31 (7)**, 2226–2231. 2010.
10. Pai, T-Y., Chang, T-C., Lo, H-M., Wen, H-H., Kong, H-H., Ho, H-H., ve Yeh, S-C., *Using grey model GM (1, N) to evaluate impact level of different factors in environmental impact assessment of sewer system*. International Journal of Applied Science and Engineering **5**, 1: 7-16, 2007.
11. Wang, Q-j., Wang, C-c, Xie, R-an. X, Zhang, X-q., Zhu, J-j., *An improved SCGM(1,m) model for multi-point deformation analysis*, Geosciences Journal **Vol. 18, No. 4**, p. 477 - 484, December 2014,
12. Gao, N., Gao, C-Y., *Deformation forecasting with a novel high precision grey forecasting model based on genetic algorithm*, Computer Modelling & New Technologies **18(7)** 212-217, 2014.
13. Li, R., Li, X.L., *Deformation monitoring and forecasting model study based on grey system theory*. Adv. Intell. Soft Comput. **62**, 555–564. 2009.
14. Yan, H., ve Zhang, L., *The research of the grey system theory applied on buildings deformation monitoring*, Journal of Chemical and Pharmaceutical Research, **6(7)**:2627-2629, 2014,
15. Jin, X-g., Zeng, J., Liu, X-r., *Application of GM(1,1) Optimized Model in Prediction of Landslide*, Third International Conference on Natural Computation (ICNC), 2007.
16. GAO, C., ve GAO, N., *Parameter Optimized of GM (1,1) Model and its Application in Subsidence and Deformation of High Building*, IEEE, 2010.
17. Yang, Y., ve Wang, Z., *Grey Prediction Research of Slope Deformation*, EJGE **volüme 18**. 2013.
18. Köse, E., ve Taşçı, L., *“Prediction of the Vertical Displacement on the Crest of Keban Dam”* The Journal of Grey System **27 (1)**, 12-20, 2015.
19. Niu, Z-H., *Multi-Variable Grey Model And Application Based On Synthetic Integrated Factors*, Proceedings of the Eighth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Baoding, 12-15 July, 2009.
20. Qiufeng, H., Yong, W., *GM(1,N) Model Multi-variable Forecast*, The Journal of Grey System **4** 319-324, 2010.
21. Youxin L., Qiyuan L., Xiaoyi C., *New information multivariable optimization MGM(1,n) model with non equidistance and based on background value optimization*, Computer Modelling & New Technologies **18(9)** 77-81, 2014.
22. Tseng, F.M., Yu, H.C. ve Tzeng, G.H., *Applied hybrid grey model to forecast seasonal time series*, Technological Forecasting and Social Change, **67(2)**: 291–302, 2001.
23. Taşçı, L., *Deformation Monitoring in Steel Arch Bridges Through Close-Range Photogrammetry and the Finite Element Method*, Experimental Techniques, 2013.