Fırat Üniv. Müh. Bil. Dergisi
29(1), 349-354, 2017

Science and Eng. J of Fırat Univ.
29(1), 349-354, 2017

Tamir Edilebilir Ardışık n'den 2-çıkışlı: F Sistemi

Gökhan GÖKDERE
Fırat Üniversitesi, İstatistik Bölümü, 23119 TURKEY.
g.g.gokdere@gmail.com

(Geliş/Received:09.01.2017; Kabul/Accepted:01.03.2017)

Özet

Ardışık n'den k-çıkışlı sistemlerin güvenilirlik analizinde sistemi oluşturan bileşenler genellikle tamir edilemez olarak kabul edilmektedir. Fakat bu yaklaşım birçok mühendislik uygulamasında gerçeği yansıtmamaktadır. Bu makalede, sistemi oluşturan her bir bileşen için çalışma süresinin ve tamir süresinin üstel olarak dağıldığı varsayımı altında, tamir edilebilir doğrusal ardışık n'den 2-çıkışlı: F sisteminin incelenmesi amaçlanmıştır. Genelleştirilmiş geçiş olasılığı tanımını kullanılarak, sistemin durum geçiş olasılığı elde edilmiştir. Sistemi oluşturan bileşenlerin sayısını gösteren n verildiğinde sistemin ilk ortalama arızalanma süresi belirlenmiştir. Ayrıca ilk ortalama arızalanma süresinin maksimum olabilirlik tahmincileri verilmiştir.

Anahtar Kelimeler. Ardışık n'den 2-çıkışlı: F Sistemi, Genelleştirilmiş Geçiş Olasılığı, Ortalama Arızalanma Süresi, Maksimum Olabilirlik Tahmincisi.

Repairable Consecutive 2-out-of-n: F System

Abstract

In the reliability analysis of consecutive k-out-of-n: F system, components constituting the system are generally regarded as non-repairable. However, this approach does not reflect the reality in many engineering applications. In this paper, our purpose is to study a linear consecutive-2-out-of-n: F repairable system under the condition that the working time and the repair time of each component are both exponentially distributed. By using the definition of generalized transition probability, the state transition probabilities of the system are derived. When n is given, the system mean time to first failure is obtained. Also, maximum likelihood estimators of the system mean time to first failure are presented.

Keywords. Consecutive 2-out-of-n: F System, Generalized Transition Probability, Mean Time to First Failure, Maximum Likelihood Estimator.

1.Giriş

Endüstride, birlikte çalışacak şekilde tasarlanmış paralel ve seri bağlı bileşenlerin bir araya gelmesinden oluşan sistemler, teknolojinin gelişmesiyle daha karmaşık bir hale gelmiştir. Bu gibi sistemlerde, sistemin bağlantı mekanizmalarını tanımlayabilmek için teorik olarak paralel ve seri sistemlerin genel hali olan ardışık n'den k çıkışlı sistemler tasarlanmıştır. Ardışık n'den k çıkışlı sistemlerini kullanmanın iki ana avantajı vardır:

1) Genellikle seri sistemlerden daha yüksek güvenilirliğe sahiptir.
2) Genellikle paralel sistemlerden daha uygun maliyete sahiptir.

Bu tür sistemler, sistemi oluşturan bileşenlerin kendi aralarındaki mantıksal veya fiziksel bağlantılarına göre doğrusal veya dairesel olarak karakterize edilirler. Ayrıca bu tür sistemler, kullanıcı için önemli olan amaç doğrultusunda, sistemin çalışma prensibi üzerine oluşturulduğunda "G" sistemi, sistemin çalışmama prensibi üzerine oluşturulduğunda ise "F" sistemi olmak üzere iki şekilde ifade edilirler. Ardışık n'den k çıkışlı sistem modelleri ilk olarak 1980 yılında Kontoleon tarafından ortaya konmuştur [1]. Bu tür sistemler telsiz bağlantısı istasyonlarının ve petrol boru hattı sistemlerinin tasarlanmasında [2], proton ve nötron iyonları gibi yoğun taneciklere büyük kinetik enerji sağlayan cihazlardaki vakum sistemlerinin tasarlanmasında [3] ve uzay aracı röle istasyonlarının tasarımında kullanılmaktadır [4].

Ardışık n'den k-çıkışlı F sistemi n tane bileşenden oluşan ve ancak n tane bileşenden ardışık olarak en az$k$tanesi arızalandığı zaman arızalanan bir sistem olarak tanımlanır. Ardışık n'den k-çıkışlı F sistemi ile ilgili diğer özel bir sistem türü ise ardışık n'den k-çıkışlı G sistemidir. Ardışık n'den k-çıkışlı G sistemi ise n tane bileşenden oluşan ve ancak ardışık olarak en az$k$ tanesi çalışır durumda olduğu zaman çalışan bir sistem olarak tanımlanır. Ardışık n'den k-çıkışlı sistemlerin çalışma prensibi ve güvenilirliği detaylı olarak Chiang ve Niu [2] tarafından incelenerek literatüre kazandırılmıştır. Literatürde, lineer ve dairesel olmak üzere, bahsetmiş olduğumuz sistemlerin güvenilirliği hakkında çok sayıda çalışma mevcuttur [5-9].

Yukarıda bahsetmiş olduğumuz yayınların hepsinde sistemi oluşturan bileşenler tamir edilemez olarak kabul edilmiştir. Fakat mühendislik uygulamalarında sistemi oluşturan bileşenlerin tamir edilebilir olması gerçeği kaçınılmazdır. Bu problemi ortadan kaldırmak için ilk olarak Zhang ve Wang [10] doğrusal ardışık n'den 2-çıkışlı tamir edilebilir F sistemini çalışmıştır. Daha sonra bu kapsamda literatürde sınırlı sayıda çalışma yapılmıştır [11-13].

Bu çalışmada mühendislik uygulamalarında sıklıkla kullanılan tamir edilebilir bileşenlerden oluşan doğrusal ardışık n'den 2-çıkışlı F sistemi aşağıdaki varsayımlar altında incelenmiştir:

1) Tamir edilebilir ardışık n'den 2-çıkışlı F sistemi, doğrusal olarak sıralanmış n tane bileşenden oluşmaktadır ve ancak en az ardışık iki bileşeni arızalanırsa arızalanmaktadır.
2) Sistemdeki bütün bileşenler yeni ve $t = 0$ anında çalışmaktadır.
3) X_i ve Y_i tesadüfi değişkenleri sırasıyla i-inci $(i = 1,2,\dots,n)$ bileşenin çalışma süresini ve tamirde geçirdiği süreyi göstersin. Ayrıca X_i ve Y_i tesadüfi değişkenleri bağımsız olup sırasıyla $1/\lambda$ ve $1/\mu$ parametreli üstel dağılıma sahiptirler.
4) Sadece bir tamirci bulunmaktadır, böylece aynı anda birden fazla bileşen tamir edilemez.
5) Tamir disiplini "tamire ilk gelen bileşen ilk olarak tamirden çıkar" olarak belirlenmiştir.
6) Tamir edilen her bir bileşenin tamirden sonra yenisi kadar iyi olduğu kabul edilmiştir.
7) Sistem arızalı duruma geçtiğinde çalışan bütün bileşenler durdurulur.
8) İki ya da daha fazla bileşenin aynı anda arızalanması olasılığı sıfır olarak kabul edilmiştir.

2. Materyal ve Yöntem

Bu bölümde ilk olarak genelleştirilmiş geçiş olasılığının tanımını vereceğiz. Daha sonra bir önceki bölümde vermiş olduğumuz varsayımları kullanarak $[0, t]$ zaman aralığında sistemin durumunu gösteren $\{N(t): t \geq 0\}$"nokta süreci"modelini oluşturacağız. En son olarak ise genelleştirilmiş geçiş olasılığının tanımını kullanarak q_{ij} geçiş oranları ve Q geçiş oranları matrisini oluşturacağız.

Tanım 2.1.

Kabul edelim ki $\{N(t): t \geq 0\}$, Ω örnek uzayına sahip sürekli zamanlı homojen Markov süreci olsun. $p_{i(m)}$ ifadesi sistemin t zamanında i durumunda olduğu koşul altında, i durumunu sağlayan m-inci olayın gerçekleşme olasılığını göstersin. Bu durumu aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$p_{i(m)} = P\left(\begin{matrix} \text{süreç } i \text{ durumunun} \\ m - \text{inci olayında başlar} \end{matrix} \middle| N(t) = i \right).$$

Burada $i = 1,2,\dots,M_i$ ve M_i'de verilen $i \in \Omega$ durumu için tesadüfi olayların sayısıdır. $p_{i(m)j}(\Delta t)$ ifadesi de i durumunu sağlayan m-inci olayın Δt zaman sonra j durumunda olacak olması olasılığını göstersin. Benzer şekilde bu durumu aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$p_{i(m)j}(\Delta t) = P\left(N(t + \Delta t) = j \middle| \begin{matrix} \text{süreç } i \text{ durumunun} \\ m - \text{inci olayında başlar} \end{matrix} \right).$$

O zaman, Δt zamanında i durumundan j durumuna genelleştirilmiş geçiş olasılığı aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$p_{ij}(\Delta t) = P(N(t+\Delta t) = j | N(t) = i)$$
$$= \sum_{m=1}^{M_i} p_{i(m)}\, p_{i(m)j}(\Delta t).$$

Burada

$$\sum_{m=1}^{M_i} p_{i(m)} = 1$$

dir.

2.1. Model Analizi

Birinci bölümde vermiş olduğumuz varsayımları kullanarak sistemin durumunu gösteren $N(t)$ ifadesini sistemi oluşturan bileşen sayısının dört olduğu durum için aşağıdaki şekilde elde ederiz.

$$N(t) = \begin{cases} 0, \text{t zamanında bütün bileşenler çalışır} \\ \quad \text{ise sistem çalışır.} \\ -1, \text{t zamanında bir bileşenler arızalanır} \\ \quad \text{ise sistem çalışır.} \\ -2, \text{t zamanında iki bileşenler arızalanır} \\ \quad \text{ise sistem çalışır.} \\ 2, \text{t zamanında iki bileşenler arızalanır} \\ \quad \text{ise sistem arızalanır.} \\ 3, \text{t zamanında iki bileşenler arızalanır} \\ \quad \text{ise sistem arızalanır.} \end{cases}$$

O zaman $\{N(t): t \geq 0\}$ sürekli zamanlı homojen Markov süreci olur. Bu sürecin örnek uzayı

$$\Omega = \{0, -1, -2, 2, 3\}$$

şeklinde tanımlanır. Model analizinden, sistemin çalışan durumlarının kümesinin $Ç = \{0, -1, -2\}$ ve sistemin arızalı olduğu durumların kümesinin ise $A = \{2, 3\}$ olduğunu rahatlıkla görebiliriz.

2.2. Geçiş Oranları ve Geçiş Oranları Matrisi

Genelleştirilmiş geçiş olasılığı tanımını ve sürekli zamanlı homojen Markov süreci olan $N(t)$ ifadesini kullanarak $n = 4$ için durum geçiş olasılıklarını aşağıdaki şekilde elde edebiliriz.

$$p_{00}(\Delta t) = 1 - 4\lambda\Delta t + O\Delta t,$$
$$p_{0-1}(\Delta t) = 4\lambda\Delta t + O\Delta t,$$
$$p_{0-2}(\Delta t) = p_{02}(\Delta t) = p_{03}(\Delta t) = O\Delta t,$$
$$p_{-10}(\Delta t) = \mu\Delta t + O\Delta t,$$
$$p_{-1-1}(\Delta t) = 1 - (3\lambda + \mu)\Delta t + O\Delta t,$$
$$p_{-1-2}(\Delta t) = \frac{3}{2}\lambda\Delta t + O\Delta t,$$
$$p_{-12}(\Delta t) = \frac{3}{2}\lambda\Delta t + O\Delta t,$$
$$p_{-13}(\Delta t) = O\Delta t,$$
$$p_{-20}(\Delta t) = p_{-22}(\Delta t) = O\Delta t,$$
$$p_{-2-1}(\Delta t) = \mu\Delta t + O\Delta t,$$
$$p_{-2-2}(\Delta t) = 1 - (2\lambda + \mu)\Delta t + O\Delta t,$$
$$p_{-23}(\Delta t) = 2\lambda\Delta t + O\Delta t,$$
$$p_{20}(\Delta t) = p_{2-2}(\Delta t) = p_{23}(\Delta t) = O\Delta t,$$
$$p_{2-1}(\Delta t) = \mu\Delta t + O\Delta t,$$
$$p_{22}(\Delta t) = 1 - \mu\Delta t + O\Delta t,$$
$$p_{30}(\Delta t) = p_{3-1}(\Delta t) = p_{32}(\Delta t) = O\Delta t,$$
$$p_{3-2}(\Delta t) = \mu\Delta t + O\Delta t,$$
$$p_{33}(\Delta t) = 1 - \mu\Delta t + O\Delta t,$$

Yukarıda elde etmiş olduğumuz durum geçiş olasılıklarını ve

$$q_{ij} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{p_{ij}(\Delta t)}{\Delta t}, \quad i, j \in \Omega \text{ ve } i \neq j,$$
$$q_j = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1 - p_{ij}(\Delta t)}{\Delta t}, \quad j \in \Omega,$$

durum geçiş oranlarını kullanarak geçiş oranları matrisini

$$Q = (q_{ij})$$
$$= \begin{bmatrix} -4\lambda & 4\lambda & 0 & 0 & 0 \\ \mu & -(3\lambda + \mu) & \frac{3}{2}\lambda & \frac{3}{2}\lambda & 0 \\ 0 & \mu & -(2\lambda + \mu) & 0 & 2\lambda \\ 0 & \mu & 0 & -\mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu & 0 & -\mu \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \tag{1}$$

şeklinde elde edebiliriz.

3. Sistemin Ortalama Arızalanma Süresi

Bu bölümde sistemin güvenilirlik indislerinde biri olan ilk ortalama arızalanma süresini elde etmeye çalışacağız. $j \in \Omega$ için aşağıdaki olasılığı tanımlayalım,

$$p_j(t) = P\{N(t) = j\}.$$

Ayrıca, $P_\Omega(t)$ ifadesini $P_\Omega(t) = (p_0(t), p_{-1}(t), p_{-2}(t), p_2(t), p_3(t))$ şeklinde tanımlayalım. Kolmogorov-Feller ileri denklemine göre, Fokker-Planck denklemini [14] aşağıdaki şekilde elde edebiliriz.

$$p_j'(t) = \sum_{k \in \Omega} p_k(t) q_{kj}, \quad j \in \Omega.$$

(1) denklemiyle verilen geçiş oranları matrisini kullanarak Fokker-Planck denklemini matris formunda

$$\begin{cases} P_\Omega'(t) = P_\Omega(t) Q \\ P_\Omega(0) \text{başlangıç koşulları} \end{cases} \tag{2}$$

yazabiliriz. Burada $P_\Omega'(t) = (p_0'(t), p_{-1}'(t), p_{-2}'(t), p_2'(t), p_3'(t))$ ve $P_\Omega(0) = (1,0,0,0,0)$ dir. Sistemin güvenilirliğini elde edebilmek için

$$\begin{cases} \big(p_0'(t), p_{-1}'(t), p_{-2}'(t)\big) = \\ \big(p_0(t), p_{-1}(t), p_{-2}(t)\big) Q \\ \\ P_Ç(0) = \big(p_0(0), p_{-1}(0), p_{-2}(0)\big) = \\ (1,0,0) \text{ başlangıç koşulları} \end{cases} \tag{3}$$

diferansiyel denklem sistemini çözmemiz gerekmektedir. (3) denklemi daha açık olarak

$$p_0'(t) = -4\lambda p_0(t) + \mu p_{-1}(t)$$
$$p_{-1}'(t) = 4\lambda p_0(t) - (3\lambda + \mu) p_{-1}(t) + \mu p_{-2}(t)$$
$$p_{-2}'(t) = \frac{3}{2}\lambda p_{-1}(t) - (2\lambda + \mu) p_{-2}(t)$$

şeklinde yazabiliriz. Yukarıdaki denklemlerin her iki taraflarının $P_Ç(0) = (1,0,0)$ başlangıç koşulları altında Laplace dönüşümleri alınırsa

$$-1 + s p_0^*(s) = -4\lambda p_0^*(s) + \mu p_{-1}^*(s)$$
$$s p_{-1}^*(s) = 4\lambda p_0^*(s) - (3\lambda + \mu) p_{-1}^*(s) + \mu p_{-2}^*(s)$$
$$s p_{-2}^*(s) = \frac{3}{2}\lambda p_{-1}^*(s) - (2\lambda + \mu) p_{-2}^*(s)$$

elde edilir. Yukarıdaki Laplace dönüşümü alınan denklemin çözümü yapılırsa

$$p_{-2}^*(s) = \frac{3\lambda}{2s + 4\lambda + 2\mu} p_{-1}^*(s)$$
$$p_0^*(s) = \left(\frac{s + 3\lambda + \mu}{4\lambda} - \frac{3\mu}{8s + 16\lambda + 8\mu}\right) p_{-1}^*(s)$$
$$p_{-1}^*(s) = \left(\frac{(s + 3\lambda + \mu)(s + 4\lambda)}{4\lambda} - \frac{3\mu(s + 4\lambda)}{8s + 16\lambda + 8\mu} - \mu\right)^{-1}$$

elde edilir. Sonuç olarak sistemin güvenilirliğini gösteren $R_F(t)$'nin Laplace dönüşümü

$$R_F^*(s) = \sum_{j \in Ç} p_j^*(s) = p_0^*(s) + p_{-1}^*(s) + p_{-2}^*(s)$$

ve sistemin ortalama arızalanma süresi

$$\text{OAS} = \lim_{s \to 0} R_F^*(s)$$
$$\frac{288\lambda^5 + 38\lambda^2\mu + 144\lambda^4\mu + 11\lambda\mu^2 + 2\mu^3 + 48\lambda^3 + 18\lambda^3\mu^2}{12\lambda^2(8\lambda^2 + 6\lambda\mu + \mu^2)} \tag{4}$$

şeklinde elde edilir.

Açıkça λ ve μ parametrelerinin seçili değerlerini ve (4) eşitliğini kullanırsak sistemin ilk ortalama arızalanma süresini Tablo 1' deki gibi elde ederiz.

Table 1. Tamir edilebilir ardışık 4'den 2-çıkışlı F sisteminin λ ve μ parametrelerine bağlı olarak ilk ortalama arızalanma süresi

λ	μ	OAS
0.5	0.1	2.44293
0.5	0.3	2.37475
0.7	0.1	2.74956
0.7	0.3	2.65039
0.9	0.1	3.18756
0.9	0.3	3.07457

4. Arızalanma Süresinin Maksimum Olabilirlik Tahmincisi

Eğer (4) denkleminde λ ve μ parametreleri biliniyor ise sistemin ortalama arızalanma süresi çok rahatlıkla hesaplanabilir. Fakat λ ve μ parametreleri bilinmediği zaman bu parametreleri tahmin etmemiz gerekmektedir. Maksimum olabilirlik tahmincisi hiç şüphe yok ki esnekliği ve genelleştirilebilir olmasından dolayı tahmin için en popüler yöntemdir.

4.1. Maksimum Olabilirlik Tahmincisi

Kabul edelim ki (X, Y) tesadüfi vektörleri bilinmeyen bir skaler veya vektör değerli $\theta \in \Theta$ parametresine ve $f(x, y|\theta)$ olasılık yoğunluk

fonksiyonuna sahip olsun. Amacımız, (X_1,Y_1), (X_2,Y_2),…, (X_n,Y_n) gözlemlerine bağlı olarak (4) eşitliği ile verilen ortalama arızalanma süresini tahmin etmektir. Eğer X ve Y
$f(X,Y|\theta)=f_X(x|\theta)f_Y(y|\theta)$
formundaki olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip bağımsız tesadüfi değişkenler ise X ve Y için gözlem sayısı aynı olmak zorunda değildir. Genel olarak X ve Y tesadüfi değişkenleri bağımlı ise veri $(\underline{X},\underline{Y})$ formundadır. Burada

$\underline{X}=(X_1,X_2,\dots,X_n)$, $\quad \underline{Y}=(Y_1,Y_2,\dots,Y_n)$

ve $n_1=n_2$ dir. Verinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(\underline{X},\underline{Y}|\theta)=\prod_{j=1}^{n} f(X_j,Y_j|\theta) \qquad (5)$$

şeklinde olsun. Eğer X ve Y tesadüfi değişkenleri bağımsız ise o zaman (5) aşağıdaki gibi yazılır.

$$f(\underline{X},\underline{Y}|\theta)=\prod_{i=1}^{n_1} f_X(x_i|\theta)\prod_{j=1}^{n_2} f_Y(y_j|\theta) \qquad (6)$$

Tanım 4.1.

$(\underline{X},\underline{Y})$ formundaki veri gözlemlenmiş olsun. $L(\theta|\underline{X},\underline{Y})=f(\underline{X},\underline{Y}|\theta)$ şeklinde tanımlanan fonksiyona olabilirlik fonksiyonu denir.

Tanım 4.2.

$(\underline{X},\underline{Y})$ örneğine bağlı θ parametresinin $\tilde{\theta}=\tilde{\theta}(\underline{X},\underline{Y})$ maksimum olabilirlik tahmin edicisi parametrik değerdir ve $L(\theta|\underline{X},\underline{Y})$ olabilirlik fonksiyonu θ'nın bir fonksiyonu olarak maksimumuna atanır.

Teorem 4.1. (Maksimum olabilirlik tahmincisinin değişmezlik özelliği)

Eğer $\tilde{\theta}$, θ'nın maksimum tahmin edicisi ise, o zaman herhangi bir $\varphi(\theta)$ fonksiyonu için $\varphi(\theta)$'nın maksimum olabilirlik tahmincisi $\varphi(\tilde{\theta})$ dır [15].

4.2. Maksimum Olabilirlik Tahmincisinin Oluşturulması

X ve Y olasılık yoğunluk fonksiyonları giriş kısmında belirtildiği gibi sırasıyla

$f_X(x|\lambda)=xe^{-\lambda x}$ ve $f_Y(y|\mu)=ye^{-\mu y}$

olan üstel tesadüfi değişkenler olsunlar.

Eğer $X_1,X_2,\dots,X_{n_1}$ ve $Y_1,Y_2,\dots,Y_{n_2}$ tesadüfi değişkenleri sırasıyla $f_X(x|\lambda)$ ve $f_Y(y|\mu)$ olasılık yoğunluk fonksiyonlarından elde edilen örnekler ise (6) eşitliğinden

$f(\underline{X},\underline{Y}|\lambda,\mu)=\lambda^{n_1}\mu^{n_2}e^{-\lambda n_1\bar{x}-\mu n_2\bar{y}}$

elde edilir. Burada

$$\bar{x}=(n_1)^{-1}\sum_{i=1}^{n_1}x_i \ \text{ ve } \ \bar{y}=(n_2)^{-1}\sum_{j=1}^{n_2}y_j$$

şeklindedir.

Logaritmik fonksiyon kesin artan olduğundan, $L(\theta|\underline{X},\underline{Y})$ olabilirlik fonksiyonunu maksimum yapmak, olabilirlik fonksiyonunun logaritması olan $\ln L(\theta|\underline{X},\underline{Y})$'yi maksimum yapmak ile eşdeğerdir. Buradan λ ve μ parametrelerinin $\tilde{\lambda}$ ve $\tilde{\mu}$ maksimum olabilirlik tahmin edicileri

$$\ln f(\underline{X},\underline{Y}|\lambda,\mu)$$
$$=n_1\ln\lambda+n_2\ln\mu-\lambda n_1\bar{x}-\mu n_2\bar{y} \qquad (7)$$

eşitliğini maksimum yapan λ ve μ değerleridir. (7) eşitliğinin λ ve μ parametrelerine göre ayrı ayrı türevlerini alıp sıfıra eşitlediğimiz vakit

$$\frac{n_1}{\tilde{\lambda}}-n_1\bar{x}=0 \ \text{ ve } \ \frac{n_2}{\tilde{\mu}}-n_2\bar{y}=0$$

elde ederiz. Buradan,

$$\tilde{\lambda}=\frac{1}{\bar{x}} \quad \text{ve} \quad \tilde{\mu}=\frac{1}{\bar{y}} \qquad (8)$$

elde ederiz. Son olarak maksimum olabilirlik tahmincisinin değişmezlik özelliğini ve (8) eşitliğini (4) de kullanırsak tahmin edilmiş ortalama arızalanma süresini elde ederiz.

5. Sonuç

Yapmış olduğumuz bu çalışmada, doğrusal ardışık n'den 2-çıkışlı: F sistemi bileşenlerinin tamir edilebilir olduğu varsayımı altında incelenmiştir. Mühendislik uygulamalarında bu tür sistemle sık karşılaşılmaktadır.

Örneğin; petrol taşımacılığı, üretimden işleme aşamasına kadar tedarik zincirinde önemli bir yer teşkil etmektedir. Petrol nakil sisteminde, teslimatın düzgün bir şekilde tamamlandığını garanti etmek için pompa istasyonları tarafından petrole basınç uygulanmalı ve ısıtılmalıdır. Eğer bir pompa istasyonu arızalanırsa, komşu istasyonlar yükü taşıyabileceklerinden dolayı petrol akışı kesilmeyecektir. Ancak birbirini takip eden iki pompa istasyonu arızalandığında petrol akışı durdurulur ve sistem arıza durumuna geçer. Böylece pompa istasyonlarını sistemdeki bileşenler olarak düşünürsek, petrol boru hattı pompa sistemini doğrusal ardışık n'den 2-çıkışlı F sistemi olarak ele alabiliriz.

Çalışmamızda sistemi oluşturan bileşenlerin eşit arızalanma olasılıklarına sahip oldukları varsayılmıştı. Fakat ileriki aşamalarda tamir edilebilir doğrusal ardışık n'den 2-çıkışlı F sistemi, bileşenlerinin eşit arızalanma olasılıklarına sahip olmadığı durum altın da incelenebilir. Hatta bu durum doğrusal ardışık n'den k-çıkışlı F sistemine de genelleştirilebilir.

6. Kaynaklar

1. Kontoleon, J.M. (1980). Reliability determination of a r-successive-out-of-n: F system. *IEEE Transaction on Reliability*, **29**: 437.

2. Chiang, D.T., Niu, S.C. (1981). Reliability of a consecutive-k-out-of-n: F system. *IEEE Transaction on Reliability*, **30**: 87-89.

3. Kao, S.C. (1982). Computing reliability from warranty. Proc. Am. Statist. Assoc., Sect. Statist. Comput. 309-312.

4. Chiang, D., Chiang, R. (1986). Relayed communication via consecutive-k-out-of-n: F system. *IEEE Transaction on Reliability*, **35**: 65-70.

5. Bollinger, R.C., Salvia, A.A. (1982). Consecutive-k-out-of-n: F network. *IEEE Transaction on Reliability*, **31**: 53-56.

6. Derman, C., Liberman, G.J., Ross, S.M. (1982). On the consecutive-k-out-of-n: F system. *IEEE Transaction on Reliability*, **31**: 57-63.

7. Zuo, M.J., Kuo, W. (1990). Design and performance analysis of consecutive-k-out-of-n structure. *Naval Research Logistics*, **37**, 203-230.

8. Eryılmaz, S. (2014). Parallel and consecutive k-out-of-n: F systems under stochastic deterioration, *Appl. Math. Comput*., **227**, 19-26.

9. Gokdere, G., Gurcan, M., Kılıç, M. B. (2016). A new method for computing the reliability of consecutive k-out-of-n: F systems, *Open Phys*., **14**, 166-170.

10. Zhang, Y.L., Wang, T.P. (1996). Repairable consecutive-2-out-of-n: F system. *Microelectronic Reliability*, **36**, 605-608.

11. Zhang, Y.L., Wang, T.P., Jia, J.S., (1998). Reliability analysis of consecutive-(n-1)-out-of-n: G repairable system. *Chinese Journal of Automation*, **10**, 181-186.

12. Zhang, Y.L., Lam, Y. (1998). Reliability of consecutive-k-out-of-n: G repairable system. *International Journal of System Science*, **29**, 1375-1379.

13. Cheng, K., Zhang, Y.L. (2001). Analysis for a consecutive-k-out-of-n: F repairable system with priority in repair. *International Journal of System Science*, **32**, 591-598.

14. Cao, J.H, Cheng, K. (1986). Introduction to reliability mathematics. Beijing: Science Press.

15. Casella, G., Berger, R. (1990). Statistical Inference. Duxbury Press, California.