

**SÜT SIĞIRLARINDA LAKTASYON EĞRİLERİNİN FARKLI MATEMATİK
MODELLERLE BELİRLENMESİ VE KONTROL ARALIĞININ TESPİTİ¹**

İsmail KESKİN²

Abdurrahman TOZLUCA²

² Selçuk Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Zootehni Bölümü, 42031, KONYA

ÖZET

Bu çalışmada, farklı matematik modeller kullanılarak İsviçre Esmeri sığırların laktasyon eğrilerini en iyi belirleyen modellerin tespiti amaçlanmıştır. Çalışmada sekiz matematik model incelenmiştir. Bu modeller aşağıdaki gibidir.

Model 1: $Y_{(t)} = at^b e^{(-ct)}$, Model 2: $Y_{(t)} = at^b e^{(-ct)}(1 + u \sin(t) + v \cos(t))$, Model 3: $Y_{(t)} = a + bt + ct^2$,

Model 4: $Y_{(t)} = a + bt + ct^2 + dt^3$, Model 5: $Y_{(t)} = at^b / \cos(ct)$, Model 6: $Y_{(t)} = a + bt + c(1/t)$,

Model 7: $Y_{(t)} = a - bt + ct^2 / 2 + d \log(t)$, Model 8: $Y_{(t)} = t / (a + bt + ct^2)$

Süt verimi kayıtları laktasyon sırası ve laktasyonun başlama mevsimine göre standardize edilerek, modellerin laktasyon eğrisine uyumları incelenmiş ve karşılaştırılmıştır. Standardize edilmiş verilere tüm kontrol aralıklarında Model 1 ve Model 2'nin daha iyi uyum gösterdiği tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Süt sığıru, laktasyon eğrisi, matematik model, kontrol aralığı

DESCRIBING OF DIFFERENT MATHEMATICAL MODELS FOR LACTATION CURVE

AND ESTIMATION OF CONTROL INTERVAL IN DAIRY CATTLE

ABSTRACT

In this study aimed fitting and comparing eight mathematical models to lactation curves of Brown Swiss cattle. Models are as follows:

Model 1: $Y_{(t)} = at^b e^{(-ct)}$, Model 2: $Y_{(t)} = at^b e^{(-ct)}(1 + u \sin(t) + v \cos(t))$, Model 3: $Y_{(t)} = a + bt + ct^2$,

Model 4: $Y_{(t)} = a + bt + ct^2 + dt^3$, Model 5: $Y_{(t)} = at^b / \cos(ct)$, Model 6: $Y_{(t)} = a + bt + c(1/t)$,

Model 7: $Y_{(t)} = a - bt + ct^2 / 2 + d \log(t)$, Model 8: $Y_{(t)} = t / (a + bt + ct^2)$

Lactation data were standardized according to lactation order and season. The fitting the lactation curve of the models are investigated and compared. The standardized data were found to be more compatible with Model 1 and Model 2 in all control intervals than other models.

Key Words: Dairy cattle, lactation curve, mathematical model, control interval

GİRİŞ

Hayvancılıkta verimlerin matematik modeller ile ifade edilmesi, hayvanların gerek bir verim döneminde, gerekse ömürleri boyunca verecekleri verimlerin önceden tahmin edilebilmesine imkan sağlamaktadır. Laktasyon eğrisinin şekli, ineğin süt veriminin değerlendirilmesinde toplam veya laktasyon süt veriminin yanında ele alınan bir kriterdir. Wood (1967), laktasyon eğrisinin şeklinin ekonomik olarak önemli olduğunu, laktasyon süresince fazla değişiklik göstermeden süt veren bir ineğin, sütün büyük bir kısmını laktasyonun başlangıcında az bir kısmını ise sonraki dönemde veren bir ineğe tercih edilebileceğini bildirmiştir. Ayrıca, laktasyon eğrisi tiplerinin belirlenerek uygun tip eğriye sahip olmayan hayvanların damızlık dışı tutulması önerilmektedir (Sherchand ve ark. 1995).

Gerçek süt verimine, hem seleksiyon çalışmalarında, hem de besleme ve sürü idaresinde ihtiyaç duyulur. Gerçek süt verimi, laktasyon boyunca sütün her gün, her sağımda ölçülmesi ile bulunur. Pratikte böyle bir yöntemin uygulanması elektronik kontrol sistemlerinin kullanılmadığı işletmelerde oldukça zordur. Bunun için süt verim kontrollerinin belirli aralıklarla

yapılarak gerçek süt veriminin tahmin edilmesi maliyet ve iş gücü açısından önem taşımaktadır.

Laktasyon eğrilerini tanımlamaya yönelik ilk matematik modelin Brody ve ark. (1923) tarafından yapıldığı bildirilmiştir. $Y_{(w)} = ae^{-cw}$ şeklindeki bu modelde $Y_{(w)}$: w. Haftadaki süt verimini, a ve c ise laktasyon eğrisi parametrelerini, e ise doğal logaritma tabanını ifade etmektedir. Bu modeli Sikka (1950) tarafından geliştirilen parabolik üstel fonksiyon ($Y_{(w)} = ae^{(bw-cw^2)}$), Nelder (1966)'in geliştirdiği Ters Polinomial model ($Y_{(w)} = w / (a + bw + cw^2)$), Wood (1967) tarafından bildirilen ve yaygın bir şekilde kullanılan Gamma modeli ($Y_{(w)} = aw^b e^{-cw}$), Jenkins ve Ferrell (1984)'in bildirdiği Gamma modelinin ($Y_{(w)} = awe^{-cw}$) şeklinde modifiye edilmiş hali ve Dave (1971) tarafından bildirilen Karesel modelin ($Y_{(w)} = a + bw + cw^2$) izlediği bildirilmiştir (Landete-Castillejos ve Gallego, 2000).

Bu çalışmada, farklı matematik modeller kullanılarak Esmer İsviçre ineklerinin laktasyon eğrilerini en iyi belirleyen modelin tespiti ve laktasyon eğrilerinin tespitinde en seyrek kontrol aralığının tahmin edilmesi amaçlanmıştır.

¹ Dr. İsmail KESKİN'in Doktora tezinden özetlenmiştir.

MATERYAL VE METOT

Çalışmanın materyalini, Tarım ve Köyişleri Bakanlığınca Çumra Tarım Meslek Lisesi Esmer Sığır sürüsünde 1970-2003 yılları arasında bir hafta aralıklarla tutulan toplam 773 laktasyon süt verimi kaydı oluşturmuştur.

Laktasyon sırası ve mevsimin etkisini gidermek amacıyla verimler laktasyon sırası olarak 3 ve ilkbahar mevsimine göre standardize edilerek sekiz farklı matematik model ve sekiz farklı kontrol aralığında uygulanmıştır. Süt veriminin standardize edilmesinde dikkate alınan model aşağıdaki gibidir.

$$Y_{ijk} = a + b_i + c_j + e_{ijk}$$

Burada; a: Ortalamayı, b_i: Laktasyon sırasının etkisini, c_j: Mevsimin etkisini, e_{ijk}: Hata'yı ifade etmektedir.

Laktasyon eğrisini oluşturan parametrelerin hesaplanmasında kullanılan modeller aşağıdaki gibidir.

$$\text{Model 1: } Y_{(t)} = at^b e^{(-ct)}$$

$$\text{Model 2: } Y_{(t)} = at^b e^{(-ct)} (1 + u \sin(t) + v \cos(t))$$

$$\text{Model 3: } Y_{(t)} = a + bt + ct^2$$

$$\text{Model 4: } Y_{(t)} = a + bt + ct^2 + dt^3$$

$$\text{Model 5: } Y_{(t)} = at^b / \cos(ct)$$

$$\text{Model 6: } Y_{(t)} = a + bt + c(1/t)$$

$$\text{Model 7: } Y_{(t)} = a - bt + ct^2 / 2 + d \log(t)$$

$$\text{Model 8: } Y_{(t)} = t / (a + bt + ct^2)$$

Kullanılan modellerde; Y_(t): t. Haftadaki süt verimini (Kg/hafta), a: Başlangıç süt verimini, b: En yüksek verime ulaşmaya kadar olan eğimi, c ve d: En yüksek verimden sonra olan eğimi, t: Zaman (gün), u: Eğrinin tepe noktasına ulaşmadan önceki dalgalanmaları gösteren parametreyi, v: Eğrinin tepe noktasına ulaştıktan sonraki dalgalanmaları gösteren parametreyi, e: Doğal logaritma tabanını ifade etmektedir.

Daha sonra en uygun kontrol aralığının tespit edilebilmesi amacıyla haftalık tutulmuş süt verim kayıtları iki haftada bir, üç haftada bir, dört haftada bir, beş haftada bir, altı haftada bir, yedi haftada bir ve sekiz haftada bir kontrol olacak şekilde yeniden düzenlenmiştir.

En Yüksek verime ulaşma zamanı (T_{EY}), çalışılan modelin 1. türevini sıfır yapan değer olarak hesaplanmıştır. Bu değerler;

$$\text{Model 1: } T_{EY} = b/c,$$

$$\text{Model 2: } T_{EY} = b/c,$$

$$\text{Model 3: } T_{EY} = -b/2c,$$

$$\text{Model 4: } T_{EY} = \frac{-c - \sqrt{c^2 - 3bd}}{3d},$$

$$\text{Model 6: } T_{EY} = \sqrt{b/c},$$

$$\text{Model 7: } T_{EY} = (b - \sqrt{b^2 - 4cd})/2c,$$

$$\text{Model 8: } T_{EY} = \sqrt{a/c} \text{ şeklindedir.}$$

En yüksek verim (Y_{EY}) ise modellerde ilgili model için hesaplanan En yüksek verime ulaşma zamanı (T_{EY}) değeri yerine konularak hesaplanmıştır.

Modellere ait parametrelerin karşılaştırılmasında t testi, belirleme katsayılarının karşılaştırılmasında ise Z testi kullanılmıştır. Hata kareler ortalamalarına ait varyansın homojen olup olmadığı Bartlett testi ile kontrol edilmiştir.

ARAŞTIRMA SONUÇLARI

Laktasyon sıralarına ve laktasyonun başlama mevsimine göre sınıflandırılmış olan süt verimi kayıtları, laktasyon sırası ve mevsimin etkisinin giderilmesi amacıyla, ilkbahar mevsimi ve 3. laktasyon standart olarak alınarak standardize edilmiştir. Standardize edilmiş süt verimlerinin zamana göre değişimi Şekil 1'de verilmiştir.

Haftada, dört haftada ve sekiz haftada bir kontrol aralıklarındaki süt verimleri ile çalışmada ele alınan modellerin oluşturdukları eğriler sırasıyla Şekil 2, Şekil 3 ve Şekil 4'te verilmiştir. Tüm kontrol aralıklarında da gerçek verilere Model 1 ve Model 2'nin daha iyi uyum gösterdiği ilgili şekillerden görülmektedir.

Model 1 için belirleme katsayıları sekiz farklı kontrol aralığında da birbirine yakın (% 98.6 ile % 99.2 arasında) değerler almış (Tablo 1), aralarındaki farklılık istatistik olarak önemli bulunmamıştır. Model 1'in standart sapması da birbirine yakın değerler almıştır. Altı ve yedi haftada bir kontrol aralıklarında modele ait standart sapmanın az da olsa artış gösterdiği görülmektedir. Model 1 için hesaplanan hata kareler ortalamaları en düşük (0.055) dört haftada bir kontrol aralığında, en yüksek ise altı haftada bir kontrol aralığında görülmüştür. Diğer kontrol aralıklarında ise birbirine yakın değerler almıştır. Hata kareler ortalamalarına ait varyansın homojen olmadığı tespit edilmiştir.

En yüksek verime ulaşma zamanı ve en yüksek süt verimi bütün kontrol aralıklarında birbirine yakın değerler almıştır. Belirleme katsayıları, hata kareler ortalamaları, modellerin standart sapmaları, en yüksek süt verimine ulaşma zamanı ve en yüksek süt verimi değerleri bakımından kontrol aralıkları arasında dikkate değer farklılıklar görülmemiştir.

Tablo 1. Model 1 İçin Farklı Kontrol Aralıklarında Tahmin Edilen Parametreler

n	KA	$a \pm s_a$	$b \pm s_b$	$c \pm s_c$	T _{EY}	Y _{EY}	R ²	S	HKO
773	7	9.942 ± 0.2332	0.1061 ± 0.00743	0.00441 ± 0.00011	24.05	12.53	99.0	0.261	0.070
773	14	10.018 ± 0.2677	0.1028 ± 0.00865	0.00432 ± 0.00014	23.80	12.52	98.9	0.262	0.076
773	21	10.095 ± 0.3002	0.0994 ± 0.00984	0.00430 ± 0.00018	23.11	12.49	98.8	0.279	0.091
773	28	10.193 ± 0.2349	0.0985 ± 0.00791	0.00421 ± 0.00016	23.41	12.60	99.2	0.209	0.055
773	35	10.221 ± 0.2564	0.0951 ± 0.00890	0.00419 ± 0.00019	22.70	12.51	99.2	0.221	0.065
773	42	10.165 ± 0.3695	0.1011 ± 0.01306	0.00446 ± 0.00029	22.67	12.60	98.6	0.309	0.134
773	49	10.211 ± 0.2946	0.1037 ± 0.01073	0.00456 ± 0.00025	22.73	12.72	99.2	0.238	0.085
773	56	10.236 ± 0.2853	0.1000 ± 0.01088	0.00425 ± 0.00026	23.52	12.70	99.2	0.219	0.080

Model 2 kullanılarak farklı kontrol aralıklarında tespit edilen belirleme katsayıları Tablo 2'den de görülebileceği gibi birbirine yakın ve yüksek değerler almış, aralarındaki farklılık istatistik olarak önemli bulunmamıştır. Model 2'nin standart sapması da belirleme katsayısına benzer bir şekilde birbirine yakın değerler almıştır. Ancak sekiz haftada bir kontrol aralığında düşük bir değer almıştır. Model 2 için hesaplanan hata kareler ortalamaları ise kontrol aralığının artmasına paralel olarak artmaktadır. Fakat bu artış dört haftada bir ve sekiz haftada bir kontrol aralığında haftada bir kontrol yapılan gruba yakın bir değer almış, hata kareler ortalamalarına ait varyansın homojen olmadığı tespit edilmiştir.

Model 2'de en yüksek verime ulaşma zamanı ve en yüksek süt verimi tüm kontrol aralıklarında da birbirine yakın değerler almıştır. Belirleme katsayıları, hata kareler ortalamaları, modellerin standart sapmaları, en yüksek süt verimine ulaşma zamanı ve en yüksek süt verimi değerleri göz önünde bulundurulduğunda, Model 2 kullanılarak laktasyon eğrisi parametreleri belirlenecekse haftada bir kontrole göre diğer kontrol aralıklarının laktasyon eğrisini daha iyi belirleyebileceği söylenebilir. Tüm kontrol aralıklarında da belirleme katsayıları yüksek, modelin standart sapma ve hata kareler ortalamaları düşük bulunmuştur.

Tablo 2. Model 2 İçin Farklı Kontrol Aralıklarında Tahmin Edilen Parametreler

KA	$a \pm s_a$	$b \pm s_b$	$c \pm s_c$	$u \pm s_u$	$v \pm s_v$	T _{EY}	Y _{EY}	R ²	S	HKO
7	9.843±0.2370 ^a	0.1092±0.00760 ^a	0.00444±0.00011	0.0108±0.00639 ^b	0.0022±0.00629 ^b	24.59	13.51	99.0	0.251	0.068
14	9.935±0.2831 ^a	0.1055±0.00921 ^a	0.00435±0.00015	0.0094±0.00969 ^b	0.0046±0.00941 ^b	24.26	13.51	99.0	0.254	0.080
21	9.981±0.3235 ^a	0.1030±0.01077 ^a	0.00434±0.00019	0.0155±0.01349 ^b	0.0005±0.01249 ^b	23.74	13.46	98.9	0.262	0.096
28	10.136±0.2866 ^a	0.1006±0.00973 ^a	0.00423±0.00018	0.0057±0.01555 ^b	0.0043±0.01106 ^b	23.77	13.60	99.3	0.204	0.069
35	10.114±0.3251 ^a	0.0989±0.01154 ^a	0.00424±0.00023	0.0045±0.01453 ^b	0.0146±0.01852 ^b	23.33	13.50	99.3	0.204	0.084
42	10.129±0.4223 ^a	0.1055±0.01574 ^a	0.00456±0.00031	0.0236±0.02295 ^b	-0.0224±0.02201 ^b	23.15	13.69	99.3	0.225	0.118
49	10.051±0.4801 ^a	0.1153±0.02027 ^a	0.00480±0.00042	0.0266±0.03415 ^b	-0.0104±0.02424 ^b	24.03	13.89	99.4	0.203	0.123
56	7.347±0.1653 ^b	0.0723±0.00404 ^b	0.00420±0.00036	0.4059±0.03264 ^a	0.0841±0.00910 ^a	17.34	9.00	99.9	0.019	0.001

^{a, b}: $P < 0.05$

Model 3 için sekiz farklı kontrol aralığında elde edilen belirleme katsayıları kontrol aralığı arttıkça azalma eğilimi göstermiştir. Ancak altı ve yedi haftada bir kontrol aralığında ise az da olsa bir artış görülmektedir. Modelin standart sapmaları kontrol aralığı arttıkça yükselme temayülü göstermektedir. Fakat altı ve yedi haftada bir kontrol aralıklarında ise bu artış gö-

rülmemiştir. Hata kareler ortalamalarında da aynı şekilde kontrol aralığının artmasına bağlı olarak, bir artış gözlenmiş, hata kareler ortalamalarına ait varyansın homojen olmadığı tespit edilmiştir. Bu model için en yüksek verime ulaşma zamanı ve en yüksek süt verimi tahmin edilememiştir.

Tablo 3. Model 3 Kullanılarak Farklı Kontrol Aralıklarında Tahmin Edilen Parametreler

KA	$a \pm s_a$	$b \pm s_b$	$c \pm s_c$	R ²	S	HKO
7	12.532 ± 0.2312	-0.0196 ± 0.00353	-0.00003 ± 0.00001	95.9 ^a	0.528	0.273
14	12.157 ± 0.3897	-0.0144 ± 0.00610	-0.00004 ± 0.00002	93.8 ^b	0.658	0.431
21	11.810 ± 0.4974	-0.0106 ± 0.00780	-0.00005 ± 0.00003	93.0 ^b	0.721	0.519
28	11.712 ± 0.6865	-0.0083 ± 0.01133	-0.00006 ± 0.00004	89.0 ^c	0.891	0.790
35	11.471 ± 0.7791	-0.0076 ± 0.01289	-0.00005 ± 0.00004	88.3 ^c	0.949	0.894
42	11.124 ± 0.7181	-0.0020 ± 0.01134	-0.00007 ± 0.00004	92.8 ^b	0.845	0.710
49	11.039 ± 0.7978	-0.0010 ± 0.01263	-0.00008 ± 0.00004	92.5 ^b	0.906	0.815
56	10.994 ± 1.0421	-0.0006 ± 0.01740	-0.00007 ± 0.00006	87.0 ^c	1.138	1.289

^{a, b, c}: $P < 0.05$

Model 4 için hesaplanan belirleme katsayıları tüm kontrol aralıklarında birbirine yakın değerler almıştır.

Modelin standart sapması da tüm kontrol aralıklarında birbirine yakın bulunmuştur. En yüksek verime ulaş-

ma zamanı ilk üç kontrol aralığında diğer kontrol aralıklarına kıyasla daha düşük bulunmuştur. En yüksek süt verimi ise tüm kontrol aralıklarında birbirine yakın bulunmuştur. Belirleme katsayıları, hata kareler ortalamaları, standart sapma, en yüksek verime ulaşma

zamanı ve en yüksek süt verimine ait değerler göz önünde bulundurulduğunda, Model 4'ün bütün kontrol aralıklarında da laktasyon eğrilerini aynı derecede tanımladığı söylenebilir.

Tablo 4. Model 4 Kullanılarak Farklı Kontrol Aralıklarında Tahmin Edilen Parametreler

KA	$a \pm s_a$	$b \pm s_b$	$c \pm s_c$	$d \pm s_d$	T_{EY}	Y_{EY}	R^2	S	HKO
7	11.802 ± 0.2442	0.0105 ± 0.00704 ^b	-0.00028 ± 0.00005	5.5 ± 1.2 ^b	19.98	11.90	97.4 ^b	0.430	0.184
14	11.231 ± 0.3482	0.0273 ± 0.01040 ^{ab}	-0.00040 ± 0.00008	8.1 ± 1.8 ^{ab}	38.62	11.73	97.0 ^b	0.469	0.219
21	10.956 ± 0.4425	0.0304 ± 0.01338 ^a	-0.00041 ± 0.00011	8.1 ± 2.4 ^{ab}	42.44	11.57	96.6 ^c	0.527	0.254
28	10.636 ± 0.4056	0.0505 ± 0.01308 ^a	-0.00060 ± 0.00011	12.9 ± 2.6 ^a	50.27	11.82	97.6 ^b	0.446	0.198
35	10.470 ± 0.3987	0.0516 ± 0.01304 ^a	-0.00061 ± 0.00011	13.1 ± 2.6 ^a	50.46	11.69	98.1 ^b	0.421	0.176
42	10.416 ± 0.5212	0.0403 ± 0.01642 ^a	-0.00045 ± 0.00013	8.6 ± 3.0 ^{ab}	52.74	11.42	97.6 ^b	0.539	0.290
49	10.441 ± 0.6683	0.0378 ± 0.02140 ^a	-0.00043 ± 0.00018	8.0 ± 3.9 ^{ab}	51.29	11.36	96.8 ^c	0.680	0.460
56	10.228 ± 0.3587	0.0583 ± 0.01237 ^a	-0.00064 ± 0.00011	13.5 ± 2.5 ^a	55.17	11.72	99.1 ^a	0.357	0.128

^{a, b, c}: $P < 0.05$

Model 5'te belirleme katsayıları beş ve sekiz haftalık kontroller aralıklarında diğer kontrol aralıklarından daha düşük bulunmuştur. Bu modelin standart sapması

0.266-0.418, hata kareler ortalamaları ise 0.099-0.233 arasında değişmiş olup hata kareler ortalamalarına ait varyansın homojen olmadığı tespit edilmiştir.

Tablo 5. Model 5 Kullanılarak Farklı Kontrol Aralıklarında Tahmin Edilen Parametreler

KA	$a \pm s_a$	$b \pm s_b$	$c \pm s_c$	R^2	S	HKO
7	10.946 ± 0.2937	0.0300 ± 0.00747	0.00581 ± 0.00012 ^a	98.2 ^a	0.343	0.124
14	10.545 ± 0.3371	0.0397 ± 0.00903	-0.00590 ± 0.00020 ^b	98.1 ^a	0.342	0.130
21	10.425 ± 0.3577	0.0405 ± 0.00984	0.00583 ± 0.00020 ^a	98.2 ^a	0.341	0.136
28	10.368 ± 0.4336	0.0447 ± 0.01226	-0.00580 ± 0.00030 ^b	97.3 ^{ab}	0.393	0.193
35	10.226 ± 0.4824	0.0450 ± 0.01407	0.00579 ± 0.00034 ^a	96.9 ^b	0.418	0.233
42	10.220 ± 0.3147	0.0455 ± 0.00931	-0.00590 ± 0.00020 ^b	99.0 ^a	0.266	0.099
49	10.240 ± 0.3752	0.0458 ± 0.01132	-0.00600 ± 0.00030 ^b	98.7 ^a	0.306	0.140
56	10.243 ± 0.5295	0.0445 ± 0.01639	0.00569 ± 0.00045 ^a	97.2 ^b	0.409	0.279

^{a, b}: $P < 0.05$

Model 6 için hesaplanan belirleme katsayıları oldukça yüksek (% 97.8 ile % 99.4 arasında) olup, aralarındaki farklılıklar istatistik olarak önemsizdir. Standart sapmalar ise 0.248 ile 0.473 değerleri arasında değişmektedir. Sekiz haftada bir kontrol aralığında standart sapma değeri diğer kontrol aralıklarından daha yüksek bulunmuştur. Modelin hata kareler ortalamaları kontrol aralığı arttıkça altı ve yedi haftada bir

kontrol aralığı dışında yükselmiş, hata kareler ortalamalarına ait varyansın homojen olmadığı tespit edilmiştir. En yüksek verime ulaşma zamanı ve en yüksek süt verimi tüm kontrol aralıklarında da birbirine yakın değerler almış, ancak Model 6 ile belirlenen en yüksek verime ulaşma zamanı (T_{EY}) değerinin gerçekleşen değerlerden daha düşük olduğu görülmüştür.

Tablo 6. Model 6 Kullanılarak Farklı Kontrol Aralıklarında Tahmin Edilen Parametreler

KA	$a \pm s_a$	$b \pm s_b$	$c \pm s_c$	T_{EY}	Y_{EY}	R^2	S	HKO
7	13.325 ± 0.1034	-0.0295 ± 0.00060	-3.21069 ± 0.34286	10.43	12.71	98.5	0.318	0.101
14	13.348 ± 0.1587	-0.0294 ± 0.00090	-3.16390 ± 0.38172	10.37	12.74	98.4	0.338	0.114
21	13.321 ± 0.1914	-0.0295 ± 0.00110	-3.11660 ± 0.38680	10.28	12.71	98.6	0.328	0.108
28	13.479 ± 0.2522	-0.0294 ± 0.00140	-3.26519 ± 0.44449	10.54	12.86	98.2	0.359	0.128
35	13.344 ± 0.3167	-0.0291 ± 0.00180	-3.12691 ± 0.51247	10.37	12.74	98.0	0.398	0.156
42	13.457 ± 0.2825	-0.0305 ± 0.00150	-3.24376 ± 0.43547	10.31	12.83	98.9	0.326	0.106
49	13.581 ± 0.2347	-0.0310 ± 0.00120	-3.36382 ± 0.34271	10.42	12.94	99.4	0.248	0.061
56	13.551 ± 0.5047	-0.0295 ± 0.00270	-3.33479 ± 0.69382	10.63	12.92	97.8	0.473	0.221

Model 7 kullanılarak tespit edilen belirleme katsayıları % 98.8 ile % 99.7 arasında değerler almış, aralarındaki farklılıklar istatistik olarak önemsiz bu-

lunmuştur. Modelin standart sapması ve hata kareler ortalamaları ise belirleme katsayılarına paralel olarak düşük değerler almış, hata kareler ortalamalarına ait

varyansın homojen olmadığı tespit edilmiştir. En yüksek verime ulaşma zamanı ve en yüksek süt verimi tüm kontrol aralıklarında birbirine yakın ve düşük bulunmuştur. Belirleme katsayıları, hata kareler ortalamaları, modellerin standart sapmaları, en yüksek süt verimi ve en yüksek süt verimine ulaşma süreleri göz

önünde bulundurulduğunda, Model 7'nin laktasyon eğrilerini belirlemede yetersiz olduğu söylenebilir. Bununla birlikte bu model laktasyon eğrilerine farklı kontrol aralıklarında benzer şekilde uyum göstermektedir.

Tablo 7. Model 7 Kullanılarak Farklı Kontrol Aralıklarında Tahmin Edilen Parametreler

KA	$a \pm s_a$	$b \pm s_b$	$c \pm s_c$	$d \pm s_d$	T _{EY}	Y _{EY}	R ²	S	HKO
7	10.203 ± 0.2429	0.0482 ± 0.00314	0.00006 ± 0.00002	1.043 ± 0.0963	0.048	8.82	99.1	0.257	0.071
14	10.170 ± 0.2727	0.0483 ± 0.00444	0.00006 ± 0.00002	1.053 ± 0.1156	0.048	8.78	99.0	0.261	0.079
21	10.213 ± 0.3089	0.0454 ± 0.00568	0.00005 ± 0.00003	0.989 ± 0.1379	0.045	8.88	99.0	0.280	0.098
28	10.224 ± 0.3183	0.0503 ± 0.00691	0.00007 ± 0.00003	1.099 ± 0.1539	0.050	8.79	99.0	0.274	0.103
35	10.237 ± 0.3701	0.0492 ± 0.00867	0.00007 ± 0.00004	1.054 ± 0.1893	0.049	8.86	98.8	0.304	0.139
42	10.219 ± 0.3291	0.0475 ± 0.00963	0.00006 ± 0.00005	1.017 ± 0.1907	0.047	8.87	99.1	0.250	0.109
49	10.242 ± 0.2756	0.0515 ± 0.00891	0.00008 ± 0.00004	1.089 ± 0.1732	0.051	8.84	99.5	0.196	0.077
56	10.245 ± 0.2143	0.0671 ± 0.00835	0.00017 ± 0.00004	1.350 ± 0.1538	0.067	8.66	99.7	0.136	0.046

Model 8 kullanılarak sekiz farklı kontrol aralığı için tespit edilen belirleme katsayıları % 92.5 ile % 98.0 arasında değişmiştir. Modele ait standart sapmalar dört ve beş haftalık kontrol aralıklarında diğer kontrol aralıklarına göre düşük bulunmuştur. Modelin hata kareler ortalamaları da standart sapma değerlerine

benzer şekilde dört ve beş haftada bir kontrol dönemine kadar hesaplanan dönemlerde yüksek iken dört, beş ve sekiz haftada bir kontrol aralığında daha düşük olarak tespit edilmiştir. En yüksek verime ulaşma zamanı ve en yüksek süt verimi tüm kontrol aralıklarında birbirine yakın değerler aldıkları bulunmuştur.

Tablo 8. Model 8 Kullanılarak Farklı Kontrol Aralıklarında Tahmin Edilen Parametreler

KA	$a \pm s_a$	$b \pm s_b$	$c \pm s_c$	T _{EY}	Y _{EY}	R ²	S	HKO
7	0.0360 ± 0.0085	0.0666 ± 0.00186	0.00035 ± 0.00002	10.14	13.58	92.5 ^c	0.699	0.515
14	0.0325 ± 0.0080	0.0669 ± 0.00263	0.00034 ± 0.00002	9.78	13.59	92.7 ^c	0.643	0.458
21	0.0322 ± 0.0080	0.0658 ± 0.00336	0.00036 ± 0.00003	9.46	13.76	93.1 ^c	0.620	0.449
28	0.0334 ± 0.0065	0.0645 ± 0.00319	0.00035 ± 0.00003	9.76	14.02	95.6 ^b	0.451	0.255
35	0.0348 ± 0.0062	0.0630 ± 0.00345	0.00037 ± 0.00003	9.70	14.26	96.5 ^b	0.394	0.207
42	0.0364 ± 0.0099	0.0611 ± 0.00608	0.00040 ± 0.00006	9.51	14.55	93.5 ^c	0.627	0.553
49	0.0403 ± 0.0091	0.0574 ± 0.00601	0.00043 ± 0.00006	9.69	15.22	95.5 ^b	0.527	0.417
56	0.0402 ± 0.0062	0.0580 ± 0.00435	0.00039 ± 0.00004	10.15	15.18	98.0 ^a	0.303	0.153

^{a, b, c}: $P < 0.05$

TARTIŞMA

Model 1 için, farklı kontrol aralıklarında tespit edilen laktasyonun başlangıcındaki süt verimini yani eğrinin Y eksenini kestiği noktayı belirten a parametresi farklı kontrol aralıklarında 9.942 ile 10.236 arasında bulunmuş, kontrol aralığının artmasıyla bu parametrenin de yükseldiği tespit edilmiştir (Tablo 1). Çalışmada bulunan Model 1'e ait a parametresi, Wood (1969), Shimizu ve Umrod (1976), Shanks ve ark. (1981), Yılmaz ve Kaygısız (2000), Rekik ve ark. (2003)'nin bildirdikleri değerlerden düşük, Wood (1970), Kaygısız (1997), Kaygısız (1999), Orman ve ark. (2000), Schneeberger (1981) bildirdikleri değerlerden yüksek bulunmuştur. Model 1 için bulunan a parametreleri, Orman ve Ertuğrul (1999), Lopez ve Villalobos ve ark. (2001) bildirdikleri değerler ile benzerlik göstermektedir. Yükselme hızını ifade eden b parametresi 0.0951 ile 0.1061 arasında değerler almıştır (Tablo 1). Bu değer Wood (1969), Wood (1970), Schneeberger (1981), Shanks ve ark.

(1981), Kaygısız (1999), Orman ve ark. (2000), Tekerli (2000), Yılmaz ve Kaygısız (2000), Lopez-Villalobos ve ark. (2001), Rekik ve ark. (2003)'nin bildirdikleri değerlerden düşük, Shimizu ve Umrod (1976), Kaygısız (1997)'in bildirdiği değerlerden ise yüksek bulunmuştur. Düşüş hızını gösteren c parametresi ise farklı kontrol aralıklarında 0.00419 ile 0.00456 arasında tespit edilmiştir (Tablo 1). Bu değer, Wood (1969), Wood (1970), Schneeberger (1981), Shanks ve ark. (1981), Kaygısız (1997)'in bildirdiği değerlerden düşük, Shimizu ve Umrod (1976), Kaygısız (1999)'in bildirdiği değerlerden yüksek bulunmuştur. Orman ve ark. (2000), Tekerli (2000), Yılmaz ve Kaygısız (2000), Rekik ve ark. (2003), Lopez-Villalobos ve ark. (2001)'nin bildirdikleri değerlerle benzerlik göstermektedir.

Model 1 için tespit edilen belirleme katsayılarının farklı kontrol aralıklarında % 98.6 ile % 99.2 arasında değiştiği görülmektedir (Tablo 1). Bu sonuç, Kayaalp ve Bek (1990), Orman ve ark. (2000), Yıl-

maz ve Kaygısız (2000) bildirdikleri değerlerden yüksek, Lopez-Villalobos ve ark. (2001), Akbulut ve Emsen (1994) bildirdikleri değerler ile uyum içinde olduğu görülmektedir.

Model 2'de, farklı kontrol aralıklarında tespit edilen a parametresi 7.347 ile 10.179 arasında bulunmuştur (Tablo 2). Çalışmada hesaplanan Model 2'ye ait a parametresi değerleri, Grossman ve ark. (1986), Batra (1986), Kayaalp ve Bek (1990)'in 2., 3. ve 4. laktasyon için bildirdikleri değerlerden düşük bulunmuş, Kayaalp ve Bek (1990)'in 1. laktasyon için bildirdikleri değerler ile benzerlik göstermektedir. Model 2'ye ait b parametresi değerleri farklı kontrol aralıklarında 0.0723 ile 0.1153 arasında tespit edilmiştir (Tablo 2). Bu değerler, Grossman ve ark. (1986) bildirdikleri değerlerden yüksek, Batra (1986), Kayaalp ve Bek (1990)'in bildirdikleri değerlerden düşük bulunmuştur. c parametresine ait değerler ise sekiz farklı kontrol aralığı için 0.00420 ile 0.00480 arasında bulunmuştur (Tablo 2). Bu değer, Batra (1986) ve Grossman ve ark. (1986)'nın bildirdikleri değerlerden yüksek, Kayaalp ve Bek (1990)'in bildirdikleri değerlerden ise düşük bulunmuştur.

Pik verime ulaşmadan önceki dalgalanmaları ifade eden u parametresi ilk yedi kontrol aralığında 0.0045 ile 0.0266 değerleri arasında, sekiz haftalık kontrol aralığında ise 0.4059 olarak tespit edilmiştir. Bu sonuç, Grossman ve ark. (1986)'nın ilk laktasyon için ve Kayaalp ve Bek (1990)'in bildirdikleri değerlerle uyumlu, Batra (1986)'nın bildirdiği değerlerden yüksek ise yüksek bulunmuştur. Pik verimden sonraki dalgalanmaları ifade eden v parametresi farklı kontrol aralıklarında -0.0224 ile 0.0841 arasında değerler almıştır. Be değer, Grossman ve ark. (1986), Batra (1986) ve Kayaalp ve Bek (1990)'in bildirdikleri değerlerle benzerlik göstermektedir.

Bu çalışmada Model 2 için tespit edilen belirleme katsayısına ait değerler farklı kontrol aralıklarında % 98.9 ile % 99.9 arasında tespit edilmiştir (Tablo 2). Bu değer, Grossman ve ark. (1986), Batra (1986) ve Kayaalp ve Bek (1990)'in bildirdikleri değerlerden yüksek oldukları görülmektedir.

Model 3 için farklı kontrol aralıklarında hesaplanan a parametresinin 10.994 ile 12.532 arasında olduğu ve bu değerlerin Tekerli (1999)'nin 1. laktasyon için bildirdiği değerden düşük olduğu, b parametresinin -0.0006 ile 0.0196 arasında olduğu ve bu değerlerin Tekerli (1999)'nin 1. laktasyon için bildirdiği değerden düşük, c parametresinin ise -0.00003 ile -0.00008 arasında ve Tekerli (1999)'nin 1. laktasyon için bildirdiği değere yakın olduğu görülmüştür. Model 3'ün belirleme katsayısı farklı kontrol aralıklarında % 87.0 ile % 95.9 arasında değişmiştir. Bu değer Tekerli (1999)'nin 1. laktasyon için bildirdiği değerden yüksek bulunmuştur.

Model 4 için farklı kontrol aralıklarında a parametresi 10.228 ile 11.802, b parametresi 0.0105 ile 0.0583, c parametresi -0.00028 ile -0.00064, d parametresi $5.5 \cdot 10^{-7}$ ile $13.5 \cdot 10^{-7}$ arasında tespit edilmiş-

tir (Tablo 4). Modelin belirleme katsayıları farklı kontrol aralıklarında % 96.6 ile % 99.1 arasında değişmiştir.

Model 5 için farklı kontrol aralıklarında tespit edilen a parametresinin 10.220 ile 10.946, b parametresinin 0.0300 ile 0.0458, c parametresinin ise -0.00590 ile 0.00583 arasında olduğu görülmüştür (Tablo 5). Bu çalışmada elde edilen parametrelerin Papajcsik ve Bodero (1988)'nin a (kış için 16.2, yaz için 29.2) ve b (kış için 0.087) parametreleri için bildirdiği değerlerden düşük, c (kış için 0.0057, yaz için 0.0034) bildirdikleri değere yakın oldukları görülmektedir. Modelin farklı kontrol aralıklarındaki belirleme katsayıları % 96.9 ile % 99.0 arasında tespit edilmiştir.

Farklı kontrol aralıkları için Model 6'ya ait a parametresi 13.321 ile 13.581 arasında, b parametresi -0.0310 ile -0.0291 arasında, c parametresi ise -3.36382 ile -3.11660 arasında bulunmuştur (Tablo 6). Çalışmada bulunan model parametrelerinin Tekerli (1999)'nin 1. laktasyon için bildirdiği parametrelerle karşılaştırıldığında, a parametresinin araştırıcının bildirdiği değerden (24.69973) düşük, b parametresinin (-0.03701) benzer ve c parametresinin ise araştırmada bildirilenden (-44.66557) büyük ölçüde farklı olduğu görülmektedir. Tekerli (1999) belirleme katsayısını % 64.5 olarak bildirmiş, çalışmamızda ise farklı kontrol aralıkları için belirleme katsayıları % 97.8 ile % 99.4 arasında bulunmuştur.

Model 7'ye ait a parametresi 10.170 ile 10.245, b parametresi 0.0454 ile 0.0671, c parametresi 0.00005 ile 0.00017, d parametresi ise 0.989 ile 1.350 arasında bulunmuştur (Tablo 7). Bu değerler Ayberik (1998)'in bildirdiği değerler ile karşılaştırıldığında, a, b ve c parametresinin araştırıcı tarafından bildirilen değerlerden yüksek, d parametresi için bildirdiği değer ile benzer oldukları görülmüştür. Bu çalışmada standardize edilmiş verilerde farklı kontrol aralıklarında belirleme katsayıları % 98.8 ile % 99.7 arasında tespit edilmiştir. Bu değer Ayberik (1998) bildirdiği değere benzer bulunmuştur.

Farklı kontrol aralıklarında Model 8 için tahmin edilen a parametresinin 0.0322 ile 0.0403 arasında değiştiği (Tablo 8) ve Tekerli (1999), Tekerli (2000), Batra (1986), Ayberik (1998)'in bildirdiği değerlerden düşük olduğu görülmektedir. b parametresinin 0.0574 ile 0.0669 arasında değiştiği ve Batra (1986), Tekerli (1999), Tekerli (2000)'nin bildirdiği değerlerden yüksek, Ayberik (1998)'in bildirdiği değerler ile benzerlik göstermektedir. c parametresi ise 0.00034 ile 0.00043 arasında tespit edilmiştir. Bu değer, Tekerli (1999), Tekerli (2000), Batra (1986), Ayberik (1998)'in bildirdiği değerlere benzerlik göstermektedir. Modelin farklı kontrol aralıklarındaki belirleme katsayıları % 92.5 ile % 98.0 arasında değişmiş ve bu değer Ayberik (1998), Tekerli (1999)'nin bildirdiği değerler ile uyumlu, Batra (1986)'nin bildirdiği değerlerden ise yüksek bulunmuştur.

Standardize edilen süt verimleri için farklı kontrol aralıklarında hesaplanan en yüksek verime ulaşma sürelerinin Model 1 için 22.67-24.05 gün, Model 2 için 17.34-24.59 gün, Model 4 için 19.98-55.17 gün, Model 6 için 10.28-10.63 gün, Model 7 için 0.045-0.067 gün ve Model 8 için 9.46-10.15 gün arasında değerler aldığı görülmektedir. Model 1 için bildirilen değer Shimizu ve Umrod (1976)'un bildirdiği değerlere yakın, Schneeberger (1981), Kaygısız (1997), Tekerli (2000)'nin bildirdiği değerlerden ise düşük olduğu görülmektedir.

Standardize edilen süt verimleri için farklı kontrol aralıklarında tespit edilen en yüksek süt verimlerinin Model 1 için 12.49-12.72 kg, Model 2 için 9.00-13.89 kg, Model 4 için 11.36-11.90 kg, Model 6 için 12.71-12.94 kg, Model 7 için 8.66-8.88 kg ve Model 8 için 13.58-15.22 kg arasında olduğu bulunmuştur. Bu değerlerin bazı çalışmalarında bildirilen (Shimizu ve Umrod (1976)'un bildirdiği (25.1 kg), Schneeberger (1981), Tekerli (2000)'nin bildirdiği değerlerden düşük, Kaygısız (1997) bildirdiği değerlere ise yakın olduğu görülmektedir.

SONUÇ

Süt verimi kayıtları laktasyon sırası ve laktasyonun başlama mevsimine göre standardize edilerek, modellerin laktasyon eğrisine uyumları incelenmiş ve standardize edilmiş verilere tüm kontrol aralıklarında da Model 1 ve Model 2'nin daha iyi uyum gösterdiği tespit edilmiştir.

KAYNAKLAR

- Akbulut, Ö., Emsen, H. 1994. Esmer, Esmer Melezi ve Siyah Alaca Sığırların Erzurum Şartlarında Laktasyon Eğrisi Parametreleri ve Süt Veriminin Devamlılık Derecesi. Atatürk Üniversitesi. Ziraat Fakültesi Dergisi. 25 (3):327-343.
- Ayberik, F. A. 1998. Süt Sığırlarında Laktasyon Eğrilerinin Belirlenmesinde Kullanılan Matematik Modellerin Karşılaştırılması. Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya. Yüksek Lisans Tezi (Basılmamış).
- Batra, T. R. 1986. Comparison of Two Mathematical Models in Fitting Lactation Curves for Pureline and Crossline Dairy Cows. Canadian Journal of Animal Science. 66:405-414.
- Brody, S. A., Ragsdale, A. C., Turner, C. W. 1923. The Rate of Decline of Milk Secretion with The Advance of The Period of Lactation. J. Gen. Physiol. 5:441-444.
- Dave, B. K. 1971. First Lactation Curve of Indian Water Buffalo. JNKVV Research Journal, 5: 93.
- Grossman, M., Kuck, A. L., Nortan, H. W. 1986. Lactation Curves of Purebred and Crossbred Dairy Cattle. Journal of Dairy Science. 69: 195-203.
- Jenkins, T. G., Ferrell, C. L. 1984. A Note on Lactation Curves of Crossbred Cows. Animal Production. 39:479-482.
- Kayaalp, T., Bek, Y. 1990. Laktasyon Eğrilerinin Biyometrisi. Çukurova Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi. 4:2. 15-28. Adana.
- Kaygısız, A. 1997. Altındere Tarım İşletmesinde Yetiştirilen Sarı Alaca ve Esmer Sığırların Laktasyon Eğrisi Özellikleri Bakımından Karşılaştırılması. Hayvancılık Araştırma Dergisi. 7. 1:25-30.
- Kaygısız, A. 1999. Sarı Alaca Sığırların Laktasyon Eğrisi Özellikleri. Turkish Journal of Veterinary And Animal Science. 23. Ek Sayı 1. 15-23.
- Landete-Castillejos, T., Gallego, L. 2000. Technical Note: The Ability of Mathematical Models to Describe The Shape of Lactation Curves¹. Journal of Animal Science. 78: 3010-3013.
- Lopez-Villalobos, N., Lemus-Ramirez, V., Holmes, C. V., Garrick, D. J. 2001. Lactation Curves for Milk Traits. Live Weight and Body Condition Score for Heavy and Light Holstein-Friesian Cows. Proceedings of the New Zealand Society of Animal Production. 61:217-220.
- Nelder, J. A. 1966. Inverse Polynomials. A Useful Group of Multi-factor Response Functions. Biometrics. 22:128-144.
- Orman, M. N., Ertuğrul, O. 1999. Holştayn İneklerin Süt Verimlerinde Üç Farklı Laktasyon Modelinin İncelenmesi. Turkish Journal of Veterinary and Animal Science. 23. 605-614.
- Orman, M. N., Ertuğrul, O., Cenan, N., 2000. Güney Anadolu Kırmızısı Sığır İrkinda Laktasyon Eğrisinin Özellikleri. Lalahan Hayvancılık Araştırma Enstitüsü Dergisi. 40 (2) 17-25.
- Papajesik, I. A., Boderro, J. 1988. Modelling Lactation Curves of Friesian Cows in A Subtropical Climate. Animal Production. 47: 201-207.
- Rekik, B., Ben Gara, A., Ben Hamouda, M., Hammami, H. 2003. Fitting Lactation Curves of Dairy Cattle in Different Types of Herds in Tunisia. Livestock Production Science. 83:309-315.
- Schneeberger, M. 1981. Inheritance of Lactation Curve in Swiss Brown Cattle. Journal of Dairy Science. 64:475-483.
- Sherchand, L., Mcnew, R. W., Kellogg, D. W., Johnson. Z. B. 1995. Selection of a Mathematical Model to Generate Lactation Curves Using Daily Milk Yields of Holstein Cows¹. Journal of Dairy Science. 78: 2507-2513.
- Shanks, R. D., Berger, P. J., Freeman, A. E., Dickinson. F. N. 1981. Genetic Aspects of Lactation Curves. Journal of Dairy Science. 64:1852-1860.
- Shimizu, H., Umrod, S. 1976. An Application of The Weighted Regression Procedure for Constructing The Lactation Curve in Dairy Cattle. Japan J. Zoot. Sci. 47 (12):733-738.
- Sikka, L. C. 1950. A Study of Lactations As Affected by Heredity and Environment. Journal of Dairy Research. 17:231-252.
- Tekerli, M. 1999. A Comparison on Different Mathematical Models to Describe The Lactation Curves

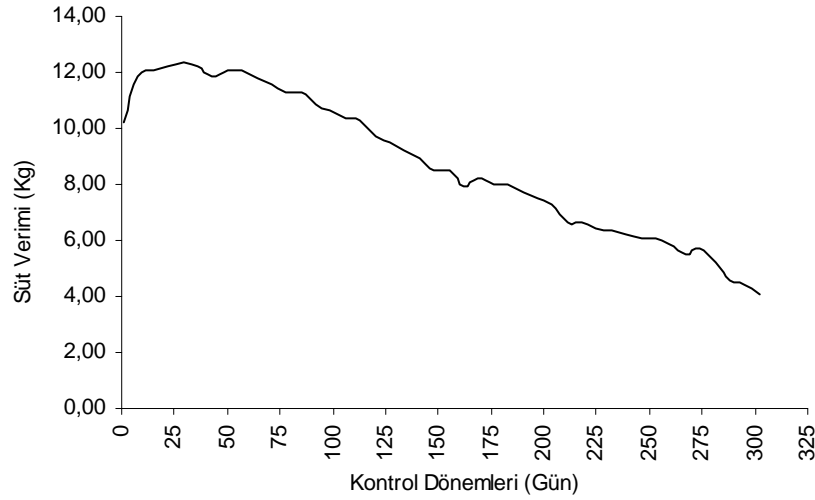
in Holstein Cows. Hayvancılık Araştırma Dergisi. 9. 1-2:94-96.

- Tekerli, M. 2000. Değişik İşletme koşullarında yetiştirilen Holştayn Sığırların Süt Verim Özelliklerini Etkileyen Başlıca Faktörler ve Seleksiyona Esas Parametreler. 1. Holştaynlarda Çevre ve Kalıtımın Laktasyon Eğrisinin Şekline Etkisi. Lalahan Hayvancılık Araştırma Enstitüsü Dergisi. 40 (1) 1-13.
- Yılmaz, İ., Kaygısız, A. 2000. Siyah Alaca Sığırların Laktasyon Eğrisi Özellikleri. Tarım Bilimleri Dergisi. 6 (4). 1-10.

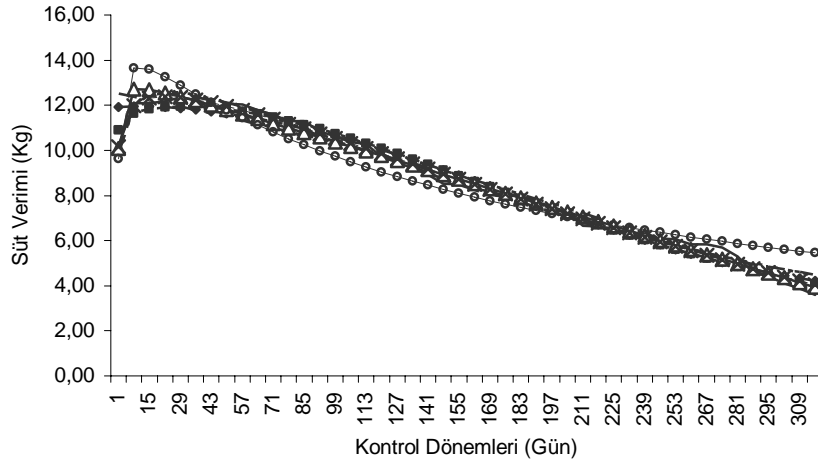
Wood, P. D. P., 1967. Algebraic Model of Lactation Curve in Cattle. Nature. London 216:164-165.

Wood, P. D. P., 1969. Factors Affecting The Shape of The Lactation Curve in Cattle. Animal Production. 11: 307-316.

Wood, P. D. P., 1970. A Note on The Repeability of The Lactation Curve in Cattle. Animal Production. 12: 535-542.

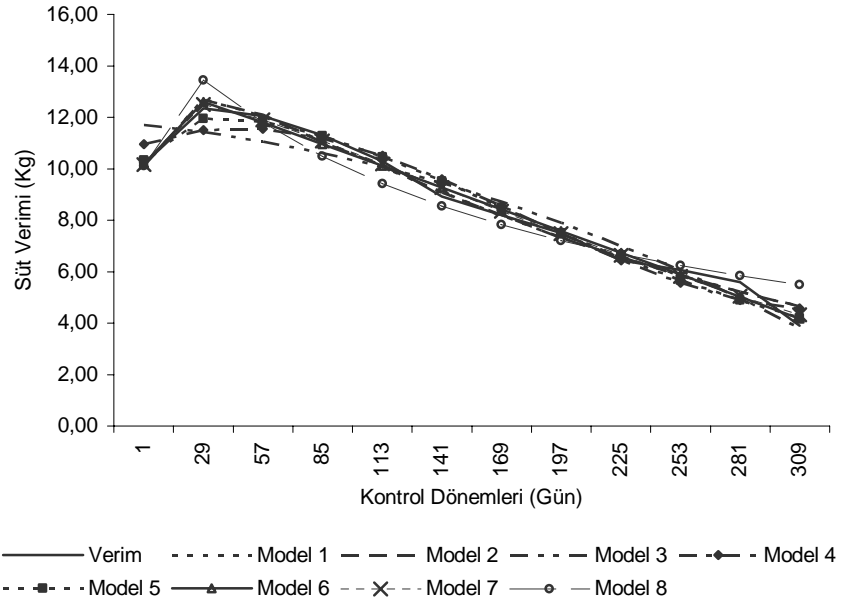


Şekil 1. Standardize edilmiş verilerde süt veriminin zamana göre değişimi

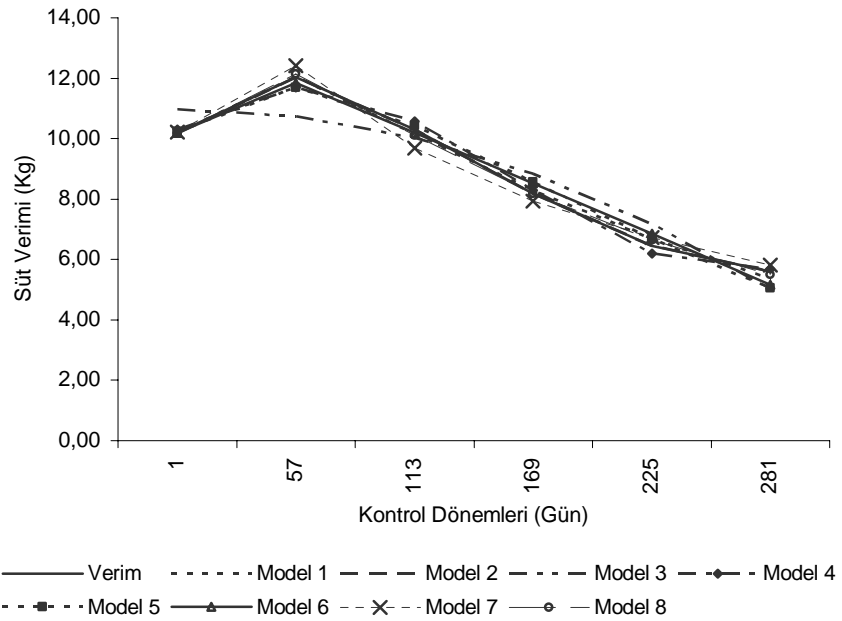


— Verim ····· Model 1 - - - Model 2 - · - Model 3 —◆— Model 4
 ···■··· Model 5 —△— Model 6 - - x - - Model 7 —○— Model 8

Şekil 2. Bir haftalık kontrol aralığında elde edilmiş verilerin oluşturduğu eğri ve modellere ait eğriler



Şekil 3. Dört haftalık kontrol aralığında elde edilmiş verilerin oluşturduğu eğri ve modellere ait eğriler



Şekil 4. Sekiz haftalık kontrol aralığında elde edilmiş verilerin oluşturduğu eğri ve modellere ait eğriler