İstatistik Araştırma Dergisi Cilt 03 No 03 Sayfa 21-29 Aralık 2004

Kümelenmiş Verilerde Bağımlı İki Oranın Karşılaştırılması

Derya GÖKMEN* | Yasemin GENÇ* | Yıldır ATAKURT* | Banu YAĞMURLU**

ÖZET

Bir serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahip olan McNemar testi, bağımlı örneklemlerden tahmin edilen iki oranın karşılaştırılmasında kullanılır. Bu testin temel varsayımı, her bir gözlem çiftinin bağımsız olmasıdır. Fakat, bazı çalışmalarda bir bireyden birden fazla ölçüm alınır ve "kümelenmiş veri" olarak adlandırılan bu verilerde bağımsızlık varsayımı sağlanmaz. Yapılan benzetim çalışmaları, bu varsayımın bozulmasının I.tip hata oranında artışa neden olduğunu göstermiştir. Kümelenmiş verilere genellikle radyoloji, diş ve göz hastalıkları alanlarında yapılan çalışmalarda rastlanır. Çalışmamızda, kümelenmiş verilerde bağımlı iki oranın karşılaştırılması için Eliasziw ve Donner, Obuchowski ve Durkalski ile arkadaşları tarafından önerilen yöntemler tanıtılmıştır. Bu yöntemler, radyoloji alanında yapılan bir çalışmanın verileri üzerinde uygulanmış; sonuçlar standart McNemar testinden elde edilenle karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: *Kümelenmiş veri, McNemar testi*

1. GİRİŞ

McNemar testi, bağımlı gözlemlerden tahmin edilen iki oranın karşılaştırılmasında kullanılır. Bu testin temel varsayımı, her bir gözlem çiftinin bağımsız olmasıdır. Fakat, bazı çalışmalarda bir bireyden birden fazla ölçüm alınır ve "kümelenmiş veri" olarak adlandırılan bu verilerde bağımsızlık varsayımı sağlanmaz. Kümelenmiş verilere genellikle diş ve göz hastalıkları alanlarında yapılan çalışmalarda rastlanır.

Örneğin, katarakt başlangıcı olan hastalara uygulanan bir tedavinin, görme keskinliği (GK) üzerine etkisini incelemek amacıyla bir çalışma düzenlendiğini varsayalım. Araştırmacı, 100 hastanın sol ve sağ gözlerinin GK değerlerini; tedaviden önce ve tedaviden sonra ölçsün. Bu örnekte, Y_{1i} ve Y_{2i} bir gözün, tedaviden önceki ve tedaviden sonraki durumunu göstermek üzere, GK, 20/50 ya da daha kötü (bozulmuş) olduğunda 1; 20/40 ya da daha iyi (normal) olduğunda 0 değerini alsın. Bir bireyin gözleri karakteristiksel olarak benzer olduğu için, 200 çiftin (Y_{1i}, Y_{2i}) örneklem sonuçları bağımlı olur. (Eliasziw ve Donner, 1991).

*Ankara Üniversitesi, Tıp Fakültesi, Biyoistatistik A.B.D. Sıhhiye/ANKARA
** Ankara Üniversitesi Tıp Fakültesi, Radyodiagnostik A.B.D. Cebeci/ANKARA

Çalışmamızda, kümelenmiş verilerde bağımlı iki oranın karşılaştırılması için Eliasziw ve Donner, Obuchowski ve Durkalski ile arkadaşları tarafından önerilen yöntemler tanıtılacak ve elde edilen sonuçlar bir örnek üzerinde karşılaştırılacaktır.

Kümelenmiş verilerde bağımlı iki oranın karşılaştırılması için, "ilişkili binom modeli", "Fisher'in permütasyon testi", "ağırlıklandırılmış binom kestiricileri" ve "genelleştirilmiş tahmini denklemleri kullanan marjinal regresyon modelleri" de kullanılan diğer yöntemler arasındadır. Bununla beraber, yukarıda sözü geçen üç yöntem uygulama kolaylıkları nedeniyle, daha kompleks olan bu yöntemlere tercih edilmektedir.

2. YÖNTEMLER

2.1. Standart McNemar Testi

Standart McNemar testi, her bir gözlem çiftinin bağımsız olduğu varsayımına dayanır. Bu gözlem çifti, aynı özelliklere sahip iki denekten birer ölçüm ya da aynı denekten iki ölçüm alınarak oluşturulabilir. Bu testte amaç, $p_1 = p_2$ eşitliğinin araştırılması olup; bu değerler testlerin her biri için pozitif sonuç elde etme olasılığını gösterir. Uyumlu (concordant) eşler (a,d) testler arasındaki farklılığa ilişkin çok az bilgi verdiğinden, test istatistiği sadece uyumsuz (discordant) eşlerden (b,c) elde edilen bilgiyi kullanarak; başarı olasılıkları ya da uyumsuz çift sayıları cinsinden aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$\chi^2_{MC} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2}{\operatorname{var}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)} = \frac{(b-c)^2}{b+c} \qquad (1)$$

Standart McNemar testi, asimptotik olarak bir serbestlik derecesi ile ki-kare dağılır.

2.2. Kümelenmiş Verilerde McNemar Testi

2.2.1. Eliasziw ve Donner'ın uyumsuz çiftlerden elde edilen ilişki katsayısına dayalı McNemar testi

Snedecor ve Cochran (1980) tarafından önerilen küme içi korelasyon katsayısı (ρ), beta-binom dağılımı ile modellenir. Bu model altında, bağımlı örneklemlerin her biri için pozitif sonuca sahip olma olasılığı (p_1 veya p_2) binom dağılırken; bu olasılıklar, kümeler arasında beta dağılımına göre değişkenlik gösterir. Küme içi korelasyon katsayısı, genellikle gözlemciler arası uyumun araştırılmasında kullanılıp; Cohen'in kappa istatistiğine alternatif olarak verilir.

Donald ve Donner (1991), kümeleme nedeniyle olduğundan daha küçük kestirilen varyansı düzeltmek için, küme içi korelasyon katsayısının tutarlı bir tahminini ($\hat{\rho}$) kullanarak $1+(n_c-1)\hat{\rho}$ eşitliği ile verilen bir şişirme faktörü elde etmişlerdir. Eliasziw ve Donner (1991), kümelenmiş veriler için düzeltilmiş McNemar test istatistiğini, standart McNemar test istatistiğinin, bu şişirme faktörüne bölünmesi biçiminde tanımlamışlardır. Düzeltilmiş McNemar test istatistiği, bir serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahip olup; $\rho=0$ olduğunda standart McNemar test istatistiğine dönüşür.

H_0: $p_1=p_2$'nin test edilmesi için, Eliasziw ve Donner tarafından önerilen düzeltilmiş McNemar test istatistiği Tablo 1'deki gösterimler kullanılarak aşağıdaki eşitlikler yardımıyla elde edilir:

Tablo 1. k. küme için uygun veri planı

	II. Test (T_2)		
I. Test (T_1)	**Sonuç (+)**	**Sonuç (-)**	**Toplam**
Sonuç (+)	a_k	b_k	a_k+b_k
Sonuç (-)	c_k	d_k	c_k+d_k
Toplam	a_k+c_k	b_k+d_k	n_k

Yukarıdaki tabloya göre, $p_1=(a_k+b_k)/n_k$ ve $p_2=(a_k+c_k)/n_k$ olarak verilir. k. (k=1, 2, , K) küme içindeki b tipi uyumsuz çiftlerin oranı $p_k = b_k / S_k$ olup; S_k ($S_k=b_k+c_k$) uyumsuz çiftlerin toplam sayısıdır. K_d, en azından bir uyumsuz çifte sahip küme sayısını gösterdiğinde (yani $S_k \geq 1$),

$$\overline{p} = \frac{\sum_{k=1}^{K} b_k}{\sum_{k=1}^{K} S_k} \text{ ve } \overline{S} = \frac{1}{K_d}\sum_{k=1}^{K} S_k \text{ olmak üzere, } S_0 = \overline{S} - \frac{\sum_{k=1}^{K}(S_k-\overline{S})^2 - (K-K_d)\overline{S}^2}{K_d(K_d-1)\overline{S}} \text{'dır.}$$

$HKO_{(\text{ÖA})}$, ölçümler arası hata kareler ortalaması ve $HKO_{(\text{Kİ})}$ küme içi hata kareler ortalaması olmak üzere, tahmin edilen küme içi korelasyon katsayısı, küme içindeki ölçümler arası ilişkinin derecesini belirler:

$$\hat{\rho} = \frac{HKO_{(\text{ÖA})} - HKO_{(\text{Kİ})}}{HKO_{(\text{ÖA})} + (S_0 - 1)HKO_{(\text{Kİ})}} \tag{2}$$

$$HKO_{(\text{ÖA})} = \frac{1}{K_d}\sum_{k=1}^{K}\begin{cases}\dfrac{(b_k - S_k\overline{p})^2}{S_k} & S_k \geq 1 \text{ ise}\\ 0 & S_k = 0 \text{ ise}\end{cases}$$

$$HKO_{(\text{Kİ})} = \frac{1}{K_d(\overline{S}-1)}\sum_{k=1}^{K}\begin{cases}\dfrac{b_k(S_k - b_k)}{S_k} & S_k \geq 1 \text{ ise}\\ 0 & S_k = 0 \text{ ise}\end{cases}$$

n_c, $n_c = S_0 + K_d(\overline{S} - S_0)$ uyumsuz eş sayısının düzeltilmiş ortalamasını göstermek üzere, düzeltilmiş McNemar test istatistiği aşağıdaki eşitlik yardımıyla elde edilir:

$$\chi^2_{ED} = \frac{\chi^2_{MC}}{1+(n_c-1)\hat{\rho}} \tag{3}$$

2.2.2. Eliasziw ve Donner'ın tüm çiftlerden elde edilen ilişki katsayısına dayalı McNemar testi

Bölüm 2.2.1.'de bahsedilen $\overline{p}$ 0.5'den çok düşükse ve/veya S_k küçükse ve/veya $\overline{S}$, 1 civarında ise, $\hat{\rho}$ değerine güvenilmez. $\overline{p}=0$ ya da 1 olması durumunda ise, $\hat{\rho}$ hesaplanamaz. Bu durumda, tüm çiftleri analize katan aşağıdaki ρ kestiricisinin kullanılması önerilmiştir:

$$\overline{n} = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} n_k \text{ olmak üzere, } n_0 = \overline{n} - \frac{\sum_{k=1}^{K}(n_k-\overline{n})^2}{K(K-1)\overline{n}} \text{'dır.}$$

$$\hat{P}_{11} = \sum_{k=1}^{K} a_k / \sum_{k=1}^{K} n_k, \quad \hat{P}_{10} = \sum_{k=1}^{K} b_k / \sum_{k=1}^{K} n_k \quad \hat{P}_{01} = \sum_{k=1}^{K} c_k / \sum_{k=1}^{K} n_k \quad \hat{P}_{00} = \sum_{k=1}^{K} d_k / \sum_{k=1}^{K} n_k,$$

$$TOPLAM\ HKO_{(\ddot{O}A)} = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left[\frac{(a_k-n_k\hat{P}_{11})^2+(b_k-n_k\hat{P}_{10})^2+(c_k-n_k\hat{P}_{01})^2+(d_k-n_k\hat{P}_{00})^2}{n_k}\right]$$

$$TOPLAM\ HKO_{(K\dot{I})} = \frac{1}{K(\overline{n}-1)}\sum_{k=1}^{K}\left[\frac{a_k(n_k-a_k)+b_k(n_k-b_k)+c_k(n_k-c_k)+d_k(n_k-d_k)}{n_k}\right]$$

$$\tilde{\rho}^* = \frac{TOPLAM\ HKO_{(\ddot{O}A)} - TOPLAM\ HKO_{(K\dot{I})}}{TOPLAM\ HKO_{(\ddot{O}A)} + (n_0-1)TOPLAM\ HKO_{(K\dot{I})}} \text{ olmak üzere:}$$

$$\tilde{\rho} = \frac{1}{1+\hat{P}_{10}(1-\tilde{\rho}^*)/\tilde{\rho}^* + \hat{P}_{01}(1-\tilde{\rho}^*)/\tilde{\rho}^*} \tag{4}$$

dır. $\tilde{\rho}$, hem uyumlu hem de uyumsuz çiftlerin bilgisini kullandığı için, genellikle $\hat{\rho}$'dan daha etkilidir. Eşitlik 3'teki $\hat{\rho}$'nın $\tilde{\rho}$ ile yer değiştirmesi sonucu elde edilen düzeltilmiş McNemar test istatistiği $\tilde{\chi}^2_{MD}$ ile gösterilir:

$$\tilde{\chi}^2_{ED} = \frac{\chi^2_{MC}}{1+(n_c-1)\tilde{\rho}} \tag{5}$$

2.2.3. Obuchowski'nin örnekleme yaklaşımına dayalı McNemar testi

Obuchowski (1998) tarafından önerilen bu yöntem, ölçümlerin kümelerden örnekleme ile seçildiği varsayımı altında kullanılır. Önerilen yöntemde, k. kümesinde (k=1, 2 , ... , K) n_k ölçümün bulunduğu bir kitleden K kümelik bir örneklemin seçildiği varsayılır. Her bir ölçüm birimine I test ya da tedavi uygulanır (Çalışmamız, sadece iki test ya da tedavinin olduğu durumla sınırlandırılacaktır).

x_{ik}, k. küme için i. testte (i=1,2) elde edilen pozitif (veya negatif) sonuca sahip ölçüm sayısını, p_i, rasgele seçilen bir ölçüm biriminin, i. testte pozitif sonuç verme olasılığını göstersin. Rao ve Scott (1992), p_i'nin bir tahmini olarak $\hat{p}_i$'yi;

$$\hat{p}_i = \sum_{k=1}^{K} x_{ik} \bigg/ \left(\sum_{k=1}^{K} n_k \right) \tag{6}$$

olarak vermişlerdir. Küme sayısı büyük olduğunda, $\hat{p}_i$'nin küme içi korelasyonu dikkate alan varyans tahmini aşağıdaki gibidir:

$$\text{var}(\hat{p}_i) = K(K-1)^{-1} \left[\sum_{k=1}^{K} (x_{ik} - n_k \hat{p}_i)^2 \right] \bigg/ \left(\sum_{k=1}^{K} n_k \right)^2 \tag{7}$$

K kümelik bağımlı örneklemlerden tahmin edilen oranları karşılaştırmak için, küme içi korelasyonun yanı sıra, oranlar arasındaki ilişkinin de incelenmesi gerekmektedir. $\hat{p}_1$ ve $\hat{p}_2$ arasındaki kovaryansın bir tahmini aşağıdaki gibi önerilmiştir:

$$\hat{\text{cov}}(\hat{p}_1, \hat{p}_2) = K(K-1)^{-1} \left[\sum_{k=1}^{K} (x_{ik} - n_k \bar{p})(x_{i'k} - n_k \bar{p}) \right] \bigg/ \left(\sum_{k=1}^{K} n_k \right)^2 \tag{8}$$

Burada, $\bar{p}$; her bir test için pozitif sonuç oranlarının ortalaması olup; $\bar{p} = (\hat{p}_1 + \hat{p}_2)/2$ eşitliği ile verilir. Bu durumda, $\hat{p}_1$ ve $\hat{p}_2$ arasındaki farklılığa ait varyans tahmini aşağıdaki gibidir:

$$\hat{\text{var}}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \hat{\text{var}}(\hat{p}_1) + \hat{\text{var}}(\hat{p}_2) - \hat{\text{cov}}(\hat{p}_1, \hat{p}_2) \tag{9}$$

H_0: $p_1 = p_2$ biçimindeki yokluk hipotezini test etmek için uygun test istatistiği asimptotik olarak bir serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahiptir:

$$\chi_O^2 = (\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2 / \hat{Var}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \tag{10}$$

Her bir kümede sadece bir ölçüm olduğunda, Eşitlik (10)'da verilen test istatistiği, sonlu düzeltme faktörü, K/(K-1) ile çarpıldığında standart McNemar test istatistiğine dönüşür.

2.2.4. Durkalski ve arkadaşlarının momentler yöntemine dayalı McNemar testi

Rasgele bir değişkenin dağılımı bilindiğinde, varyans rasgele değişkenin fonksiyonu kullanılarak tahmin edilebilir, fakat, dağılıma bağlı olarak hesaplamalar zor olabilir. Bunun yanında, kümelenmiş verilerde uyumsuz çiftler arası bilinmeyen ilişki yapısından dolayı, K küme ve küme içindeki n_k ölçüm üzerinden toplanan uyumsuz çiftler arasındaki farklılığın gerçek dağılımını bulmak zor olabilir. Alternatif bir yaklaşım, varyansın momentler kestirimini yapan ve dağılımsal varsayımlara gerek duymayan sağlam (robust) bir metod kullanmaktır (Royall, 1986).

Durkalski ve arkadaşları (2003), Royall'in iki aşamalı küme örneklemesinde varyansın tahmini için geliştirdiği momentler kestiricisi yöntemini bağımlı iki oran arasındaki farka ait varyansın tahmininde kullanmışlardır. Momentler kestiricisi yöntemi, örneklem büyüklüğü arttıkça, daha tutarlı varyans tahminleri verir. Bu yaklaşıma göre, oranlar arasındaki farka ait varyansın tutarlı bir tahmini ve önerilen test istatistiği aşağıdaki gibidir:

$$Var\,(\hat{p}_{10}-\hat{p}_{01})=\frac{1}{K^2}\sum_{k=1}^{K}\left[\frac{(b_k-c_k)}{n_k}\right]^2 \tag{11}$$

$$\chi_D^2=\frac{\left[\sum_{k=1}^{K}\frac{1}{n_k}(b_k-c_k)\right]^2}{\sum_{k=1}^{K}\left[\frac{(b_k-c_k)}{n_k}\right]^2} \tag{12}$$

Küme sayısı arttıkça, farklılığa ilişkin tahmin yaklaşık olarak normal dağılım gösterir. Oranlar arası farklılığın, kendi tahmini standart hatasına oranının karesi, Wald istatistiğidir. Bu yüzden, test istatistiğinin, asimptotik olarak bir serbestlik derecesi ile ki-kare dağılımına sahip olduğu varsayılabilir. Ayrıca, her bir kümede sadece bir ölçüm olduğunda, önerilen test istatistiği, standart McNemar testine dönüşür.

3. UYGULAMA

Ankara Üniversitesi Tıp Fakültesi Radyodiagnostik Anabilim Dalında yapılan bir çalışmada, bel ağrısı şikayeti olan 60 hastanın 5 lumbosakral omurgası, disk patolojisini test etmeye yönelik olarak farklı parametre ve sekanslardan oluşan opposed phase (OP) ve konvansiyonel (K) MR testleri ile incelenmiş ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir. "Periferik disk taşması", "disk protrüzyonu" veya "disk hernisi" olan bireyler "hasta" grubuna, bu bulgulardan hiçbirine rastlanmayanlar ise "sağlıklı" grubuna dahil edilmiştir.

Tablo 2. Verilerin dağılımı

		K		
		Hasta	**Sağlıklı**	**Toplam**
OP	**Hasta**	129	28	157
	Sağlıklı	8	135	143
	Toplam	137	163	300

Çalışmamızda, her bir hastanın 5 lumbosakral omurgası incelendiğinden küme büyüklükleri değişkenlik göstermemektedir. Her bir test için, her bir kümede, hasta tanısı koyma olasılıkları 0 ile 1 aralığında değişmektedir.

Eliasziw ve Donner'ın sadece uyumsuz çiftlerden elde edilen ilişki katsayısına dayalı olarak önerdikleri McNemar testinde kullanılmak üzere, toplam uyumsuz çift sayısı 38 (%12), en azından bir uyumsuz çifte sahip küme sayısı 28, en az bir uyumsuz çifte sahip küme başına düşen ortalama uyumsuz çift sayısı 1.29, tüm kümeler üzerinden b tipi uyumsuz çift oranı 0.78 olarak bulunmuştur. Küme içi korelasyon katsayısı 1 olup; test istatistiği 7.36, buna ilişkin p değeri ise 0.007 olarak elde edilmiştir. Fakat, toplam uyumsuz çift oranının (%12) düşük ve en az bir uyumsuz çifte sahip küme başına düşen ortalama uyumsuz çift sayısının 1 değerine çok yakın olması nedeniyle sadece uyumsuz çiftlerden elde edilen ilişki katsayısına güvenilmez. Bu durumda, tüm çiftlerden elde edilen ilişki katsayısına dayalı olarak önerilen McNemar testi kullanılmalıdır. Bu test sonuçlarına göre, küme içi korelasyon katsayısı -0.08 olup, test istatistiği 11.56, ilişkin p değeri ise 0.0007'dir.

Eliasziw ve Donner tarafından önerilen yöntemler, her bir küme için uyumlu ve uyumsuz çift sayısının bilinmesini gerektirir. Dolayısıyla bu testlerin uygulanması için Tablo 2'deki bilgiler yeterli değildir.

Obuchowski'nin önerdiği örnekleme yaklaşımında, OP yönteminin hasta tanısı koyma olasılığı 0.523; standart hatası 0.027'dir. K yönteminde ise bu değerler, sırasıyla 0.457 ve 0.03'tür. OP ve K yöntemlerinin hasta tanısı koyma olasılıkları arasındaki farklılığın varyans tahmini 0.0006'dır. Bu yönteme ait test istatistiği 7.28; buna ilişkin p değeri 0.007 olarak elde edilmiştir.

Durkalski ve arkadaşları tarafından önerilen yöntemde test istatistiği 7.41 ve p değeri 0.006 olarak bulunmuştur.

Son olarak, küme içi korelasyon göz ardı edildiğinde elde edilecek olan standart McNemar test istatistiği ise 11.11 ve p değeri 0.0008'dir.

Yukarıda bahsedilen test istatistiklerinin tümü, OP ve K testlerinin hasta tanısı koyma olasılıklarının farklı olduğunu göstermektedir.

4. TARTIŞMA VE SONUÇ

McNemar testinin temel varsayımı, her bir gözlem çiftinin bağımsız olmasıdır. Fakat, bazı çalışmalarda bir denekten birden fazla ölçüm alarak kümelenmiş veriler üzerinden analiz yapmak gerekebilir. Yapılan Monte Carlo benzetim çalışmalarında, bağımsızlık varsayımının bozulmasının I.tip hata oranında 10 kat artışa neden olabildiği gösterilmiştir (Eliasziw and Donner, 1991).

Eliasziw ve Donner'ın önerdikleri yöntem, uygulamasının kolay olması bakımından diğerlerine kıyasla en sık kullanılan yöntemdir. Fakat, örneklemde sadece bir tür uyumsuz çift olduğunda, sadece uyumsuz çiftlerden elde edilen ilişki katsayısına dayalı olan McNemar testi uygulanamaz. Ayrıca, testin gücünün artması bakımından, Eliasziw ve Donner, tüm çiftlerden elde edilen ilişki tahminine dayalı olan yöntemin kullanılmasını önermişlerdir. Donald ve Donner (1987), bu yöntemin küme-içi korelasyon küme büyüklüğüne bağlı olarak değişmediğinde ya da pozitif sonuç elde etme olasılığı, küme içi ölçümler arasında sabit kaldığı durumda, çok iyi sonuç verdiğini belirtmişlerdir.

Obuchowski, önerdiği yöntem ile Eliasziw ve Donner tarafından önerilen yöntemi bir benzetim çalışması ile karşılaştırmıştır. Obuchowski, "küme büyüklüklerinin değişkenlik gösterdiği" veya "testler arasındaki ilişkinin, küme içindeki tüm ölçümler arasında eşit olmadığı" durumlarda, önerdiği yöntemin, testin gücünde yüzde üçlük bir kayba neden olsa da, Eliasziw ve Donner'ın yöntemi kadar iyi sonuçlar verdiğini, küme büyüklükleri arasındaki farklılık çok büyük olduğunda ise kendi yönteminin tercih edilmesi gerektiğini belirtmiştir. Bu yöntemin bir diğer avantajı da, her bir kümedeki uyumsuz çift sayısının bilinmesine gerek duyulmaması, dolayısıyla uygulanmasının daha kolay olmasıdır.

Scott ve Wu (1981) Obuchowski'nin önerdiği örnekleme yaklaşımının, küme sayısı arttıkça, tutarlı bir varyans tahmini verdiğini göstermişlerdir.

Durkalski ve arkadaşları (2003) yaptıkları Monte Carlo benzetim çalışması sonucunda, önerdikleri yöntemin; kümelerde pozitif sonuç elde etme olasılığının eşit olduğu ve küme büyüklükleri arasındaki farkın 5 birimi geçmediği durumlarda Obuchowski'nin yöntemi ile benzer sonuçlar verdiğini göstermişlerdir. Fakat, küme büyüklükleri arasındaki fark 1 ile 10 arasında değiştiğinde, önerdikleri yöntem testin gücünde yüzde altılık bir kayba neden olurken, Obuchowski'nin önerdiği yöntem en iyi sonucu vermiştir. Kümelerde pozitif sonuç elde etme olasılıkları değişkenlik gösterdiğinde de benzer sonuçlar bulunmuştur.

KAYNAKLAR

DONALD, A., DONNER, A. (1987), *Adjustments to the Mantel-Haenszel Chi-Square Statistics and Odds Ratio Variance Estimator When the Data Are Clustered*, Statistics in Medicine, 6, 491-499.

DURKALSKI, V. L., PALESCH, Y.Y., Lipsitz, S. R., Rust, P. F. (2003), *Analysis of Matched-Pair Data*, Statistics in Medicine, 22, 2417-2428.

ELIASZİW, M., DONNER, A. (1991), *Application of the Mcnemar Test to Non-Independent Matched Pair Data*, Statistics in Medicine, 10, 1981-1991.

OBUCHOWSKI, N. (1998), *On the Comparison of Correlated Proportions for Clustered Data*, Statistics in Medicine, 17, 1495-1507.

RAO, JNK, SCOTT, AJ. (1992), *A Simple Method for the Analysis of Clustered Binary Data*, Biometrics, 48, 577-585.

ROYALL, R.M. (1986), *The Prediction Approach to Robust Variance Estimation in Two-Stage Cluster Sampling*, Journal of the American Statistical Association, 81, 119-123.

SCOTT, A.J., WU, C.F.J. (1981), *On the Asymptotic Distribution of Ratio and Regression Estimators*, Journal of the American Statistical Association, 76, 98-102.

SNEDECOR, G., COCHRAN, WG. (1980), *Statistical Methods*, 7th edn, Iowa State University Pres: Ames.

Comparison of Two Correlated Proportions for Clustered Data

ABSTRACT

McNemar's one degree of freedom chi-square test is used to compare two proportions estimated from dependent samples. The main assumption of this test is that the paired responses are independent. However, in some studies more than one observation is taken from an individual and this assumption is not hold. This data structure is called as "clustered data. The simulation studies have been shown that a violation of this assumption could lead to an increase in the type I error rate. Examples of clustered data can be given from studies made on radyology, periodontology and opthalmology.In this paper, methods proposed by Eliasziw and Donner, Obuchowski and Durkalski et.al has been introduced. These methods has been applied on a data set of a study made in radyology and compared to the result of standard McNemar test.

Key Words: *Clustered data, McNemar test*