www.ziraat.selcuk.edu.tr/dergi

Selçuk Üniversitesi
Selçuk Tarım ve Gıda Bilimleri Dergisi
23 (48): (2009) 64-71
ISSN:1309-0550

FAKTÖR ANALİZİ VE TARIMSAL ARAŞTIRMALARDA ELDE EDİLEN VERİLERE UYGULANMASI ÜZERİNE BİR ÇALIŞMA[1]

Fatma İLHAN[2,3] *Abdurrahman TOZLUCA[2]*

[2]Selçuk Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Zootekni Bölümü, Konya / Türkiye

(Geliş Tarihi: 26.01.2009, Kabul Tarihi:13.03.2009)

ÖZET

Tarım alanında yapılan birçok çalışmada çoğu zaman birden fazla değişkene ait veriler elde edilmektedir. Bu veriler tek değişkenli istatistik analiz metotları kullanılarak analiz edildiğinde, ele alınan faktörlerin tam olarak açıklanması yeterli olmayabilir. Dolayısıyla çok değişkenli istatistik analiz metotlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Çok değişkenli istatistik analiz metotları değişkenler arası ilişkilerden yararlanarak olayları daha kolay ve daha anlamlı biçimde yorumlanmasını sağlamaktadır. Böylece daha az parametre ile incelenen olaylar ifade edilebilir.

Bu çalışma, çok değişkenli istatistik tekniklerinden biri olan faktör analizinin açıklanması ve tarımsal araştırmalarda yararlanma imkanını göstermek amacıyla yapılmıştır. İlave olarak analizin yapılması ve sonuçların yorumlanması bir örnek üzerinde gösterilmiştir. Bu amaçla yerli koyun ırklarında yapılan kuzu besisi denemesi sonunda 46 kuzudan elde edilen vücut ölçülerine ait veriler kullanılmıştır. Bu vücut ölçüleri cidago yüksekliği, sağrı yüksekliği, göğüs derinliği, bel çevresi, kürekler arkası göğüs genişliği, vücut uzunluğu, göğüs çevresi ve incik çevresi değerleridir. Faktör analizi bu verilere hem elde hem de bilgisayarda Minitab Release 14 istatistik programında uygulanmış ve bu aşamalar sırasıyla gösterilmiştir. Vücut ölçüleri verilerine uygulanan faktör analizi sonucunda iki faktör tespit edilmiş olup bu faktörlerin toplam varyansın % 98'ini açıkladığı, 1. faktörün toplam varyansın % 59'unu, 2. faktörün ise % 39'unu açıkladığı belirlenmiştir. Cidago yüksekliği, sağrı yüksekliği, göğüs derinliği ve bel çevresi birinci faktörü; kürekler arkası göğüs genişliği, vücut uzunluğu, göğüs çevresi ve incik çevresi ikinci faktörü oluşturmuştur.

***Anahtar Kelimeler**: Faktör analizi, kuzu besisi, vücut ölçüleri*

A STUDY ON FACTOR ANALYSIS AND ITS APPLICATION TO AGRICULTURAL DATA

ABSTRACT

Most of agricultural experiments allow collecting multiples phenotypes from each experimental unit. Univariate analysis method, which evaluate each phenotype separately are limited in such a case. Consequently, multivariate analysis methods that allow analysis and interpretation of results of all phenotypes together are employed.

In this study, factor analysis, which is a multivariate technique, is described and its application possibilities in agriculture is evaluated. Interpretation of results were addition its application and shown on a data set. For this purpose; 46 landrace lamb breeds from different were used, and body measurements of height at wither, rump height, chest depth, loin girth, chest width, body length, chest girth and shin circumference were phenotypes which were used in this study. Factor analysis were performed by using Minitab's factor analysis menu and algebraic calculation via matrix notation was performed by Minitab package program. Result of factor analysis application on to the data set shows that 2 factor can explain 98 % of the total variation of the original phenotypes. First factor was a combination of height at wither, rump height, chest depth, loin girth while second factor chest width, body length, chest girth and shin circumference.

***Key Words:** Factor analysis, lamp fattening, body measurements*

GİRİŞ

Bir olayın oluşumunu etkileyen çok sayıda faktör bulunmaktadır. Özellikle biyolojik olaylarda bu faktörler daha fazla ve etkileri karmaşıktır. Biyolojik olayların bu özelliklerinden dolayı, bir olay üzerine etkili olduğu düşünülen bir veya birkaç faktörün ele alınması, çoğu zaman olayın istatistiksel olarak açıklanabilmesinde yetersiz kalmaktadır. Bu yetersizlik, modele alınmayan faktör veya faktörlerin etkilerinin göz önünde bulundurulmamış olması ve bu faktörler arasındaki ilişkilerden kaynaklanmaktadır.

Tarım alanında yapılan birçok çalışmada ekonomik öneme sahip bir veya, çoğu zaman birden fazla değişkene ait veriler elde edilmekte, bu verilerin tek değişkenli analiz yöntemleri kullanılarak yapılan analizlerinde, ele alınan faktörlerin etkilerini tam olarak açıklamak mümkün olmamaktadır. Bundan dolayı çok değişkenli istatistiksel analiz yöntemleri geliştirilmiş ve bu yöntemlerden pek çok alanda yararlanılmaktadır. Çok değişkenli istatistiksel analiz yöntemleri, değişkenler arasındaki ilişkileri kullanarak, olayların daha kolay ve daha anlamlı biçimde yorumlanmasını sağlamaktadır. Faktör analizi de, temel unsuru kendi aralarında önemli ilişkilere sahip özellikleri gruplamak olan çok faktörlü istatistik analiz tekniklerinden biridir (Akçura ve ark., 2004).

---

[1]Bu araştırma Zir. Yük. Müh. Fatma İLHAN'ın Yüksek Lisans Tezinden özetlenmiştir.

[3]Sorumlu Yazar: fatmailhan@selcuk.edu.tr

Faktör analizinin tarımsal araştırmalarda kullanılması, hem zaman kazandırıcı hem de daha az faktörle analize devam edilmesine imkan sağladığından, araştırıcıya kolaylık sağlamasına rağmen yaygın olarak kullanılmadığı görülmektedir. Raven (1994) bunu, faktör analizinin yeterince anlaşılmamış olmasına bağlamaktadır.

Faktör analizi özellikle sosyal bilimlerde yapılan çalışmaların analizi için geliştirilmiş ve bu alanlarda uygulanmıştır ve sosyal bilimlerde faktör analizinin uygulanması ve yorumlanmasına ilişkin çok sayıda çalışma bulunmaktadır.

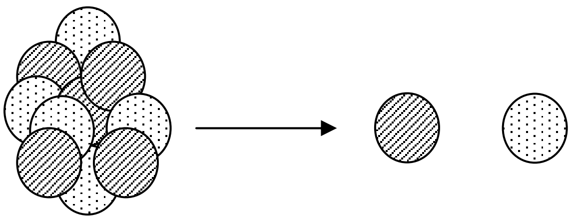
Bu çalışmada faktör analizinin tarımsal araştırmalarda kullanılması konusundaki bilgi eksikliğinin giderilmesine katkı sağlamak amaçlanmış ve bu analiz yöntemi etraflıca incelenerek bir örnek üzerinde açıklanmaya çalışılmıştır.

MATERYAL VE METOT

Bu çalışmada, Karabacak (2007) tarafından 5 yerli koyun ırkından kuzuların besi performanslarının karşılaştırılması amacıyla yapılan çalışmadan elde edilen veriler kullanılmıştır.

Elde edilen verilere faktör analizi tekniği önce çoklu gruplandırma yöntemi kullanılarak, daha sonra Minitab (2003) istatistik programı kullanılarak bilgisayarda uygulanmıştır.

İlk olarak 20. yüzyılın başlarında Spearman tarafından geliştirilen Faktör analizinin yaygın kullanımı, bilgisayar teknolojisinde 1970'li yıllarda yaşanan hızlı gelişme ile mümkün olabilmiştir. Faktör analizinin amacı, değişkenler arasındaki ilişkileri en iyi açıklayan az sayıdaki ortak faktör sayısını belirlemektir. Çok sayıdaki değişken veya olaylar arasındaki karmaşık, analiz edilmesi mümkün olmayan ilişkilerin yapısını inceler. Yani faktör analizi, değişkenler arasındaki ilişkinin kökenini analiz etmeye yardım etmektedir (Hair ve ark., 1998).



Şekil 1. Faktör Analizinin Şekille İfadesi (Tatlıdil, 1996).

Diğer amaçları ise faktör döndürmesi ile en kolay yorumlanabilir faktörler belirlenmekte, değişkenlerin faktör ve yapı ağırlıkları ile ortak ve spesifik varyansları tahmin edilebilmekte, ortak faktörün veya faktörlerin yorumu yapılabilmekte, gerekiyorsa faktör değerleri hesaplanabilmektedir (Albayrak, 2006) .

Faktör analizinde standartlaştırılmış gözlem değerleri kullanılır. Gözlem değerlerini standartlaştırmak için her sapma değerini değişkenlerin örnek standart sapmasına bölünür (Atan, 2002).

$$z_{ji} = \frac{\left(x_{ji} - \overline{x}\right)}{S_j} \tag{1}$$

Bu z_{ji} (i = 1, 2 . . . . . . , n) değerler kümesine standart formdaki z_j değerleri denir.

Faktör analizinde, standart formdaki z_j değerlerinden oluşturulan Zpxn veri matrisi kullanılmaktır. Bu durumda, faktör analizi modelinin z_j değişkenleri ile $f_1, f_2, \ldots f_m$ ortak faktörleri arasındaki ilişkiyi gösteren doğrusal bir modeldir. Faktör analizi modeli korelasyonu en yüksek olacak şekilde düzenler. Bu model genel olarak aşağıdaki biçimde ifade edilir (Tatlıdil, 1996).

$$z_j = a_{j1}^2 f_1 + a_{j2}^2 f_2 + \ldots . + a_{jm}^2 f_m + b_j u_j \tag{2}$$

j=1, 2,…..,p

İ=1, 2,…..m ve m<p

Burada;

a_{ji} : j'inci değişkene ait i. faktör üzerindeki yük

f_i : i'inci ortak faktör

u_j : j'inci değişkene ait özel (artık) faktör

b_j : j'inci değişkene ait artık faktöre ilişkin katsayı

Faktör analizinde asıl amaç pxm boyutlu A=(a_{jm}) yükler matrisinin elde edilmesidir. Ayrıca, j'inci değişken ile i'inci faktör arasındaki ilişkiyi gösteren matris de pxm boyutludur ve S olarak gösterilir. S matrisine faktör yapı matrisi ya da kısaca yapı matrisi denmektedir (Tatlıdil 1996).

Bağıntı (2),

$$Z = AF + BU \tag{3}$$

şeklinde yazılabilir. Bağıntıda F: mxn boyutlu faktör matrisi, B: pxm boyutlu köşegen katsayıları matrisi, U: pxn boyutlu özel faktör matrisidir. Z ve A ise daha önce tanımlandığı gibi sırasıyla, pxn boyutlu standartlaştırılmış veriler matrisi ve pxm boyutlu yükler matrisidir. Bu eşitlikteki BU kısmı ihmal edilerek eşitlik F' sağdan ile çarpılıp n'e bölünecek olursa,

$$\frac{ZF'}{n} = A\left(\frac{FF'}{n}\right) \tag{4}$$

bağıntısı elde edilir. Faktör yapı matrisinin tanımından,

$$S = \frac{ZF'}{n} \tag{5}$$

bulunur. Ayrıca aşağıdaki θ matrisi,

$$\theta = \frac{FF'}{n} \tag{6}$$

ise mxm boyutludur ve ortak faktörler arasındaki ilişkiyi gösteren ilişki (korelasyon) matrisidir. Bağıntı 4 den,

$$S=A\theta \text{ ya da } A=S\theta^{-1} \tag{7}$$

eşitliklerini yazmak mümkündür. Bu eşitliklerde verilen S faktör yapı matrisi ve özelikle A yükler matrisi, faktör analizinde bulunması amaçlanan matrislerdir. A yükler matrisi genellikle dik matris olarak elde edilir. Bu matrisin dik olmaması durumlarında ise pxm boyutlu dik (orthogonal) yük matrisine dönüştürülebilmektedir. D ile gösterilen dik matrisinin bulunması;

$$D=AT \tag{8}$$

biçiminde olmaktadır. Burada T matrisi θ ilişki matrisinin alt üçgenidir ve

$$\theta = TT' \tag{9}$$

biçiminde gösterilir (Tatlıdil, 1996).

Sonuç olarak iyi bir faktör dönüşümünde; boyut indirgenmiş olmalı, bağımsızlık sağlanmalı ve kavramsal anlamlılık olmalı (Tavşancıl, 2002).

Bunlardan boyut indirgenmesi ve bağımsızlık sağlanması sonuçları ilk aşamanın kapsamına girerken, üçüncü sonuç ikinci aşamada ele alınır. Şu halde A matrisinin katsayılarının bulunması ile faktör analizinin ilk aşaması tamamlanmış olur. Bu işlemlere faktörleştirme ya da faktör bulma adı verilmektedir (Tavşancıl, 2002). İkinci aşamada ise kavramsal anlamlılığı sağlamak amacıyla araştırıcı faktör döndürmesi yapabilir.

Faktör analizine başlamadan önce faktör analizinin uygulanabilirliğini kanıtlamak için korelasyon matrisinin yeteri kadar anlamlı korelasyonlara sahip olması gerekir. Korelasyon katsayıları % 30'dan büyük olmayan değişkenlerin büyük bir olasılıkla faktör analizinden çıkartılması uygun olacaktır (Hair ve ark., 1998). Daha sonra kaç faktör elde edileceğine karar verilmelidir. Faktörlerin açıkladığı varyans miktarına göre faktör sayısını belirleyen çeşitli kriterler vardır. Bunlardan sık kullanılanları; korelasyon matrisinin 1'den büyük özdeğer sayısı kadar faktör belirlenen kaiser kriteri, bileşenlerin X, özdeğerlerin Y ekseninde olduğu yamaç eğim grafiğinin eğiminin sıfıra yaklaştığı bölgedeki özdeğer sayısı kadar faktörün belirlendiği yamaç eğim grafiği yöntemi, özdeğerlerin açıkladıkları varyansın en az % 80 olacak biçimde (% 90, % 95) özdeğer sayısı kadar faktör seçilen açıklanan varyans kriteri yöntemleridir (Özdamar, 2004).

Faktör analizinde faktör yüklerini içeren A matrisinin belirlenmesi faktör analizinin en önemli aşaması olduğu daha önce belirtilmişti. Çünkü faktörler bu katsayılara göre belirlenmektedir. Faktör yüklerinin belirlenmesinde birçok yöntem kullanılmaktadır. Bunlardan Ana Faktör Yöntemi, En Çok Olabilirlik ve Çoklu Gruplandırma Yöntemi en çok kullanılanlardır (Tatlıdil, 1996). Bu çalışmada çoklu gruplandırma yöntemi kullanılmıştır.

Bu yöntemde işe korelasyon matrisindeki ilişki katsayısının incelenmesi ile başlanır. Örneğin, dört boyutlu uzay için aşağıdaki korelasyon matrisi tanımlanmış olsun.

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} \end{bmatrix} \tag{10}$$

Bu matriste birinci ile ikinci değişkenler arasındaki ilişkinin (r_{12}) ve üçüncü ile dördüncü değişkenler arasındaki ilişkinin (r_{34}) en yüksek olduğu düşünülürse yazılabilecek işlemler şöyledir:

İşlem 1: 1'inci ve 2'nci değişkenler bir grup oluştururlar. Yani faktör 1 (f_1) bu iki değişkenin doğrusal bileşkesidir. z_1 ve z_2 standartlaştırılmış değişkenler iken bu durum $f_1= z_1+z_2$ biçiminde gösterilir.

İşlem 2: 3'üncü ve 4'üncü değişkenler bir grup oluştururlar. Yani faktör 2 (f_2) bu iki değişkenin doğrusal bileşkesidir. z_3 ve z_4 standartlaştırılmış değişkenler iken bu durum $f_2=z_3+z_4$ biçiminde gösterilir.

Daha önce belirtildiği gibi j değişkeni ile k faktörü arasındaki yapı değeri, j değişkeni ile k faktörü arasındaki korelasyon olarak tanımlanır ve k'ıncı grup değişkenlerinin toplamı biçiminde aşağıdaki gibi yazılır (Tatlıdil 1996).

$$s_{jk} = \frac{Kov\left(z_j \sum z_k\right)}{\sqrt{\left[\left(Var\left(z_j\right)\right)\left(Var\left(\sum z_k\right)\right)\right]}} \tag{11}$$

Burada toplam, k'ıncı gruptaki değişken sayısı kadardır. Ayrıca eğer z_j değişkenlerinin standart olduğu da düşünülecek olursa, $Var(z_j)$ = 1'dir.

$$s_{jk} = \frac{Kov\left(z_j \sum z_k\right)}{\sqrt{\left[Var\left(\sum z_k\right)\right]}} \tag{12}$$

olarak yazılabilir. Örneğin; birinci faktör (k=1) ile üçüncü değişken (j=3) arasındaki korelasyon,

$$s_{31} = \frac{Kov\left(z_3\left(z_1+z_2\right)\right)}{\sqrt{\left(Var\left(z_1+z_2\right)\right)}} \tag{13}$$

biçiminde bulunur. Ayrıca, $E(z_j)=0$ olduğu bilindiğine göre,

$$s_{31} = \frac{E\left(z_3 z_1 + z_3 z_2\right)}{\sqrt{\left(E\left(z_1^2 + 2 z_1 z_2 + z_2^2\right)\right)}} \tag{14}$$

dir. $E(z_j z_i)=r_{ji}$ olduğundan,

$$s_{31} = \frac{E\left(z_3 z_1\right) + E\left(z_3 z_2\right)}{\sqrt{\left(E\left(z_1 z_1\right) + 2E\left(z_1 z_2\right) + E\left(z_2 z_2\right)\right)}}$$

$$= \frac{r_{31} + r_{32}}{\sqrt{(r_{11} + 2r_{12} + r_{22})}} \qquad (15)$$

sonucuna ulaşılır. Sonuç olarak pay, korelasyon matrisinin üçüncü satırın ilk iki elemanının toplamı, payda ise, birinci ve ikinci satırların ilk iki elemanlarının toplamıdır. Bu biçimde (matris cebiri kullanılarak) tüm s_{jk} değerleri bulunabilir.

Tekrar yukarıda tanımlanan işlemlerde, birinci ve ikinci işlem sırasıyla h_1' ve h_2' ile ifade ederek vektör biçiminde yazılırsa:

$$h_1' = (1 \quad 1 \quad 0 \quad 0)$$
$$h_2' = (0 \quad 0 \quad 1 \quad 1) \qquad (16)$$

Aynı biçimde bu iki hipotez vektörünün birleşmesinden de hipotez H' matrisi elde edilir.

$$H' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad (17)$$

Yukarıda s_{31}'in payının R matrisinin üçüncü satırının ilk iki elemanının toplamı olduğu, yani s_{31}'in payı R matrisinin üçüncü satırının, hipotez matrisinin ilk satırı ile skaler çarpımıdır $(r_3'h)$. Payda ise R matrisinin birinci ve ikinci satırlarının ilk iki elemanlarının toplamının kareköküdür. Bu da $(h_1'Rh_1)^{1/2}$ biçiminde yazılabilir. Sonuç olarak;

$$s_{31} = \frac{r_3'h_1}{\sqrt{(h_1'Rh_1)}} \qquad (18)$$

eşitliği yazılabilir. Ayrıca S matrisini bir bütün olarak da aynı yolla bulmak mümkündür.

$$S = \frac{RH}{\sqrt{[köş(H'RH)]}} = RH(köş(H'RH))^{-1/2} \qquad (19)$$

elde edilecek S matrisi pxm boyutludur.

Sonuç olarak (18) veya (19) nolu eşitlikten elde edilen S yapı matrisi kullanılarak (10) eşitliği gereğince A yükler matrisine ulaşabilmek için mxm boyutlu θ ilişki matrisine ihtiyaç vardır. Örnek için 2x2 boyutlu ilişki matrisi,

$$\theta = (köş(H'RH))^{-1/2}(H'RH)(köş(H'RH))^{-1/2} \qquad (20)$$

biçiminde bulunur.

Formül 17'de tanımlanan H işlemine göre birinci gruptaki değişkenlerin ikinci gruptaki değişkenlerden bağımsız oldukları söylenebilir. Bu durumda R ve S matrisleri aşağıdaki biçimde blok köşegen matrisleri olacaktır (Tatlıdil, 1996).

$$\begin{bmatrix} a & b & . & . \\ c & d & . & . \\ . & . & e & f \\ . & . & g & h \end{bmatrix}$$

O halde köş$(H'RH)$ = $H'RH$ eşitliği yazılabilecektir. Bu nedenle (19) eşitliğinden;

$$S = RH(H'RH)^{-1/2} \qquad (21)$$

yazılabilecektir. $H'RH$ matrisi simetrik bir matris olduğu için,

$$SS' = RH(H'RH)^{-1}H'R \qquad (22)$$

yazılabilir. Bu eşitlik sağdan H matrisi ile çarpılacak olursa,

$$SS'H = RH \qquad (23)$$

sonucuna ulaşılır. Bu eşitlik de yine sağdan H^{-1} ile çarpılırsa,

$$S'S = R \qquad (24)$$

bulunur.

Pratikte değişkenlerin tam anlamıyla birbirinden bağımsız olmaları mümkün olmadığı SS' için matrisi R matrisine tam anlamıyla eşit olmamakta, ancak R matrisine yaklaşabilmektedir. (24) eşitliği ile elde edilen R matrisine yeniden bulunmuş (reproduced) korelasyon matrisi adı verilir ve

$$R_h = SS' \qquad (25)$$

biçiminde gösterilir. R asıl ilişki matrisi ile yukarıda tanımlanan Rh matrisi arasındaki farka da artıklar matrisi (ya da artıklar korelasyon matrisi) adı verilir ve

$$R_c = R - R_h \qquad (26)$$

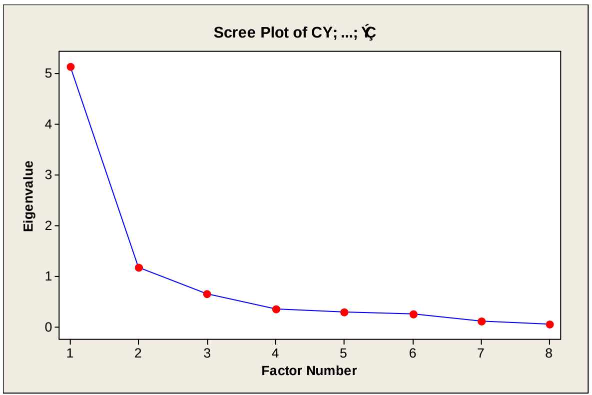
biçiminde ifade edilir.

Araştırmacı, bir faktör analizi tekniğini uygulayarak elde ettiği m kadar önemli faktörü, daha kolay yorumlamak ve bağımsızlık sağlamak amacıyla bir eksen döndürmesine tabii tutabilir. Faktör döndürme, çözümün temel matematiksel özelliklerini değiştirmez. Eksenlerin döndürülmesi sonrasında değişkenlerin bir faktördeki yükü artarken diğer faktörlerdeki yükleri azalır. Böylece faktörler, kendileriyle yüksek ilişki veren değişkenleri bulurlar ve faktörler daha kolay yorumlanabilir (Büyüköztürk, 2002). Faktör döndürmesinde iki yöntem kullanılmaktadır. Bunlardan ilki eksenlerin konumlarını değiştirmeden, yani 90^o lik açı ile döndürmedir. Buna dik (orthogonal) döndürme adı verilir. İkinci yöntemde ise her faktör birbirinden bağımsız olarak döndürülür. Eğik (oblique) döndürme adı verilen bu yöntemde eksenlerin birbirine dik olması gerekli değildir (Tavşancıl, 2002). Dik döndürme yöntemlerinden en yaygın kullanılanları; Quartimax, Varimax, Orthomax, Biquartimax ve Equamax algoritmalarıdır. Eğik döndürme yöntemlerinden en yaygın kullanılanları ise; Oblimax, Quartimin, Covarimin, Biquartimin, Oblimin ve Binoramin yöntemleridir (Tatlıdil, 1996).

FAKTÖR ANALİZİNİN UYGULANMASI

Materyal başlığı altında bahsedilen 46 koyundan elde edilen vücut ölçüsü değerleri üzerine faktör analizi uygulanmıştır. Bu araştırmada cidago yüksekliği, sağrı yüksekliği, göğüs derinliği, bel çevresi, kürekler arkası göğüs genişliği, vücut uzunluğu, göğüs çevresi ve incik çevresi değerleri ölçülmüştür.

Öncelikle bu verilerden kaç faktör elde edilebileceğinin bulunması gerekir. Burada uygun faktör sayısını belirlemede kullanılan yöntemlerden kaiser kriteri kullanılmıştır. Yani korelasyon matrisinin 1'den büyük özdeğer sayısı kadar faktör çıkarılacaktır. Korelasyon matrisin 1 den büyük 2 tane özdeğeri vardır. Bunlar 5.14 ve 1.17 dir. Aynı şekilde yamaç eğim grafiğini incelersek grafiğin eğiminin azaldığı yer 2. faktördür. Bu nedenlerden dolayı iki faktör belirlenmesi gerekmektedir.



Şekil 2. Yamaç Eğim Grafiği

İşlemlerin oluşturulabilmesi için korelasyon matrisindeki ilişkilerin incelenmesi gerekmektedir. Tablo 1'de görüldüğü gibi korelasyon matrisinde cidago yüksekliği, sağrı yüksekliği, göğüs derinliği ve bel çevresi değişkenlerinin birbirleri arasındaki ilişkiler ve kürekler arkası göğüs genişliği, vücut uzunluğu, göğüs çevresi ve incik çevresi değişkenlerinin birbirleri arasındaki ilişkilerin daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 1. Verilerin Korelasyon Matrisi

	CY	SY	GD	BÇ	KAG	VU	GÇ
SY	0.94^{**}						
GD	0.71^{**}	0.68^{**}					
BÇ	0.78^{**}	0.76^{**}	0.97^{**}				
KAG	0.50^{**}	0.48^{**}	0.61^{**}	0.59^{**}			
VU	0.55^{**}	0.51^{**}	0.60^{**}	0.60^{**}	0.72^{**}		
GÇ	0.54^{**}	0.54^{**}	0.76^{**}	0.67^{**}	0.84^{**}	0.75^{**}	
İÇ	0.22	0.26	0.26	0.26	0.43^{**}	0.47^{**}	0.45^{**}

**:P<0.01

Bu bilgiler ışığında işlemler oluşturulur;

İşlem 1: Cidago yüksekliği, sağrı yüksekliği, göğüs derinliği ve bel çevresi bir grup oluşturur ve tek faktör olarak kabul edilebilir.

İşlem 2: Kürekler arkası göğüs genişliği, vücut uzunluğu, göğüs çevresi ve incik çevresi bir grup oluştururlar ve tek faktör olarak kabul edilebilir.

İşlemler aşağıda verilen şekilde işlem matrisi olarak ifade edilir;

$$H' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

S yapı matrisini bulmak için $k\ddot{o}\c{s}(H'RH)$ ve RH matrisleri hesaplanır.

$$k\ddot{o}\c{s}(H'RH) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.000 & 0.943 & \cdots & 0.218 \\ 0.943 & 1.000 & \cdots & 0.264 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0.218 & 0.264 & \cdots & 1.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 13.09 & 0 \\ 0 & 11.33 \end{bmatrix}$$

$$RH = \begin{bmatrix} 1.000 & 0.943 & 0.709 & \cdots & 0.218 \\ 0.943 & 1.000 & 0.681 & \cdots & 0.264 \\ 0.709 & 0.681 & 1.000 & \cdots & 0.256 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0.218 & 0.264 & 0.256 & \cdots & 1.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.43 & 1.81 \\ 3.38 & 1.79 \\ 3.06 & 2.22 \\ 3.21 & 2.12 \\ 2.18 & 2.99 \\ 2.26 & 2.94 \\ 2.51 & 3.04 \\ 1.00 & 2.36 \end{bmatrix}$$

Bu matrisler (19) no'lu formülde yerine koyularak S matrisi elde edilir.

$$S = RH\left(k\ddot{o}\c{s}\left(H'RH\right)\right)^{-1/2} = \begin{bmatrix} 3.43 & 1.81 \\ 3.38 & 1.79 \\ 3.06 & 2.22 \\ 3.21 & 2.12 \\ 2.18 & 2.99 \\ 2.26 & 2.94 \\ 2.51 & 3.04 \\ 1.00 & 2.36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.28 & 0 \\ 0 & 0.30 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.96 & 0.54 \\ 0.95 & 0.54 \\ 0.86 & 0.67 \\ 0.90 & 0.64 \\ 0.61 & 0.90 \\ 0.63 & 0.88 \\ 0.70 & 0.91 \\ 0.28 & 0.71 \end{bmatrix}$$

Θ ilişki matrisi aşağıdaki formülden;

$$\theta = \left[k\ddot{o}\c{s}(H'RH)\right]^{1/2}(H'RH)\left[k\ddot{o}\c{s}(H'RH)\right]^{-1/2}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.28 & 0 \\ 0 & 0.30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13.09 & 7.95 \\ 7.95 & 11.33 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.28 & 0 \\ 0 & 0.30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.67 \\ 0.67 & 1.00 \end{bmatrix}$$

şeklinde elde edilir. Daha sonra S ve Θ matrisleri (7) no'lu A yükler matrisi formülünde yerine koyularak A matrisi elde edilir.

$$A = S\theta^{-1} = \begin{bmatrix} 0.96 & 0.54 \\ 0.95 & 0.54 \\ 0.86 & 0.67 \\ 0.90 & 0.64 \\ 0.61 & 0.90 \\ 0.63 & 0.88 \\ 0.70 & 0.91 \\ 0.28 & 0.71 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.81 & -1.22 \\ -1.22 & 1.81 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.08 & -0.18 \\ 1.06 & -0.17 \\ 0.74 & 0.17 \\ 0.86 & 0.06 \\ 0.01 & 0.90 \\ 0.08 & 0.83 \\ 0.17 & 0.80 \\ 0.35 & 0.94 \end{bmatrix}$$

A matrisi dik olarak elde edilmesi gerektiği için D matrisi;

$$D = AT = \begin{bmatrix} 1.08 & -0.18 \\ 1.06 & -0.17 \\ 0.74 & 0.17 \\ 0.86 & 0.06 \\ 0.01 & 0.90 \\ 0.08 & 0.83 \\ 0.17 & 0.80 \\ 0.35 & 0.94 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 \\ 0.67 & 1.00 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.96 & -0.18 \\ 0.95 & -0.17 \\ 0.86 & 0.17 \\ 0.90 & 0.06 \\ 0.61 & 0.89 \\ 0.63 & 0.83 \\ 0.70 & 0.80 \\ 0.28 & 0.94 \end{bmatrix}$$

şeklinde elde edilir.

Son elde edilen 8x2 boyutlu D matrisi, basit yapı durumunu gösteren dik matrise ulaşıldığını göstermektedir. Elde edilen sonuç özetlenecek olursa;

Birinci faktörde 1, 2, 3 ve 4'üncü değişkenlerin yükleri yüksek olurken, 5, 6, 7 ve 8'inci değişkenlerin yükleri düşüktür. Bu nedenle, birinci hipotezin tutarlı olduğu ve ilk bulunan faktöre F1 adının verilebileceği söylenebilir.

İkinci faktörde ise 5, 6, 7 ve 8'inci değişkenlerin yükleri düşük, 1, 2, 3 ve 4'üncü değişkenlerin yüklerinin yüksek olması nedeniyle ikinci hipotezinde tutarlı olduğunu ve ikinci faktöre de F2 adı verilebileceği söylenebilir.

Ulaşılan basit yapı sonucu faktör sonuçlarının iyi olduğu görülmektedir. Ancak daha açık bir şekilde görebilmek için ortak varyansların incelenmesi gerekir.

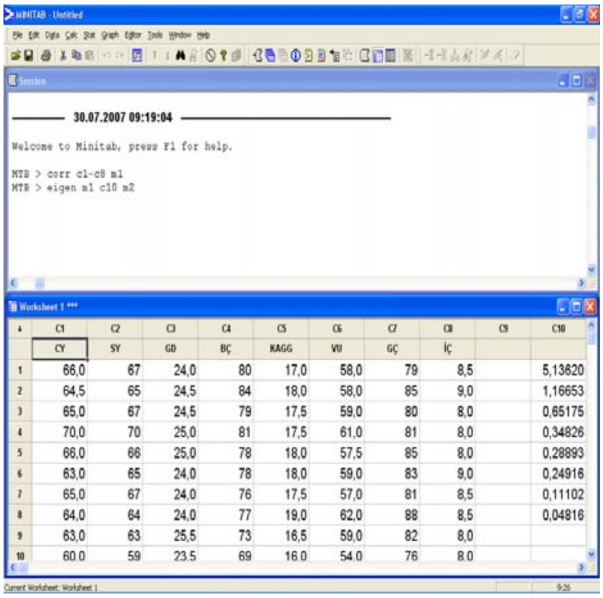
Tablo 2. Birinci Uygulamanın Faktör Varyansları ve Ortak Varyanslar

Değiş-kenler	Faktörler f1	Faktörler f2	a_{j1}^2	a_{j2}^2	h_j^2	b_j^2
1	0.99	-0.18	0.98	0.03	1.01	-0.01
2	0.95	-0.17	0.90	0.03	0.93	0.07
3	0.86	0.17	0.74	0.03	0.77	0.23
4	0.90	0.06	0.81	0.00	0.81	0.19
5	0.61	0.89	0.37	0.79	1.16	-0.16
6	0.63	0.83	0.40	0.69	1.09	-0.09
7	0.70	0.80	0.50	0.64	1.13	-0.03
8	0.28	0.94	0.08	0.88	0.96	0.04
Faktör varyansı			4.77	3.10	7.87	0.13
%			59	39	98	2

Tablo 2'den de görüldüğü gibi iki faktör toplam varyansın % 98'ini açıklamaktadır ve buda faktör analizi sonuçlarının çok uygun olduğunu göstermektedir. Ayrıca ilk faktör toplam varyansın % 59'unu, ikinci faktör ise % 39 unu açıklamaktadır.

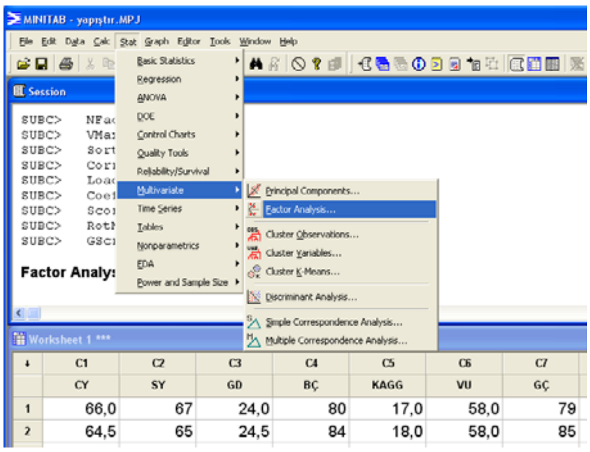
Aynı örneği Minitab (2003)'da aşağıda verildiği şekilde analiz edilir.

İlk olarak verilerin korelasyon matrisinden özdeğerler hesaplanır. Şekil 3'de görüldüğü gibi bu örnekte 1'den büyük özdeğer sayısı 2 dir bu nedenle iki faktör çıkartılması uygundur.



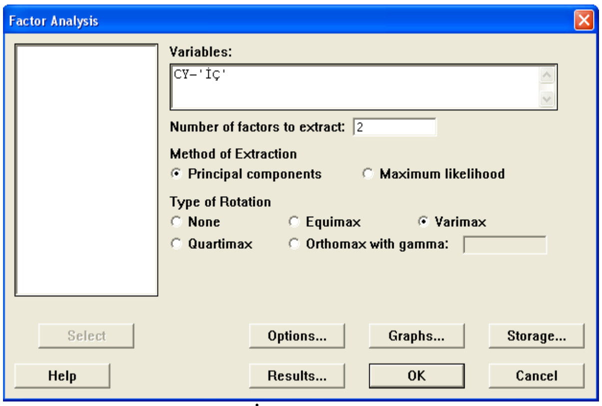
Şekil 3. Korelasyon Matrisi ve Özdeğerlerin Bulunması

Örneğe faktör analizini uygulamak için ilk olarak Şekil 4'de görülen minitab ekranında Stat>Multivariate>Factor Analysis seçenekleri tıklanır.



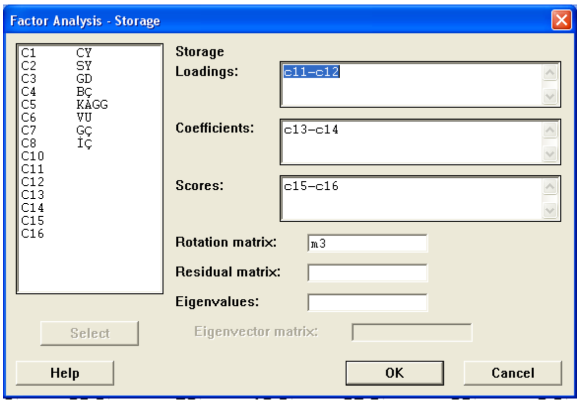
Şekil 4. Minitabda Faktör Analizi Uygulama Seçenekleri

Şekil 5'de görünen ekranda değişkenler variables alanına taşınır. Number of factor to extract alanına 2 faktör çıkartmak istediğimiz için 2 yazarız. Method of exraction alanından principal company işaretlenir. Type of rotation kısmıda varimax işaretlenir. Options seçeneği tıklanarak bu ekranda matrix to factor kısmıda correlation işaretlenir ve önceki ekrana geri dönülür.

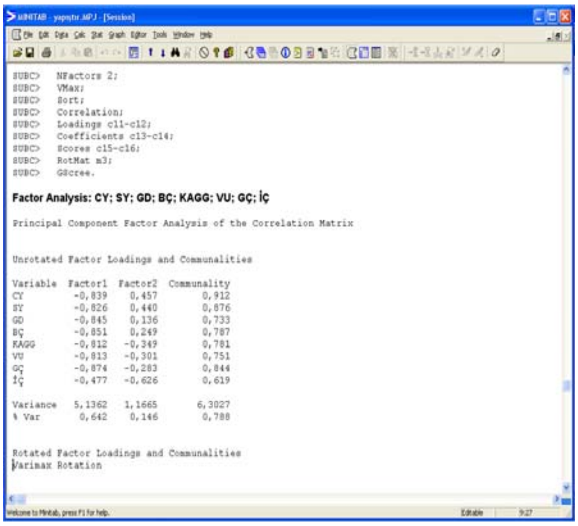


Şekil 5. Faktör Analizi İşlem Penceresi

Storage seçeneği tıklanır ve Şekil 6'da görüntülenen ekranda yüklerin, katsayıların ve skorların kaydolacağı sütun isimleri iki faktör seçileceği göz önüne alınarak ilgili alana girilir. İlk ekrana geri dönülür ve result seçeneği tıklanarak bu bölümde sort loading işaretlenir.



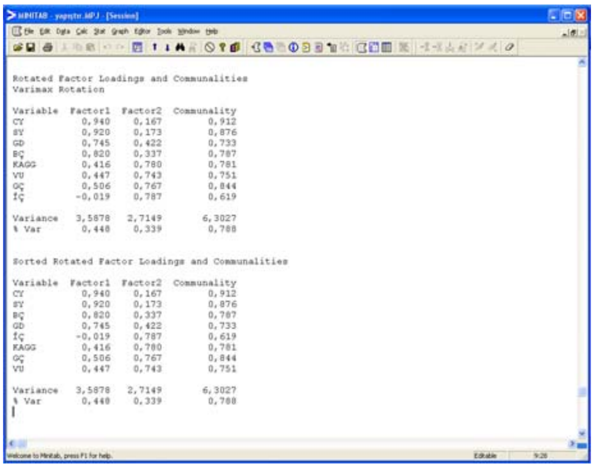
Şekil 6. Storage İşlem Penceresi



Şekil 7. Faktör Analizi Çıktı Penceresi-A

Şekil 6'da OK işaretlenir ve sonuçlar aşağıdaki gibi elde edilir.

Şekil 7'deki pencerede döndürme yapmadan önceki faktör yükleri ve ortak varyansları görülmektedir. Görüldüğü gibi döndürme yapmadan faktörler konusunda yorum yapmak oldukça zordur. Yükler tam olarak belli değildir.



Şekil 8. Faktör Analizi Çıktı Penceresi-B

Şekil 8'de ise döndürme yaptıktan sonraki yükler ve ortak varyanslar görülmektedir. Görüldüğü gibi değişkenler faktörlere belirgin bir şekilde dağılmıştır. Cidago yüksekliği, sağrı yüksekliği, göğüs derinliği ve bel çevresi birinci faktörü oluşturmuştur. Kürekler arkası göğüs genişliği, vücut uzunluğu, göğüs çevresi ve incik çevresi ikinci faktörü oluşturmuştur. Birinci faktör toplam varyansın % 44.8'ini açıklarken, ikinci faktör ise %33.9'unu açıklamıştır. Bu iki faktör toplam varyansın % 78.8'ini açıklamıştır. Sonuç olarak değişkenlerimiz iki faktöre ayrılmıştır. Faktörlerden ilkine F1 ismi, ikinci faktöre ise F2 ismi verilebilir.

Faktör yüklerinin elle yapılan örnekten farklı olmasının nedeni faktör çıkarma yöntemlerinin farklı olmasındandır. Elle yapılan örnekte çoklu gruplandırma yöntemi uygulanmış, minitab programında ise çoklu gruplandırma seçeneği olmadığından ana bileşenler yöntemi kullanılmıştır.

Bitkisel ve hayvansal araştırmalarda fazla sayıda özellik ele alınmakta ve bu özelliklerin tek değişkenli metodlarla ayrı ayrı analizi ve analiz sonunda yorumlanması oldukça güç olmaktadır. Bu güçlüğü ortadan kaldırabilmek için bu özelliklerin daha aza indirgenmesi gerekmektedir. Bu nedenle çok değişkenli istatistik yöntemlere ihtiyaç duyulmaktadır. Faktör analizi daha az sayıda faktör ile çalışmaya imkan sağladığından sözü edilen güçlükleri azaltılabilir. Ayrıca bu faktörler analiz sonuçlarının yorumlanmasını da kolaylaştırır.

Faktör analizinde amaç daha önce belirtildiği gibi boyut indirgemek ve daha anlamlı faktörler elde etmektir. Bu çalışmadaki uygulamalarda da bu amaca ulaşılmıştır. Uygulamada 8 değişken 2 faktöre indirgenmiştir. Elde edilen bu faktörler daha sonraki analizlerde daha az faktörle çalışılacağı için hem kolaylık sağlayacak hem de zaman kazandıracaktır. Bu çalışmada ulaşılan sonuçlar faktör analizi tekniğinin tarımsal araştırmalarda da kullanılabileceği göstermektedir.

KAYNAKLAR

Akçura, M., Dokuyucu, T., Kara, R., Akkaya, A., 2004. Ekmeklik Buğdayda (Tritikum Aestivum L.) Verim Karakterlerini Çok Değişkenli Veri Analiz Yöntemleri ile Yorumlanması, Bilimsel Araştırma Dergisi (2004) 1: 32-38

Albayrak, A. S., 2006. Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri, Asil Yayın Dağıtım, Ankara.

Atan, M. ve ark., 2002. Üniversite Öğrencilerinin Başarılarını Etkileyen Faktörlerin Çok Değişkenli İstatistiksel Analiz Yöntemleri İle Tespiti, XI. Eğitim Bilimleri Kongresi, 23-26 Ekim 2002, Yakın Doğu Üniversitesi, Lefkoşe, KKTC.

Büyüköztürk, Ş., 2002. Sosyal Bilimleri İçin Veri Analizi El Kitabı İstatistik Araştırma Deseni-SPSS Uygulamaları ve Yorum. Ankara: Pegen Yayıncılık.

Hair, J. F., Anderson, R. E., Tatham, R. L. ve Black, W. C., 1998. Multivariate Data Analysis, Prentice Hall, New Jersey.

Karabacak, A., 2007. Kimi Yağlı Kuyruklu ve Yağsız İnce Kuyruklu Koyun Irklarının Besi Performansı ve Karkas Özellikleri, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Doktora Tezi (Yayımlanmamış).

Minitab, 2003. Minitab for Windows. Release 14.0., Pennsylvania, ABD.

Özdamar, K., 2004. Paket Programlar İle İstatistiksel Veri Analizi, Kaan Kitabevi, Ankara.

Raven, M. R., 1994. The Application of Exploratory Factor Analysis in Agricultural Education Research, Journal of Agricultural Education, Volume 35, no. 4

Tatlıdil, H., 1996. Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Analiz, Hacettepe Taş. Yayınları, Ankara.

Tavşancıl, E., 2002. Tutumların Ölçülmesi ve SPSS İle Veri Analizi, Nobel Yayınları, Ankara.