

Whittaker Düzeltme Yöntemi ve Türkiye Ölüm Oranlarına Bir Uygulaması

Hatice TUZGÖL* Süleyman GÜNAY**

ÖZET

Bu çalışmanın amacı ölüm oranlarına uygulanan ve parametrik olmayan Whittaker Düzeltme Yöntemini incelemek ve Türkiye verilerine bir uygulamasını yapmaktır.

Uygulama bölümünde kullanılan veriler, Devlet İstatistik Enstitüsü'nün derlemekte olduğu il ve ilçe merkezleri ölüm ve nüfus istatistikleridir. Bu istatistiklerden hesaplanan ham ölüm oranlarına, Whittaker düzeltme yöntemini uygulamak amacıyla Microsoft Excel'de hazırlanmış bir program tekrar gözden geçirilip kullanılmıştır. Uygulama sonucunda ham ölüm oranları düzeltilmiş, Türkiye il ve ilçe merkezleri için hesaplanan düzeltilmiş ham ölüm oranları kullanılarak cinsiyet bazında 1990 ve 2000 yılları için ölüm tabloları hazırlanmış ve yaşam beklentileri hesaplanmıştır. Uygulamada ulaşılan sonuçlar değerlendirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Ölüm oranı, düzeltme, Whittaker

1. GİRİŞ

Belirli bir topluluğa ilişkin yaşlar itibariyle oluşturulan ölüm oranları dizisine ölüm tablosu ya da yaşam tablosu denilmektedir. Bu tablolar herhangi bir yaşta, bir yıl içinde kaç kişinin hayatta kalacağını ya da kaç kişinin öleceğini göstermektedir. Türkiye'de henüz tam anlamıyla böyle bir ölüm tablosu oluşturulamamıştır. Sosyal güvenlik kurumlarının, özel sigorta şirketlerinin, özel sandıkların ve faaliyetlerine yeni başlamış olan bireysel emeklilik şirketlerinin aktüeryal hesaplamalarında böyle bir tabloyu kullanmaları kaçınılmaz bir gerekliliktir. Dolayısıyla Türkiye'de daha sağlıklı aktüeryal hesaplar yapılabilmesi için Türkiye'nin kendi demografik özelliklerine göre hazırlanmış bir ölüm tablosunun oluşturulması gerekmektedir.

Aktüerya alanında ölüm tabloları, primlerin, rezervlerin ve anüitelerin (primlere karşı belirli dönemlerde sigortalılara yapılan ödemelerin) hesaplanmasında kullanılmaktadır. Ölüm oranlarının düzenli ve sürekli değiştiği varsayımı, hesaplamaları yanlış sonuçlara götürebilir. Çünkü tablodaki yaşlar itibariyle değişken düzensizlikler, primlerin düzenli ilerlemesini etkiliyor olabilir. Bu nedenle, bu düzensiz yapılar ortaya çıkarılmalı ve anlamlı sonuçlara ulaşmak için düzeltme yöntemi uygulanmalıdır (London, 1985).

* Sos. Sig. Uzm. Yard. Hatice Tuzgöl, SSK Başkanlığı, Finansman, Aktüerya ve Planlama Daire Başk., 06437, Sıhhiye/Ankara (htuzgol@ssk.gov.tr)

** Prof. Dr. Süleyman Günay, Hacettepe Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, 06532, Beytepe/Ankara (sgunay@hacettepe.edu.tr)

Ölümün ölçüleri, gözlemlenmiş oranlar ve bunlardan elde edilen düzeltilmiş oranlar olarak ikiye ayrılabilir. Gözlemlenmiş oranlar genellikle, hesaplanması basit oranlardır ve kısa bir işlem ile doğrudan asıl veriden hesaplanır. Düzeltilmiş oranların hem hesaplanması hem de yorumu gözlemlenmiş değerlere göre daha karmaşıktır. Bunlar; verilen bir nüfus grubunun özel ölüm oranları dizisine dayandırılan özet ölçülerini çıkarmak için çeşitli varsayımları içeren ölüm seviyesinin kuramsal göstergeleridir (Shryock, 1971).

Ölüm tabloları hazırlanırken iki farklı veri tabanı kullanılabilir. Bunlardan birincisi, ölüm oranlarının aynı kaldığı bir yıl, üç yıl ya da iki nüfus sayımı arasındaki bir dönem (intercensal) gibi kısa bir sürenin deneyimine dayandırılmaktadır. Bunlara şimdiki zamana ait ya da dönemsel ölüm tabloları (the current or period life table) adı verilir. Dönemsel ölüm tabloları şu anki ölüm oranlarının bir “şip şak fotoğrafı” olarak görülebilir. Bu tablolar, bir yıldaki ya da kısa bir süre için hesaplanan ölüm oranının çok iyi bir özet tanımını sunmaktadır. Kullanılan ikinci veri tabanı ise belirli bir doğum neslinin, örneğin 1900 yılında doğan tüm kişilerin, deneyimlerinden elde edilen ölüm oranları üzerine dayandırılmaktadır. Bu şekilde hazırlanan tablolara nesil ya da kuşak tablosu (the generation and cohort life table) adı verilir. Buna göre nesildeki kişilerin ölüm deneyimleri, doğumlarından itibaren birbirini izleyen takvim yıllarında ardışık her yaş için ölüme kadar gözlenebilir. Açıkça, tek bir tablonun tamamlanması için uzun yılların verisi gerekmektedir ve günümüzde nesil tablolarını oluşturmak mevcut veriler ile olanaksızdır. Bu tür tablolar, ölüm oranlarının projeksiyonu, trend çalışmaları ve doğurganlık ölçümleri için yararlıdır (Shryock, 1971).

Ölüm tablosu oluşturulurken ham ölüm oranları elde edildikten sonra ikinci bir işlem bu oranların düzeltilmesidir. Ölüm oranları dizisinde, verilerin birbiriyle olan ilişkileri nedeniyle aşırı değerlerin düzeltilmesi gerekmektedir. Bu yöntem düzeltme yöntemi (graduation method) adı verilir. Düzeltmenin amacı, ardışık yaşlar için ölüm oranlarının “en olası” değerlerinin bir tablosunu üretmektir. Bu işlem, ham ölüm istatistiklerinin düzleştirilmesi ile yapılır (Verrall, 1993).

Ham veriler, yaşlar itibarıyla “ham” bir şekilde gelişme eğilimindedir (London, 1985). Çünkü;

- Ham ölüm oranları her yaş için ayrı ayrı ve birbirinden bağımsız olarak tahmin edilmekte ve
- Verilerin örnekleme ile seçilmesi durumunda, örnekleme hatası nedeniyle bir yan ortaya çıkabilmektedir.

Genel olarak dört düzeltme yöntemi bulunmaktadır. Bunlar: Grafikselleştirme, standart bir tabloyu temel alan düzeltme, parametrik düzeltme ve parametrik olmayan düzeltme yöntemleridir. Bu yöntemlerden bazıları: Makeham-Gompertz (parametrik), Whittaker (parametrik olmayan) ve Bayesci düzeltme yöntemleridir.

Hiçbir düzeltme yöntemi için “en iyi yöntem” ya da “en doğru yöntem” ifadeleri kullanılmamaktadır. Hangi yöntemin kullanılacağı, araştırmacının amacının ne olduğuna ve nasıl bir veri kümesi ile çalışıldığına göre değişmektedir. Ancak belirli

durumlarda bir yöntem diğerine tercih edilebilmektedir. Yöntemin seçimini etkileyen önemli faktörler, verinin biçimi ve büyüklüğüdür. Bilgisayar teknolojisinin çok gelişmediği dönemlerde hesaplama yönteminin kolaylığı yöntem seçiminde önemli bir etken olarak görülmekte idi oysa artık günümüzde bu çok önemli değildir. Genellikle tek bir yöntemin önerilmemesine karşın Whittaker yönteminin çok yönlülüğü vurgulanmaktadır. Whittaker yöntemi, ölümlülük çalışmalarını da içeren çeşitli türdeki verilerle kullanılmaktadır. Ayrıca, geçmişten günümüze Whittaker düzeltme yönteminin iyi sonuçlar verdiği de söylenmektedir (London, 1985).

Bu çalışmada, dağılım varsayımı içermemesi nedeniyle parametrik olmayan düzeltme sınıfında yer alan ve kolay anlaşılabilir bir yapıya sahip olan Whittaker düzeltme yöntemi incelenecektir.

1.1 Düzeltmenin Amacı ve İstatistiksel Temeli

Bir aktüer için, sigorta değerlerinin hesaplandığı yaşam modellerinin oluşturulması önemlidir. Bu modeller, genellikle, Tablo biçiminde gösterilmekte ve “Ölüm Tabloları” olarak ifade edilmektedir (Daha iyimser bir ifade olması açısından “Yaşam Tabloları” da denilmektedir).

Model kurma sürecinde ilk aşama, gözlem altındaki bir grubun yaş bazında bir ölümlülük oranları dizisi yani “gözlemlenmiş dizi” elde edilmesidir. Bu oranların elde edilmesinden sonra, model kurmanın ikinci aşaması olan düzeltme süreci başlar. Verilen başlangıç verilerinden bilinmeyen temel olan ölümlülük örüntüsünü daha iyi temsil etmek amacıyla, sistematik bir revizyona başlanır. Düzeltme süreci de tamamlandıktan sonra, model kurmada üçüncü bir aşamadan söz edilmektedir. Bu aşama ölüm oranlarının projeksiyonudur. Ölümlülük oranları zamanla değişme - genellikle azalış - gösterdiğinden bu gibi değişikliklerin modele yansıtılması gerekmektedir. Çünkü, model geleceğe dönük uygulanabilir ekonomik ve demografik değerlerin hesaplanmasında kullanılabilir.

Ölüm oranları için yaşlar itibariyle düzenli gelişen bir tahmin kümesinin olması istenir. Herhangi bir yaştaki ham ölüm oranı tahmini, bir sonraki yaştaki değerler hakkında bilgi verir. Düzeltme formülündeki düzgünlük ölçütü, her yaştaki tahmini “geliştirmek” için, yakın yaşların verisinden yararlanmayı sağlamaktadır. Bu noktada şöyle bir soru sorulabilir: İlk verilere sahipken, neden bunlar düzeltilmelidir? Neden bu değerlerin, tahmin edilmek istenen bilinmeyen değerler için en iyi tahmin olduğu düşünülmez. Eğer tahmin yöntemi uygun ve geçerli ise neden değiştirilmektedir? Bu durum şöyle açıklanabilir:

Ölüm oranları, her yaş için ayrı ayrı tahmin edilerek bulunduktan sonra bu oranlara kullanılabilir olması amacıyla bir takım değişiklikler yapılmaktadır. Bu nedenle, oranların yaşlar itibariyle “düzgün bir şekilde” değiştiği beklenebilir. Bunun anlamı, oranların düzensiz bir seyir izlememesinin beklenmesi değildir, asıl istenen şey, oranların yaşlar itibariyle düzgün bir seyir izlemesidir. Bu nedenle ham ölüm oranları, aktüerlerin düzeltme olarak adlandırdığı yöntem kullanılarak düzeltilmektedir. Bir veri kümesi düzeltilirken, verinin içerdiği belirleyici özelliklerini yansıtacak şekilde düzeltmeye, beklenenin üzerinde ya da altında değerler elde etmemeye ya da açıklaması

güç yanlı bir yapının oluşmamasına dikkat edilmelidir. Düzeltme için iki yaklaşım bulunmaktadır. Bunlardan ilki, ölüm sayıları için bir olabilirlik fonksiyonunu bulmaktır. Diğer bir ifadeyle, her yaş için ölüm sayılarının (d_x) dağılımına ya da ham ölüm oranlarının (\hat{q}_x) dağılımına bakmaktır. Ölüm sayılarını kullanmak daha iyi sonuçlar vermesine rağmen genellikle ham ölüm oranları ve ağırlıklandırılmış en küçük kareler yaklaşımı kullanılmaktadır (<http://staff.city.ac.uk/r.j.verrall/dip104.html>, 2004).

2. WHITTAKER DÜZELTME YÖNTEMİ

Whittaker Düzeltme Yöntemi E.T. Whittaker (1923) tarafından geliştirilmiştir. Henderson (1924 ve 1925) Whittaker kuramına ve “Kuram uygulamaya nasıl geçirilir?” sorusuna önemli bir katkıda bulunmuştur. Bu yöntemi ilk bulan Whittaker olsa da, bu yöntem Whittaker - Henderson olarak bilinmektedir (London, 1985). Whittaker düzeltme yöntemi, parametrik olmayan bir yöntemidir.

Whittaker yönteminin uzun zamandır bilinmesi ve hala geçerli olması parametrik olmayan ve kolay anlaşılır bir yöntem olmasına bağlıdır. Yöntemi uygulayan kişi, ne yapabileceği ve yapamayacağı hakkında iyi bir fikir sahibidir. Bunlara ek olarak, Whittaker yönteminde, Bayesci yaklaşım kullanılarak bir istatistiksel türetme söz konusudur. Türetme problemi, tam bir türetmeden çok, bir tahmine dayanmaktadır. Bu, düzeltmeyi yapan kişiye bir karar vermeden önce bilinmesi gereken koşulları vermemektedir. Bu durumu göz önünde bulundurmadan düzeltme, düzgünleştirme parametreleri seçilene kadar tamamlanamaz ve bu her zaman analizi yapan kişinin kararına dayanmaktadır (Carlin ve Klugman, 1993).

Whittaker - Henderson düzeltmesi düzgünlük (smoothness) ve uyum (goodness of fit) olmak üzere iki ana ölçüt içermektedir. Bu iki ölçüt arasında uygun bir dengenin sağlanması gerekmektedir. Bu denge, araştırmacının düzeltilmiş verilerde ne düzeyde uyum ve ne düzeyde düzgünlük elde etmek istediğine bağlı olarak değişmektedir (Taylor, 1992).

2.1. Temel Whittaker Düzeltme Formülü

Temel Whittaker yöntemi, temel mantığı ileriki bölümlerde söz edilecek olan uyum ve düzgünlük ölçütlerinden gelmektedir. Bölüm 2.1.1 ve 2.1.2’de verilecek olan uyum ve düzgünlük ölçüleri için Eş. (2.3) ve Eş. (2.4) kullanılmaktadır. Bu ölçüler doğrusal bir şekilde bir araya getirilerek aşağıdaki gibi formüle edilebilir:

$$M = F + hS = \sum_{x=1}^n w_x (\tilde{q}_x - \hat{q}_x)^2 + h \sum_{x=1}^{n-z} (\Delta^z \tilde{q}_x)^2 \quad (2.1)$$

Düzeltilmiş değerler, \tilde{q}_x , $x = 1, 2, \dots, n$, M ölçüsünü minimize eden değerler olarak alınır. Düzeltme sürecinde kullanılan temel notasyonlar aşağıdaki gibidir:

1. x genellikle yaşı göstermektedir ve 1’den n ’e kadar alınmıştır.
2. t_x , gerçek değerler dizisidir.
3. \hat{q}_x , t_x ’in ilk tahmini ya da gözlenmiş değerlerdir.

4. \hat{Q}_x, t_x 'in raslantı değişkenler tahmin edicisidir, bunların yansız binom oranları oldukları varsayılmaktadır.
5. \tilde{q}_x, t_x 'in gözden geçirilmiş tahminleri yani düzeltilmiş tahminlerdir.
6. \tilde{Q}_x, \tilde{q}_x 'in raslantı değişkenleridir.
7. z parametresi polinom derecesini oluşturan bir parametredir, genellikle araştırmacılar, z 'yi önceki deneyimlerine dayanarak 2, 3 ya da 4 olarak belirlemektedirler.
8. Sonlu farkların indisinde genel kullanım olan $\Delta^z \tilde{q}_x$ 'in en yüksek indekslenmiş değeri, $x = n-z$ 'dir. Böylece S 'de F 'den daha az terim vardır. Δ , her \tilde{q}_x için $\Delta \tilde{q}_x = \tilde{q}_{x+1} - \tilde{q}_x$ olarak tanımlanan ileri fark alma operatörüdür, burada z fark alma operatörünün uygulama sayısını göstermektedir (Guerrero, Juarez ve Poncela, 2001).
9. w_x ağırlıkları pozitif gerçel sayılardır.
10. M 'nin minimizasyonunda gerçel bir sayı olan h parametresi, F ve S ile yakından ilişkilidir.
11. E_x , raslantı hata değişkenler tahminidir. e_x ise E_x 'in bir gerçekleşmesidir.
12. Geçmişten günümüze, Eş. (2.1)'in minimizasyonu "B tipi" Whittaker düzeltmesi olarak gösterilir. "A tipi" Eş. (2.1)'in özel bir durumu olarak gösterilir, bu durumda w_x her x için 1'dir. Her iki tip için farklı minimizasyon süreci kullanılmaktadır (London, 1985).

Genel olarak, düzeltme sürecinde ağırlıklar kullanılmakta ve notasyon olarak w_x benimsenmektedir. Bölüm 2.2.3.'de verilecek olan ağırlıklar çoğunlukla, örneklem büyüklüğünün (n_x) bazı fonksiyonlarından oluşmaktadır.

2.1.1. Uyum Ölçüsü

Whittaker düzeltme'nin temel ölçütlerinden biri uyum ölçüsüdür. Düzeltilmiş değerlerin ilk değerlerden çok fazla sapmaması istenir. Bu ikisi arasında uyumun bir derecesi ölçülebilir. Örneklem büyüklüğü çok küçük değilse, düzeltilen değerler ilk değerlere yakın değerler olabilir. Binom oranı, raslantı değişken büyüklüğü ile tersine bir varyansa sahip olduğundan düzeltilmiş bir değer, "büyük n " durumları için, gözlemlenmiş değerden daha az sapabilir. Dolayısıyla istatistiksel olarak, ilk tahminlerin daha büyük n 'e dayandırılarak düzeltilmesi sonucunda "daha iyi uyum" (daha küçük sapmaların) ortaya çıkacağı belirtilmektedir (London, 1985).

Sayısal uyum ölçüsü,

$$F_1 = \sum_x w_x (\tilde{q}_x - \hat{q}_x) \quad \text{olarak tanımlanmaktadır.} \quad (2.2)$$

Eş. (2.2)'e göre uyum ölçüsünde, sapmalar ağırlıklandırılarak örneklem büyüklüğü yansıtılmaktadır. F değerinin sıfır olması uyumun iyi olduğunu gösterdiğinden, büyük ağırlıklar ile sapmalar kendileri ile karşılaştırmalı olarak F 'in küçük kalmasını sağlamak için daha küçük olmalıdır. Eş. (2.2), yetersiz bir uyum ölçüsüdür. Çünkü, rasgele pozitif ve negatif ağırlıklı sapmaların birbirini götürmesi

sonucu F 'in değeri sıfır çıkacak ve bu uyumun çok zayıf olduğu yönünde değerlendirilecektir. Bu durum göz önünde bulundurularak uyum ölçüsü, aşağıdaki gibi ağırlıklı sapmalar karesi toplamı olarak tanımlanabilir (London, 1985):

$$F_2 = \sum_x w_x (\tilde{q}_x - \hat{q}_x)^2 \quad (2.3)$$

2.1.2. Düzgünlük Ölçüsü

Whittaker düzeltmenin temel ölçütlerinden diğeri ise düzgünlük ölçüsüdür. Düzeltmiş değerlerin grafiği çizilerek, sağlanmış düzgünlüğün derecesi gözlenebilir. Alternatif olarak düzgünlüğün sayısal ölçüsü hesaplanabilir. Bu genellikle, düzeltilmiş değerlerin son farkların birkaç sırası hesaplanarak yapılmaktadır. Eğer bu farkların bazı sıraları (genellikle 3 ya da 4) “küçük” ise, düzlemin derecesi elde edilebilir. Düzlemeyi göstermek için tek indeks numarası, bu farkların karesel toplamı alınarak elde edilebilir. Bu indeks tek başına bir anlam ifade etmeyebilir ancak çeşitli düzeltilmemiş ya da düzeltilmiş verilerin karşılaştırılmasında kullanılabilir (London, 1985).

$$S = \sum_{x=1}^{n-z} (\Delta^z \tilde{q}_x)^2 \quad (2.4)$$

Eş. (2.4) düzgünlük ölçüsü olarak kullanılmaktadır. z burada fark alma derecesini göstermekte, \tilde{q}_x , x indeks değeri ile düzeltilmiş değeri ifade etmektedir. Örneğin $z = 4$ için, eğer düzeltilmiş değerler kübik eğri biçiminde ise, bu değer alacağı değer sıfır olacağından dolayı düzlemin bir standardı olarak 3. derece polinom düşünülebilir. S 'yi olabildiğince küçük yapmak, düzeltilmiş değerleri kübik bir biçime yaklaştıracaktır. Ancak yaşlar itibariyle ölümlülük oranlarının, kübik dağılıma değil, tartışılan yaşın geniş aralığında, Makeham-türü üstel biçiminde bir dağılıma sahip olduğu iddia edilmektedir. Bu durumda farklı bir S kullanılması gerekmektedir. Üzerinde çalışılan veri kübik eğri biçiminde değilse, 3. fark yerine 4. fark tasarlanabilir. Genellikle 3. ve 4. farklar kullanılmaktadır. Alternatif olarak Giesecke (1984), çalışmasında regresyon kullanarak farklı bir düzgünlük ölçüsü geliştirmiştir. Düzgünlük ölçüsünde bulunan k matrisi için farklı seçenekler sunmuş ve sonuçları karşılaştırmıştır. Bu seçenek matrisler içerdiği satır sayısına, her bir satırdaki en fazla tahmin edici sayısına ve her bir satırda kullanılan en yüksek derecede polinom özelliklerine göre tanımlanmış matrislerdir. Farklı seçenekte düzgünlük matrislerinin kullanılmasının bir yararı, temel düzeltme yönteminin sonucu ile karşılaştırıp hangisinin iyi olduğuna karar vermede bir seçenek oluşturmasıdır. Bir başka faydası, düzeltmenin farklı bölümlerinde, farklı derecede eğriler kullanılmak istenmesi durumunda görülmektedir.

2.1.3. Ağırlıklar

Whittaker yöntemi, Eş. (2.3)'deki uyum ölçüsüne dayandırılmaktadır. Düzeltme uygulandıktan sonra uyumun derecesini görmek için bir uyum ölçüsü hesaplanmalıdır.

Ancak Eş. (2.3)'deki ağırlıklarda $w_x = \frac{n_x}{\tilde{q}_x(1-\tilde{q}_x)}$ formülünü kullanabilmek için önce

\tilde{q}_x değerlerinin bilinmesi gerektiğinden, bu durum M 'nin minimizasyon

hesaplamalarını güçleştirmektedir. Genellikle Eş. (2.3)'de ağırlıklar sadece örneklem büyüklüğü n_x olarak alınmaktadır. Bu F 'in değerinin büyük çıkmasına yol açacak, dolayısıyla eğrinin düzgünlüğüne daha az ve eğrinin uyumuna gereğinden fazla önem vermekten kaçınmak için, h 'ın çok büyük bir değeri kullanılmalıdır. Seçenek olarak,

$$w_x = \frac{n_x}{\bar{n}} \quad (2.5)$$

sunulmaktadır, Eş. (2.5)'de \bar{n} her x için n_x 'lerin ortalamasını göstermektedir. Burada amaç, daha büyük n_x 'e sahip yaşlara, oransal olarak daha çok ağırlık vermektir.

2.1.4. h parametresi

h , düzeltme sürecinde düzgünlüğü ayarlayan bir parametredir. h 'ın seçimine yönelik şu gözlemler yapılabilir:

1. S 'nin değeri ne olursa olsun, $h = 0$ ise $hS = 0$ 'dır. O zaman $F > 0$ olduğundan, M , $F = 0$ için minimize edilir, bu düzeltme olmaması yani her x için $\tilde{q}_x = \hat{q}_x$ olması anlamına gelmektedir. Böylece, genellikle h , 0 'a yaklaştıkça, \tilde{q}_x , \hat{q}_x 'e yaklaşır ve uyum düzgünlük üzerinde belirlenir.
2. Diğer taraftan h çok büyük olduğunda minimizasyon süreci S 'yi, sezgisel olarak büyük h 'ın etkisini gidermeye yönelik belirlemektedir.

Düzeltilme sürecinde h parametresi, bu durumlar dikkate alınarak belirlenmelidir.

2.1.5. Whittaker Düzeltme Yönetiminin Olumlu ve Olumsuz Yanları

Yöntemin üstünlükleri:

1. Eğer verinin parametrik bir formül kullanılarak düzeltilmesi zor ise, kullanışlıdır.
2. Esnektir.
3. Ölüm oranlarından başka, örneğin hastalık ile ilgili bir veri kümesinin düzeltilmesinde de kullanılabilir.

Yöntemin olumsuz yanları ise şunlardır:

1. Veriyi ne kadar düzgünleştireceğini ayarlamak zordur.
2. Whittaker düzeltmenin bir diğer güçlüğü de, h düzgünleştirme parametresinin seçimine yol göstermede kuramsal olarak yetersiz kalmasıdır (Taylor, 1992).

2.2. M fonksiyonunun minimizasyonu

M , \tilde{q}_x 'in n bilinmeyen değerinin bir fonksiyonudur. M 'nin minimizasyon değerini her bir \tilde{q}_x 'e göre sıfır yapan \tilde{q}_x değerleri, M 'nin kısmi türevlerinin sıfıra eşitlemesi ile elde edilen n denklemin çözümüdür (London, 1985).

Bu denklem,

$$\frac{\partial M}{\partial \tilde{q}_r} = 0, r = 1, 2, \dots, n \text{ olur.} \quad (2.6)$$

Buradan \tilde{q} değerleri, $(I + hw^{-1}k'_z k_z)^{-1} \hat{q}$ 'nun çözümü ile elde edilir (Taylor, 1992). İlk tahminler (\hat{q}) ve düzeltilmiş tahminler (\tilde{q}) vektörlerinin transpozları, $\hat{q}' = [\hat{q}_1, \dots, \hat{q}_n]$ ve $\tilde{q}' = [\tilde{q}_1, \dots, \tilde{q}_n]$ vektörleri ile,

ve ağırlıkları içeren $n \times n$ köşegen matris, $w = \begin{bmatrix} w_1 & & & 0 \\ & \cdot & & \\ & & \cdot & \\ 0 & & & w_n \end{bmatrix}$ ile gösterilir,

k_z , z derecesinin binom katsayılarını içeren özel bir matrisi ve $k_z \tilde{q}$, $\Delta^2 \tilde{q}_x$ değerlerini içeren bir çarpım vektörünü göstermektedir. Eğer \tilde{q}_x 'in n değeri var ise \tilde{q} , $n \times 1$ bir vektör, bu durumda k_z , $(n - z) \times n$ köşegen olacak ve $k_z \tilde{q}$ $(n - z) \times 1$ boyutlu bir vektör olacaktır.

Guerrero (2001) tarafından k_z matrisi şöyle tanımlanmaktadır:

k_z , $(n - z) \times n$ matrisinin j . elementi,

$j < i$ ya da $j > z + i$ için, $k_z(i, j) = 0$,

$i = 1, \dots, n - z$ ve $j = 1, \dots, n$ için,

$$k_z(i, j) = \frac{(-1)^{z+i-j} \cdot z!}{[(j-i)!(z-j+i)!]}$$
 'dir.

Örneğin, $z = 2, n = 6$ için k_2 matrisi ve $z = 3, n = 7$ için k_3 matrisi,

$$k_2 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, k_3 = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

olarak gösterilir ve $k_2 \tilde{q}$ ve $k_3 \tilde{q}$ sonuçları sırasıyla $\Delta^2 \tilde{q}_x$ ve $\Delta^3 \tilde{q}_x$ değerlerinin istenen değerlerini oluşturmaktadır.

2.3. Bayesci Yaklaşım

Aktüerya da önsel bilginin elemanları ölüm oranlarının düzeltilmesinde çok sık kullanmakta, bu oranların düzgün diziden elde edilen gerçek oranlar olduğuna inanılmaktadır. Başlangıçta var olan sezgisel kanı, kesinlikle deneysel kanıtlarla desteklenmektedir.

Düzeltilme yönteminin orijinal gelişimi, Whittaker tarafından ve tekrar Whittaker ve Robinson tarafından verilmiştir. Yöntem, biçimsel olarak bir Bayes yaklaşımına benzemektedir. Whittaker düzeltme ile yapılan çalışmalar arasında Bayesci Whittaker Düzeltmeye de rastlanmaktadır. Broffitt (1992) Bayesci riskin minimizasyonunda Whittaker düzeltmeyi incelemiştir. Taylor (1992) Whittaker düzeltmeyi, düzgünlük katsayısını etkin şekilde belirleyebilen Bayesci bir bağlamda sunmuştur. Whittaker

düzeltilme ile Bayesci yöntemler arasındaki ilişki Whittaker ve Robinson (1944) tarafından sunulan Whittaker türetmede ve Whittaker düzeltmeye ilişkin özel bir uygulama, Gersh ve Kitigawa (1988) tarafından verilmiştir (Carlin ve Klugman, 1993). Kimeldorf ve Jones (1967) Whittaker düzeltmeyi Bayesci bir açıdan ele almışlardır (Guerrero, Juarez ve Poncela, 2001). Yine Carlin ve Klugman (1993), önsel ve sonsal dağılımlar yardımı ile Sıralı Bayesci Whittaker yöntemini incelemiştir.

3. UYGULAMA

Yaşlar itibariyle oluşturulan ölüm olasılıkları tablosuna, “ölüm tablosu” adı verilir. Ölüm tabloları, hayat sigortası ve emeklilik gelirlerinin ücretlendirilmesinde ve karşılıklarının değerlendirilmesinde kullanılır.

Devlet İstatistik Enstitüsü'nün derlemekte olduğu il ve ilçe merkezleri ölüm ve nüfus sayıları dikkate alınarak oluşturulan ham ölüm oranlarına, Whittaker düzeltme yönteminin uygulanması ve bu düzeltilmiş değerlerden cinsiyet bazında ölüm tablolarının oluşturulması amaçlanmaktadır. Bu uygulama için, 1990 – 2000 yıllarına ilişkin veriler ele alınmıştır. Temel Whittaker biçimi değişim önerisine göre bir Excel minimizasyon programı hazırlanmıştır. Oluşturulan ham ölüm oranları ile bir uygulama yapılmıştır.

3.1. Ham Ölüm Oranlarının Hesaplanması

Ham ölüm oranlarının hesaplanmasında temel varsayım, Türkiye'nin il ve ilçe merkezi nüfusunun yıllar itibariyle durağan bir seyir izlediğidir.

Diğer Varsayımlar:

1. Elde edilen veriler eksik bilgi değildir.
2. Ölümler son doğum gününde, 1 Ocak – 31 Aralık 1990 ve 1 Ocak – 31 Aralık 2000 takvim yıllarında ortaya çıkmaktadır,
3. Nüfus sayım tarihleri 25 Ekim 1990 ve 25 Ekim 2000 gününde yapılmıştır.
4. 1990 ve 2000 yıllarına ilişkin nüfus istatistikleri, sayım tarihleri dikkate alınarak interpolasyon yaklaşımı ile 1 Ocak için düzenlenmiştir.

Aşağıdaki formüller kullanılarak ham ölüm oranlarına ulaşılmıştır (Jordan, 1967):

$$m_x = \frac{d_x}{L_x}, m_x = \frac{d_x}{l_x - \frac{1}{2}d_x} = \frac{\hat{q}_x}{1 - \frac{1}{2}\hat{q}_x}$$

Ölüm tablosundaki gösterim olan m_x , L_x değerleri bilinmeden hesaplanamaz (Barclay, 1958).

$$\hat{q}_x = \frac{m_x}{1 + \frac{1}{2}m_x}, 1,000\hat{q}_x = 1,000 \times \frac{m_x}{1 + \frac{1}{2}m_x},$$

Hesaplama dikkate alınan nüfus için yaşa özel ölüm oranı M_x ile gösterilirse,

$M_x = \frac{D_x}{P_x}$ şeklinde yazılabilir. Buradan,

$\hat{q}_x = \frac{M_x}{1 + \frac{1}{2}M_x}$ hesaplanarak ölüm oranı için bir yaklaşım yapılabilmektedir.

Formüllerde bulunan notasyonların tanımları şöyledir:

m_x : x yaşa özel ölüm oranıdır.

d_x : Bir takvim yılında x ve x+1 tam yaşları arasındaki ölümlerin sayısıdır.

L_x : L_x değerleri, x ve x+1 yaşları arasında ölüm tablosu topluluğu yaşanmış yıllar sayısını göstermektedir. Bu değer, tam olarak hesaplanamamakta dolayısıyla birtakım yaklaşımlar yardımı ile hesaplanabilmektedir. Durağan bir nüfusta, bir takvim yılından diğer yıla sabit kalmaktadır. Türkiye'nin il ve ilçe merkezi nüfusu sabit bir nüfus değildir.

l_x : Bir takvim yılda x yaşına varan kişi sayısıdır. Takvim yılı boyunca x yaşta kabul edilirler. Örneğin doğum günü 19.01.1936 olan bir kişi 01.01.2005 itibariyle hala 68 yaşında olduğu için 68 yaşındaki sayıya dahil edilir.

M_x , D_x , P_x : Sırasıyla, mevcut veriden hesaplanan ölüm oranı, takvim yılı boyunca kaydedilmiş toplam ölümlerin sayısı (1 Ocak – 31 Aralık), yıl ortasındaki toplam nüfusu göstermektedir. Bu çalışmada yıl başı varsayımı yapılmıştır.

\hat{q}_x : M_x kullanılarak, bir yaklaşım ile hesaplanan ölüm oranıdır.

$1,000\hat{q}_x$: 1 yıl içerisinde 1,000 kişiden ölen kişi sayısıdır.

DİE'den elde edilen nüfus istatistikleri 85 yaşa kadar, ölüm istatistikleri ise 98 yaşa kadar düzenlenmiş olup 84 ve 98 yaş sonrasına ilişkin bilgi birikimli olarak verilmiştir. Bunun için, öncelikle 84 yaşa kadar yaşa özel ölüm oranları (M_x) ve buradan da ham ölüm oranları için bir yaklaşım olan \hat{q}_x değerleri hesaplanmıştır. Nüfus istatistiklerini 98 yaşına taşıyabilmek için, bir başka ölüm tablosuna ihtiyaç duyulmuştur. Bazı ülkelerin ölüm oranları incelendiğinde, Finlandiya 80 yaş sonrası ölüm oranlarının Türkiye'nin 80'li yaşlardaki ölüm oranları ile genel seyir itibariyle iyi bir uyum gösterdiği grafiksel çizimler ile gözlemlenmiştir. Bu bilgi yardımıyla, 85 ve 100 yaşları arası \hat{q}_x değerleri için Finlandiya 1990 ve 2000 Erkek ve Kadın için ölüm oranları kullanılarak hesaplanmıştır. Verinin yapısını bozduğu düşüncesiyle elde edilen ham ölüm oranlarının belirli yaşlarında düzeltme yapılmıştır. 100 yaş değerleri ise bu yaş için genel olan değerler göz önünde bulundurularak belirlenmiştir. Elde edilen ham ölüm oranlarına, 1 - 99 yaşları için düzeltme uygulanmıştır, 0 yaş için oranlar çok yüksek olduğu ve düzeltilmiş eğrinin yapısını bozduğu için işleme katılmamış bu yaş için ham ölüm oranları son ölüm oranları olarak kabul edilmiştir.

Gerçekte genel nüfus için hesaplanan ölüm tablosundaki son yaş ile ilgili – bu çalışmada 100- bir yıl içinde ölme olasılığı 1,0'e kadar gitmemektedir. Bu sigorta şirketleri tarafından ölüm tabloları için hesaplama kolaylığı olsun diye yapılmaktadır. 95'li yaşlarda nüfustaki ölüm oranları 0,25'den 0,35'e, olgun yaşlarda ise üstel bir şekilde artış gösterir, ancak büyük yaşlarda azalma eğilimine girer ve belirli bir düzeyde kalır. Bu bir tahmin değil, kuramsal bir sonuçtur (Shiro ve Wilmoth, 1998). Aktüerler

Birliği'nin (Society of Actuaries - www.soa.org) derlediği tablolar benzer örüntü göstermektedir (Lowrie, 2004).

3.2. Whittaker Excel Minimizasyon Programı

Yöntemin uygulaması Microsoft Excel'de Temel Whittaker Formülasyonuna göre hazırlanmış olan bir programda yapılmıştır. Bu program Jerome Lamontagne (Canada, Mercer Company) tarafından hazırlanmıştır. Düzeltme sonrası, eğrideki düzensiz yapılar daha düzgün bir eğri haline dönüştürülmekte ve düzeltilmiş değerlerin ilk değerlerle olan uyumu sağlanmaktadır. Programda \hat{q}_x (gözlemlenmiş değerler) değerleri girildiği zaman, \tilde{q}_x (düzeltilmiş değerler) değerleri elde edilebilmektedir. Ayrıca farklı z ve h parametreleri denenerek uygun olan parametre değerlerinin seçimi, araştırmacının önceki deneyimlerine de dayanarak grafik çizimleri ile kolayca yapılabilmektedir. Aynı şekilde w_x değerlerinin hesaplanabilmesi için yaş bazında nüfus sayılarının da programda ilgili yere aktarılması gerekmektedir.

Whittaker düzeltme formülüne göre hazırlanmış olan programda düzgünlük parametresi $h=0,05$, fark operatörünün derecesi ise 3 alınmıştır. Diğer parametreler için de özellikle $z = 4$ ve $z = 5$ için bu yöntem tekrar uygulanmıştır. Grafik çizimleri incelendiğinde en iyi sonucu $z = 3$ ve $z = 4$ 'ün verdiği gözlenmiştir. Programda ağırlıklar (w_x) , $n_x / (\sum_{x=1}^n n_x)$ formülüne göre hesaplanmaktadır. Yani x yaş için hesaplanan ağırlık, ilgili yaştaki nüfusun toplam nüfus içindeki payı kadardır. Programdaki hesaplamalar, Bölüm 2.3'de verilen matris ve vektörler kullanılarak yapılmış ve düzeltilmiş değerler elde edilmiştir.

0 ve 100 yaş için geçerli olan $1,000\hat{q}_x$ ham ölüm oranları düzeltme işlemine katılmamıştır. 0 yaşa ilişkin ham ölüm oranı, ilk birkaç yaş değerini olumsuz etkilediği için düzeltme işlemine katılmamıştır. 100 yaşa ilişkin ham ölüm oranı ise verinin seyrine bakılarak belirlenmiş olduğu için düzeltme işlemine katılmamıştır.

Excel işlemlerde en çok 52×52 boyutlu matrise izin verdiği için programın boyutu 52×52 olarak hazırlanmıştır. Boyutun 52'yi aşması durumunda program Excel'de çalışmamaktadır. (<http://support.microsoft.com/default.aspx?scid=kb;en-us;166342&Product=xlw>, 2004).

Lowrie (1993), eğer büyük bir veri kümesi düzeltilmek isteniyorsa düzeltmenin, parça parça yapıp, sonra bu parçalı grupların birleştirilmesi ile yapılabileceğinden söz etmektedir. Makalesinde zaman ve yaşı dikkate alan iki boyutlu düzeltme için bir çözüm önermektedir. Bu çözüm tek boyut olması durumunda da kullanılabilir.

Bir büyük gruba düzeltme uygulamak küçük gruplara uygulamaktan daha çok zaman alabilir ya da bilgisayarın limit hacmini aşması nedeniyle çalışmayabilir. Bilgisayar donanımı ve yazılımı için, küçük grupları düzeltip birleştirme yöntemini uygulamak daha uygundur. Bu birleştirme yöntemi, araştırmacılar için bir ileri araştırma konusudur.

100 yaş için elde edilen $1,000 \hat{q}_x$ değerlerine Excel minimizasyon programında uygulayabilmek için 52×52 ve 51×51 Excel minimizasyon programları hazırlanmış ve ayrı ayrı uygulama sonuçlarına ulaşılmıştır. Bu iki uygulama sonuçları 49, 50, 51 ve 52 yaşları için ağırlıklar verilerek Lowrie (1993)'nin önerdiği gibi büyük boyutlu verilere bir çözüm olan birleştirme işlemi ile 1-99 yaşları dizisi için düzeltilmiş değerler elde edilmiştir. Bu ağırlıklar w_x ağırlıkları ile karıştırılmamalıdır. Bu ağırlıklar, iki düzeltme sonuçlarının birleştirilmesi esnasında sadece bu dört yaşa verilen katsayılarıdır.

Düzeltilme sonrası elde edilen ölüm oranları ile 1990 ve 2000 yılları için kadın ve erkek yaşam beklentileri hesaplanmıştır. Sonuçlar Tablo 1. ve Tablo 2.'de verilmiştir. Bu çalışmada, Türkiye için 80 sonrası yaşlarda Finlandiya ölüm oranlarının alındığından söz edilmiştir. Aslında Finlandiya ülkesi gelişmiş bir ülkedir. Ancak ileri yaşlarda uyumun iyi olduğunun gözlenmesi sonucu, bu ülkenin ölüm oranlarının kullanılmasında bir sakınca görülmemiştir.

Tablo 1. 1990 yılı Türkiye için kadın ve erkek ortalama yaşam beklentisi

Yaş	Türkiye kadın ortalama yaşam beklentisi	Finlandiya kadın ortalama yaşam beklentisi	Türkiye erkek ortalama yaşam beklentisi	Finlandiya erkek ortalama yaşam beklentisi	Türkiye toplam ortalama yaşam beklentisi
0	73,3	78,8	67,8	70,9	70,5
1	74,7	78,3	69,4	70,3	72,0
5	71,1	74,3	65,9	66,4	68,5
10	66,2	69,4	61,0	61,5	63,6
20	56,4	59,6	51,2	51,8	53,8
30	46,6	49,9	41,6	42,6	44,1
40	37,0	40,2	32,2	33,5	34,6
50	27,6	30,8	23,4	24,9	25,6
60	19,0	21,9	15,7	17,1	17,4
70	11,6	13,8	9,7	10,7	10,8
80	6,6	7,4	5,9	6,0	6,4
90	3,7	3,6	3,2	3,2	3,6
100	0,0		0,0		0,0

Tablo 2. 2000 yılı Türkiye için kadın ve erkek ortalama yaşam beklentisi

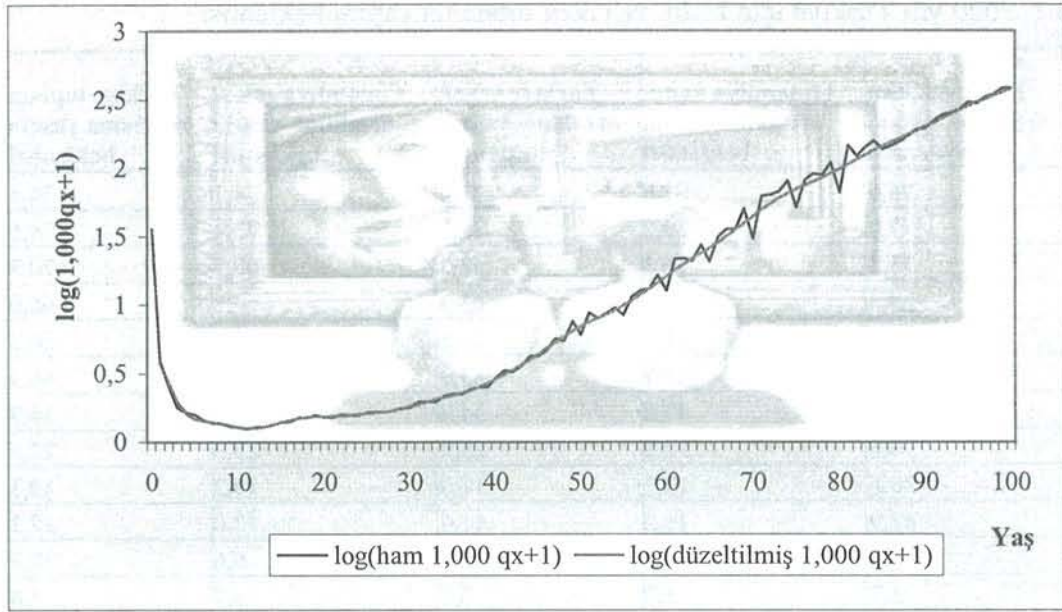
Yaş	Türkiye kadın ortalama yaşam beklentisi	Finlandiya kadın ortalama yaşam beklentisi	Türkiye erkek ortalama yaşam beklentisi	Finlandiya erkek ortalama yaşam beklentisi	Türkiye toplam ortalama yaşam beklentisi
0	76,6	81,0	71,4	74,1	74,1
1	77,0	80,2	71,9	73,4	74,6
5	73,3	76,3	68,2	69,5	70,9
10	68,3	71,3	63,3	64,5	66,0
20	58,5	61,5	53,5	54,8	56,2
30	48,7	51,7	43,9	45,4	46,5
40	39,0	42,0	34,3	36,1	36,8
50	29,5	32,7	25,2	27,3	27,6
60	20,6	23,7	17,3	19,2	19,3
70	12,9	15,2	11,0	12,0	12,3
80	7,3	8,2	6,3	6,6	7,2
90	3,7	3,7	3,3	3,3	3,6
100	0,0		0,0		0,0

Yukarıdaki Tablolarda sunulan yaşam beklentileri incelendiğinde 1990 ve 2000 yıllarında Finlandiya kadın ve erkek ortalama yaşam beklentilerinin Türkiye ortalama yaşam beklentilerinden daha yüksek olduğu gözlenmektedir.

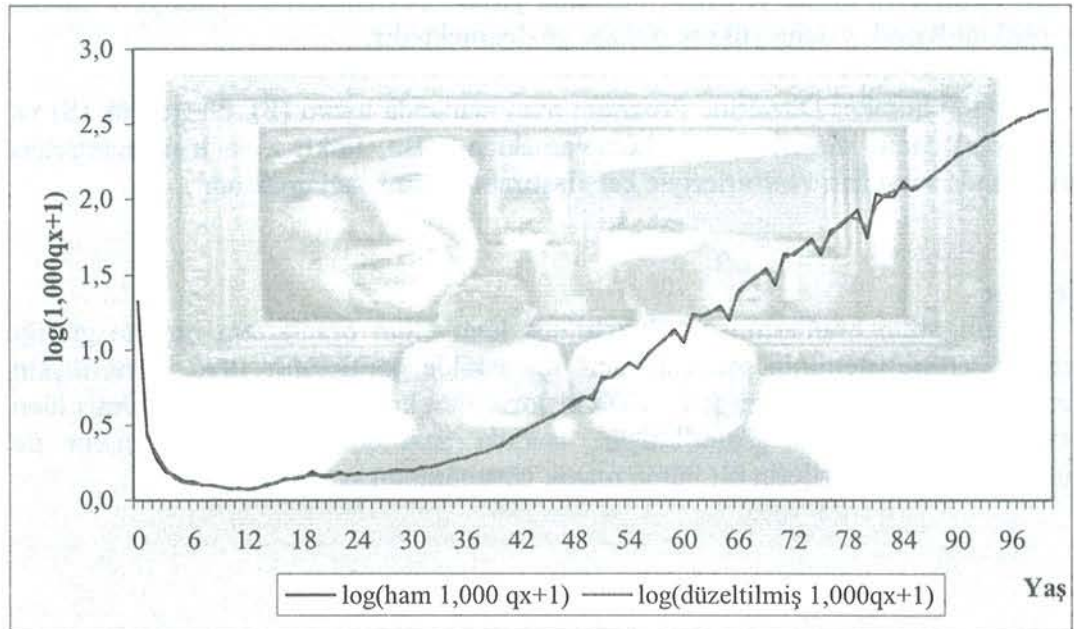
Excel Whittaker Düzeltme Programı aynı zamanda uyum (F), düzgünlük (S) ve M fonksiyonu sonuç değerlerini de hesaplamaktadır. Bu, farklı z ve h parametreleri kullanıldığında sonuçların birbirleriyle karşılaştırabilmesini sağlamaktadır.

3.3. Şekiller

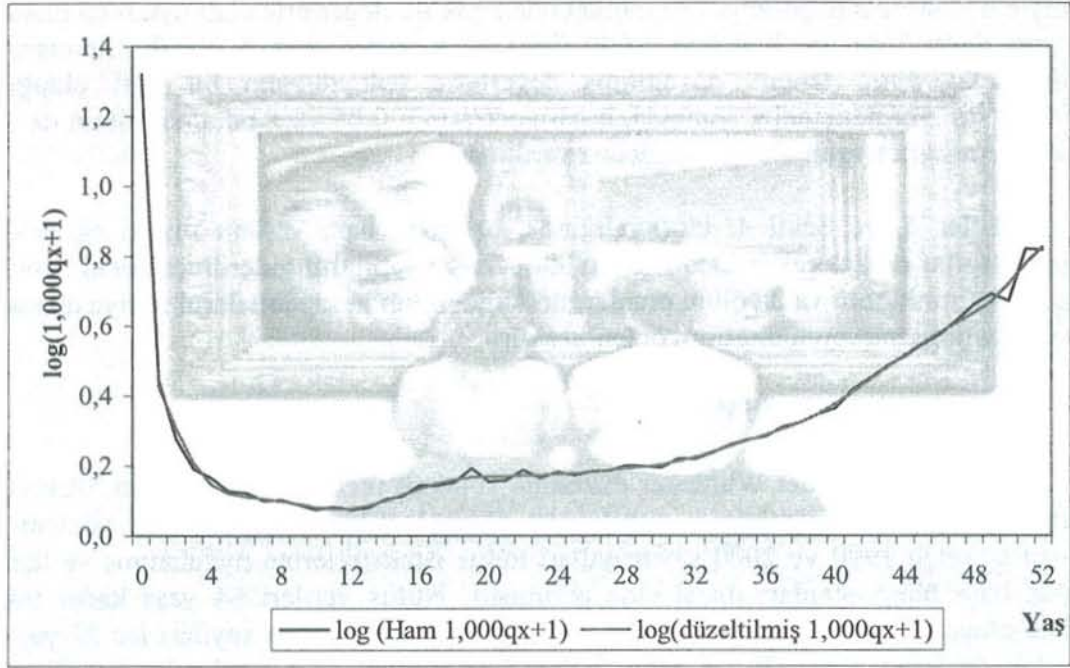
Ham ölüm oranlarının ve düzeltilmiş ham ölüm oranlarının birlikte grafiği çizilerek düzeltme işleminin sonuçları açık bir şekilde görülebilir. 1990 yılına ilişkin ulaşılan kadın ve erkek toplamı için 1,000 kişiden ölen kişi sayıları ve düzeltilmiş ölen kişi sayıları Şekil 1.'de gösterilmiştir. Burada şekillerin Logaritmik çizim ile sunulmasının nedeni, eğrilerin bir bütün olarak görünümünü sağlamaktır.



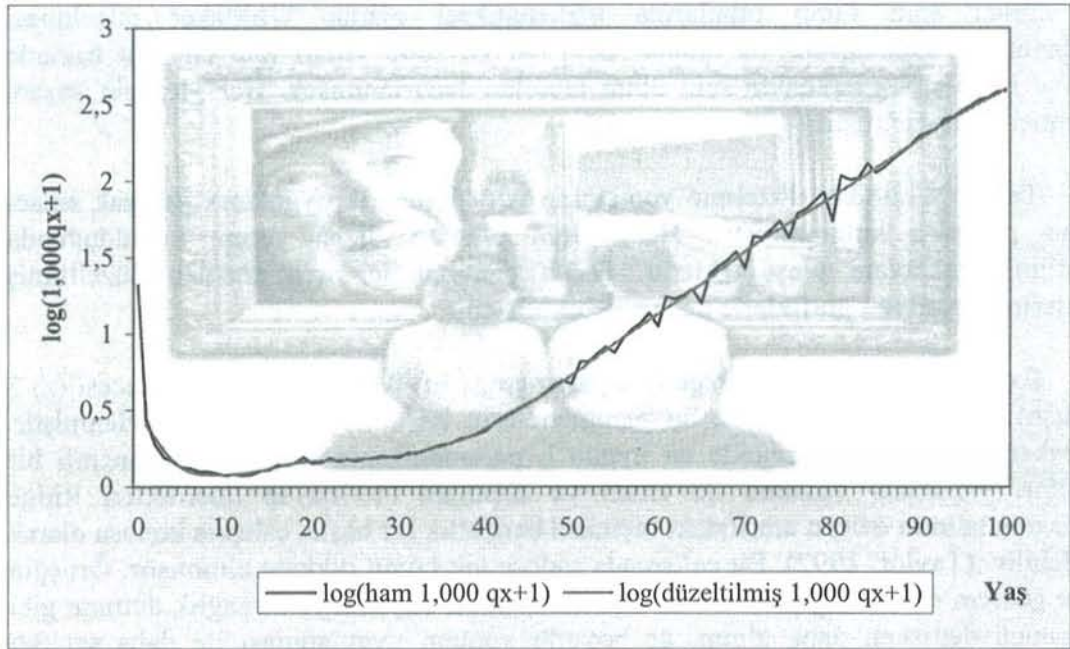
Şekil 1. 1990 yılı kadın ve erkek toplamı için log ham ve düzeltilmiş $(1,000 \hat{q}_x + 1)$ değerleri ($h=0,05, z=3$)



Şekil 2. 2000 yılı kadın ve erkek toplamı için log ham ve düzeltilmiş $(1,000 \hat{q}_x + 1)$ değerleri ($h=0,0001, z=4$)



Şekil 3. 2000 yılı kadın ve erkek toplamı için log ham ve düzeltilmiş $(1,000 \hat{q}_x + 1)$ değerleri ($h=1.000, z=5$)



Şekil 4. 2000 yılı kadın ve erkek toplamı için log ham ve düzeltilmiş $(1,000 \hat{q}_x + 1)$ değerleri ($h=0,05, z=3$)

Birbirleriyle karşılaştırılabilmesi için, Şekil 2 ve Şekil 3’de farklı h ve z parametreleri kullanılmıştır. Şekil 2’de h parametresi 0,0001 ve z parametresi 4 olarak alınmıştır. Şekil 2. dikkatlice incelendiğinde, düzeltilmiş değerlerin ham ölüm oranlarına çok yakın değerler olduğu görülmektedir. h değerinin sıfıra çok yakın olması

nedeniyle düzeltilmiş değerlerin düzgünlüğünden çok ilk değerlerle olan uyum ön plana çıkmıştır. Şekil 3’de ise, h değeri 1,000 (bin) ve z parametresi 5 olarak alınmıştır. Burada Şekil 2’nin tersine düzeltilmiş değerlerin çok düzgün bir eğri olduğu görülmektedir. Bu denemeler sonunda, h parametresinin 0,05 ve z parametresinin de 3 olarak alınmasının uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

Şekiller 1. ve Şekil 4. incelendiğinde, özellikle bazı yaşlara ilişkin eğrideki düzensiz yapılar dikkat çekmektedir. Bu gibi düzensiz yapıların giderilmesindeki temel amaç, ölüm oranlarının ya da ölüm oranlarının kullanıldığı hesaplamaların ileriye dönük tutarsız tahminlerinin bulunmasının önlenmesidir.

4. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışmada temel Whittaker düzeltme yöntemi incelenmiş ve bunun Türkiye verileri üzerinde bir uygulaması yapılmıştır. Temel Whittaker düzeltme yöntemi, DİE’den edinilen 1990 ve 2000 sayım yılları nüfus istatistiklerine uygulanmış ve tam yaşlarda ham ölüm oranları dizisi elde edilmiştir. Nüfus verileri 84 yaşa kadar tek yaşlarda olup, 85 ve sonrası için toplam sayı verilmektedir. Ölüm sayıları ise 97 yaşa kadar tek yaşlarda olup, 98 ve daha fazlası için toplam sayı verilmektedir. Ölüm istatistikleri sadece il ve ilçe merkezlerini içerdiği için nüfus istatistikleri de il ve ilçe merkezlerini içerecek şekilde elde edilmiştir. Yıllık ölüm oranları 84 yaşa kadar hesaplanmıştır. 84 sonrası yaşların hesabında ise Türkiye’nin 80’li yaşlarına iyi bir uyum sağladığı gözlenen Finlandiya ülkesinin oranları kullanılmıştır. 0-100 yaşları için elde edilen ham ölüm oranlarına matematiksel olarak Whittaker düzeltmesi uygulanmıştır. Düzeltilmiş bu oranlar ile 1990 ve 2000 yılları için cinsiyet bazında Türkiye il ve ilçe merkezleri için ölüm tabloları hazırlanmıştır. Her yaş için yaşam beklentisi hesaplanmıştır.

Temel Whittaker düzeltme yöntemine göre Excel’de uygulama yapmak amacı ile bir program kullanılmıştır. Ham ölüm oranları dizisi yerine konulduğunda düzeltilmiş sonuçlara ulaşılmaktadır. Farklı parametreler için ulaşılan düzeltilmiş değerlerin uygunluğu grafiklerle de görülebilmektedir.

Excel programlarında düzgünlük parametresi (h) 0,05 ve polinom derecesi (z) 3 alınmıştır. Düzeltme sonucunda bu parametrelerin iyi sonuçlar verdiği gözlenmiştir. Whittaker düzeltme yönteminde en uygun h parametresinin belirlenmesi önemli bir sorundur. Whittaker çözümü ile Hoerl ve Kennard (1970a)’ın önerdikleri Ridge Regression tahmin edicisi arasındaki biçimsel benzerlik bir başka çalışma konusu olarak önerilebilir (Taylor, 1992). Bu çalışmada sadece tek boyut dikkate alınmıştır. Örneğin yaş ve gözlem süresi değişkenleri dikkate alınarak iki boyutlu ya da sağlık durumu gibi bir üçüncü değişken daha alınıp, üç boyutlu yöntem uygulanması ile daha sağlıklı sonuçlara ulaşılabilir. Bir diğer araştırma konusu, büyük grupların düzeltilmek istenmesi durumunda, bu grubun parçalı küçük gruplara parçalanıp yapılması üzerinedir. Bu çalışmada Excel programında en fazla 52 boyutluk düzeltme yapılabilmesi nedeniyle 1-99 yaş gruplarının düzeltilmesi 52-52 ve 51-51 boyutluk düzeltmeler uygulanmış ve bu iki düzeltme sonuçları birleştirilmiştir. Bu hesaplamalar MATLAB kullanılarak da yapılabilir.

Ölüm oranları çalışmalarında göç, ölüm ve nüfus istatistiklerinin derlenip derlenmediği ve nasıl derlendiği çok büyük önem taşımaktadır. Bu çalışmada 1990 ve 2000 yılı nüfus ve ölüm istatistikleri dikkate alınmıştır. Ölüm istatistikleri sadece il ve ilçe merkezlerini kapsadığı için nüfus istatistikleri de il ve ilçe merkezlerini kapsayacak şekilde temin edilmiştir. Köy ve bucaklara ilişkin ölüm kayıtları bulunmadığından, Türkiye geneli için bir ölüm tablosu oluşturmak çok zordur. Bu kayıtların derlenmesine yönelik çalışmaların olabildiğince çabuk tamamlanması, çok yararlı olacaktır. 1990 yılı Türkiye il ve ilçe merkezleri için 0 yaşta yaşam beklentisi kadın için 73,3, erkek için 67,8, kadın ve erkek toplamı için 70,5 yine 2000 yılı 0 yaşta kadın yaşam beklentisi 76,6, erkek için 71,4, kadın ve erkek toplamı için 74,1 sonuçlarına ulaşılmıştır. Sonuçlar incelendiğinde, 10 yılda kadın ve erkek yaşam beklentisinde olumlu yönde bir gelişme olduğu, yani yaşam süresinin uzadığı kolayca görülmektedir.

TEŞEKKÜR

Çalışmamızın uygulama aşamasındaki yardımları için Assoc. Prof. Sayın Walter B. Lowrie'ye ve Aktüer Hugo Berkouwer'a, verilere ulaşmamızdaki yardımları için de DİE Başkanlığına teşekkürlerimizi sunarız.

KAYNAKLAR

- BARCLAY, G. W., 1958, Techniques of Population Analysis, Princeton University.
- BROFFITT, D. J., 1992, Refinements Of Whittaker Graduation Through The Minimization Of Bayes Risk, University Of Iowa, Statistics & Actuarial Science.
- CARLIN, P. BRADLEY AND KLUGMAN, A. STUART., 1993, Hierarchical Bayesian Whittaker Graduation, Scandinavian Actuarial Journal. 2: 183 – 196.
- JORDAN, CHESTER WALLACE, 1967, Society Of Actuaries' Text Book On Life Contingencies, Mathematics Williams College.
- GIESECKE, LEE., 1984, Piecewise Regression As A Measure Of Smoothness In Whittaker Graduation. Vol 2, 115 – 128.
- GUERRERO, M. V., JUAREZ R., PONCELA P., 2001, Data Graduation Based on Statistical Time Series Methods, Statistics & Probability Letters, 52, 169 – 175.
- LONDON, D., 1985, Graduation: The Revision Of Estimates. ACTEX, Winsted And Abington, CT.
- LOWRIE, W. B., 1993, Multidimensional Whittaker - Henderson Graduation With Constraints And Mixed Differences, Transactions Of The Society Of Actuaries XLV, 215-255.
- LOWRIE, W. B., 2004, E - Posta Yazışmaları
- SHIRO, H. AND WILMOTH R. J., 1998, Deceleration In The Age Pattern Of Mortality At Older Ages, 35(4), 391-412. http://www.soa.org/sections/farm/farm_horiuchi.html (2004)

SHRYOCK, S. H., JACOB S. S., 1971, The Methods And Materials Of Demography, Volume 1, 2, A United States Department Of Commerce Publication.

TAYLOR, GREG, 1992, A Bayesian Interpretation Of Whittaker-Henderson Graduation, Insurance: Mathematics And Economics 11, 7-16.

VERRALL, R. J., 1993, A State Space Formulation Of Whittaker Graduation, With Extensions, Insurance : Mathematics And Economics, 13, 7-14.

VERRALL, R. J., 2004, Information For The Survival Models Course (Subject 104), Department Of Actuarial Science And Statistics City University.
<http://staff.city.ac.uk/r.j.verrall/dip104.html>

Whittaker Graduation Method and An Application to Turkish Mortality Rates

ABSTRACT

The aim of this study is to discuss the non-parametric Whittaker graduation method as it is applied to remove statistical deviations from crude Turkish mortality rates. The whittaker method is popular since it has given good results in the past.

The Turkish mortality tables for 1990 and 2000 are based on crude mortality rates calculated from data from provincial and district centers of Turkey. The crude death rates are smoothed using the Whittaker method. A Microsoft Excel Program is used in order to utilize the Whittaker graduation method. Mortality tables are prepared for 1990 and 2000 year by graduated mortality rates by gender. Also, expectations of life are calculated using these mortality tables.

The results in the application reached are interpreted.

Key Words: *Mortality rate, graduation, Whittaker*