



Ortaokul Öğrencilerinin Üslü İfadeler Konusunda Modelleme Yeterliklerinin İncelenmesi: Sarmal Kitaplık Problemi

Examination of Secondary School Students' Modelling Competencies on Exponential Expressions: The Spiral Bookshelf

Demet BARAN BULUT¹ Musa TÜRKER²

Makale Türü / Article Type: Araştırma Makalesi / Research Article

Başvuru Tarihi / Application Date: 10.10.2022

Kabul Tarihi / Accepted Date: 10.12.2022

Atf İçin / To Cite This Article: Baran Bulut, D. ve Türker, M. (2022). Ortaokul öğrencilerinin üslü ifadeler konusunda modelleme yeterliklerinin incelenmesi: Sarmal kitaplık problemi. *Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi (REFAD)*, 2(2), 39-56.

ÖZ: Bu çalışmanın amacı, eğitimsel modelleme perspektifi benimsenerek üslü ifadeler konusunda bir matematiksel modelleme etkinliğinin tasarlanması ve bu etkinlik aracılığı ile ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerinin belirlenmesidir. Bu kapsamda araştırmacılar tarafından üslü ifadeler kazanımlarını içeren bir matematiksel modelleme etkinliği tasarlanmıştır. Bu etkinlik, ortaokulda öğrenim öğren 35 öğrenciye uygulanmış ve süreçteki çözümlerini nedenleri ile birlikte ifade etmeleri istenmiştir. Betimsel analiz yöntemi ile analiz edilen veriler bilişsel perpektif çerçevesinde oluşturulmuş “Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği” aracılığı ile değerlendirilerek öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerindeki seviyeleri belirlenmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin genellikle zorluk yaşadıkları üslü ifadeler konusunda matematiksel modelleme etkinliğinde görüntülenen süreçler Blum ve Leiss'in (2007) döngüsel modellemesiyle tutarlı olarak gözlemlenmiştir. Genellikle modelleme basamaklarında başarılı olan öğrencilerin yorumlama ve doğrulama basamaklarında düşük performans gösterdikleri belirlenmiştir. Bu süreç bağlamında öğretim programındaki kazanımları içeren matematiksel modelleme etkinliklerinin kullanımı ve uygulama çeşitliliğinin artırılmasına ihtiyaç duyulduğu tespit edilmiştir.

Anahtar sözcükler: Matematiksel modelleme, eğitimsel modelleme perspektifi, üslü ifadeler, modelleme yeterlikleri

ABSTRACT: The aim of this study is to design a mathematical modelling activity on exponential expressions by adopting an educational modelling perspective and to determine the mathematical modelling competencies of secondary school students through this activity. In this context, a mathematical modelling activity including exponential expression gains was designed by the researchers. This activity was applied to 35 secondary school students and they were asked to express their solutions in the process with their reasons. The data analyzed with the descriptive analysis method were evaluated through the “Modelling Competencies Evaluation Rubric” created within the framework of cognitive perspective, and the students' levels of mathematical modeling competencies were determined. As a result of the study, the processes displayed in the mathematical modelling activity for

¹ Dr. Öğr. Üyesi, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, demet.baran@erdogan.edu.tr ORCID: 0000-0003-1085-7342 (Başlıca yazar)

² Yüksek Lisans Öğrencisi, Turgut Özal Ortokulu, musa_turker18@erdogan.edu.tr, ORCID: 0000-0003-0205-1007

exponential expressions, which students generally have difficulty with, were observed to be consistent with the cyclic modelling of Blum and Leiss (2007). It was determined that the students who were successful in the modeling steps generally showed poor performance in the interpretation and validation steps. In the context of this process, it has been determined that there is a need to increase the use and application diversity of mathematical modelling activities that include the gains in the curriculum.

Keywords: Mathematical modelling, educational modelling perspective, exponential expressions, modelling competencies

1. GİRİŞ

Ortaokul matematik öğretiminde bazı konular oldukça önemli hale gelebilmektedir. Bu konulardan biri de üslü ifadelerdir. Üslü ifadeler konusu 2018 yılında güncellenen öğretim programında ortaokulun her kademesinde sayılar ve işlemler öğrenme alanının içinde yer almaktadır. 5. sınıfta bir doğal sayının karesini ve küpünü üslü ifade olarak ifade etme ve değerini hesaplama; 6. sınıfta bir doğal sayının tekrarlı çarpımını üslü ifade olarak yazma ve hesaplama; 7. sınıfta tam sayının kendisi ile tekrarlı kuvvetlerini hesaplama, birbirine denk ifadeler oluşturma, sayıların ondalık gösterimlerinin 10'un kuvvetlerine göre çözümlenmesi, verilen sayıyı 10'un farklı tam sayı kuvvetlerine göre ifade etme ve son olarak çok büyük ve çok küçük sayıların bilimsel gösterimleri ve karşılaştırılması kazanımları bulunmaktadır (MEB, 2018). Bu durum üslü ifadeler konusunun öğretim programında önemli bir yeri olduğunun bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Aynı zamanda üslü ifadeler konusunun lise müfredatında da bulunmasından dolayı ortaokulda kavramsal düzeyde öğrenmelerin etkili bir şekilde gerçekleşmesi sonraki yıllar için de önemlidir.

Üslü ifadeler konusu her ne kadar tüm sınıf düzeylerinde öğrencilerin karşısına çıkıyor olsa da onlar tarafından anlaşılması zor konulardan biridir (Duatepe-Paksu, 2015). Bunun altında yatan nedenlerden birisi, öğrenciler tarafından üslü ifadelerin gerçek yaşamla alakalı ve gerekli olmayan, zor, karmakarışık kavramlar olarak düşünülmesidir (Şenay, 2002). Üslü ifadeler konusunun öğrencilere zor gelmesinin sebeplerinden birisini de Duatepe-Paksu (2015), günlük hayatta sıkça kullanılmamasına ve öğrencilere soyut gelmesine bağlamaktadır. Üslü ifadeler konusunun öğrenciler için soyut kalması gerçek yaşamda karşılaşmalarını konuyu tam olarak kavramalarını engellemekte ve konuda yanlış öğrenmelere, kavram hatalarına sebep olabilmektedir. Bu durumun üslü ifadelerin öğretiminde matematiksel modellemenin kullanılması ile giderilebileceği düşünülmektedir. Çünkü matematiksel modelleme öğrencilerin öğrendikleri bilgileri gerçek yaşama aktarabilmesine yardımcı olur ve konuyla ilgili motivasyonlarını artırır (Ural, 2018).

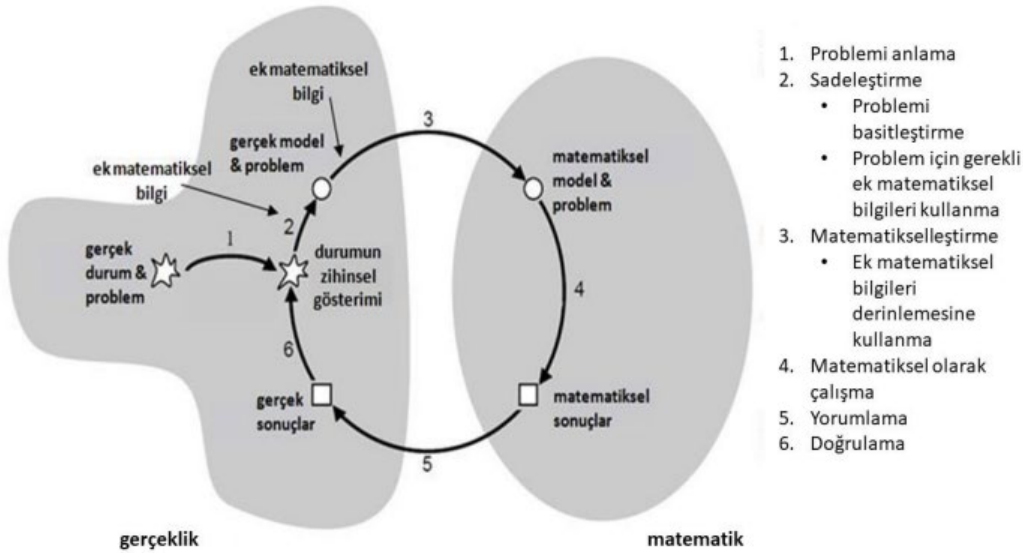
Üslü ifadeler konusunun gerçek yaşamla ilişkilendirilmediği durumlarda öğrencilere soyut gelen bu konu daha da zor ve sıkıcı hale gelebilir. Bu sebeple Zihar (2018) “öğrencilerin matematiği günlük hayata aktarmalarını sağlamak için matematiksel düşünme becerilerini geliştireceği problemler yöneltilecek uygun sınıf ortamları oluşturulmalıdır” demektedir. Ayrıca matematiğin soyut yapısı dikkate alındığında kavramların somutlaştırılması ve günlük hayat ile ilişkilendirilmesi matematiksel modelleme ile kavramların öğretilmesi amacına hizmet edebilir (Zihar, 2018). Matematik öğretiminde matematiksel modelleme yöntemi konuyu günlük hayatla ilişkilendirmek, somut hale getirmek, öğrencilere akıl yürütme becerisi kazandırmak ve öğrencilerin konuya olan motivasyonlarını artırmak gibi amaçlarla kullanılmaktadır. Bu sebeple öğretmenler tarafından soyut olduğu düşünülen üslü ifadeler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretilmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir. Yapılan bu çalışmada üslü ifadeler konusunu hem somutlaştırmak hem de öğrencilerin süreçte uyguladıkları strateji ve düşünceleri ortaya çıkarmak için matematiksel modelleme yönteminin kullanılabileceği beklenmektedir.

Öğretimde matematiksel modellemeye önemli bir yer verilmesinin gerekçeleri arasında disiplinler arası yaklaşımlarla öğrencilerin anlamlı öğrenmelerine yardımcı olmak, modellemenin disiplinler arası doğasından dolayı matematiğin diğer disiplinlerle iş birliği içinde kullanımına olanak tanımak, matematiksel kavramların, yöntemlerin, sonuçların kazanımını desteklemek ve öğrencilerin kavramsal öğrenmelerine yardımcı olmak (Blomhøj ve Kjeldsen, 2006; Blum ve Niss, 1989; English, 2009; English ve Watters, 2004; Lingefjård, 2006, aktaran Bukova-Güzel, 2018) olarak gösterilmiştir.

Matematiksel modelleme gerçek yaşamın matematiğe, matematiğin gerçek yaşama aktarılması sürecidir. Bu süreçte yer alan etkinlikler, günlük hayatta karşılaştığımız problemleri matematiksel bilgilerle ilişkilendirebilmemizi, yorumlamamızı ve değerlendirmemizi kolaylaştırır. Bu sebeple geleneksel matematik öğretimi yerine matematiksel kavramları öğrencilerin kendilerinin keşfetmesine olanak sağlayan, matematiği daha anlamlı hale getiren matematiksel modelleme etkinlikleri büyük önem taşımaktadır. Kaiser ve Sriraman (2006), matematiksel modellemenin farklı perspektiflerini içeren bir

sınıflama yapmışlardır. Bu sınıflamada özellikle öğretim programındaki matematiğin öğrenilmesinin nasıl gerçekleştiğini ortaya koyan eğitimsel modelleme perspektifi, öğrenme süreçlerinin yapılandırılması ve teşvik edilmesine odaklanmaktadır. Bu perspektife göre, matematiksel modellemenin faydalı olabilmesi döngünün öğrenmenin nasıl gerçekleştiğini açıklamaya izin verecek şekilde oluşturulması ile ilgilidir (Zbiek ve Conner, 2006). Bu yaklaşım, matematiksel modellemeyi öğretmek, sınıf ortamına entegre etmek ve matematik öğretiminde kullanmak şeklinde geniş bir odağa sahip olduğundan matematiksel modelleme etkinliklerini içeren birçok çalışma bu yaklaşım kapsamında ele alınmaktadır (Aztekin ve Taşpınar-Şener, 2015). Dolayısıyla bu yaklaşımdaki etkinliklerin amacı, yapılandırılmış bir modelleme etkinliğini öğrencilere sunarak onların öğretim programındaki matematiği daha derin ve daha güçlü şekilde anlamalarına fırsat sağlamaktır.

Matematiksel modelleme sürecindeki anlamaları ortaya çıkarmak için çeşitli modelleme döngüleri bulunmaktadır. Bu döngülerin ortak özelliği, bu sürecin basamaklandırılarak açıklanması yoluna gidilmesidir. Alanyazında sıkça kullanılan modelleme döngülerinden biri Borromeo-Ferri (2006) tarafından Blum ve Leiss'in (2007) modelleme döngüsünün yeniden yapılandırıldığı bilişsel perspektif altında modelleme döngüsüdür. Bilişsel Perspektif Altında Modelleme Döngüsü olarak isimlendirilen bu modelleme süreci altı basamaktan oluşmaktadır. Bu süreçte öğrenciler ilk olarak problemi anlamlandırır ve zihinsel gösterimler yapılandırılır. Süreç, verilenleri sadeleştirme, gerekirse ek bilgileri kullanma ve çözüm için gerekenler belirlenerek devam eder. Öğrencilerin zihinsel modellerinden matematiksel modele geçtikleri kısım matematikselleştirme yoluyla olmaktadır. Matematiksel olarak çalışma basamağında öğrenciler matematiksel yeteneklerini kullanarak modellerin çözümünü gerçekleştirip matematiksel sonuçlar ortaya koyar. Matematiksel sonuçların gerçek sonuçlara aktarılması süreci yorumlama basamağında gerçekleşmektedir. Son olarak ise öğrenciler, gerçek yaşam deneyimlerinden yola çıkarak gerçek sonuçlar ve zihinsel gösterimleri arasındaki uyumu kontrol edip doğrulama yapar. Bu döngüye ait şekil aşağıda verilmiştir.



Şekil 1. Bilişsel Perspektif Altında Modelleme Döngüsü (Borromeo-Ferri, 2006)

Bu kapsamda bu çalışmada eğitimsel modelleme perspektifi benimsenerek üslü ifadeler konusunda bir matematiksel modelleme etkinliğinin tasarlanması ve bu etkinlik aracılığı ile ortaokul öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin modelleme yeterliklerinin belirlenmesinde Şekil 1'deki döngü basamakları göz önünde bulundurulmuştur.

2. YÖNTEM

2.1. Araştırmanın Deseni

Üslü ifadeler konusunda öğrencilere yöneltilen problem durumuyla ilgili öğrencilerin düşüncelerini ortaya çıkarmak amacıyla nitel araştırma desenlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışması, bir olayın ya da ortamın derinlemesine incelendiği yöntem olarak tanımlanır (McMillan, 2000). Araştırmalarda durum çalışması, bir olayı meydana getiren ayrıntıları tanımlamak ve görmek, bir olaya ilişkin olası açıklamaları geliştirmek ve bir olayı değerlendirmek amacıyla kullanılır (Gall vd., 1996). Bu özelliklerinden dolayı öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliği aracılığı ile matematiksel modelleme yeterliklerinin belirlendiği ve çözümlerin ayrıntılı olarak incelendiği bu çalışmada durum çalışması deseni tercih edilmiştir.

2.2. Çalışma Grubu

Çalışmanın katılımcılarını bir devlet okulunda öğrenim gören 35 öğrenci oluşturmaktadır. Öğrencilerin 8. sınıfta öğrenim görüyor olmaları bu çalışma için önem arz etmektedir. Çünkü Matematik Dersi Öğretim Programı'nda üslü ifadeler kazanımlarının tamamına hâkim bir grup ile çalışmanın yürütülmesinin matematiksel modelleme yeterliklerinin belirlenmesinde daha etkili olacağı düşünülmektedir. Çalışmada öğrencilerin isimleri gizli tutulmuş ve her biri için Ö1, Ö2.... kodları kullanılmıştır.

2.3. Veri Toplama Aracı

Maaß (2007) eğitimsel modelleme yaklaşımında kullanılacak matematiksel modelleme etkinliklerinin özelliklerini; açık uçlu, karmaşık bir yapıda, gerçekçi ve otantik bir içeriğe sahip ve matematiksel modelleme sürecine uygun olarak çözülebilir olma şeklinde sıralamıştır. Verilen özelliklere uygun şekilde hazırlanan “Sarmal Kitaplık” etkinliği Ek'te verilmiştir. Etkinlik için öncelikle ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yer alan kazanım/kazanımları içerecek şekilde özgün bir durum belirlenmiştir. Bu durum içinde ise sınırlı bazı bilgiler verilmiştir. Bu haliyle problemde belirsizlik ve karmaşık bir yapı oluşturularak öğrencilerin varsayımda bulunmalarını gerektirecek bir içerik tasarlanmıştır. Bu sayede problemi anlama ve sadeleştirme aşamalarının gerçekleşmesine imkân sağlanmıştır. Öğrencilerin varsayımları doğrultusunda matematiksel hesaplamalar yaparak kitapların miktarına göre raf sayısını matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma aşamalarında belirlemeleri beklenmektedir. Bu aşamaların sonrasında kitaplığın büyüklüğü ve ihtiyaç duyulan duvar yüzeyinin alanın büyüklüğünü gerçek yaşamda yorumlayarak, gerçekçi bir değer olup olmadığını değerlendirebilirler. Bu sayede ise yorumlama ve değerlendirme aşamalarının gerçekleşmesi beklenmektedir. Tüm bu özellikler, “Sarmal Kitaplık” etkinliğinin eğitimsel modelleme yaklaşımına uygun bir matematiksel modelleme etkinliği olduğunu göstermektedir. Etkinlikte toplam dört soru bulunmaktadır. İlk soru ısındırma sorusudur. Diğer üç soru matematiksel modelleme basamaklarının kullanılacağı niteliktedir. Bu nedenle bulgular kısmında verilen öğrenci örnek tablolarında her üç soruya ait çözümlerden örnekler sunulması mümkün olmuştur.

Hazırlanan etkinlik, iki alan uzmanı tarafından matematiksel modelleme etkinliği özellikleri göz önünde bulundurularak incelenmiş ve uygunluğuna karar verilmiştir. Bir sonraki aşamada ise hazırlanan etkinliğin iki kez pilot çalışması yapılmıştır. İlk pilot çalışmada öğrencilerin soruyu anlamasında yaşanan zorluk sebebiyle sorular daha açık anlaşılır yazılarak farklı bir gruba ikinci pilot çalışma denlenmiştir. İkinci grupta görseldeki temsillerle soruda verilen sayıların karıştırılması üzerine görsel yeniden düzenlenmiştir. Böylece etkinliğe son hali verilmiştir. Son halini alan etkinlik öğrencilere 40 dakikalık bir ders sürecinde uygulanmış ve çözümleri için açıklama yapmaları istenmiştir. Böylece

öğrencilerin üslû ifadelerdeki matematiksel modelleme aşamalarındaki düzeyleri ile ilgili bilgiler elde edilmiştir.

2.4. Verilerin Analizi

Araştırmada betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Öğrencilerin yeterliliklerini değerlendirmek ve çözüm sırasındaki düşüncelerini ortaya çıkarmak amaçlandığından Tekin-Dede ve Bukova-Güzel'in (2014) "Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği" öğrencilerin yeterliliklerini belirlemek için kullanılmıştır. Öğrencilerin modelleme sürecinde geçirmiş oldukları aşamalar, yapmış oldukları çözüm ve açıklamalar; problemi anlama, problemi sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama basamaklarına ait olan belirtkeler bağlamında değerlendirilmiştir. Rubrikteki ilk basamak olan "Problemi Anlama" basamağı, öğrencilerin problemi anlamlandırıldığını gösteren ifadelerle yer verme, verilen ve istenenleri belirleme durumlarını inceleyen 5 düzeyden oluşmaktadır. Bu basamak için alınacak en düşük puan 0, en yüksek puan ise 4'tür. İkinci basamak olan "Sadeleştirme" basamağı, öğrencilerin problemi sadeleştirme, gerekli/gereksiz değişkenleri belirleme ve gerçekçi varsayımlarda bulunma durumlarını inceleyen 4 düzeyden oluşmaktadır. Bu basamak için alınacak en düşük puan 0, en yüksek puan ise 3'tür. "Matematikselleştirme" basamağı, öğrencilerin gerçekçi varsayımlara göre gerekli modelleri oluşturma, açıklama ve birbirleriyle ilişkilendirme durumlarını inceleyen 5 düzeyden oluşmaktadır. Bu basamak için alınacak en düşük puan 0, en yüksek puan ise 4'tür. "Matematiksel Olarak Çalışma" basamağı, öğrencilerin oluşturdukları matematiksel modelleri kullanarak matematiksel çözüme ulaşma durumlarını inceleyen 5 düzeyden oluşmaktadır. Bu basamak için alınacak en düşük puan 0, en yüksek puan ise 4'tür. "Yorumlama" basamağı, öğrencilerin elde ettikleri matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında yorumlama durumlarını inceleyen 5 düzeyden oluşmaktadır. Bu basamak için alınacak en düşük puan 0, en yüksek puan ise 4'tür. Son basamak olan "Doğrulama" basamağı, öğrencilerin doğrulama yaklaşımında bulunma ve belirlenen hataları düzeltme durumlarını inceleyen düzeyden oluşmaktadır. Bu basamak için alınacak en düşük puan 0, en yüksek puan ise 6'dır. Bulgular kısmında rubriğe ait basamakların düzeylerindeki göstergeler tablolar halinde verilmiştir. Ayrıca rubrikte ortaya çıkan sonuçları desteklemesi için öğrencilerin cevaplarında belirttikleri ifadeler ve cevaplara ait yüzde frekanslar yine bu tablolarda verilmiştir.

3. BULGULAR

Bu bölümde öğrencilerin matematiksel modelleme yeterlikleri, tasarlanan matematiksel modelleme etkinliği aracılığı ile ilgili rubrik kapsamında belirlenmiştir. Her bir modelleme basamağı ve bu basamakta öğrencilerin göstermiş olduğu yeterlikler düzeylere göre analiz edilerek tablolaştırılmıştır. Ardından örnek öğrenci cevapları verilmiştir.

Aşağıdaki Tablo 1, öğrencilerin problemi anlama basamağındaki düzeylerine ait bilgileri içermektedir.

Tablo 1: Öğrencilerin Problemi Anlama Düzeyleri

Anlama	Tanımlama	Frekans	Yüzde
Düzye 1 (0 Puan)	Problemi anlamadığını gösteren ifadelerle yer verme, verilenleri ve istenenleri belirleyememe ve aralarında ilişki kurmama/yanlış ilişki kurma	8	%23
Düzye 2 (1 Puan)	Problemi bir ölçüde anladığını gösteren ifadelerle yer verme, verilenleri istenenleri bir ölçüde belirleme ancak aralarında ilişki kurmama/yanlış ilişki kurma	7	%20
Düzye 3 (2 Puan)	Problemin tam olarak anlamlandırıldığını gösteren ifadelerle yer verme, verilenleri ve istenenleri belirleme ancak aralarında ilişki kurmama/yanlış ilişki kurma	9	%26
Düzye 4 (3 Puan)	Problemin tam olarak anlamlandırıldığını gösteren ifadelerle yer verme, ancak verilenleri ve istenenleri belirlerken önemsiz hatalar yapma buna rağmen aralarında ilişki kurma	-	-
Düzye 5 (4 Puan)	Problemin tam olarak anlamlandırıldığını gösteren ifadelerle yer verme, verilenleri ve istenenleri belirleme ve aralarında uygun ilişki kurma	11	%31

Öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliğindeki çözümleri ve bu çözümlere ait açıklamalardan elde edilen bulgular “problemi anlama” basamağı bağlamında Tablo 1’de gösterilmiştir. Elde edilen bulgulara göre öğrencilerin %31’i problemi tam olarak anlamlandırdığını gösteren ifadeler yer vermekte, verilenleri ve istenenleri belirleyerek aralarında uygun ilişki kurmaktadır. Öğrencilerin %26’sı problemi anladığını gösteren ifadeler yer vermekte ve verilenlerle istenenleri belirleyebilmekte ancak aralarında ilişki kuramamakta ya da yanlış ilişki kurmaktadır. Öğrencilerin %23’ü problemi anlamadığını gösteren ifadeler yer vermekte, verilenleri ve istenenleri belirleyememekte ve aralarında ilişki kuramamakta ya da yanlış ilişki kurmaktadır. Öğrencilerin %20’si problemi bir ölçüde anladığını gösteren ifadeler yer vermekte, verilenleri ve istenenleri bir ölçüde belirlemekte ancak aralarında ilişki kuramamakta veya yanlış ilişki kurmaktadır.

Problemi anlama düzeylerine ilişkin öğrencilerin verdikleri açıklamalardan bazı örnekler aşağıda Tablo 2’de verilmiştir:

Tablo 2. Problemi Anlama Basamağındaki Öğrenci Örnek Cevapları

Anlama	Öğrenci Cevabı
Düzyey 1 (Ö22)	raf sayısını bilmiyoruz Sadece 2 katını biliyoruz raf numarasının 2 katı
Düzyey 2 (Ö3)	Her çeyrek çemberde bir 2'nin katı artışı için 2 çeyrek çemberde $2^7 = 128$ 2^7 olarak aldım. Cevabı 128 buldum.
Düzyey 3 (Ö5)	1000'den büyük en küçük 2'nin katı $\rightarrow 2^{10}$ 10 tane çember ihtiyacımız vardır, çünkü çeyrek çember sayısını bulmak için mesela 1 çeyrek 2^1 , 2 çeyrek 2^2 gibi oluyor. 2^{10} tane kitap için 10 tane çeyrek gereklidir.
Düzyey 4	-
Düzyey 5 (Ö1)	İlk rafa 2 tane ve sonra gelenlerde kendinden öncekinin 2 katı kadar kitap olduğu her seferinde ikiye katlanıyor. 2. ratta 2×2 tane, 3. ratta $2 \times 2 \times 2$ tane gibi katlanıyor yani her ratta raf sayısı kadar 2'nin katını tane kitap oluyor

Öğrencilerin bu basamaktaki açıklamalarından da görüleceği üzere genelde problemi anlamlandırdıklarını belirten ifadeler kullanmalarına rağmen verilenler ve istenenler arasındaki ilişkiyi kurmada zorlandıkları belirlenmiştir. Örneğin; Ö22 kodlu öğrencinin “Raf sayısını bilmiyoruz, sadece iki katını biliyoruz” şeklinde ifade ettiği kısımda problemi anlamlandıramadığı veya verilen-isteneni belirleyemediği ve aralarındaki ilişkiyi ortaya çıkaramadığı görülmektedir. Burada öğrencilerin sahip olduğu üslü ifadeler ile ilgili bazı eksikliklerinin varlığı da cevaplarından tespit edilmiştir. Özellikle gerçek yaşam durumu bağlamında ele alınan etkinlikte istenenler kısmında üslü ifadeleri genelleme

durumu ile ilgili öğrencilerin spiral olarak verilen kitaplıkta kullanılabilecek geometrik kavramları da (çember, daire) kullanmaları beklenmiştir. Bu kısımda öğrencilerin kitap sayısını hesaplarken rafların çember şeklinde olmasından yola çıkarak doğru ifadeler kullandıkları ve kitap sayılarını çember sayısı kadar üs olarak hesaplayabileceklerine yönelik fikir beyan ettikleri de elde edilen bir diğer bulgudur. Dolayısıyla öğrencilerin bu basamak için bazı sınırlılıkları olsa da problemi anlama basamağı genel anlamda başarılı olarak tamamlanmıştır.

Öğrencilerin sadeleştirme basamağındaki yeterlik düzeylerini gösteren Tablo 3 aşağıda verilmiştir:

Tablo 3: Öğrencilerin Problemi Sadeleştirme Düzeyleri

Sadeleştirme	Tanımlama	Frekans	Yüzde
Düzyey 1 (0 Puan)	Problemi sadeleştirmeme, gerekli/gereksiz değişkenleri belirlememe ve yanlış varsayımlarda bulunma	12	%34
Düzyey 2 (1 Puan)	Problemi bir ölçüde sadeleştirme, gerekli/gereksiz değişkenleri bir ölçüde belirleme ancak yanlış varsayımlarda bulunma	4	%12
Düzyey 3 (2 Puan)	Problemi sadeleştirme, gerekli/gereksiz değişkenleri belirleme ve bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunma	14	%40
Düzyey 4 (3 Puan)	Problemi sadeleştirme, gerekli/gereksiz değişkenleri belirleme ve gerçekçi varsayımlarda bulunma	5	%14

Öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliğindeki çözümleri ve bu çözümlere ait açıklamalardan elde edilen bulgulara göre öğrencilerin %14'ü problemi sadeleştirmekte, gerekli/gereksiz değişkenleri belirlemekte ve gerçekçi varsayımlarda bulunmaktadır. %40'ı problemi sadeleştirmekte, gerekli/gereksiz değişkenleri belirlemekte ve bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunurken, %12'si problemi bir ölçüde sadeleştirmekte, gerekli/gereksiz değişkenleri bir ölçüde belirlemekte ancak yanlış varsayımlarda bulunmaktadır. Öğrencilerin %34'ü ise problemi sadeleştirmemekte, gerekli/gereksiz değişkenleri belirleyememekte ve yanlış varsayımlarda bulunmaktadır. Bu durum öğrencilerin bu basamakta neredeyse yarısından fazlasının istenen düzeyde sadeleştirme basamağı yeterliğine sahip olmadığını göstermektedir.

Problemi sadeleştirme düzeylerine ilişkin öğrencilerin verdikleri açıklamalardan bazı örnekler aşağıda Tablo 4'te verilmiştir:

Tablo 4: Problemi Sadeleştirme Basamağındaki Öğrenci Örnek Cevapları

Sadeleştirme	Öğrenci cevabı
Düzyey 1 (Ö20)	$\begin{array}{r} 1000 \ 2 \\ \underline{2000} \ 2 \\ 0000 \end{array}$ <p>502' çember her kitaplıkta 2 kitap var ve 1000'den fazla kitaplık 1004 kitap...</p>
Düzyey 2 (Ö4)	<p>Her çeyrek çember bir öncekinin 2 katı olduğu için 24 Çeyrek için 10 TANE Çeyrek çemberin 1944 VARDIR</p> <p>1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 2.2.2.2.2.2.2.2.2.2 = 1024 4 8 16 32 64 128 256 512 1024</p>
Düzyey 3 (Ö10)	<p>2 çember = yarıçapı 2 kitap sayısı 2</p> <p>7. çember = yarıçapı = 2⁷ = 128 kitap sayısı yarıçapı erit olur bu yüzden o da 128 dir</p>
Düzyey 4 (Ö35)	<p>Günkü : ilkinde 2 kitap var ise 2 katı yani 2¹ olacak. Söyleki ilkinin iki katı → 2.2¹ = 2² = 2.2 = 4</p> <p>3 katı → 2¹.2¹.2¹ = 2³ = 2.2.2 → 8</p>

Öğrencilerin yapmış oldukları açıklamalardan görüldüğü üzere problemi sadeleştirme basamağında tam olarak bu yeterliğe sahip olan öğrencilerin sınırlı sayıda olduğu ve yapılan açıklamaların da bu bağlamda şekillendiği görülmüştür. Örneğin; öğrencilerden Ö20, binden fazla en az sayıda kitabın yerleştirilmesi ile ilgili sorulan soru için gereken bilgileri ayırt etmede zorlanarak bölme işlemiyle çözüme ulaşabileceğini düşünmektedir. Buradaki sorun, henüz problem için gerekli/gereksiz bilgileri belirleyemeden model oluşturma düşüncesidir. Diğer öğrenciler için ise varsayımlarda genel olarak az hata ile doğru varsayımlarda bulunmuş oldukları belirlense de açıklamalar incelendiğinde gerçek hayat bağlamı kapsamında varsayımların yeterince çeşitlendirilmediği belirlenmiştir.

Matematikselleştirme basamağındaki öğrenci düzeylerini gösteren Tablo 5 aşağıda verilmiştir:

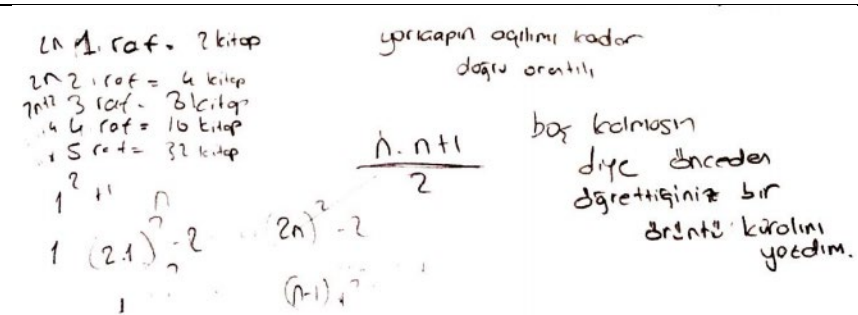
Tablo 5: Öğrencilerin Problemi Matematikselleştirme Düzeyleri

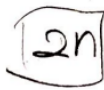
Matematikselleştirme	Tanımlama	Frekans	Yüzde
Düzy 1 (0 Puan)	Matematiksel model oluşturmama veya yanlış model oluşturma	14	%40
Düzy 2 (1 Puan)	Bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlar doğrultusunda eksik/hatalı matematiksel model/ler oluşturma	-	-
Düzy 3 (2 Puan)	Bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlara dayalı doğru matematiksel model/ler oluşturma	10	%29
Düzy 4 (3 Puan)	Gerçekçi varsayımlar doğrultusunda eksik/hatalı matematiksel model/ler oluşturma ve birbiriyle ilişkilendirme	6	%17
Düzy 5 (4 Puan)	Gerçekçi varsayımlara göre gerekli matematiksel model/leri doğru bir şekilde oluşturma, model/modelleri açıklama ve birbiriyle ilişkilendirme	5	%14

Öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliğindeki çözümleri ve bu çözümlere ait açıklamalardan elde edilen bulgulara göre öğrencilerin %14'ü gerçekçi varsayımlara göre gerekli matematiksel modelleri doğru bir şekilde oluşturmakta, modelleri açıklamakta ve birbiriyle ilişkilendirmektedir. Diğer yandan; öğrencilerin %17'si gerçekçi varsayımlar doğrultusunda eksik/hatalı matematiksel modeller oluşturmakta ve birbiriyle ilişkilendirmektedir, %29'u bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlara dayalı doğru matematiksel modeller oluşturmakta ve %40'ı ise matematiksel model oluşturmamakta veya yanlış model oluşturmaktadır. Bu basamakta da öğrenci performanslarının ağırlıklı olarak Düzy 1 ve Düzy 3'te yoğunlaştığı belirlenmiştir.

Problemi matematikselleştirme düzeylerine ilişkin öğrencilerin verdikleri açıklamalardan bazı örnekler aşağıda Tablo 6'da verilmiştir:

Tablo 6: Problemi Matematikselleştirme Basamağındaki Öğrenci Örnek Cevapları

Matematikselleştirme	Öğrenci cevabı
Düzy 1 (Ö30)	
Düzy 2	-

Düzyey 3 (Ö16)		Her sayının 2 katı olduğu için örneğinin sayının her 2 katı şeklinde gitmesi gereğe
Düzyey 4 (Ö32)		2 ⁿ tone okır. Çantı elimitde bir bilinmeyen olduğu için bu sayı 2 ⁹⁹⁹ da olabilir 2 ⁿ de bir yitide ne koyarsak koyolum doğu sayıyı 2 ⁿ mte verir.
Düzyey 5 (Ö8)	2 ⁿ kitap	Her kitap rafında bir öncekinin 2 katı kitap varsa n kadar raf bulursa kitapların son rafına 2 ⁿ kadar kitap konur.

Öğrenciler, matematikselleştirme basamağında çoğunlukla uygun matematiksel modeller oluşturarak uygun açıklamalar yapmışlardır. Öğrencilerin genel olarak tercih ettiği model 2ⁿ formülüdür. Fakat açıklamalar incelendiğinde yeterlik düzeyi olarak düzeylere göre öğrenci cevapları sınıflandırılmıştır. Uygun model oluşturamayan öğrencilerin ise bir önceki basamak olan sadeleştirmede varsayım oluşturma kısmında yaşadıkları sınırlılık nedeniyle bu basamağa ait yeterlikleri tam olarak sağlayamadıkları belirlenmiştir. Örneğin; Ö30 kodlu öğrenci, $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ formülünü matematiksel model olarak belirleyerek yanlış bir çıkarımda bulunmuştur.

Matematiksel olarak çalışma basamağındaki öğrenci düzeylerini gösteren Tablo 7 aşağıda verilmiştir:

Tablo 7: Öğrencilerin Matematiksel Olarak Çalışma Düzeyleri

Matematiksel olarak çalışma	Tanımlama	Frekans	Yüzde
Düzyey 1 (0 Puan)	Matematiksel çözüm sunmama, oluşturulan matematiksel modelleri yanlış çözüme veya matematiksel model çözüme çalışma	14	%40
Düzyey 2 (1 Puan)	Eksik/hatalı oluşturulan matematiksel modellerin çözümünde hatalar/eksiklikler içerme	2	%6
Düzyey 3 (2 Puan)	Eksik hatalı oluşturulan matematiksel modelleri doğru çözüme	-	-
Düzyey 4 (3 Puan)	Doğru oluşturulan matematiksel modellerin çözümünde hatalar/eksiklikler içerme	14	%40
Düzyey 5 (4 Puan)	Doğru oluşturulan matematiksel modelleri kullanarak doğru matematiksel çözüme ulaşma	5	%14

Öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliğindeki çözümleri ve bu çözümlere ait açıklamalardan elde edilen bulgulara göre öğrencilerin %14'ü doğru oluşturulan matematiksel modelleri kullanarak doğru matematiksel çözüme ulaşmıştır. Öğrencilerin %40'ının doğru oluşturdukları matematiksel modellerin çözümünde hatalar/eksiklikler bulunduğu, %6'sının eksik/hatalı oluşturdukları matematiksel modellerin çözümünde hatalar/eksiklikler bulunduğu, %40'ının ise matematiksel çözüm sunmadıkları, oluşturulan matematiksel modelleri yanlış çözdükleri belirlenmiştir.

Matematiksel olarak çalışma düzeylerine ilişkin öğrencilerin verdikleri açıklamalardan bazı örnekler aşağıda Tablo 8'de verilmiştir:

Tablo 8: Matematiksel Olarak Çalışma Basamağındaki Öğrenci Örnek Cevapları

Matematiksel Olarak Çalışma	Öğrenci Cevabı
-----------------------------	----------------

Düzyey 1 (Ö7)		Matematiksel çözüm sunamamıştır.
Düzyey 2 (Ö26)	$\begin{array}{r} 14 \\ 12 \\ 10 \\ 8 \\ 6 \\ 4 \\ + 2 \\ \hline 56 \end{array}$	<p>14 içinde 2 kitap vardır 12 içinde 4 kitap vardır 10 içinde 6 kitap vardır 8 içinde 76 kitap vardır 6 içinde 12 kitap vardır 4 içinde 8 kitap vardır 2 içinde 4 kitap vardır</p>
Düzyey 3		-
Düzyey 4 (Ö2)	$\frac{8}{256} \quad \frac{9}{512} \quad \frac{10}{1024} > 2^{-10} \quad 10 \text{ raf}$ $128 + 256 = 384 + 512 = 896 + 1024 > 1000$ <p>Gönlü 1. soruda da yaptığım gibi o işlemi devam ettirince 10 rafta 1000 den fazla en az sayıda kitap koyunu? duyuyor.</p>	
Düzyey 5 (Ö8)	<p>iyiye vardır? Açıklayınız.</p> $\begin{array}{r} 512 \\ 256 \\ 128 \\ 64 \\ 32 \\ 16 \\ 8 \\ 4 \\ 2 \\ \hline 1122 \end{array}$ <p>9 adet seyrete sembere ihtiyacı vardır. 9'den sonra yerleştirilen raflardaki toplam kitap sayısı 1000'den fazladır.</p>	

Matematiksel olarak çalışma basamağında öğrencilerin bazıları oluşturdukları hatalı modeller sonucunda eksik ya da hatalı matematiksel çözümler yapmışlardır. Matematiksel modellemenin döngüsel bir süreç olduğu düşünüldüğünde ve öğrenci yeterlikleri bu döngüsel süreçteki basamaklarda gösterdikleri performanslar bağlamında değerlendirildiği için bu durumun oluşması sürecin doğası gereği mümkündür. Önceki basamaklarda yapılan hata ya da eksiklikler, sonraki basamakları da olumsuz etkilemektedir. Bu basamakta da yapılan hataların temelinde bu bulunmaktadır. Başarılı olan öğrencilerin ise özellikle matematikselleştirme basamağında oluşturdukları doğru modeller aracılığı ile doğru çözümlere ulaştıkları belirlenmiştir.

Problemi yorumlama basamağındaki öğrenci düzeylerini gösteren Tablo 9 aşağıda verilmiştir:

Tablo 9: Öğrencilerin Problemi Yorumlama Düzeyleri

Yorumlama	Tanımlama	Frekans	Yüzde
Düzyey 1 (0 Puan)	Elde edilen matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında yanlış yorumlama veya hiç yorumlamama	20	%57
Düzyey 2 (1 Puan)	Hatalar içeren/eksik matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında eksik yorumlama	10	%29
Düzyey 3 (2 Puan)	Hatalar içeren/eksik matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru bir şekilde yorumlama	-	-
Düzyey 4 (3 Puan)	Elde edilen doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında eksik bir şekilde yorumlama	3	%9
Düzyey 5 (4 Puan)	Elde edilen doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru bir şekilde yorumlama	2	%5

Öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliğindeki çözümleri ve bu çözümlere ait açıklamalardan elde edilen bulgulara göre öğrencilerin %5'i elde edilen doğru matematiksel çözümünü

gerçek yaşam bağlamında doğru bir şekilde yorumlamıştır. Öğrencilerin %9'u elde edilen doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında eksik bir şekilde yorumlarken, %29'u hatalar içeren/eksik matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında eksik yorumlamaktadır. %57'si ise elde edilen matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında yanlış yorumlamakta veya hiç yorumlamamaktadır. Bu basamakta yapılan yorumlamalar, öğrenciler tarafından sözel olarak belirtilmiş ve oldukça az öğrenci tarafından yapılmıştır. Bu nedenle yorumlama basamağı, öğrencilerin ilk dört basamağa göre daha az başarı gösterdikleri basamak olarak belirlenmiştir.

Problemi doğrulama basamağındaki öğrenci düzeylerini gösteren tablo aşağıdadır:

Tablo 10: Öğrencilerin Problemi Doğrulama Düzeyleri

Doğrulama	Tanımlama	Frekans	Yüzde
Düzye 1 (0 Puan)	Doğrulama yaklaşımında bulunmama veya yanlış doğrulama yapma	27	%78
Düzye 2 (1 Puan)	Kısmen/Bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulunma, hatalar belirlenmesine rağmen bu hataları düzeltmeme	-	-
Düzye 3 (2 Puan)	Kısmen/Bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulunma, belirlenen hataları bir ölçüde düzeltme	6	%17
Düzye 4 (3 Puan)	Kısmen/Bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulunma, belirlenen hataları düzeltme	-	-
Düzye 5 (4 Puan)	Doğrulama yaklaşımında bulunma, hatalar belirlenmesine rağmen bu hataları düzeltmeme	-	-
Düzye 6 (5 Puan)	Doğrulama yaklaşımında bulunma, belirlenen hataları bir ölçüde düzeltme	-	-
Düzye 7 (6 Puan)	Doğrulama yaklaşımında bulunma, belirlenen hataları düzeltme	2	%5

Öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliğindeki çözümleri ve bu çözümlere ait açıklamalardan elde edilen bulgulara göre öğrencilerin %5'i doğrulama yaklaşımında bulunmuş ve hatalarını düzeltmişlerdir. Öğrencilerin %6'sı kısmen doğrulama yaklaşımında bulunup hatalarını bir ölçüde düzeltme eğiliminde olurken, kalan %78'lik kısım ise doğrulama yaklaşımında bulunmamıştır. Doğrulama yaklaşımında bulunan öğrencilerin bu kısımda sözel ifadelerde bulunarak süreci tamamladıkları belirlenmiştir. Bu basamak öğrencilerin en az performansla sahip olduğu basamak olarak belirlenmiştir.

4. TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Eğitimsel modelleme perspektifi benimsenerek üslü ifadeler konusunda bir matematiksel modelleme etkinliğinin tasarlanması ve bu etkinlik aracılığı ile ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerinin belirlenmesi amaçlanan bu çalışmada bilişsel perspektif basamaklarına göre bir değerlendirme yapılmıştır.

Çalışmada problemi anlama basamağında öğrencilerin genellikle problemi tam olarak anlamlandırdığını gösteren ifadeleri kullanmış olmalarına rağmen verilenler ile istenenler arasında ilişki kurmada zorluk yaşadıklarını gösteren durumların ortaya çıktığı gözlemlenmiştir. Burada öğrencilerin özellikle istenenleri belirlerken günlük hayat deneyimlerini kullanmada sınırlı yeterliğe sahip olduğu belirlenmiştir. Bu durumun Duatepe-Paksu (2015) ve Şenay (2002) tarafından belirtildiği üzere öğrencilerin en çok üslü ifade kavramını günlük hayata aktarmada zorluk yaşamalarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Öğrencilerin düşük bir oranla sadeleştirme basamağında süreci tam olarak tamamladığı ve gerekli/gereksiz değişkenleri belirleme ve gerçekçi varsayımlarda bulunma yeterliklerine sahip olduğu belirlenmiştir. Bu durumun üslü sayıların gerçek hayattaki kullanımlarına yönelik öğrenci deneyimlerinin sınırlı olması ile ilişkili olabileceği ve öğrencilerin üslü ifadeleri gerçek yaşama aktarmada yaşadıkları sınırlılıklardan kaynaklandığı belirlenmiştir. Her ne kadar modelleme etkinliği aracılığı ile üslü ifadelerle ilgili bir gerçek yaşam durumu sunulmuş olsa da öğrencilerin hâlâ

matematiksel kavramları günlük yaşama aktarmada sınırlılıklar yaşamalarının modelleme sürecine yeni dâhil olmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Benzer şekilde yürütülen çalışmalarda öğrencilerin gerçek dünya ile matematik arasında bağlantı kurma ve gerçekliği sadeleştirip matematiksel olarak ifade etmede zorluklar yaşandığı ifade edilmektedir (Crouch ve Haines, 2004; Haines vd., 2001; Ikeda ve Stephens, 2001; Klymchuk ve Zverkova, 2001).

Matematikselleştirme basamağında öğrencilerin çoğu ya geçerli bir model oluşturamamış ya da bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlara dayalı doğru matematiksel modeller oluşturabilmiştir. Modelleme yeterliğine sahip kişilerden beklenen varsayımlar ve bunlar arasındaki ilişkileri kurarak modelleri kendilerinin keşfetmeleridir. Süreçte öğrencilerin öncelikle öğeleri, özellikleri hatta sorunları belirleyerek gerçek dünya durumlarını yapılandırılmaları beklenmektedir (OECD, 2010). Matematikselleştirme aşamasında öğrencilerde var olan bilgi eksiklikleri nedeniyle bu kısımda üst düzey yeterliklere çıkamadıkları belirlenmiştir. Benzer şekilde yapılan çalışmalarda öğrencilerin benzer durumlardan dolayı bu aşamada sınırlılık yaşadığı belirlenmiştir (Niss, 2010, Stillman ve Brown, 2014). Diğer yandan öğrencilerin problem ifadesini formüleleştirme sırasında yaşadıkları sınırlılıklar da bu basamağı tamamlamalarındaki bir diğer engeldir. Benzer şekilde Schaap vd. (2011), Sol vd. (2011) ve Stillman vd. (2010), bu nedenden dolayı ortaokul öğrencilerinin matematikleştirmede zorluk yaşadıklarına dair kanıtlar bulmuşlardır.

Matematiksel olarak çalışma basamağında öğrenciler genellikle daha üst düzey yeterliklere sahiptirler. Burada öğrencilerin oluşturdukları matematiksel modeller üzerinden başarılı çözümler yaptıkları belirlenmiştir. Model oluşturmada yetersiz kalan öğrencilerin ise bu basamakta daha çok sözel ifadelerle yer vererek çözümü tamamlamaya çalıştıkları da gözlemlenmiştir.

Yorumlama ve doğrulama basamaklarında öğrencilerin genellikle düşük yeterliklere sahip oldukları belirlenmiştir. Matematiksel modellemenin doğası gereği aslında modelleme etkinliklerinin öğrencilere bir modelin nasıl geliştirilebileceğini ve yeni bir etkinliğe nasıl aktarılabilirliğini göstermesi beklenmektedir. Daha genel anlamda, modelleme etkinlikleri öğrencilere sunulan problemler için matematiksel çözümler bulmayı ve gerçek dünya koşullarını karşılamak için onları düzenlemeyi öğretir (Doerr ve English, 2003). Her ne kadar yapılan bazı çalışmalar, öğrencilerin matematiksel bir model oluşturma ve doğrulama basamaklarında başarılı olduklarını göstermiş (English, 2006, 2009; Eric, 2008, Shahbari ve Peled, 2017) ve Borromeo-Ferri'nin (2006) ifade ettiği gibi elde edilen matematiksel sonuçların gerçek durum ile bağdaştırılarak gerçek sonuçlar haline getirilmesi gerekliliği olsa da bu çalışmada öğrencilerin doğrulama ve gerçek hayat bağlamında yorumlama basamağında zorlandıkları ortaya çıkmıştır. Bu durumun, öğrencilerin daha önce problem çözme süreçlerinde sadece rutin matematik problemleri ile karşılaşmaları ve bu tarz problemlerin çözümlerini gerçek yaşam bağlamında yorumlamak zorunda olmadıklarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Benzer olarak öğrencilerin modelleme problemlerinin çözümündeki yaklaşımlarını inceleyen Blum (2011), Tekin-Dede ve Yılmaz (2013) da çalışmalarında elde edilen çözümlerin gerçek yaşamda anlamlı olup olmadığına dikkat edilmediğini ifade etmektedir. Benzer olarak bu basamakta yetersizliklerin bulunduğu çalışmalar da literatürde mevcuttur (Blum, 2011; Maaß, 2006; Sekerak, 2010). Bu bağlamda öğrencilerin gerçek yaşamda yorumlayabilecekleri problem türleri ile daha sık karşılaşması gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Bu açıdan özellikle Öğretim Programı'ndaki kazanımların problem çözme ve kurma ile ilgili olan kısımlarında günlük yaşamdan örneklerin artırılması ve çözümlerin bu bağlamda yorumlanması önerilmektedir. Böylece öğrencilerin eleştirel, mantıksal vb. üst düzey düşünme becerilerinin de gelişeceği öngörülmektedir.

Genel olarak çalışma kapsamında tasarlanan etkinlik, öğrencilerin üslü ifadeleri anlamalarını teşvik edip güçlendirirken, öğrencilerin gerçek dünya durumlarına matematiksel olarak dâhil olma kapasitelerini geliştirmek için bir araç görevi görmüştür. Bulgularımız, diğer çalışmalar tarafından vurgulanan modelleme faaliyetlerinin faydalarını da doğrulamaktadır (English, 2006; Shahbari ve Peled, 2017, Zawojewski ve Lesh, 2003). Bu etkinlik aracılığı ile öğrenciler, kendi kendini değerlendirme fırsatı yakalamış ve bu süreç öğrencilerin matematiksel modellerini başka bir kişiye (öğretmene) başvurmadan doğrulamalarına imkân sağlamıştır. Diğer yandan bu çalışmada, öğrencilerin kendi

modellerini oluşturmalarına izin vermenin ve aynı zamanda günlük yaşamda üslü ifadeleri kullanmalarının mümkün olduğu gösterilmiştir. Dolayısıyla elde edilen bulgular, modelleme etkinliklerinin problemin açıklığını koruyacak ve aynı zamanda belirli bir matematiksel kavramı güçlendirmeyi amaçlayacak şekilde tasarlanabileceğini göstermektedir. Ayrıca bireylerin modelleme döngüsü boyunca çalışmaları da kendi modelleme yeterliliklerinin gelişimine katkı sağladığı ifade edilmektedir (Maaß, 2006). Bu çalışma kapsamında da bu gelişim gözlemlenmiştir.

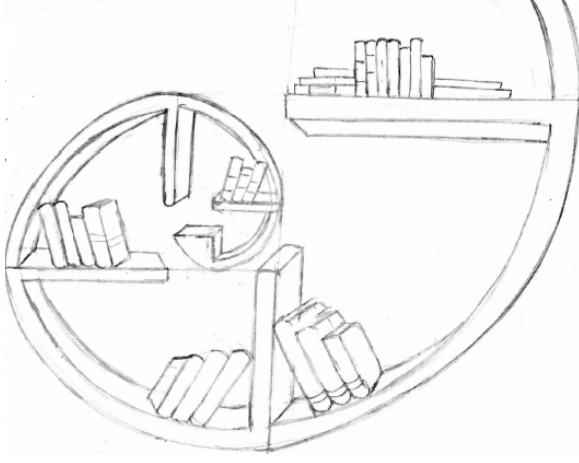
Çalışmanın sonucunda öğrencilerin gerçek dünya ile matematik arasında bağlantı kurma ve gerçekliği sadeleştirip matematiksel olarak ifade etmede bazı zorluklar yaşamalarının matematiksel modelleme süreçlerindeki deneyim eksikliklerinden kaynaklandığı düşünüldüğünde ve Ji'nin (2012) gerçekleştirdiği modelleme uygulamalarında deneyimli olan öğrencilerin gerçek modelden matematiksel model oluşturma yeterliklerinde daha başarılı oldukları göz önünde bulundurulduğunda Öğretim Programı'ndaki kazanımları içeren matematiksel modelleme etkinliklerinin kullanımı ve uygulama çeşitliliğinin artırılması gerektiği düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

- Aztekin, S. ve Taşpınar Şener, Z. (2015). Türkiye’de matematik eğitimi alanındaki matematiksel modelleme araştırmalarının içerik analizi: Bir meta-sentez çalışması. *Eğitim ve Bilim*, 40(178), 139-161. <http://dx.doi.org/10.15390/EB.2015.4125>
- Blomhøj, M. ve Kjeldsen, T. (2006). What’s all the fuss about competencies? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. In W. Blum, P. L. Galbraith and M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (s. 45–56). New York: Springer.
- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 15-30). New York: Springer.
- Blum, W. ve Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example “Sugarloaf”. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (s. 222–231). Chicester: Horwood Publishing. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>
- Blum, W. ve Niss, M. (1989). Mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – State, trends and issues in mathematics instruction. In M. Niss, W. Blum and I. Huntley (Eds.), *Modelling Applications and Applied Problem Solving* (s. 1–19). England: Halsted Press.
- Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38 (2), 86-95. <https://doi.org/10.1007/BF02655883>
- Bukova-Güzel, E. (Ed.) (2018). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme* (2. baskı). Pegem Akademi.
- Crouch, R. ve Haines, C. (2004). Mathematical modelling: transitions between the real world and the mathematical model. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(2), 197-206. <https://doi.org/10.1080/00207390310001638322>
- Doerr, H. ve English, L. (2003). A modeling perspective on students’ mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 110–136.
- Duatepe-Paksu, A. (2015). Üslü ve köklü sayılar konularındaki öğrenme güçlükleri. M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel Kavram Yanılırları ve Çözüm Önerileri* (4. Baskı, s. 9–39). Pegem Akademi.
- English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children’s construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 303–323.
- English, L. D. (2009). Promoting interdisciplinarity through mathematical modelling, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 41(1), 161–181.
- English, L. D. ve Watters, J. J. (2004). Mathematical modelling with young children. In M. Johnsen Hoines and A. Berit Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th International PME Conference* (s. 335–342). Bergen: Bergen University College.
- Eric, C. C. M. (2008). Using model-eliciting activities for primary mathematics classrooms. *The Mathematics Educator*, 11(1), 47–66.
- Gall, M. D., Borg, W. R. ve Gall, J. P. (1996). *Educational research an introduction* (6th ed.). Longman Publisher.
- Haines, C., Crouch, R. ve Davies, J (2001). Understanding students’ modelling skills. In J. Matos, W. Blum, K. Houston, & S. Carreira (Eds.), *Modelling and mathematics Education, ICTMA 9: Applications in science and technology* (s. 366–380).
- Ikeda, T. ve Stephens, M. (2001). The effects of students’ discussion in mathematical modelling. In: J. F. Matos, W. Blum, S. K. Houston and S. P. Carreira, (Eds.), *Modelling and mathematics education: Applications in science and technology* (381-390).
- Ji, X. (2012, July 8 -15). *A quasi-experimental study of high school students’ mathematics modelling competence*. 12th International Congress on Mathematical Education, COEX, Seoul, Korea.

- Kaiser, G. ve Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 302–310. <https://doi.org/10.1007/BF02652813>
- Klymchuk, S. ve Zverkova, T. (2001). Role of mathematical modelling and applications in university mathematics service courses: An across countries study. In: J. F. Matos, W. Blum, S. K. Houston and S. P. Carreira (Eds.), *Modelling and mathematics education: Applications in science and technology*, (227-235).
- Lingefjärd, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik ZDM*, 38(2), 96–112.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies?. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38 (2), 113-142.
- Maaß, K. (2007). Modelling in class: What do we want the students to learn? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling education, engineering and economics* (s. 65-78). Horwood Publishing.
- McMillan, J. H. (2000). *Educational research: Fundamentals for the consumer* (3th ed.). Longman.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2018). Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar).
- Niss, M. (2010). Modeling a crucial aspect of students' mathematical modeling. In R. Lesh, P. Galbraith, C. R. Haines, and A. Hurford (Eds.), *Modelling students' mathematical competencies* (s. 43-59). New York: Springer.
- OECD. (2010). *Draft PISA 2012 mathematics framework*. 18 Ekim 2022 tarihinde <http://www.oecd.org> adresinden edinilmiştir.
- Schaap, S., Vos, P. ve Goedhart, M. (2011). Students overcoming blockages while building a mathematical model: exploring a framework. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri and G. Stillman (Eds.), *Trends in the teaching and learning of mathematical modelling* (s. 137–146). New York: Springer.
- Sekerak, J. (2010). Phases of mathematical modelling and competence of high school students. *The Teaching of Mathematics*, 13 (2), 105-112.
- Shahbari, J.A. ve Peled, I. (2017) Modelling in primary school: Constructing conceptual models and making sense of fractions. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15, 371–391 (2017). <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9702-x>
- Stillman, G. ve Brown, J. (2014). Evidence of “implemented anticipation” in mathematising by beginning modellers. *Mathematics Education Research Journal*, 26(4), 763–789. <https://doi.org/10.1007/s13394-014-0119-6>
- Stillman, G., Brown, J. ve Galbraith, P. (2010). Identifying challenges within transition phases of mathematical modelling activities at Year 9. In R. Lesh, P. Galbraith, C. R. Haines, and A. Hurford (Eds.), *Modelling students' mathematical competencies* (s. 385–398). Springer.
- Sol, M., Giménez, J. ve Rosich, N. (2011). Project modelling routes in 12–16-year-old pupils. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri and G. Stillman (Eds.), *Trends in the teaching and learning of mathematical modelling* (s. 231–240). Springer.
- Şenay, Ş. C. (2002). *Üslü ve köklü sayıların öğretiminde öğrencilerin yaptıkları hatalar ve yanlışları üzerine bir araştırma* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Selçuk Üniversitesi.
- Tekin-Dede, A. ve Bukova-Güzel, E. (2014, 11-14 Eylül). *Matematiksel modelleme yeterliklerini değerlendirmeye yönelik bir rubrik geliştirme çalışması*. XI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Adana, Türkiye.
- Tekin-Dede, A. ve Yılmaz, S. (2013). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Modelleme Yeterliliklerinin İncelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*. 4(3), 185-206.
- Ural, A. (2018). *Matematiksel modelleme eğitimi* (1.baskı). Anı Yayıncılık.
- Zbiek, R.M. ve Conner, A. (2006). Beyond motivation: Exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 63(1), 89–112. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-9002-4>

- Zihar, M. (2018). *Matematiksel modelleme yöntemiyle 8. Sınıf üslü ifadeler konusunun öğretimine yönelik bir eylem araştırması* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- Zawojewski, J. ve Lesh, R. (2003). A models and modeling perspective on productive problem solving strategies. In R. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: a models and modeling perspective on problem solving, learning and instruction in mathematics and science education* (pp. 317–336). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Ek: Model Oluşturma Etkinliği: Sarmal Kitaplık

Bir kütüphaneye yukarıdaki şekildeki gibi bir kitaplık yapılması planlanmaktadır. Şekilde kitaplığın bir kısmı bulunmaktadır ve kitaplık şekildeki gibi kıvrılarak devam etmektedir. Kitaplığın çeyrek çemberlerin birleştirilmesiyle oluşturulması istenmektedir. İlk çeyrek çemberin yarı çapı 24 cm ve her çeyrek çemberin yarı çapı bir önceki çeyrek çemberin yarı çapının 4 katı olacak şekilde oluşturulması istenmektedir. Birinci çeyrek çembere 22 kitap yerleştirilmiştir. Birinci çeyrek çemberden sonra gelen her çeyrek çemberde bir öncekinin 2 katı olacak şekilde kitap yerleştirilmesi planlanmaktadır. Bu durumda tasarımcı olarak sizden aşağıdaki sorulara yanıt vermeniz beklenmektedir.

1. 7 tane çeyrek çembere kaç kitap yerleştirileceğini bulunuz.
2. n tane raf bulunan kitaplığın son rafına kaç kitap yerleştirilir?
3. 1000'den fazla en az sayıda kitap yerleştirmek için kaç tane çeyrek çembere ihtiyaç vardır?
4. 1000'den fazla en az sayıda kitap yerleştirilebilen kitaplık için kaç m²'lik duvara ihtiyaç vardır?