MATEMATİĞİN ESTETİK PARADİGMASI ÜZERİNE

Şemsettin Dursun[1]*

[1]Batman Üniversitesi, Meslek Yüksekokulu, Batman.

*semsettin.dursun@batman.edu.tr

Özet**:** Matematik, zihinsel fonksiyonlarımızın gelişmesine katkıda bulunan, hayatımızı kolaylaştıran, olayları ve olguları yorumlamada rasyonel düşünmemizi sağlayan kendine has bir dili olan bilim dalıdır. Ancak günümüzde çoğu kişi için zor, anlaşılmaz ve sevimsiz bir ders olarak algılanmaktadır. Matematiğin bu şekilde anlaşılmasında matematiğin estetik, sempatik ve pedagojik yönünün gereği gibi verilmemesinin büyük payı vardır.

Bu çalışmamızda MEB›in müfredat programında var olan, "Öğrencilerin Matematiğe Karşı Olumlu Tutum Geliştirebilme"sini sağlamak için matematiğin estetik yönüne ağırlık vermenin gereği üzerinde duruldu. Bu bağlamda matematiksel estetiğin niteliğini ölçmede kullanılan "Minimal Tamlık" ve "Maksimal Uygulanabilirlik" ilkelerinin açılımı, bir kaç nosyona uygulaması yapıldı.

Anahtar Sözcükler: Matematiğin estetiği, Minimal tamlık, Maksimal uygulanabilirlik, Matematik, Eğitim

About The Aesthetical Paradigm Of Mathematics

Abstract: Mathematics is a branch of science which contributes to the development of our mental functions and which eases our life and which makes us think rationally in interpretation of events and phenomena. However, it has been accepted as a difficult, inconceivable and unsympathetic course. The fact that the easthetical, sympathetic and pedagogical aspects of Mathematics are not given as needed has a great deal of share in the fact that Mathematics is perceived so.

In this study, in order that we can realize the item " To improve positive attitude of the students towards Mathematics", which is still present in Turkish National Education Ministry's Curriculum, the necessity to concentrate on the easthetical aspects of Mathematics was thoroughly studied. In this respect, the analyzing of the principles of "Minimal Completeness" and "Maximal Applicability", which are used to measure quality of Mathematical aesthetics, and their applications to some notions were carried out.

Key Words: Aesthetics of Mathematics, Minimal Completeness, Maximal Applicability, Mathematics, Education

1. GİRİŞ

Matematik yaşamın soyutlanmış bir biçimidir (De corte, 2006).

Matematik, tüm olası örüntülerin incelenmesidir (Baki ve Bell, 1997).

Matematik; düşüncenin tümdengelimli bir işletim yoluyla sayılar, geometrik şekiller, fonksiyonlar, uzaylar v.b. soyut varlıkların özelliklerini ve bunların arasında kurulan ilişkileri inceleyen bilimler grubuna verilen genel addır (Aktaran: Altun, M. , MEB, 1996,).

Dolayisiyla matematik sadece dört işlem ve bunlar arasındaki ilişkilerden ibaret değildir. Aynı zamanda matematik, zihinsel fonksiyonların gelişmesini sağlayan, hayatı kolaylaştıran sembollerle ifade edilen kendine özgü bir dili olan bir bilim dalıdır.

Estetik; genel olarak sanat ya da güzellik alanında sözkonusu olan değerleri konu alan felsefi disiplin (Cevizci, 2003) şeklinde tanımlanır.

Nicholas Wolterstorf, estetiği "felsefenin onca akıntılarının kenarlarında kalan durgun sular" olarak tanımlar.[1]

Matematik ile Estetik arasındaki ilşikiyi irdelediğimizde, yakın bir ilişkinin olduğunu görüyoruz.

Ünlü fransız matematikçi ve filozof Jules-Henri Poincare, matematiğe karşı "estetik duyarlılık" ın matematikçinin ruhunu belirlediğine inandığını (King, 2006;100) belirtir.

Ancak Poincare bu duyarlılığın doğuştan olduğunu ve yeryüzünde çok az insanın bu duyarlılığa sahip olduğunu iddia eder.

Şöyle der;

Biliyoruz ki bu duyguya gizli duyumları ve ilişkileri hissettiren bu matematiksel düzen sezgisine, herkes sahip olamaz. Kimileri, ne tanımlaması zor olan bu ince duyguya, ne de normalin üstünde bir bellek ve dikkat gücüne sahiptir. Bu kişilerin yüksek matematiği anlamaları kesinlikle olnaksızdır. Ve çoğunluk da bu durumdadır.[2]

1978'de MIT'ten (Massachussetts Institue Of Technology) Seymor A.Papert, Poincare'nin düşüncesinin bir adım ileriye, matematik eğitimine götürebileceğini ileri sürdü.

Papert'in düşüncesi, temelde Poincare'nin matematik ve estetik arasındaki ilginç bağlantı konusunda haklı olabileceğini, ancak bu bağlantının (Poincare'nin "estetik duyarlılığı" nın) doğuştan olduğu ve öğrenilemeyeceği konusunda yanıldığı gözleminden oluşmaktadır (King, 2006;104).

Papert şöyle der;

Çağdaş matematik eğitiminin yıkıcı sonuçları Poincare'nin önemsiz de olsa bir paradoksa düştüğünü gösteriyor. Okullarımızın ve de genel olarak kültürümüzün, çocuklarda yeni yeni gelişen matematiksel estetik duygusunu beslemekten çok uzak olması insanı şu sonuca götürüyor; Poincare'nin estetiğin önemi konusunda temel tezi, bu duyarlılığın doğuştan olduğu yolundaki ikincil tezine inanmamızı gerektiren nedenleri temelden sarsmaktadır. Eğer Poincare estetik konusunda haklı ise, matematik yeteneğinin bu kadar ender olmasının doğuştan olma gerekçesine sığınmadan açılanabileceğini görmek çok kolaylaşır.[3]

Matemetik alanındaki seçkin kişiler matematiksel estetik duyarlılığı Poincare ile paylaşır. Bunda hiç kuşku yoktur. Eğer matematiğin takdim edilişi ve yazılışı estetik boyutu ortaya çıkaracak ve Shakespeare'in şiirine, Brahms'ın müziğine, Cezanne'ın resimlerine karşı duyarlılık göstermeye çalıştığımız gibi, öğrencilerde matematiğe karşı da duyarlılığı geliştirecek şekilde değiştirilirse, bu seçkinler dışında kalan bizler de bu duyguyu paylaşabiliriz (King, 2006;105).

Seymore Papert, "The Matemetical Unconscious" adlı makalesinde şunları söyler;

Matematiksel estetik okullarda herhangi bir ilgi görürse bu, matematiksel düşünceyi harekete geçiren bir itici güçten çok, bir yan etkidir; tıpkı matematik pastasının üstünü kaplayan krema tabakası gibi.[4]

Matematiğin estetik ve zarafet yönü öne çıkarıldığında matematikteki birçok güçlüğün aşılacağı görülecektir.

Matematikteki en zor konulardan biri de Teorem ve ispatlarıdır. Grek matematiğin iki ünlü teoremi vardır. Bunlar;

1. $\sqrt{2}$ irrasyoneldir.
2. Sonsuz sayıda asal sayı vardır.

Bu iki teorem hakkında Hardy şöyle der;

İkisi de hem fikir hem de işlem yönünden "Basit" teoremler olmakla beraber, birinci sınıf teoremler oldukları hiç kuşku götürmez. Herbiri, ilk bulundukları zamandaki kadar taze ve önemlidir, aradan geçen 2000 yıl ikisine de en ufak bir kırışıklık getirmemiştir.[5]

Hardy birinci sınıf kategorisinde olan bu teoremleri "Ciddi matematik"e örnek gösterir:

Nasıl ki şiirde bile güzellik, bir ölçüde, içerdiği fikrin önemli olmasına bağlıysa, bir matematik probleminin "güzelliği" de, büyük ölçüde, onun ciddi oluşuna bağlıdır. (...)

Güzellik bir sınavdır. Çirkin matematik için dünyada yer yoktur.[6]

Öğrenci Teoremleri sevmez. İspatlarından hiç hoşlanmaz. Onlarda estetik ya da sempatik bir yön olduğunu düşünmez. Eğer biz bu en sevilmeyen, zor zannedilen Teorem ve ispatların zihinsel fonksiyonlarımızın gelişimine yaptıkları katkıları, estetik ve sempatik yönlerini gösterebilirsek, yaygın olan matematik korkusunu ve/veya kaygısını büyük ölçüde giderebiliriz.

2. MATEMATİĞİN ESTETİK NİTELİĞİNİN ÖLÇÜLEBİLECEĞİ TEMEL STANDARTLAR

King (2006), Matematiksel Düşüncenin Estetik Niteliğinin Ölçülebileceği Standartları iki ilke olarak belirlemiştir:

2.1. Minimal Tamlık İlkesi:

Bir matematiksel N nosyonu, matematiksel işlevini yerine getirmek için gerekli olan bütün özellikleri içerir. Ancak konu dışı hiçbir özellik içermezse Minimal Tamlık İlkesini sağlar.

2.2. Maksimal Uygulanabilir İlkesi

Bir matematiksel N nosyonu, eğer N dışındaki matematiksel nosyonlara geniş ölçüde uygulanabilir özellikler içeriyorsa, Maksimal Uygulanabilir İlkesini sağlar.

Burada N nosyonu özellikle seçilmiştir. Matematikçiler "Güzellik" ve "zarafet" sözcüklerini daha çok bir teorem ve/veya teoremin ispatı için kullanırlar. Nosyon sözcüğü Teorem ve ispatlara ilaveten denklem, eşitsizlik, tanım v.b. matematiksel kavramlar için de kullanılabilir.

Bu durumda eğer bir matematik nosyon, kendi kendine yeterli nesneleri içeriyor ve gereksiz nesneleri içermiyorsa, Minimal Tamlık İlkesi açısından bir estetik değeri vardır.

Eğer bir matematiksel nosyon, kendi dışındaki diğer matematiksel nosyonlara uygulanabilir durumda ise Maksimal Uygulanabilir İlkesi bakımından bir estetik değere sahiptir.

Minimal tamlık ve Maksimal uygulanabilirlik açısından bazı matematiksel nosyonların matematiksel estetiğini görelim. King (2006), minimallık ilkesini sağlayıp maksimal ilkesini sağlamayan şu örneği vermektedir: "Herhangi bir pozitif tam sayı ile o sayının tersinin toplamı en az 2'dir."

Teorem: Eğer $X > 0$ ise $X+1/X \geq 2$ dir.

İspat: $(X-1)^2 \geq 0$ öyleyse

$X^2-2X+1 \geq 0$ dır.

$X^2 +1 \geq 2X$

$X+1/X \geq 2$

İspat bundan daha kısa olamazdı. Ayrıca kendi içinde yeterlidir. Çünkü, herhangi bir reel sayının karesinin negatif olamayacağı ve bir eşitsizliğin "yönü" nün iki taraf eşit sayılar ilave etmekle ve pozitif sayılarla bölmekle değişmeyeceği dışında bir şey gerekmemektedir. Öyleyse minimal tamlık ilkesi geçerlidir.

King (2006), matematiksel fizikte de zarafetin olduğunu belirtmekte ve Newton'un ünlü kütleçekimi yasasını vermektedir. Kütleleri sırasıyla M_1 ve M_2 olan, evrendeki herhangi iki cisim arasındaki çekim kuvveti:

$F=GM_1M_2/r^2$

Burada r iki cisim arasındaki uzaklık ve G de kütle çekimi sabitidir.

Teorem: $\sqrt{2}$ irrasyoneldir.

İspat: Varsayalım ki $\sqrt{2}$ irrasyonel değildir. Rasyoneldir.

$\sqrt{2}= P/q$yazılabilir. Burada p ve q nun ortak çarpanı yoktur.

Dolayısıyla;

$p=\sqrt{2}q$ veya $2q^2=p^2$ olur. Bu durumda p^2 çift sayıdır. O halde p bir çift sayıdır. (Bir tek sayının karesinin de tek olduğunu görmek zor değildir.) c bir tam sayı olmak üzere $p=2c$ dir.

$2q^2=p^2=(2c)^2$ veya $q^2=2c^2$ o halde q^2 çifttir. Daha önce görüldüğü gibi q da çifttir. Bu durumun sonucu olarak p ve q nun her ikiside çifttir. Dolayısıyla 2 ile bölünebilirler. Bu da bizim p ve q nun ortak çarpanı yoktur iddiamızla çelişmektedir. Dolayısıyla $\sqrt{2}$ nin rasyonel olduğu varsayımımız yanlıştır. O halde, $\sqrt{2}$ irrasyoneldir.

Bu teoremi ve ispatını güzellik ve zarafet açısından ele alalım. Savunmasında Hardy, sonuca zarafeti veren özellikleri saptamaya çalışır. Hardy'nin dile getirdiği özellikler arasında **ciddiyet, derinlik, genellik, beklenmedik olma, kaçınılmazlık ve ekonomi** vardır. (King, 2006;107-108)

Karaçay (2000), Euler Teoreminin ve Newtonun ikinci yasasını Minimal Tamlık ve Maksimal Yarar açısından değerlendirmektedir:

Teorem: (Euler, 1748):

$e^{o}= \cos\Theta+İ\sin\Theta$

Burada $\Theta = \Pi$ alınırsa, bu eşitlik

$e^{i\Pi}=-1$ (1)

eşitliğine döner. Jerry P.King'in deyişiyle "Bu eşitliği gören her matematikçi, denklemin iki yanına +1 eklemek için dayanılmaz bir istek duyar". Ve şu denklemi elde eder:

$e^{i\Pi}+1=0$ (2)

Bu iki denklem birbirine tamamen denktir. Ama ikinci denklemin matematik bilen herkes için dayanılmaz bir cazibesi vardır. Çünkü 0 matematiğin altı önemli nesnesini içerir.

"0, 1, e, i, Π, = " minimal tamlık ilkesine uyar, çünkü içinde gereksiz hiçbir şey yoktur. Maksimal yarar ilkesine uyar, çünkü bu basit bağıntı bir çok yerde kullanılabilir. Bu yalın formül, içerdiği zengin ve yararlı anlam yanında, uygarlıklarımızın yarattığı altı önemli nesneyi içeriyor ve onlar arasında bağ kuruyor. Matematiği bir dil olarak görürsek, hiçbir şair, bir dilin altı sözcüğünü bu kadar yalın, bu kadar anlamlı, bu kadar genel, bu kadar yararlı biçimde bir araya getirememiştir. Işte matematiksel zarafet budur.

Newton'un ikinci yasası: Hızın zamana göre değişim oranı yerçekimi ivmesine eşittir.

$Dv/dt=g$

Bunu biraz inceleyelim.

1. Denklemde cismin kütlesi yer almıyor. Bu demektir ki, cismin ağırlığı, hafifliği, hangi malzemeden yapıldığı, büyüklüğü, biçimi gibi özellikleri ivmeye etki etmiyor.

2. Denklem oldukça yalındır. Gereksiz hiçbir terim içermiyor; bağıntı karmaşık değil Demek ki minimal tamlık ilkesine uyuyor.

3. Denklem çok değerli bilgiler sunmaktadır. Birçok durumda uygulanabilir. Örneğin, atılan bir topun ya da füzenin hareketini bununla inceleyebiliriz. Topun ya da füzenin havada nerede olduğunu hesaplayabiliriz. Dolayısıyla bu yakın bağıntı maksimal uygulanabilirlik ilkesine uymaktadır. Hardy'nin dile getirdiği **ciddiyet, derinlik, genellik, beklenmedik olma, kaçınılmazlık ve ekonomi** özellikleri vardır.

Bu bir doğa olayı olan yerçekimini matematiğin estetiğiyle sunma halidir. Bu bir zarafettir.

3. SONUÇ

Seymore papert, matematikçi olmayanlara, aktif olarak matematik yaparken veya öğrenirken yardımcı olacak estetik bir yol gösterme ilkesi olup-olmadığını sorgulamaktadır. Eğer varsa, günümüzdeki başarısız matematik eğitim sistemini, hiç olmazsa bir bölümünü, estetik yol gösterme ilkesinin kullanımını içeren bir yaklaşımla değiştirmenin olası etkileri de meydandadır. Ve bu etkiler çok geniş kapsamlıdır (King, 2006;110).

Matematiksel estetik, öğrencilerdeki matematik korkusunu ve kaygısını azalttığı gibi motivasyonu arttırır, özgüveni sağlar.

Aslında her öğrencide bir potansiyel akıl vardır. Önemli olan bu potansiyel aklı, kinetik akla çevirmek. Örneğin Keban barajından geçerken devasa bir göl görürüz. Bu yapay gölün suyu durgun pozisyonda olduğu zaman bir potansiyel enerji saklıdır.

$E_p=mgh$

Bu formülle tanımlanan potansiyel enerjinin, su durgun olduğu sürece kimseye bir faydası yoktur. Ancak bu su herekete geçirildiği zaman potansiyel enerji kinetik enerjiye dönüşür.

$E_k = 1/2\ mv^2$ formülüyle ifade edilen kinetik enerji elektrik olarak, evlerimizi, işyerlerimizi aydınlatır, fabrikalarımızı çalıştırarak ülke ekonomisine büyük katkı yapar. Bu örneği insanlara uyarladığımızda şunu görürüz: Her bireyde bir potansiyel akıl vardır. Bu potansiyel aklı kullanmadığımız zaman herhangi bir yararı yoktur. Bu **potansiyel** aklı **kinetik** akla dönüştürdüğümüz zaman bilimsel ve teknolojik gelişmelere kapı aralarız.

Potansiyel aklı, kinetik akla dönüştürebilmek için bireylerin bilimlere özellikle de fen bilimlerine yaklaşımları pozitif olmalıdır. Bu yaklaşımı sağlamak için genelde fen bilimlerinin özelde matematik biliminin estetik yönünü öne çıkarmak gerekmektedir. Matematiğin sıcak, soğuk ve ılık olmak üzere üç yüzü vardır. Matematiğin estetik yönü ihmal edildiği için soğuk yüzü baskın durumdadır. Kişi bilmediğinin yapamadığının düşmanıdır. Matematiğin temel kavramlarının iyi anlaşılması için iyi bir rehberliğe ve kavramların estetik yönünü açık bir şekilde göstermeye bağlıdır. Eğer matematiğin estetik, sempatik ve mantıksal yönü öğrencilerin seviyesine uygun tarzda anlatılırsa o zaman öğrencilerde var olan potansiyel (Durgun) akıl, kinetik akla dönüşür. Matematiğin sevimli ve sıcak yüzü görülmeye başlar. Bilimsel gelişmeler istenen seviyeye ulaşır.

4. ÖNERİLER

1. Matematik korkusunu ve kaygısını yenmek için matematik öğretmenleri matematiğin estetik, sempatik ve zarafet yönünü öne çıkarmalıdırlar. Matematiğin estetiği, öğrencileri motive etmelidir. Öğretmenler bu motivasyonu sağlamak için, matematiğin estetik boyutunu dikkate alarak derslerini işlemelidirler.
2. Matematiğin sıcak, soğuk ve ılık olmak üzere üç yüzü vardır. Öğrenciler genelde matematiğin soğuk yüzü ile tanışmaktadırlar. Öğretimde matematiğin estetik ve zarafet yönünü temsil eden sıcak yüzü öne çıkarılmalıdır.
3. Güzel sanatlara ve sosyal bilimlere öğrenciler daha çok ilgi duymaktadır. Bunun başlıca nedeni bu bilimlerde bir estetik yönünün var olmasıdır. Matematik öğretmenleri bu ilgiyi matematiksel estetik paradigması yolu ile matematiğe transfer etmelidirler. Böylece istenen davranış değişikliği gerçekleşmiş olur.
4. Matematiğin estetik paradigmasını oluşturmada bir ölçüm aracı olarak kullanılan **"Minimal Tamlık" ve "Maksimal Uygulanabilirlik"** ilkelerinin felsefi derinliğine dikkat çekilmelidir.

5. Ders kitapları, matematiğin estetik paradigması dikkate alınarak düzenlenmelidir.
6. YÖK ve MEB eşgüdümlü olarak, matematik dersinin öğretiminin tüm aşamalarında; somuttan soyuta, basitten karmaşığa, yakından uzağa yaklaşım tarzı çerçevesinde matematiğin pedagojik, estetik, sempatik ve zarafet yönüne ağırlık verilmelidir.
7. Matematiğin evrensel bir dili vardır. Bu dili öğrencilere aktarırken seviyelerine uygun tarzda, anlayabilecekleri bir açıklıkta, rasyonel bir yaklaşımla verilmesine özen gösterilmelidir.
8. Matematik zihinsel fonksiyonların gelişimine katkı yapan bir bilimdir. Sorgulayan, inceleyen, araştıran bir öğrenci profilini oluşturmanın yolu matematiksel nosyonlarla zihinsel fonksiyonları birebir eşlemek üzere matematiğin estetik paradigmasını rasyonel bir biçimde vermek gerekmektedir.

5. KAYNAKLAR

1. Nicholas Wolterstorff, Works and Worlds of Art (Oxford: Clarendon, 1980), s. V.De Corte, E. (2004) ; “Mainstreams and Perspectives in Research on Learning (Mathematics) From Instruction”, Applied Psychology; 2(53), 279-310.
2. Henri Poincare, The Foundations of Science (New York: Science Press, 1929), s. 385
3. Seymore A.Papert, “The Mathematical Unconscious”, On Aesthetics and Science’da, Judith Wechler (ed.), (Boston:Birkhauser, 1988), s. 106.
4. Papert, “The Mathematical Unconscious”, s.106.
5. Hardy, A. Mathematician’s Apology [Bir Matematikçinin Savunması], s. 92.
6. Hardy, A. Mathematician’s Apology [Bir Matematikçinin Savunması], s. 85-90
7. Baki, A. ve Alan, B. (1997) ; “Orta Öğretimde Matematik Öğretimi”, Milli Eğitimi Geliştirme Projesi; Bilkent, Ankara.
8. MEB (1996) ; Türk Ansiklopedisi, Milli Eğitim Basımevi ; Ankara.
9. Cevizci, A.
10. King, J. P. , “Matematik Sanatı”, Tübitak Yayınları, (2006)
11. Karaçay, T. “Matematik Sanatı” Matematikçiler Derneği Sempozyum Bildirileri, 2000, Ankara.
12. Altın, M. “Eğitim Fakülteleri ve Lise Matematik Öğretmeleri için Liselerde Matematik Öğretimi” 2009, Bursa.