

Yaşam Çözümlemesinde Yarışan Riskler ve Bir Uygulama

Durdu SERTKAYA*

M. Tekin SÖZER**

ÖZET

Bu çalışmada, yaşam çözümlemesinde birden fazla başarısızlık sebebinin olduğu durum ele alınmıştır. Yarışan riskler kavramı, sebebe-özel hazard fonksiyonu ve yaşam fonksiyonu gibi ilgili diğer fonksiyonlar incelenmiş ve yarışan riskler durumunda Cox regresyon modeline değinilmiştir. İş makinelerine ait lastik verileri ile bir uygulama yapılmıştır.

Anahtar kelimeler: Yarışan Riskler, Cox Regresyon, Yaşam Çözümlemesi

1. GİRİŞ

Canlı ya da cansız her birim birçok ölüm (başarısızlık) riskine maruz kalmaktadır. Ölüm, tekrar etmeyen bir olaydır ve bir tek sebebe bağlıdır. Yarışan riskler (competing risks), sebebe-özel ölümlülük (cause-specific mortality) çözümlemesinde ele alınmaktadır. Örneğin, ölüm riski olarak kanserin incelendiği bir çalışmada bazı kişiler, çalışma periyodu boyunca başka sebeplerden ölebilirler. Bu kişiler kanserden ölmemişlerdir ancak çalışma periyodunun sonunda da yaşamıyorlardır. Bu durumda yarışan risklerden (competing risks) bahsedilmektedir. Literatürde bu konuda pekçok çalışma yapılmıştır.

Kalbfleisch ve Prentice (1980), Kuk (1992), Marubini ve Volsecchi (1994), Lunn ve McNell (1995) ile Fine ve Gray (1999) yarışan riskler durumunda orantılı hazard modelini incelemişlerdir.

Green ve Byar (1980), Kay (1986) yarışan riskler çözümlemesini kullanarak prostat kanserli hastalar için tedavi etkilerini değerlendirmişlerdir.

Fusaro, Bacchetti ve Jewell (1996) AIDS, Krongrad, Lai ve Lai (1997) ile Cheng, Fine ve Wei (1998) prostat kanseri, Chapman, Fish ve Link (1999) ile Wohlfahrt, Andersen ve Melbye (1999) meme kanseri verilerini kullanarak yarışan riskler çözümlemesi yapmışlardır.

Goetghebeur ve Ryan (1995), Kundu ve Basu (2000) yaptıkları kuramsal çalışmada bazı bireyler için başarısızlık süreleri gözlemlendiği halde başarısızlık sebeplerinin gözlenemediği durumunu ele almışlardır.

* Dr., Hacettepe Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, Beytepe-Ankara. durdu@hacettepe.edu.tr (Haberleşme adresi)

** Prof. Dr., Hacettepe Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, Beytepe-Ankara.

2. YAŞAM ÇÖZÜMLEMESİNDE YARIŞAN RİSKLER

Yarışan riskler probleminde birden fazla başarısızlık türü ya da farklı başarısızlık sebebi vardır. Klinik çalışmalarda, epidemiyolojide, nüfusbilimde, temel bilimlerde ve endüstriyel alanlarda bu konuda çalışmalar yapılabilmektedir. Herbir çalışma alanındaki veriler, $T \geq 0$ başarısızlık süresini (başarısızlık süresi gözlenememiş ise durdurulmuş (censored) olarak ifade edilir) ve eğer T durdurulmuşsa bilinmeyen, $J \in \{1, 2, \dots, m\}$ başarısızlık türünü içermektedir. Ayrıca, başarısızlığı etkileyen nedenleri belirlemek için $z = (z_1, \dots, z_p)$ regresyon vektörü vardır (Prentice ve Kalbfleisch, 1978).

2.1. Sebebe-Özel Hazard Fonksiyonu ve İlgili Diğer Fonksiyonlar

Bir bireyin $J \in \{1, 2, \dots, m\}$ ile m tane başarısızlık sebebine maruz kaldığı varsayalım. Bir başarısızlık oluştuğunda T süresi ve J başarısızlık sebebi gözlenmektedir.

Homojen bir kitlede, sebebe-özel hazard fonksiyonu

$$h_j(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} P\{t \leq T < t + \Delta t, J = j | T \geq t\} / \Delta t, \quad j = 1, \dots, m$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Bu hazard fonksiyonu, tüm sebeplerin varlığında, t süresinde j sebebi için anlık (instantaneous) başarısızlık hızı olarak tanımlanmaktadır. $(t, t+dt)$ aralığında j sebebi için koşullu başarısızlık olasılığı $h_j(t)dt$ 'dir. Sebebe-özel birikimli hazard (cause-specific cumulative hazard) fonksiyonu

$$H_j(t) = \int_0^t h_j(u) du$$

biçiminde ifade edilmektedir. Ayrıca,

$$S_{cs,j}(t) = \exp[-H_j(t)]$$

biçimindeki sebebe-özel yaşam fonksiyonları (cause-specific survival functions) da tanımlanabilmektedir.

Genel hazard (overall hazard) fonksiyonu

$$\lambda(t) = \sum_{j=1}^m h_j(t)$$

biçiminde olmaktadır. Böylece birikimli genel hazard (cumulative overall hazard) fonksiyonu

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(u)du = \sum_{j=1}^m H_j(t)$$

olarak yazılabilmektedir. Yaşam fonksiyonu

$$S(t) = \exp\left[-\sum_{j=1}^m H_j(t)\right] = \prod_{j=1}^m S_{cs,j}(t)$$

biçiminde ifade edilebilmektedir (Mann vd, 1974; Johnson ve Johnson, 1980; Marubini ve Volsecchi, 1994). $S(t) = S(t, t, \dots, t)$ $S(0) = 1$ ve $S(\infty) = 0$ ifadelerini sağlamakta ve monoton artmayan, sağdan sürekli bir fonksiyon olmaktadır.

Başarısızlık süresi T sürekli varsayıldığında, z regresyon vektörü ile bir bireyin genel başarısızlık hızı ya da hazard fonksiyonu ise,

$$\lambda(t; z) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} P\{t \leq T < t + \Delta t | T \geq t, z(t)\} / \Delta t$$

biçiminde verilmektedir. Bu durumda sebebe-özel hazard fonksiyonları,

$$\lambda_j(t; z) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} P\{t \leq T < t + \Delta t, J = j | T \geq t; z(t)\} / \Delta t, \quad j = 1, \dots, m$$

ile tanımlanmaktadır. $\lambda_j(t; z)$ fonksiyonu, diğer başarısızlık türlerinin de varlığında ve $z(t)$ regresyon vektörü verildiğinde, t süresinde j sebebinden anlık başarısızlık hızını vermektedir. Genel hazard fonksiyonu sebebe-özel hazard fonksiyonlarıyla,

$$\lambda(t; z) = \sum_{j=1}^m \lambda_j(t; z)$$

biçiminde ifade edilebilmektedir.

n bireyin verilerinin $(t_i, j_i, \delta_i, z_i^*)$ $i=1, \dots, n$ olduğunu varsayalım. Burada t_i başarısızlık süresini, j_i başarısızlık sebebini, δ_i durdurma göstergesini (censoring indicator) ve $z_i^* = z_i^*(t_i)$ i 'inci birey için regresyon vektörünü göstermektedir. Eğer başarısızlık oluşursa durdurma göstergesi 1 değerini, tersi durumda 0 değerini almaktadır. $\delta_i = 0$ ise, j_i başarısızlık sebebi bilinmiyor demektir. Bu durumda olabilirlik fonksiyonu

$$\prod_{i=1}^n \left\{ [\lambda_{j_i}(t_i; z_i)]^{\delta_i} S(t_i; z_i^*) \right\} = \left(\prod_{i=1}^n [\lambda_{j_i}(t_i; z_i)]^{\delta_i} \prod_{j=1}^m \exp\left\{-\int_0^{t_i} \lambda_j[u; z(u)] du\right\} \right)$$

biçiminde olmaktadır. Olabilirlik fonksiyonu tamamen $\lambda_j(t; z)$ $j=1, \dots, m$ sebebe-özel hazard fonksiyonlarıyla belirlenmektedir. Sebebe-özel hazard fonksiyonları (t, j, δ, z^*) biçimindeki verilerden doğrudan tahmin edilebilmektedir. $\lambda_j(t; z)$, j 'nin dışındaki sebeplere ait veriler durdurulmuş olarak alınarak elde edilmektedir (Prentice ve Kalbfleisch, 1978).

2.2. Yarışan Riskler Durumunda Cox Regresyon Modeli

Birçok durumda incelenen yaşam süresinin başka faktörler tarafından da etkilenebileceği gözönünde bulundurulduğunda, bağımlı değişken olan yaşam süresi üzerinde açıklayıcı değişkenlerin (covariates) de etkilerinin modellendiği regresyon modelleri yaşam çözümlemesinde önemli bir yer tutmaktadır. Orantılı hazard modeli olarak da ifade edilen bu modeller ilk kez Cox (1972) tarafından ele alınmıştır (Lawless, 1982).

Cox (1972)'un incelediği model

$$\lambda(t; \mathbf{z}) = \lambda_0(t) \exp(\beta' \mathbf{z}) \quad (1)$$

biçimindedir. Burada β , regresyon katsayıları vektörü, $\lambda_0(t)$ ise $\mathbf{z} = 0$ olan bir birimin temel hazard fonksiyonu olmaktadır. $\lambda_0(t)$ için özel bir biçim varsayılmamaktadır (Cox, 1972; Cox ve Oakes, 1984).

$\mathbf{z} = (x_1, \dots, x_p)$ açıklayıcı değişken vektörü ile bir bireyin hazard fonksiyonu $\lambda(t; \mathbf{z})$, (1) eşitliğinde verildiği biçimde olmaktadır. Sebebe-özel hazardın (1) modeli ile ifadesi

$$\lambda_j(t; \mathbf{z}) = \lambda_{0j}(t) \exp(\beta_j' \mathbf{z}) \quad j = 1, \dots, m \quad (2)$$

biçimindedir. Burada, temel hazard ve açıklayıcı değişkenler katsayılarının her ikisi de sebebe-özeldir (Kay, 1986). Cox'un orantılı hazard modeli, sebebe-özel hazard fonksiyonlarında regresyon değişkenlerinin etkilerini modellemede yardımcı olmaktadır. (2) eşitliğinde $\lambda_{0j}(\cdot) \geq 0$ dir ve keyfidir. β_j , $j = 1, \dots, m$, verilerden tahmin edilmekte ve sebebe-özel regresyon katsayılarının kolon vektörü olmaktadır (Prentice ve Kalbfleisch, 1978; Cheng vd, 1998).

$t_{j1} < \dots < t_{jk_j}$ $j = 1, \dots, m$ için j sebepli başarısızlıkların k_j sürelerini gösterebilir. z_{ji} , t_{ji} 'de başarısız olan birey için regresyon fonksiyonu olsun. Bu durumda kısmi olabilirlik,

$$L(\beta_1, \dots, \beta_m) = \prod_{j=1}^m \prod_{i=1}^{k_j} \left(\frac{\exp[z_{ji}(t_{ji})\beta_j]}{\sum_{l \in R(t_{ji})} \exp[z_{li}(t_{ji})\beta_j]} \right) \quad (3)$$

biçiminde verilmektedir. Burada $R(t_{ji})$, z_{ji} ve t_{ji} 'den önce riskte olan bireylerin kümesini göstermektedir. β_j 'lerin tahmini için standart asimtotik olabilirlik yöntemleri (3) ifadesine uygulanabilmektedir (Kalbfleisch ve Prentice, 1980).

Lunn ve McNell (1995) yaşam çözümlemesinde yarışan riskler modelindeki parametrelerin tahmini için iki yöntem vermişlerdir. Her iki durumda da veri tekraralama yöntemi kullanılarak Cox'un orantılı hazard regresyon modeli uygulanmıştır. İki yöntem de riskler bağımsız varsayılarak farklı başarısızlık türleri için kullanılmaktadır.

Goetghebeur ve Ryan (1995) bazı bireyler için başarısızlık türleri kayıp olduğunda yarışan riskli yaşam verilerini çözümlmek için bir yöntem önermişlerdir. Yaklaşımları, başarısızlık türlerinin herbiri için standart orantılı hazard yapısına dayanmaktadır (Goetghebeur ve Ryan, 1995).

Fine ve Gray (1999) açıklayıcı değişkenlerle yarışan riskler verileri için standart çözümlemenin, orantılı hazard varsayımı yoluyla sebebe-özel hazard fonksiyonlarını modellemeyi içerdiğini ifade etmişlerdir.

3. LASTİK VERİLERİ İLE İLGİLİ BİR UYGULAMA

Ülkemizde madencilik ve inşaat sektörlerinde istatistiksel uygulamalar pek yapılmamaktadır. Özellikle bu alanlarda yarışan riskler çözümlemesine ise raslanmamıştır. Her alanda, herhangi bir nedenle başarısızlık ve başarısızlık süresi olduğu durumda yaşam çözümlemesi yapılabilmektedir. Eğer başarısızlığı etkileyen nedenler birden fazla ise bu durumda yarışan riskler çözümlemesi uygulanabilmektedir.

Bu çalışmada, özel bir sektör tarafından kullanılan iş makinelerine ait lastik verileri ile uygulama yapılmıştır.

Uygulamada kullanılan 539 lastikten 264'ü çeşitli nedenlerle ömrünü tamamlamış ve hurdaya ayrılmış, 275 lastiğin ise kullanımı devam etmektedir. Lastikler üç değişik markadan (A, B, C) ve yedi değişik tipten (VMTS, VRLS, VRLS-LS, BIAS, RL 4J/4S, X KD1A, R 24 JE42S) oluşmaktadır. Lastiklerin çalışma ortamı dekapaj, kömür nakli ve dekapaj + kömür nakli olmak üzere üçe ayrılmıştır. Lastik iş makinelerine altı değişik pozisyonda (sol ön, sol arka iç, sol arka dış, sağ ön, sağ arka iç, sağ arka dış) takılabilmektedir. Lastiğin hurdaya ayrılma sebepleri; yanakta taş kesigi, sırtta taş kesigi, sırt atması ve diğer sebepler olmak üzere dört grupta toplanmıştır. Bir lastik bir pozisyondan bir başka pozisyona değiştirilebilmektedir. Bir lastiğin çalışma saati süresince kaç farklı pozisyonda kullanıldığı, bilgilerin işlendiği kartlardan elde edilmiş ve dört farklı kategoride toplanmıştır.

Çalışmada başarısızlık, lastiğin hurdaya ayrılması olarak tanımlanmıştır. Bir lastiğin kullanımına başlandığı andan hurdaya ayrılıncaya kadar geçen süre (saat olarak) lastiğin başarısızlık süresi olarak alınmıştır. Halen kullanımı devam eden lastikler ise durdurulmuş (censored) olarak tanımlanmıştır.

Uygulamada kullanılan değişkenler ve düzeyleri Tablo 1'de verilmiştir.

Çalışmada yarışan riskler durumunda herbir başarısızlık sebebi için lastiklerin başarısızlıklarını etkileyen faktörlerin belirlenmesi amaçlanmıştır. Yarışan riskler

durumunda herbir başarısızlık sebebinde başarısızlığı etkileyen risk faktörlerinin belirlenmesi için Cox regresyon çözümlemesi yapılmıştır. Cox regresyon çözümlemesinde, herbir değişken kodlarındaki ilk kod referans kategorisi olarak alınmıştır. Bu ise değişken düzeylerini yorumlamada önemli olmaktadır.

Herbir başarısızlık sebebinde başarısızlığı etkileyen risk faktörlerini belirlemek için öncelikle tek değişkenli Cox regresyon modelleri incelenmiştir. Modeldeki değişken için β parametresi, p-değeri, β parametresinin risk oranı ($\exp(\beta)$) ile önemli bulunan değişken düzeyleri için risk oranının alt ve üst sınırları verilmiştir. β parametresinin pozitif değer olması bu düzeyin referans kategorisine göre daha fazla riskli olduğunu, β parametresinin negatif değer olması ise bu düzeyin referans kategorisine göre daha az riskli olduğunu göstermektedir. Risk oranı olan $\exp(\beta)$ değeri ise önemli bulunan düzeyin, referans kategorisine göre kaç kat (ya da % ne kadar) daha riskli olduğu yorumunu getirmektedir.

Tablo 1. Kullanılan Değişkenler ve Düzeyleri

Değişken	Değişken Düzeyleri	n	%
Marka	1. A	391	72.5
	2. B	94	17.5
	3. C	54	10.0
Onarım	1. Onarım yok	505	93.7
	2. Onarım var	34	6.3
Ortam	1. Dekapaj	300	55.7
	2. Kömür	116	21.5
	3. Dekapaj + Kömür	80	14.8
Pozisyon sayısı	1. 1 pozisyon	323	59.9
	2. 2 pozisyon	127	23.6
	3. 3 pozisyon	57	10.6
	4. 4+ pozisyon	32	5.9
Pozisyon	1. Sol ön	90	16.7
	2. Sol arka iç	79	14.7
	3. Sol arka dış	81	15.0
	4. Sağ ön	97	18.0
	5. Sağ arka iç	96	17.8
	6. Sağ arka dış	88	16.3
Tip	1. VMTS	111	20.6
	2. VRLS	175	32.5
	3. VRLS-LS	73	13.5
	4. BIAS	27	5.0
	5. RL 4J/4S	43	8.0
	6. X KD1A	54	10.0
	7. R 24 JE42S	27	5.0
Sebep	1. Yanakta taş kesiği	172	65.2
	2. Sırtta taş kesiği	30	11.4
	3. Sırt atması	31	11.7
	4. Diğer	31	11.7
Durdurma	0. Hurda (başarısız)	264	49.0
	1. Kullanılıyor (yaşıyor)	275	51.0

Yanakta taş kesigi sebebi için elde edilen sonuçlar Tablo 2’de, sırtta taş kesigi sebebi için elde edilen sonuçlar Tablo 3’de, sırt atması sebebi için elde edilen sonuçlar Tablo 4’de ve diğer sebepler için elde edilen sonuçlar Tablo 5’de verilmiştir.

Tablo 2’deki p değerleri incelendiğinde MARKA, ONARIM, ORTAM ve TİP değişkenlerinin yanakta taş kesigi sebebi için önemli risk faktörleri olduğu söylenebilmektedir ($p < 0.05$). Önemli bulunan bu değişkenlerin herbir düzeyine karşılık gelen p değerlerine bakılarak önemli değişken düzeyleri belirlenebilmektedir. Herbir değişken için ilk düzeyler referans kategorisi olarak alındığından çizelgede yer almamaktadır. MARKA(2) (B) ve MARKA(3) (C) düzeyleri önemli olarak bulunmuştur. MARKA(2), MARKA(1)’e (A) göre 2 kat ($\exp(\beta) = 2,1639$) daha fazla riskli olmaktadır. MARKA(3) ise MARKA(1)’e göre %15 ($\exp(\beta) = ,1557$) daha az riskli olduğu görülmektedir. ONARIM değişkeni için ise, onarım yapılan lastiklerin başarısızlık riskinin yapılmayanlara göre yaklaşık 2 kat daha fazla olduğu söylenebilmektedir. ORTAM(1)’e (Dekapaj) göre ORTAM(2) (Kömür) 1,7 kat, ORTAM(3) (Dekapaj+Kömür) ise 2 kat daha fazla riskli olmaktadır. TİP değişkeni için önemli bulunan düzeylere bakıldığında TİP(2)’nin (VRLS) TİP(1)’e (VMTS) göre %54 daha az riskli olduğu, TİP(4)’ün (BIAS) TİP(1)’e göre 2.4 kat daha fazla riskli olduğu, TİP(6)’nın (X KD1A) TİP(1)’e göre %10 daha az riskli olduğu görülmektedir.

Tablo 2. Yanakta Taş Kesigi Sebebi İçin Tek Değişkenli Cox Regresyon Modeli

Değişken	β	p	Exp(β)	Altsınır-Üst sınır
MARKA		,0000		
MARKA (2)	,7719	,0033	2,163	1,2924 - 3,6229
MARKA (3)	-1,8597	,0002	,1557	,0576 - ,4208
ONARIM	,6282	,0044	1,8743	1,2160 - 2,8887
ORTAM		,0047		
ORTAM (2)	,5132	,0063	1,6706	1,1556 - 2,4150
ORTAM (3)	,7303	,0243	2,0756	1,0994 - 3,9186
POZİSYON SAYISI		,6677		
POZİSYON SAYISI (2)	,1914	,2823	1,2110	-
POZİSYON SAYISI (3)	-,0491	,8372	,9521	-
POZİSYON SAYISI (4)	,0520	,8420	1,0534	-
POZİSYON		,2097		
POZİSYON (2)	-,0331	,9386	,9675	-
POZİSYON (3)	,4711	,2332	1,6017	-
POZİSYON (4)	,3050	,4393	1,3566	-
POZİSYON (5)	,7553	,0516	2,1282	-
POZİSYON (6)	,7256	,0684	2,0660	-
TİP		,0000		
TİP (2)	-,6204	,0030	,5377	,3569 - ,8102
TİP (3)	-,4055	,0615	,6667	-
TİP (4)	,8789	,0111	2,4082	1,2225 - 4,7441
TİP (5)	,1790	,6465	1,1960	-
TİP (6)	-2,2775	,0000	,1025	,0365 - ,2880
TİP (7)	-10,8664	,9621	1,909E-05	-

Tablo 3 incelendiğinde sırtta taş kesigi sebebi için MARKA ve TİP değişkenleri önemli risk faktörleri olarak bulunmuştur ($p < 0.05$). Önemli bulunan MARKA(2) (B),

Tablo 3. Sırtta Taş Kesiği Sebebi İçin Tek Değişkenli Cox Regresyon Modeli

Değişken	β	p	Exp(β)	Altsınır-Üst sınır
MARKA		,0208		
MARKA (2)	1,2411	,0247	3,4593	1,1712 - 10,2172
MARKA (3)	-1,5370	,1323	,2150	-
ONARIM	-,9274	,3621	,3956	-
ORTAM		,2008		
ORTAM (2)	,6464	,1532	1,9086	-
ORTAM (3)	1,0370	,1784	2,8207	-
POZİSYON SAYISI		,8973		
POZİSYON SAYISI (2)	-,2220	,6221	,8009	-
POZİSYON SAYISI (3)	,1789	,7179	1,1959	-
POZİSYON SAYISI (4)	-,1298	,8397	,8783	-
POZİSYON		,5910		
POZİSYON (2)	,8215	,3436	2,2740	-
POZİSYON (3)	-12,7832	,9785	2,808E-06	-
POZİSYON (4)	,1264	,8995	1,1348	-
POZİSYON (5)	1,3573	,1081	3,8857	-
POZİSYON (6)	,9611	,2955	2,6145	-
TİP		,0005		
TİP (2)	-,2761	,5811	,7587	-
TİP (3)	-,8106	,1865	,4446	-
TİP (4)	1,9745	,0014	7,2027	2,1413 - 24,2279
TİP (5)	-12,5823	,9825	3,432E-06	-
TİP (6)	-1,9046	,0797	,1489	-
TİP (7)	-12,8329	,9951	2,671E-06	-

Tablo 4. Sırt Atması Sebebi İçin Tek Değişkenli Cox Regresyon Modeli

Değişken	β	p	Exp(β)	Altsınır-Üst sınır
MARKA		,0000		
MARKA (2)	1,8603	,0000	6,4259	2,7750 - 14,8801
MARKA (3)	-1,1748	,2521	,3089	-
ONARIM	-,9759	,3374	,3769	-
ORTAM		,0490		
ORTAM (2)	,2175	,6497	1,2430	-
ORTAM (3)	1,3834	,0141	3,9886	1,3219 - 12,0342
POZİSYON SAYISI		,1007		
POZİSYON SAYISI (2)	,8197	,0442	2,2698	1,0214 - 5,0442
POZİSYON SAYISI (3)	,1473	,8041	1,1587	-
POZİSYON SAYISI (4)	-,8870	,3990	,4119	-
POZİSYON		,3752		
POZİSYON (2)	1,9645	,0693	7,1311	-
POZİSYON (3)	,2394	,8657	1,2705	-
POZİSYON (4)	1,1883	,3035	3,2814	-
POZİSYON (5)	-11,4706	,9769	1,043E-05	-
POZİSYON (6)	1,3030	,2896	3,6803	-
TİP		,0000		
TİP (2)	-,2330	,6800	,7921	-
TİP (3)	-,0359	,9503	,9647	-
TİP (4)	2,6033	,0000	13,5078	4,2916 - 42,5158
TİP (5)	-12,4337	,9821	3,982E-06	-
TİP (6)	-1,3368	,2260	,2627	-
TİP (7)	-12,3478	,9930	4,339E-06	-

MARKA(1)'e (A) göre 3.5 kat daha fazla riskli olmaktadır. TİP değişkeninin önemli bulunan düzeyi TİP(4) (BIAS) ise TİP(1)'e (VMTS) göre 7.2 kat daha fazla risk taşımaktadır.

Tablo 4 incelendiğinde sırt atması sebebi için MARKA, ORTAM ve TİP değişkenleri başarısızlık riskinde önemli faktörler olarak bulunmuştur ($p < 0.05$). MARKA değişkeninin önemli bulunan MARKA(2) (B) düzeyinin, MARKA(1)'e (A) göre 6.4 kat daha fazla riskli olduğu görülmektedir. ORTAM değişkeninin önemli bulunan ORTAM(3) (Dekapaj + Kömür) düzeyi, ORTAM(1)'e (Dekapaj) göre 4 kat, TİP değişkeninin önemli olan TİP(4) (BIAS) düzeyi ise TİP(1)'e (VMTS) göre 13,5 kat daha fazla riskli olmaktadır. Burada POZİSYON SAYISI(2) düzeyinin de önemli olduğu görülmektedir. Bu durumda POZİSYON SAYISI(2)'nin POZİSYON SAYISI(1)'e göre 2 kat daha fazla riskli olduğu söylenebilmektedir.

Tablo 5. Diğer Sebepler İçin Tek Değişkenli Cox Regresyon Modeli

Değişken	β	p	Exp(β)	Altsınır-Üst sınır
MARKA		,0592		
MARKA (2)	1,3168	,0182	3,7316	1,2509 - 11,1319
MARKA (3)	,0217	,9683	1,0220	-
ONARIM	,5292	,3252	1,6976	-
ORTAM		,0111		
ORTAM (2)	1,1781	,0039	3,2481	1,4591 - 7,2306
ORTAM (3)	1,1181	,1444	3,0589	-
POZİSYON SAYISI		,6581		
POZİSYON SAYISI (2)	-,5633	,2153	,5693	-
POZİSYON SAYISI (3)	-,1525	,7677	,8586	-
POZİSYON SAYISI (4)	-,3300	,6019	,7189	-
POZİSYON		,8886		
POZİSYON (2)	,0406	,9526	1,0415	-
POZİSYON (3)	-1,2347	,2631	,2909	-
POZİSYON (4)	-,4065	,5779	,6660	-
POZİSYON (5)	-,0362	,9612	,9644	-
POZİSYON (6)	-,2865	,7358	,7509	-
TİP		,0114		
TİP (2)	-1,1075	,0232	,3304	,1270 - ,8593
TİP (3)	-1,4176	,0183	,2423	,0746 - ,7869
TİP (4)	1,1094	,1010	3,0325	-
TİP (5)	-,4175	,6933	,6587	-
TİP (6)	-1,1124	,0983	,3288	-
TİP (7)	-10,4464	,9832	2,905E-05	-

Tablo 5 incelendiğinde diğer sebepler için ORTAM ve TİP değişkenlerinin önemli risk faktörleri olduğu ifade edilebilmektedir. Önemli bulunan ORTAM(2) (Kömür) düzeyi, ORTAM(1)'e (Dekapaj) göre 3 kat daha fazla riskli olmaktadır. TİP değişkeninin önemli bulunan TİP(2) (VRLS) düzeyinin TİP(1)'e (VMTS) göre %33, TİP(3) (VRLS-LS) düzeyinin ise TİP(1)'e (VMTS) göre %24 daha az riskli olduğu söylenebilmektedir. Burada MARKA(2) (B) düzeyinin de önemli olduğu ve MARKA(2)'nin (B), MARKA(1)'e (A) göre 3.7 kat daha riskli olduğu görülmektedir.

Bundan sonra ise tüm değişkenler ve etkileşimleri birlikte çözümlenmeye alınarak her bir başarısızlık sebebinde başarısızlığı etkileyen risk faktörlerini belirlemek için adimsal Cox regresyon çözümlenmesi yapılmıştır.

Yanakta taş kesici sebebi için adimsal Cox regresyon modeli sonucu Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6. Yanakta Taş Kesici Sebebi İçin Adimsal Cox Regresyon Modeli

Değişken	β	p	Exp(β)	Altsınır-Üst sınır
ONARIM*TİP				
ONARIM*TİP (2)	2,1300	,0019	8,4146	2,2004 - 32,1781
ONARIM*TİP (3)	1,1529	,0398	3,1674	1,0554 - 9,5059
ONARIM*TİP (4)	3,0350	,9562	20,8007	-
ONARIM*TİP (5)	-8,6314	,9593	1,784E-04	-
ONARIM*TİP (6)	9,9870	,6489	21741,418	-
ONARIM*TİP (7)	-2,9287	,9870	,0535	-
POZİSYON SAYISI*TİP				
POZİSYON SAYISI (2)*TİP (2)	-1,9279	,0001	,1454	,0541 - ,3913
POZİSYON SAYISI (3)*TİP (2)	-2,6160	,0010	,0731	,0154 - ,3474
POZİSYON SAYISI (4)*TİP (2)	-1,7956	,1608	,1660	-
POZİSYON SAYISI (2)*TİP (3)	-,9190	,1090	,3989	-
POZİSYON SAYISI (3)*TİP (3)	-,8190	,2595	,4409	-
POZİSYON SAYISI (4)*TİP (3)	-1,2622	,1498	,2830	-
POZİSYON SAYISI (2)*TİP (4)	-1,3271	,2203	,2652	-
POZİSYON SAYISI (3)*TİP (4)	-,4504	,6967	,6373	-
POZİSYON SAYISI (4)*TİP (4)	-10,2892	,9258	3,400E-05	-
POZİSYON SAYISI (2)*TİP (5)	-2,2733	,0551	,1030	-
POZİSYON SAYISI (3)*TİP (5)	13,5578	,9680	772853,27	-
POZİSYON SAYISI (4)*TİP (5)	-1,5195	,2070	,2188	-
POZİSYON SAYISI (2)*TİP (6)	-8,1849	,7660	2,788E-04	-
POZİSYON SAYISI (3)*TİP (6)	-8,1096	,8124	3,006E-04	-
POZİSYON SAYISI (4)*TİP (6)	,9233	,4912	2,5175	-
POZİSYON SAYISI (2)*TİP (7)	6,3453	,8178	569,8062	-
POZİSYON SAYISI (3)*TİP (7)	-9,3602	,9780	8,608E-05	-
POZİSYON SAYISI (4)*TİP (7)	9,2871	,9331	10797,529	-

Üsteki model incelendiğinde ONARIM*TİP(2), ONARIM*TİP(3), POZİSYON SAYISI(2)*TİP(2) ve POZİSYON SAYISI(3)*TİP(2) etkileşim terimleri anlamlı bulunmuştur. ONARIM*TİP(2) için, onarım yapılan VRLS tipi lastiklerin başarısızlık riskinin, referans kategorisi olan onarım yapılmayan VMST tipi lastiklerden 8,4 kat daha fazla olduğu yorumu yapılabilmektedir. ONARIM*TİP(3) için, onarım yapılan VRLS-LS tipi lastiklerin başarısızlık riskinin, referans kategorisine göre 3 kat daha fazla olduğu söylenebilmektedir. POZİSYON SAYISI(2)*TİP(2) için, iki kez pozisyon değiştiren VRLS tipi lastiklerin başarısızlık riskinin, referans kategorisi olan sadece bir pozisyonda kullanılan VMST tipi lastiklere göre %15 daha az olduğu yorumlanabilmektedir. Son olarak, POZİSYON SAYISI(3)*TİP(2) için, üç kez pozisyon değiştiren VRLS tipi lastiklerin başarısızlık riskinin, referans kategorisine göre %7 daha az olduğu söylenebilmektedir.

Sırtta taş kesliği sebebi için Cox regresyon modeli sonuçları Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7. Sırtta Taş Kesliği Sebebi İçin Adımsal Cox Regresyon Modeli

Değişken	B	p	Exp(β)	Altsınır-Üst sınır
TİP				
TİP (2)	-,6823	,6576	,5055	-
TİP (3)	-1,5659	,3411	,2089	-
TİP (4)	,6764	,5822	1,9667	-
TİP (5)	-13,2979	,9810	1,678E-06	-
TİP (6)	-3,2031	,0368	,0406	,0020 - ,8214
TİP (7)	-15,4621	,9978	1,927E-07	-
MARKA*ORTAM		,0107		
MARKA (2)*ORTAM (2)	-1,5070	,4523	,2216	-
MARKA (3)*ORTAM (2)	2,3492	,4805	10,4776	-
MARKA (2)*ORTAM (3)	-5,3393	,0013	,0048	1,837E-04 - ,1254
MARKA (3)*ORTAM (3)	-5,2655	,0335	,0052	4,030E-05 - ,6624

Sırtta taş kesliği sebebi için TİP değişkeni ve MARKA*ORTAM etkileşim terimi önemli risk faktörleri olarak modelde yer almaktadır. Önemli bulunan TİP(6)’nın (X KD1A), TİP(1)’e (VMTS) göre %4 daha az riskli olduğu ifade edilebilmektedir. MARKA*ORTAM etkileşim teriminin önemli bulunan MARKA(2)*ORTAM(3) düzeyi için Dekapaj + Kömür ortamında kullanılan B marka lastiklerin, Dekapaj ortamında kullanılan A marka lastiklere göre daha az riskli olduğu, önemli bulunan MARKA(3)*ORTAM(3) için ise Dekapaj + Kömür ortamında kullanılan C marka lastiklerin Dekapaj ortamında kullanılan A marka lastiklere göre daha az riskli olduğu yorumu yapılabilmektedir.

Sırt atması sebebi için Cox regresyon modeli sonuçları Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8. Sırt Atması Sebebi İçin Adımsal Cox Regresyon Modeli

Değişken	β	p	Exp(β)	Altsınır-Üst sınır
POZİSYON SAYISI*TİP				
POZİSYON SAYISI (2)*TİP (2)	-,8730	,6607	,4177	-
POZİSYON SAYISI (3)*TİP (2)	3,8128	,7576	45,2782	-
POZİSYON SAYISI (4)*TİP (2)	,9596	,9428	2,6107	-
POZİSYON SAYISI (2)*TİP (3)	-2,9773	,0679	,0509	-
POZİSYON SAYISI (3)*TİP (3)	-1,0757	,9334	,3411	-
POZİSYON SAYISI (4)*TİP (3)	-1,3103	,8867	,2698	-
POZİSYON SAYISI (2)*TİP (4)	-6,6243	,0014	,0013	2,258E-05 - ,0781
POZİSYON SAYISI (3)*TİP (4)	3,9286	,7490	50,8365	-
POZİSYON SAYISI (4)*TİP (4)	-6,8218	,7324	,0011	-
POZİSYON SAYISI (2)*TİP (5)	9,1264	,7610	9194,8011	-
POZİSYON SAYISI (3)*TİP (5)	6,6856	,8586	800,8001	-
POZİSYON SAYISI (4)*TİP (5)	13,6061	,6853	811043,47	-
POZİSYON SAYISI (2)*TİP (6)	-2,8624	,6187	,0571	-
POZİSYON SAYISI (3)*TİP (6)	2,3239	,8654	10,2151	-
POZİSYON SAYISI (4)*TİP (6)	6,4652	,4871	642,3761	-
POZİSYON SAYISI (2)*TİP (7)	-16,0628	,5914	1,057E-07	-

Tablo 8 incelendiğinde, POZİSYON SAYISI(2)*TİP(4) düzeyleri sırt atması sebebi için önemli risk faktörü olmaktadır. Buradan, iki kez pozisyon değiştiren BIAS tipi lastiklerin bir tek pozisyonda kullanılan VMTS tipi lastiklere göre daha az riskli olduğu söylenebilmektedir.

Diğer sebepler için Cox regresyon modeli sonuçları Tablo 9’da verilmiştir.

Tablo 9. Diğer Sebepler İçin Adımsal Cox Regresyon Modeli

Değişken	β	p	Exp(β)	Altsınır-Üst sınır
ORTAM				
ORTAM (2)	1,1781	,0039	3,2481	1,4591 - 7,2306
ORTAM (3)	1,1181	,1444	3,0589	-

Tüm değişkenler ve etkileşimler çözümlenmeye alındığında, en küçük p-değerine sahip olan ORTAM değişkeni model için anlamlı bulunan değişken olmuştur. Bu değişkenin anlamlı bulunan düzeyi olan ORTAM(2) (Kömür), ORTAM(1)’e (Dekapaj) göre 3.2 kat daha fazla risk taşımaktadır.

4. SONUÇ

Bu çalışmada, yarışan riskler çözümlenmesi tanıtıldıktan sonra, birden fazla başarısızlık sebebi olduğunda, lastik başarısızlığını etkileyen faktörleri belirlemek için Cox regresyon çözümlenmesi yapılmıştır. Bu çözümlenme ile değişik sebeplerde başarısızlığı etkileyen önemli açıklayıcı değişkenler belirlenebilmekte, açıklayıcı değişkenlerin düzeyleri karşılaştırılabilmekte ve başarısızlık riskinin hangi düzeyde daha fazla olduğu yorumu yapılabilmektedir.

Lastik başarısızlığı üzerinde etkili olan değişkenleri belirlemek için yapılan tek değişkenli Cox regresyon çözümlenmesi sonucunda, yanakta taş kesigi sebebi için marka, onarım, ortam ve tip, sırtta taş kesigi sebebi için marka ve tip, sırt atması sebebi için marka, ortam ve tip, diğer sebepler için ise ortam ve tip değişkenleri önemli bulunmuştur. Bu sonuçlar Tablo 10’da özet biçimde verilmiştir.

Tablo 10. Tek Değişkenli Cox Regresyon Modeli Sonuçları

Sebepler	Değişken	p
Yanakta Taş Kesigi	MARKA	,0000
	ONARIM	,0044
	ORTAM	,0047
	TİP	,0000
Sırtta Taş Kesigi	MARKA	,0208
	TİP	,0005
Sırt Atması	MARKA	,0000
	ORTAM	,0490
	TİP	,0000
Diğer	ORTAM	,0111
	TİP	,0114

Başarısızlık sebepleri üzerinde etkili olan değişkenleri belirlerken marka, onarım, ortam, pozisyon sayısı, tip ve tüm ikili etkileşim terimlerinin olduğu model düşünülerek adimsal Cox regresyon çözümlemesi yapıldığında, yanakta taş kesigi sebebi için onarım ile tip etkileşimi ve pozisyon sayısı ile tip etkileşimi, sırtta taş kesigi sebebi için tip değişkeni ve marka ile ortam etkileşimi, sırt atması sebebi için pozisyon sayısı ile tip etkileşimi, diğer sebepler için ise sadece ortam değişkeni başarısızlığı etkileyen faktörler olarak bulunmuştur. Bu sonuçlar Tablo 11'de özet olarak verilmiştir.

Tablo 11. Adimsal Cox Regresyon Modeli Sonuçları

Sebeup	Değişken	p
Yanakta Taş Kesigi	ONARIM*TİP (2)	,0019
	ONARIM*TİP (3)	,0398
	POZİSYON SAYISI (2)*TİP (2)	,0001
	POZİSYON SAYISI (3)*TİP (2)	,0010
Sırtta Taş Kesigi	TİP (6)	,0368
	MARKA*ORTAM	,0107
Sırt Atması	POZİSYON SAYISI (2)*TİP (4)	,0014
Diğer	ORTAM (2)	,0039

KAYNAKLAR

- CHAPMAN, J.W., FISH, E.B. and LINK, M.A. (1999), *Competing Risks Analyses for Recurrence from Primary Breast Cancer*, British Journal of Cancer, 79, (9/10), 1508-1513.
- CHENG, S. C., FINE, J.P. and WEI L.J. (1998), *Prediction of Cumulative Incidence Function under the Proportional Hazards Model*, Biometrics, 54, 219-228.
- COX, D.R. (1972), *Regression Models and Life Tables*, Journal of Royal Statistical Society, Series B, 34, 187-202.
- COX, D.R. and OAKES, D. (1984), *Analysis of Survival Data*, Chapman and Hall.
- FINE, J.P. and GRAY, R.J. (1999), *A Proportional Hazards Model for the Subdistribution of a Competing Risk*, JASA, 94, 446, 496-509.
- FUSARO, R.E., BACCHETTI, P. and JEWELL, N.P. (1996), *A Competing Risks Analysis of Presenting AIDS Diagnoses Trends*, Biometrics, 52, 211-225.
- GOETGHEBEUR, E. and RYAN L. (1995), *Analysis of Competing Risks Survival Data when some Failure Types are Missing*, Biometrika, 82, 4, 821-833.
- GREEN, S.B. and BYAR, D.P. (1980), *The Choice of Treatment for Cancer Patients Based on Covariate Information: Application to Prostate Cancer*, Bulletin Cancer, 67, 477-488.

- JOHNSON, R.E. and JOHNSON, N.L. (1980), *Survival Models and Data Analysis*, John Wiley and Sons.
- KALBFLEISCH, J. D. and PRENTICE, R.L. (1980), *The Statistical Analysis of Failure Time Data*, John Wiley and Sons.
- KAY, R. (1986), *Treatment Effects in Competing-Risks Analysis of Prostate Cancer Data*, *Biometrics*, 42, 203-211.
- KRONGRAD, A., LAI, H. and LAI, S. (1997), *Competing Risks of Mortality in Prostate Cancer*, *Journal of Urology*, 158, 865-868.
- KUK, A.Y.C. (1992), *A Semiparametric Mixture Model for the Analysis of Competing Risks Data*, *Austral. J. Statist.*, 34, 2, 169-180.
- KUNDU, D. and BASU, S. (2000), *Analysis of Incomplete Data in Presence of Competing Risks*, *Journal of Statistical Planning and Inference*, 87, 221-239.
- LAWLESS, J.F. (1982), *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*, John Wiley and Sons.
- LUNN, M. and MCNEIL, D. (1995), *Applying Cox Regression to Competing Risks*, *Biometrics*, 51, 524-532.
- MANN, N.R., SCHAFER, R.E. and SINGPURWALLA, N.D. (1974), *Methods for Statistical Analysis of Reliability and Life Data*, John Wiley and Sons.
- MARUBINI, E. and VOLSECCHI, M.G. (1994), *Analysing Survival Data from Clinical Trials and Observational Studies*, John Wiley and Sons.
- PRENTICE, R.L. and KALBFLEISCH, J. D. (1978), *The Analysis of Failure Times in the Presence of Competing Risks*, *Biometrics*, 34, 541-554.
- WOHLFAHRT, J., ANDERSEN, P.K. and MELBYE, M. (1999), *Multivariate Competing Risks*, *Statistics in Medicine*, 18, 1023-1030.

Competing Risks in the Survival Analysis and an Application

ABSTRACT

In this study, survival analysis is investigated when there are more than one distinct cause of death. The concept of competing risks, cause-specific hazard function and other related functions such as survival function is explained. In the presence of competing risks, the Cox regression model is examined. An application is carried out by using the tire data of big trucks.

Key words: Competing Risks, Cox Regression, Survival Analysis