Buca Eğitim Fakültesi Dergisi, 2023, sayı 57, ss. 1887-1905

The Journal of Buca Faculty of Education, 2023, issue 57, pp. 1887-1905

Araştırma Makalesi

Research Article

İlkokul Öğrencilerinin Sayıların Parça-Bütün İlişkisine Yönelik Toplama İşlemlerindeki Performanslarının ve Stratejilerinin İncelenmesi

An Analysis of the Elementary Grade Students' Performance and Strategies in Addition Operations Regarding the Part-Whole Relationship of Numbers

Mesture Kayhan Altay [1]

[1]*Sorumlu Yazar, Dr. Öğretim Üyesi, Hacettepe Üniversitesi, mkayhanaltay@gmail.com, (https://orcid.org/0000-0002-1917-2430)*

Geliş Tarihi: *21.05.2023* ***Kabul Tarihi:*** *23.09.2023*

ÖZ

Bu araştırmanın amacı, ilkokul öğrencilerinin sayıların parça-bütün ilişkisine yönelik toplama işlemlerindeki performanslarını ve stratejilerini incelemektir. Bu amaçla ilkokul 2, 3 ve 4. sınıf öğrencilerinin toplama işlemlerinde sergiledikleri performanslar ve kullandıkları stratejiler sınıf düzeyine göre incelenmiştir. Nicel ve nitel araştırma yöntemlerinin bir arada kullanıldığı karma araştırma yöntemi ile yürütülen bu araştırmanın katılımcılarını 378 ilkokul öğrencisi oluşturmaktadır. Veriler, parça-bütün ilişkisindeki *sonuç bilinmeyen, değişim ve telafi* yapıları dikkate alınarak araştırmacı tarafından geliştirilen "Toplama İşlemi Testi" aracılığıyla toplanmıştır. Araştırmanın nicel verilerinin analizinde öğrencilerin toplama işlemlerindeki performanslarının sınıf düzeyine göre değişimi tek yönlü varyans analizi ile test edilmiştir. Araştırmanın nitel kısmında ise ilkokul öğrencilerinin toplama işlemlerinde kullandıkları stratejiler içerik analizinden yararlanılarak analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda ilkokul öğrencilerinin toplama işlemlerindeki performanslarının yüksek düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Performanslar soru türleri bazında değerlendirildiğinde öğrencilerin en çok sonuç bilinmeyen problem türündeki sorularda performanslarının yüksek olduğu saptanmıştır. Ayrıca telafi sorularında değişim sorularına nazaran daha düşük bir performans sergiledikleri bulunmuştur. Bununla birlikte, öğrencilerin toplama işlemlerindeki performansları ile sınıf düzeyi arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmamıştır. Stratejilere ilişkin araştırma bulgularında ise ilkokul öğrencilerinin üç sınıf düzeyinde de toplama işlemlerinde genellikle geleneksel algoritmaları kullandıkları gözlenmiştir. Üçüncü sınıf düzeyinde diğer sınıf düzeylerine göre parça-bütün stratejilerinin daha fazla kullanılması dikkati çekmektedir.

Anahtar Kelimeler: toplama işlemi, parça-bütün ilişkisi, parçalara ayırma, değişim, telafi, sonuç ve başlangıç bilinmeyen soru türü.

ABSTRACT

The purpose of this research is to examine the performance and strategies of elementary school students in addition operation regarding the part-whole relationship of numbers. For this purpose, the performances of elementary school 2nd, 3rd, and 4th grade students in addition operation and the strategies they used were examined according to the grade level. The participants of this research, which is carried out with the mixed research method, which is a combination of quantitative and qualitative research approaches, consists of 378 students studying in the elementary school. The data were collected through the "Addition Operation

Test" developed by the researcher, considering *the final unknown*, *covariation and compensation* structures in the part-whole relationship. In the quantitative part of the research, the variation of students' performance in addition operations according to grade level was tested with one-way analysis of variance. In the qualitative part of the research, the strategies used by elementary school students were examined by content analysis. As a result of the research, it was determined that the performances of elementary school students in addition operations were at a high level. When the performances of the students in the addition operation were evaluated based on question types, it was determined that their performance was high in problem types with final unknown results. In addition, it was found that they performed lower in compensation questions than in covariation questions. However, no statistically significant difference was found between the students' performance in addition operations and their grade level. In the research findings on strategies, it was observed that elementary school students generally used traditional algorithms in addition operation at all three grade levels. It is noteworthy that part-whole strategies are used more at the third-grade level than at other grade levels.

Keywords: addition operation, part-whole relationship, decomposing, covariation, compensation, final unknown and initial unknown question type.

GİRİŞ

Resnick (1984)'e göre formal eğitimin ilk yıllarında matematik eğitiminde çocukların kazanması gereken becerilerden en önemlisi sayıların "parça-bütün ilişkisi" bağlamında yorumlanmasıdır. Parça-bütün ilişkisi, parçalar ve bütün arasındaki toplamsal ilişkinin anlaşılmasıdır (Putnam vd., 1990). Parça-bütün ilişkisi sayıları diğer sayıların birleşimi olarak yorumlayabilme becerisini içerir. Bu beceri sayıların diğer sayılardan oluştuğunu anlamayı gerektirir. Bir başka ifadeyle, bir sayı veya bir bütün iki veya daha fazla parçalara ayrılabilir ve birbirleriyle birleştirilerek daha büyük sayılar oluşturulabilir (Fischer, 1990; Resnick, 1984, Sophian & Vong, 1995). Örneğin, parça-bütün ilişkisini kurabilen çocuklar 16 sayısını 8 ve 8, 9 ve 7, 10 ve 6, 11 ve 5 olacak şekilde farklı biçimlerde parçalara ayırarak ifade eder (Young-Loveridge, 2001).

Sayıların parça-bütün ilişkisi bağlamında yorumlanabilmesi ileride aritmetik işlemlerinin çözümünde esnek stratejilerin ortaya çıkmasında ön koşul olarak görülmektedir (Putnam vd., 1990). Yapılan çalışmalar, parça-bütün ilişkisine yönelik fırsatlar sunulan çocukların standart eğitim alan çocuklara göre toplama ve çıkarma işlemlerinde etkili hesaplama stratejilerini kullanabildiklerini ortaya koymaktadır (Cheng, 2012; Fischer, 1990; Langhorst vd., 2012; Wolters, 1983). Sayıların parça-bütün ilişkisini anlayan bir çocuk 26 + 24 işlemini yaparken örneğin 20 + 20 = 40, 6 + 4 = 10, 40 + 10 = 50 şeklinde sayıları önce onluklara, sonra birliklere parçalayarak ve tekrar gruplandırma yaparak dönüştürebilir. Bu anlayışa sahip biri çıkarma işleminde de benzer yöntemleri kullanabilir. Örneğin, 72- 8 işlemini öncelikle 72 sayısını 60 ve 12 olacak şekilde parçalara ayırarak, 12 sayısından 8'i çıkarabilir, ardından 60 sayısına 4 ekleyebilir ve sonucu 64 olarak bulabilir. Farklı bir parçalama işlemi yapan bir çocuk ise 8 ve 2'nin 10 olduğunu düşünerek 72 sayısından önce10 çıkarıp 62 elde eder ve sonra 62 sayısına 2 ekler (Steinke, 2008). Örneklerde görüldüğü üzere sayıları farklı biçimlerde parçalara ayırarak ve ardından yeniden gruplayarak yapılan toplama ve çıkarma işlemlerinin temelinde sayıların parça-bütün ilişkisi yatar (Resnick, 1984; Sun vd., 2019). Araştırmalarda çocukların sağlam bir toplama ve çıkarma işlemi temeli edinmelerine yardımcı olmak için öncelikle sayıları parça-bütün olarak anlamayı destekleyen etkinliklere yer verilmesinin öneminden bahsedilir (Sun vd., 2019).

1.1.Parça-Bütün İlişkisindeki Yapılar: Değişim ve Telafi

Alan yazında parça-bütün ilişkisinin anlaşılmasında gerekli olan iki yapıdan bahsedilir: *değişim* ve *telafi (dengeleme)* (Irwin, 1996; Langhorst vd., 2012; Putnam vd., 1990). Bu iki yapı, parça ve bütün arasındaki dinamik ilişkinin anlaşılması ile ilgilidir. *Değişim* kavramı, parçalardan biri değiştiği zaman bütünün nasıl değiştiğinin yorumlanması şeklinde tanımlanırken, *telafi* kavramı ise parçalardan biri bir miktar azaldığında veya arttığında, aynı miktar diğer parçaya eklendiğinde veya parçadan çıkarıldığında bütünün aynı kalması şeklinde tanımlanır (Irwin,1996; Langhorst vd., 2012). Değişim iki durumu içerir. Birinci durumda parçalardan biri arttığında ve diğer parça sabit kaldığında bütünün eklenen parça kadar artması gerektiğinin anlaşılmasını gerektirir. İkinci durumda ise parçalardan biri azaldığında ve diğer parça sabit kaldığında bütünün çıkarılan parça kadar azalması gerektiğinin anlaşılmasıdır. Öte yandan telafi kavramı daha karmaşık bir anlamayı içerir. Parçalardan biri arttığında ve diğeri aynı miktarda azaldığında bütünün sabit kalması gerektiğinin anlaşılmasıdır. Irwin'e (1996) göre telafide, akılda tutulması gereken iki farklı şema söz konusudur. Bunlar hareket şeması ve denge şemasıdır. Hareket şeması bir parçadan diğer parçaya aynı alt kümenin hareketini içerir. Denge şemasında ise bir parçaya bir miktar eklendiğinde ve diğer parçadan aynı miktar çıkarıldığında sonucun değişmeyeceğinin anlaşılmasını gerektirir. Bu yapılar sayıların parça-bütün ilişkisinin anlaşılmasına ve daha etkili stratejilerin ortaya çıkmasına yardımcı olur (Irwin,1996; Langhorst vd., 2012).

Değişim ve telafi yapılarını örnek bir durum üzerinden açıklayalım. Örneğin, 49 + 23 işlemini 50 + 22 işlemine dönüştürmenin yani 49 sayısını bir artırıp, 23 sayısını 1 azaltmanın işlemin sonucunu değiştirmeyeceğini fark etmek telafi kavramının anlaşılmasını içerir. 49 + 23 işleminin sonucunun 72 ise 50 + 23 = ? sorusunda parçalardan biri değiştiği için işlemin sonucunun da 1 artması gerektiğinin anlaşılması değişim kavramı içinde ele alınan bir yapıdır. Bu yapılar sembolik olarak şu şekilde ifade edilebilir (Irwin, 1996, s.27-28):

Telafi kavramı için

$$P_1 + P_2 = W \; ise \; (P_1 + x) + (P_2 - x) = W \quad \text{(denge)}$$

$$(P_1 + m) + (P_2 - n) = W \; ise \; m = n'dir. \text{ (hareket)}$$

Değişim kavramı için

$$P_1 + P_2 = W \; ise \; (P_1 + x) + P_2 = W + x$$

$$P_1 + P_2 = W \; ise \; (P_1 - x) + P_2 = W - x$$

1.2.Aritmetik İşlemlerin Çözümlerinde Kullanılan Stratejiler ve Parça-Bütün İlişkisi

Alan yazında okul öncesi ve ilkokul öğrencileri tarafından toplama ve çıkarma işlemlerinde kullanılan stratejiler belirli başlıklar altında toplanmıştır. Bu stratejiler; sayma stratejileri, geri çağırma/hatırlama stratejileri (retrieval-based), parçalara ayırma (decomposition), icat edilmiş stratejiler (invented strategies) ve geleneksel algoritmadır (Canobi, 2004; Carpenter vd., 1998; Fuson vd., 1997; Hopkins vd., 2022; Laski vd., 2014; Marcruz vd., 2022; Putnam vd., 1990; Selter, 2001; Torbeyns vd., 2017).

Marcruz ve diğerlerine (2022) göre sayma stratejileri; hepsini sayma ve üzerine sayma olmak üzere iki stratejiyi içerir. Hepsini sayma stratejisinde çocuk 5 + 7 işleminde birinci toplanandan başlayarak ikinci toplanana geçer ve şu şekilde sayar: 1, 2, 3, 4, 5 ve 6, 7, 8, 9, 10,11, 12. Üzerine sayma stratejisinde ise çocuk 4 + 3 işleminde 4'ü aklında tutar ve sayma işlemine 5'den başlayarak 7'e kadar sayar. Bir hatırlama stratejisi olan geri çağırma stratejisi sayma veya zihinden hesaplama yapmadan akıldan hatırlama olarak tanımlanır. Geri çağırma stratejisi genellikle 2 + 3 gibi küçük sayıların toplamları bulunurken kullanılır. Bu stratejide çocuklar toplama işlemi yapmadan hızlıca cevabı hatırlar (Cheng, 2012). Sayma ve geri çağırma stratejilerinin kullanımı karmaşık aritmetik işlemlerin çözümünde zahmetli olabilir ve küçük sayılar için (tek basamaklı sayılar) kullanışlı stratejilerdir (Laski vd., 2014; Marcruz vd., 2022). Bu nedenle bu araştırmanın odak noktası değildir.

Öte yandan sayma stratejisine göre daha gelişmiş bir strateji olarak tanımlanan on tabanlı parçalara ayırma stratejisi karmaşık aritmetik işlemlerin çözümünde kullanışlı bir stratejidir

(Cheng, 2012; Marcruz vd., 2022). Bu stratejide çocuklar hesaplamayı sadeleştirmek için toplananları küçük parçalara ayırıp yeniden gruplandırır (Marcruz vd., 2022). Bu stratejiye 28 + 16 işlemi için 20 + 10 = 30, 8 + 6 = 14, 30 + 14 = 44 şeklinde yapılan parçalama işlemi örnek olarak verilebilir. Bu stratejinin kullanımı sayıların parça-bütün ilişkisini anlamayı gerektirir (Putnam vd., 1990).

Yukarıda bahsedilen parçalama stratejisine benzer bir şekilde temelinde parça-bütün ilişkisini anlamayı gerektiren stratejilerden biri de Carpenter ve diğerleri (1998) ve Fuson ve diğerleri (1997) tarafından icat edilmiş stratejiler olarak isimlendirilir. Bu strateji, öğretmen tarafından doğrudan bir öğretime maruz kalmadan çocukların kendilerinin zamanla geliştirdikleri bir strateji olarak düşünülür. Toplama işlemi için parçalara ayırma işlemi biraz daha detaylandırılarak üç farklı parçalama şekli tanımlanır. Bu parçalama örnekleri 29 + 14 işlemi üzerinden şu şekilde açıklanmaktadır:

Ardışıklık: *"20 ile 10'un toplamı 30'dur. 9'u eklersem 39 olur. Sonra 4 fazlası 43 olur."*

Birimleri ayrı olarak birleştirme: *"20 ile 10'un toplamı 30'dur. 9 ile 4'ün toplamı 13'dür. 13'ün 10'nunu 30'a eklersek 40 olur. Sonra 3'ü de eklersek 43 olur."*

Dengeleme/Telafi: *"Bu işlem 30 ile 13'ün toplamıdır. Sonuç 43 olur."*

Yukarıda yapılan üç parçalama işleminde de görüldüğü üzere toplamada ileri düzey stratejilerin kullanılabilmesi için parça-bütün kavramının anlaşılması gerekir. Bu araştırmada toplama işleminde kullanılan yukarıdaki üç farklı parçalama süreci bir arada ele alınmış ve parça-bütün stratejisi olarak tanımlanmıştır.

Son strateji ise geleneksel algoritma stratejisi olarak tanımlanmaktadır. Carpenter ve diğerlerine (1998) göre bu strateji ile icat edilmiş stratejiler arasında belirgin farklılıklar vardır. Geleneksel algoritmalar yüz yıllar boyunca etkili ve doğru bir hesaplama olarak ele alınmasına rağmen kavramsal temelden oldukça uzaktır. Bu algoritmada sayılar basamaklarına göre alt alta yazılır ancak toplama işlemindeki aynı birimlerin (birler, onlar, yüzler gibi) birbirine eklenmesi gerçeğinden bahsedilmez. Sadece alt alta olan sayılar birbirine eklenir. Öte yandan icat edilmiş stratejilerin birçoğunda birleştirilen birimler isimlendirilir. Örneğin, 29 + 14 toplama işleminde geleneksel algoritmada 2 ile 1 toplanırken icat edilmiş stratejilerde 20 ile 10 veya 2 onluk ile 1 onluk toplanır.

Sayıların daha ileri ve kavramsal düzeyde anlaşılması için vurgunun saymadan sayılar arasındaki parça-bütün ilişkisine kayması gerekliliğini vurgulayan birçok çalışma vardır. Yapılan çalışmalar, aritmetik işlemlerde ileri düzey ve esnek stratejilerin ortaya çıkmasında parça-bütün ilişkisinin önemini ortaya koymaktadır.

1.3.Araştırmanın Amacı

Esnek stratejilerin kullanılabilmesi için parça-bütün ilişkisinde önemli olan yapıların gelişmiş olması gerekir. Çocuklardan beklenen, sınıf düzeyi arttıkça ve on tabanlı sayı yapısı bilgisi arttıkça sayma stratejilerinden uzaklaşarak esnek stratejileri kullanabilmeleridir (Canobi vd., 2003; Canobi, 2004; Laski vd., 2014). Ancak özellikle matematikte düşük başarı gösteren çocukların yaşları ilerlemesine rağmen sayma stratejilerinden uzaklaşamadıklarını belirten çalışmalar mevcuttur. Örneğin, temel hesaplama akıcılığının sınıf düzeyine göre gelişiminin incelendiği bir araştırmada Cowan ve diğerleri (2011) hem ikinci ve hem de üçüncü sınıf öğrencilerinin ileri düzey stratejileri kullanamadıklarını saptamışlardır. Hatta ortaokul matematik öğretmen adayları üzerinde yapılan araştırmalarda da benzer bulgulara rastlanmaktadır (Cheng, 2012).

Toplama işlemini mekanik bir şekilde geleneksel algoritmayı kullanarak yapmak ile kavramsal olarak anlamak arasındaki farkın anlaşılması için öğrencilerin stratejilerinin incelenmesi gerekir. Öğrencilerin sayılar ve sayılarla işlemler arasındaki ilişkiyi ne ölçüde anlamlandırabildiklerini bilmek, matematik eğitimcileri olarak bizlere yapılması gerekenleri, alınması gereken tedbirleri belirlemek konusunda yol gösterici olacaktır. Ayrıca ilkokul boyunca parça-bütün ilişkilerini toplama işlemlerinde nasıl kurduklarını ve anlamlandırdıklarını incelemek öğrencilerin aritmetik becerilerinin gelişimine katkıda bulunabilmek için önemlidir. Bu nedenle araştırmanın sonuçları öğretmenlere daha gelişmiş ve esnek stratejilerin kullanımını destekleyecek şekilde öğretimlerini planlama konusunda fikir verecektir.

Bu araştırmanın amacı ilkokul 2, 3 ve 4. sınıf öğrencilerinin (7-9 yaş aralığındaki çocukların) sayıların parça-bütün ilişkisine yönelik toplama işlemlerindeki performanslarını ve stratejilerini sınıf düzeyi açısından incelemektir. Bu çalışmada çocukların performansları Toplama İşlemi Testine verdikleri doğru ve yanlış yanıtları kapsamaktadır. Bu performans ve stratejiler parça-bütün ilişkisindeki temel yapılar (sonuç bilinmeyen, değişim, telafi) dikkate alınarak incelenecektir. Bu amaç doğrultusunda belirlenen araştırmanın problemleri şu şekildedir:

1. İlkokul öğrencilerinin parça-bütün ilişkisine yönelik toplama işlemlerindeki performansları sınıf düzeyine göre anlamlı bir farklılık göstermekte midir?
2. İlkokul öğrencilerinin parça-bütün ilişkisine yönelik toplama işlemlerinde kullandıkları stratejiler soru türüne ve sınıf düzeyine göre nasıl değişiklik göstermektedir?

YÖNTEM

Bu araştırmada karma araştırma desen türlerinden eş zamanlı iç içe geçmiş desen kullanılması uygun görülmüştür (Baki & Gökçek, 2012). Creswell'e (2021) göre karma yöntem hem nicel hem de nitel verilerin kullanıldığı ve bu verilerin birbiriyle bütünleştirilerek sonuçların çıkarıldığı sosyal ve davranış alanında kullanılan bir araştırma yaklaşımıdır. İç içe geçmiş desende nitel ve nicel veriler aynı anda toplanabilmektedir. Bu desende araştırmacı nitel ve nicel verileri ayrı ayrı analiz eder ve ardından sonuçları ilişkilendirir. Bu araştırmada ilkokul öğrencilerinin sayıların parça-bütün ilişkisini kurmaları gereken toplama işlemlerindeki performanslarının ve stratejilerinin belirlenmesi hem nitel hem de nicel verilerin toplanmasını gerekli kılmaktadır. Bu iki veri kaynağından elde edilen sonuçlar birbirleriyle ilişkilendirilerek çıkarımlarda bulunulmuş ve bu çıkarımlar tartışma kısmında ele alınmıştır.

2.1.Çalışma Grubu

Araştırma, 2021-2022 eğitim öğretim yılında Ankara ilinin seçkisiz olarak belirlenen iki farklı ilçesinde bulunan ve her bir ilçeden birer okul olmak üzere yine seçkisiz olarak belirlenen iki devlet okulunda öğrenim görmekte olan 378 ilkokul 2, 3 ve 4. sınıf öğrencileri üzerinde yürütülmüştür.

Karma araştırmalarda aynı sayıdaki katılımcıdan nicel ve nitel veri toplanabilir (Creswell, 2021). Bu araştırmanın nicel kısmında öğrencilerin Toplama İşlemi Testindeki performanslarının sınıf düzeylerine göre değişimi incelenecek, nitel kısımda ise bu testte kullanılan stratejiler derinlemesine incelenecektir.

Öğrencilerin sınıf düzeyine ve cinsiyete göre dağılımı Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1

Sınıf Düzeyi ve Cinsiyete Göre Öğrencilerin Dağılımı

	Sınıf Düzeyi f			Toplam f (%)
Cinsiyet	2.Sınıf	3.Sınıf	4.Sınıf	
Kız	61	61	54	176 (%46,6)

Erkek	48	90	64	202 (%53,4)
Toplam f (%)	109 (%28,8)	151 (%39,9)	118 (%31,2)	378 (%100)

Tablo 1'de görüldüğü üzere örneklemde yer alan öğrencilerin %47'sini kız, %53'ünü erkek öğrenciler oluşturmaktadır. Öğrencilerin yaklaşık olarak %29'u ikinci sınıf, %40'ı üçüncü sınıf ve %31'i ise dördüncü sınıfta öğrenim görmektedir. Bu öğrencilerin yaşları 7-9 arasında değişmektedir. Öğrencilerin dağılımının sınıf düzeyi ve cinsiyete göre birbirlerine yakın olduğu söylenebilir.

2.2.Ölçme Aracı

Toplama İşlemi Testi, ilkokul öğrencilerinin toplama işlemlerindeki performanslarını ve kullandıkları stratejileri belirlemek amacıyla alanyazındaki çalışmalardan (Canobi, 2004; Hopkins vd., 2022; Irwin, 1996; Langhorst vd., 2012; Young-Loveridge, 2001) yararlanılarak araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Testin geliştirilme sürecinde öncelikle Langhorst ve diğerleri (2012) tarafından parça-bütün ilişkisi ile ilgili belirlenen bileşenler dikkate alınmıştır. Giriş kısmında bahsedildiği üzere bu bileşenler; sonuç bilinmeyen (Soru 1 ve Soru 2), değişim (Soru 3, Soru 6 ve Soru 7) ve telafi (Soru 4, Soru 5 ve Soru 8) bileşenleridir. Testin geliştirilme sürecinin ikinci aşamasında Türkiye'de Millî Eğitim Bakanlığı öğretim programındaki toplama işlemi ile ilgili kazanımların sınıf düzeylerine göre dağılımı incelenmiştir. Ölçme aracındaki soruların kazanımlar ve parça-bütün bileşenleri dikkate alındığında toplamları 100'e kadar olan doğal sayılarla eldesiz ve eldeli toplama işlemi ile sınırlı kalınmasına karar verilmiştir. Ayrıca eşitlik kavramının sadece işlem sonucu anlamını taşımadığı, eşitliğin iki tarafındaki matematiksel ifadelerin denge durumunu göstermesi ile ilgili kazanım ikinci sınıf düzeyinde yer almaktadır. Tüm bu kazanım ve bileşenler dikkate alındığında oluşturulan ölçme aracı toplam 8 sorudan oluşmaktadır. Ölçme aracındaki soruların parça-bütün bileşenlerine göre dağılımları Tablo 2'de sunulmuştur. Tablo 2'de görüldüğü üzere, ilk iki soru öğrencilerin iki basamaklı eldeli toplama işleminde kullandıkları stratejileri açığa çıkarmak amacıyla hazırlanmıştır. Bu nedenle iki soruda da öğrencilerden toplama işlemlerini farklı stratejileri ortaya çıkarmak adına iki farklı yolla çözmeleri istenmiştir. 3, 6 ve 7. sorularda öğrencilerin toplama işlemlerinde değişim kavramı, 4, 5 ve 8. sorularda ise toplama işleminde telafi kavramları sorgulanmıştır.

Tablo 2

Ölçme Aracındaki Soruların Parça-bütün İlişkisi Bileşenlerine ve Soru Türlerine Göre Dağılımı

Parça –Bütün İlişkisindeki Yapılar	**Testteki Sorular**
Sonuç Bilinmeyen	Soru 1: Aşağıdaki toplama işlemini <u>iki farklı yoldan</u> çözünüz. 29 + 25= …..
	Soru 2: Aşağıdaki toplama işlemini <u>iki farklı yoldan</u> çözünüz. 32 + 58 = ….
Değişim	Soru 3: 25 + 43 = 68 ise aşağıdaki işlemlerden hangilerinin sonucu 68 sayısından <u>küçüktür</u>? Yuvarlak içine alınız. 25 + 44 25 + 42 26 + 42 27 + 43 24 + 43
	Soru 6: Aşağıdaki toplama işleminin cevabını noktalı yere yazınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. 77 + 15 = 92 ise 67 + 5 = ...

	Soru 7: 59+32 = 91 ise aşağıdaki toplama işleminde noktalı yere gelmesi gereken sayıyı bulunuz. Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız. …. + 32 = 71
Telafi	Soru 4: Noktalı yere gelmesi gereken sayıyı bulunuz. Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız. 45 + 22 = 46 + ….
	Soru 5: 60 + 21 = 81 ise 57 + 24 = …. işleminin sonucunu noktalı yere yazınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.
	Soru 8: Aşağıdaki toplama işleminde eşitliğin sağlanması için noktalı yerlere gelebilecek sayıları yerleştirin. Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız. 35 + …. = 45 + ….

Toplama İşlemi Testinin geçerliğinin sağlanmasında uzman görüşlerinden yararlanılmıştır. Matematik eğitimi üzerine çalışan iki öğretim üyesi ve bir ilkokul öğretmeni testte yer alan soruları, ilkokul öğrencileri için uygunluğu, bileşenleri yansıtması derecesi ve dil açısından değerlendirmiştir. Uzman görüşlerinden sonra bazı sorularda sınıf seviyesine uygunluk açısından toplama işleminin sonuçları üç basamaklı olmayacak şekilde değişikliğe gidilmiştir. Ayrıca uzman görüşleri doğrultusunda ilk iki sorunun öğrenciler tarafından iki farklı yolla çözülmesine karar verilmiştir. Testin Cronbach alpha değeri 0,68 olarak bulunmuştur. Bu değer 0,60'tan büyük bir değer olduğu için ölçeğin güvenirliğinin sağlandığı görülmektedir.

2.3.Veri Toplama Süreci

Araştırma verileri 2021-2022 öğretim yılı bahar döneminde Nisan-Mayıs ayları arasında sınıf öğretmeni ve araştırmacı tarafından toplanmıştır. Araştırma öncesinde Hacettepe Üniversitesi'ne etik kurul onayı için başvurulmuş ve araştırma 10.01.2022 tarihli ve E-76942594-600-00001963730 sayılı etik kurul izin belgesi ile onaylanmıştır. Ölçme aracının uygulanmasından önce okul idaresi aracılığıyla velilere veli onam formu dağıtılmış ve velilerden gerekli onaylar alınmıştır. Araştırmacı bir okulun tüm sınıf düzeylerinde sınıf öğretmeniyle birlikte verileri toplamıştır. Diğer ilçedeki devlet okulunun okul idaresi tarafından verilerin sınıf öğretmenleri tarafından toplanması uygun bulunmuştur. Araştırmacı uygulama sırasında bir aksaklık yaşanmaması için öğretmenlere araştırma hakkında açıklayıcı bir mektup iletmiştir. Bu mektupta araştırmanın amacı, testin uygulanması sırasında dikkat edilmesi gereken noktalar belirtilmiştir. Çocukların stratejilerini açıklamalarının önemli olduğu hatırlatılarak öğretmenlerden uygulama sırasında öğrenci kâğıtlarını kontrol etmeleri ve cevaba yönlendirecek bir açıklama yapmadan cevaplarını açıklamaları konusunda gerekli uyarıları yapmaları sağlanmıştır. Uygulama tüm sınıf düzeyleri için bir ders saati sürmüştür.

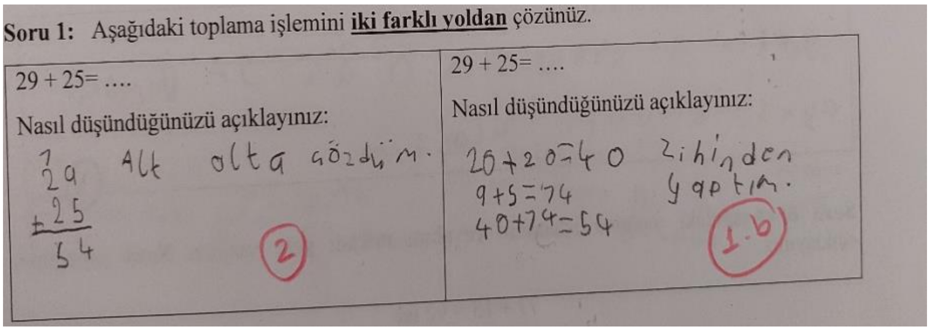
2.4.Verilerin Analizi

Ölçme aracına verilen cevaplar araştırma sorularına paralel bir şekilde iki aşamada kodlanmıştır. Nicel verilerin analizinde toplama işlemindeki performanslar (doğru ve yanlış cevaplar) dikkate alınarak bir puanlama yapılmıştır. Bu puanlamaya göre öğrencilerin performanslarının değerlendirilmesinde her bir doğru yanıt için 1 puan, yanlış veya yanıtlanmayan cevaplar için 0 puan verilmiştir. Üçüncü sorunun çözümü iki doğru yanıt içerdiğinden 2 puan üzerinden değerlendirilmiştir. Bu sorunun çözümünde tek seçeneği bulanlar için 1 puan, her iki doğru cevabı bulanlar ise 2 puan üzerinden değerlendirilmiştir. Bu puanlamaya göre testten alınabilecek en yüksek puan 9'dur. Alınan puanlar belirlendikten sonra toplama işlemindeki performanslarda sınıf düzeyine göre bir fark olup olmadığını test etmek üzere tek yönlü varyans analizinde (One-Way Anova) SPSS 23.0 paket programı kullanılmıştır. Bu analizler için ilk olarak verilerin normal dağılım gösterip göstermediği ve bağımlı değişkene ait varyansların homojenlik varsayımı test edilmiştir.

Nitel verilerin analizinde ise ikinci araştırma problemine paralel bir şekilde toplama işleminde öğrenciler tarafından kullanılan stratejiler alanyazında tanımlanan stratejilerden (Björklund vd., 2021; Carpenter vd., 1998; Marcruz vd., 2022) yararlanılarak belirlenmiştir. Kullanılan stratejiler içerik analizi ile çözümlenmiştir. Öğrencilerin her bir soru için çözümleri incelendikten sonra bir strateji tablosu oluşturulmuştur. Bu stratejiler giriş bölümünde tanımlanan stratejilerden yola çıkılarak benzerliklerine göre sınıflandırılarak dört başlık altında toplanmıştır. Bu stratejiler geleneksel algoritma, parça-bütün stratejisi, yanlış cevaplar ve açıklama yok stratejileridir. Giriş kısmında bahsedildiği üzere geleneksel algoritma stratejisini kullanan öğrenciler ilk iki soruda toplananları alt alta gelecek şekilde yazarak toplama işlemlerine birler basamağından başlamaktadırlar. Değişim ve telafi sorularında verilen toplama işlemindeki sayılar arasındaki ilişkiyi fark etmeyip, geleneksel bir şekilde toplama işlemini basamaklar alt alta gelecek şekilde yapmaktadırlar. Öte yandan parça-bütün stratejisini kullanan öğrenciler toplananları farklı biçimlerde parçalara ayırarak veya sayılar arasındaki ilişkileri fark edip cevabı bulmaktadırlar. Örneğin 29 + 25 işlemini 25 + 25 = 50, 50 + 4 = 54 şeklinde yapan bir öğrenci ile 20 + 20 = 40, 9 + 5 = 14, 40 + 14 = 54 şeklinde farklı bir parçalama işlemi yapan öğrencinin kullandığı strateji parça-bütün stratejisi adı altında toplanmıştır. Bazı öğrenciler sayıları onluk ve birliklere ayırarak toplama işlemi yapmış bazı öğrenciler ise toplananları kendi içerisinde parçalayarak bir toplanandan çıkarılan sayıyı diğer parçaya ekleyerek toplamın değişmeyeceği fikrinden yola çıkarak farklı parçalama işlemleri yapmıştır. Bu araştırmada parçalama işlemi gibi fikirlerin kullanıldığı tüm çözüm yolları parça-bütün stratejisi başlığı altında toplanmıştır. Ölçme aracındaki birinci ve ikinci soru, doğası gereği diğer soru türlerinden farklıdır. Bu sorularda öğrencilerden soruyu iki farklı yoldan cevaplamaları istenmiştir. Buradaki amaç, öğrencilerin geleneksel algoritma dışında başka bir strateji kullanıp kullanmadığını tespit etmektir. Bu iki sorunun kodlanmasında diğer sorulardan farklı olarak iki aşamalı bir kodlama gerçekleştirilmiştir. İlk olarak kullanılan stratejiler iki ayrı sütunda kodlanmış ve ardından ikinci bir kodlamaya geçilmiştir. Bu kodlamaya göre öğrenci her iki yolda da geleneksel algoritmayı kullanmışsa öğrenci stratejisi "geleneksel algoritma" olarak kodlanmıştır. Öğrenci bir çözüm yolu olarak "parça-bütün ilişkisi" stratejisini kullanıp diğer bir yöntem olarak "geleneksel algoritmayı" kullanmışsa öğrenci stratejisi "parça-bütün ilişkisi" stratejisi olarak kodlanmıştır. Bu örnek kodlama Şekil 1'de sunulmuştur.

Şekil 1

İkinci sınıf bir öğrencinin çözüm yolu (Ö16)



Şekil 1'de görüldüğü üzere öğrenci ilk olarak alt alta eldeli bir toplama işlemi yaparak geleneksel algoritmayı kullanmıştır. İkinci bir yol olarak ise her iki sayıyı da önce onlukları daha sonra birliklere parçalayarak toplama işlemini gerçekleştirmiştir. Yapılan kodlamaya göre bu öğrencinin stratejisi "parça-bütün ilişkisi" olarak ele alınmıştır. Ayrıca öğrenciler tarafından yanlış cevaplar ve açıklanamayan cevaplar da ayrı olarak kodlanmıştır. Tüm bu stratejilere örnekler bulgular kısmında ayrıntılı olarak verilmiştir.

BULGULAR

3.1.Birinci Araştırma Problemine Yönelik Bulgular

Araştırmanın birinci problemi ilkokul öğrencilerinin sayıların parça-bütün ilişkisine yönelik toplama işlemlerindeki performanslarının sınıf düzeyine göre değişiklik gösterip göstermediğinin belirlenmesidir. Bunun için öncelikle testten alınan puanlar soru bazında incelenmiş ve bu değerlere ilişkin betimsel istatistikler Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3

İlkokul Öğrencilerinin Toplama İşlemi Testindeki Performansları

Puan	Soru Numarası							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0	27 (% 7,1)	39 (% 10,3)	35 (% 9,3)	276 (% 73)	61 (% 16,1)	55 (% 14,6)	131 (% 34,7)	230 (% 60,8)
1	351 (% 92,9)	339 (% 89,7)	98 (% 25,9)	102 (% 27)	317 (% 83,9)	323 (% 85,4)	247 (% 65,3)	148 (% 39,2)
2	-	-	245 (% 64,8)	-	-	-	-	-

Tablo 3'te görüldüğü üzere öğrencilerin performanslarının en yüksek olduğu sorular, toplama işleminde sonuç bilinmeyen sorularının sorulduğu birinci ve ikinci sorulardır. Bu sorularda çocuklardan iki basamaklı eldeli toplama işlemini iki farklı yoldan yapmaları istenmiştir. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu bu iki soruyu doğru olarak cevaplayabilmiştir. Öğrencilerin performanslarının yüksek olduğu diğer sorular beşinci ve altıncı sorulardır. Bu sorular yapı olarak birbirinden farklı olmasına rağmen (telafi ve değişim sorusu) ilk sorularda olduğu gibi sonuç bilinmeyenin sorulduğu sorulardır. Öğrencilerin yaklaşık olarak %85'i her iki soruyu da doğru olarak çözebilmişlerdir. Performansın en düşük olduğu sorular ise dördüncü ve sekizinci sorulardır. Bu sorular parça-bütün ilişkisindeki telafi yapısını ölçmek için hazırlanan sorulardır. Bu sorular diğer sorulardan farklı olarak eşittir işaretinin yorumlanmasını içermekle birlikte toplananlardan birinin verilmediği soru türlerindendir.

İlkokul öğrencilerinin sınıf düzeylerine göre toplama işlemlerindeki performanslarına ilişkin betimsel istatistikler Tablo 4'te sunulmuştur. Tabloya göre 4. sınıf öğrencilerinin Toplama İşlemi Testindeki puan ortalaması ikinci ve üçüncü sınıf öğrencilerinin puan ortalamasından yüksektir.

Tablo 4

Toplama İşlemi Testinin Puanlarının Sınıf Düzeyine Göre Betimsel İstatistikleri

Sınıf Düzeyi	2.sınıf (N = 109)		3.sınıf (N = 151)		4.sınıf (N = 118)	
	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma
Toplam Puan	6,25	1,93	6,25	1,81	6,70	1,62

Öğrencilerin toplama işlemlerindeki performanslarının sınıf düzeyine göre farklılaşıp farklılaşmadığı tek yönlü ANOVA analiziyle test edilmiştir.

Tablo 5

Toplama İşlemi Testindeki Puanları için Levene Testi Sonuçları

	F	sd1	sd2	p
Toplama İşlemi Testi	1,74	2	375	,177

Öncelikle normal dağılım ve varyansların eşitliği varsayımlarının karşılanıp karşılanmadığı test edilmiştir. Normal dağılım varsayımı çarpıklık (-0,86) ve basıklık (+0,94) katsayıları hesaplanarak test edilmiştir. Bu değerlerin -1 ile +1 aralığında değerler olması verilerin normal dağılım gösterdiğini işaret etmektedir. Yapılan Levene testi sonucunda bağımlı değişkene ait varyansların homojenlik varsayımı, 0,177 olarak bulunan p değeri 0,05'ten büyük olduğu için sağlanmıştır (bkz. Tablo 5).

Tablo 6

Toplama İşlemi Testindeki Puanların Sınıf Düzeyine Göre Tek Yönlü ANOVA Sonuçları

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplararası	17,261	2	8,630	2,683	,070
Gruplariçi	1206,348	375	3,217		
Toplam	1223,608	377			

ANOVA testi sonucunda öğrencilerin Toplama İşlemi Testindeki puan ortalamaları sınıf düzeyi açısından istatistiksel olarak farklılık göstermemektedir, $F(2, 375) = 2{,}68$, $p>.05$. Bu bulgular, yaşın toplama işlemindeki performans üzerinde etkili olmadığını göstermektedir.

3.2.İkinci Araştırma Problemine Yönelik Bulgular

Araştırmanın ikinci alt problemi ilkokul öğrencilerinin farklı türdeki toplama işlemlerinde kullandıkları stratejileri incelemektir. Öğrencilerinin Toplama İşlemi Testinde kullandıkları stratejiler dört başlık altında toplanmıştır. Kullanılan stratejilerin sınıf düzeylerine ve soru türüne göre dağılımı (frekans ve yüzde değerleri) Tablo 7 ve Tablo 8'de sunulmuştur.

Tablo 7

Toplama İşlemi Testinde Kullanılan Stratejilerin Sınıf Düzeylerine Göre Dağılımı

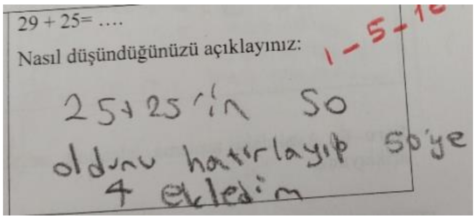
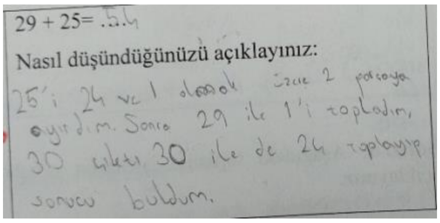
Kullanılan Stratejiler	Sınıf Düzeyi							
	2.sınıf		3.sınıf		4.sınıf		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Parça-bütün ilişkisi	67	7,7	224	18,5	159	16,8	450	14,9
Geleneksel algoritma	541	62	646	53,5	507	53,7	1667	55,1
Yanlış cevaplar	103	11,8	177	14,7	125	13,2	405	13,4
Açıklama yok	161	18,5	161	13,3	153	16,2	475	15,7
Toplam	872	100	1208	100	944	100	3024	100

Tablo 7'de görüldüğü üzere öğrencilerin yarıdan fazlasının (% 55,1) toplama işlemleri için geleneksel algoritmayı kullandıkları söylenebilir. Geleneksel algoritma kullanımının en fazla olduğu sınıf düzeyi ikinci sınıftır. Sınıf düzeyi arttıkça üçüncü ve dördüncü sınıflarda geleneksel algoritma kullanımının azaldığı görülmektedir. Burada dikkati çeken nokta üçüncü sınıf öğrencilerinin parça-bütün ilişkisini en fazla kullanan sınıf düzeyi olmasıdır. Parça-bütün ilişkisinin en az kullanıldığı sınıf düzeyi ise ikinci sınıf düzeyidir. Bu sınıf düzeyinde öğrenciler genellikle geleneksel algoritmayı tercih etmişlerdir.

Toplama işlemlerinde parça-bütün ilişkisini kullanan öğrencilerin toplananları farklı parçalayarak toplama sonucunu buldukları gözlenmiştir. Örneğin, bir üçüncü sınıf öğrencisinin ikinci sorunun (32 + 58 = …) çözümünde ilk olarak toplananları onluklar ve birlikler şeklinde parçalara ayırarak 30 + 50 = 80, 8 + 2 = 10 ve 80 + 10 = 90 şeklinde bir işlem yapması parça-bütün ilişkisini kurabildiğini göstermektedir. Aynı öğrencinin birinci sorunun (29 + 25 = …) çözümünde toplama işlemini 25 + 25 = 50, 50 + 4 = 54 şekline dönüştürerek cevabı bulması sayıları farklı şekillerde parçalara ayırabildiğini göstermektedir (bkz. Şekil 2a). Toplama işlemlerinde farklı bir parçalama işlemi yapan bir 4.sınıf öğrencisinin çözüm kâğıdı ise Şekil 2b'de görülmektedir. Öğrencinin 25 sayısını 24 ve 1 olacak şekilde parçalara ayırarak toplama işlemini 30 + 24 şekline dönüştürebilmesi sayıları farklı şekillerde parçalara ayırabildiğini göstermektedir.

Şekil 2

Üçüncü ve dördüncü sınıf öğrencilerin çözüm yollarına örnek (Ö222 ve Ö241)

Şekil 2a. Üçüncü sınıf öğrenci çözümü	**Şekil 2b.** Dördüncü sınıf öğrenci çözümü
	

Buna karşın geleneksel algoritmayı kullanılan öğrenciler standart bir şekilde toplama işlemine birler basamağından başlayarak ardından onlar basamağına geçip, alt alta toplama işlemini yapmışlardır. İkinci yol olarak alt alta toplama yerine bu sefer yan yana toplama işleminde yine birler basamağından başlayarak rutin algoritmayı kullanma eğilimini sürdürmüşlerdir.

Araştırma bulgularından bir diğeri ise öğrencilerin cevaplarını açıklamada yetersiz kalmalarıdır. İşlemi doğru olarak çözmelerine rağmen öğrencilerin yaklaşık %16'sı yaptıkları işlemleri açıklayamamışlardır. İkinci sınıf öğrencilerinin diğer sınıf düzeylerine göre cevaplarını açıklama konusunda yetersiz kaldıkları Tablo 5'ten görülmektedir.

İlkokul öğrencilerinin Toplama İşlemi Testinde kullandıkları stratejilerin soru türlerine göre dağılımı Tablo 8'de sunulmuştur. Bu tabloya göre en fazla parça-bütün ilişkisinin kurulabildiği soru türü birinci türdeki sonuç bilinmeyen toplama işlemleridir. Öğrencilerin yaklaşık %30'u diğer soru türlerine göre rutin sonuç bilinmeyen toplama işlemlerinde parça-bütün ilişkisini kullanabilmişlerdir.

Tablo 8

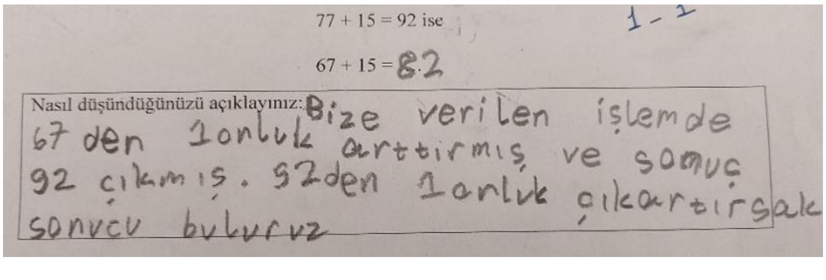
Toplama İşlemi Testinde Kullanılan Stratejilerin Soru Türüne Göre Dağılımı

Kullanılan Stratejiler	Soru Türü					
	Sonuç Bilinmeyen		Değişim		Telafi	
	f	%	f	%	f	%
Parça-bütün ilişkisi	222	29,4	137	12,1	91	8
Geleneksel algoritma	429	56,7	781	68,9	483	43,5
Yanlış cevaplar	7	0,9	18	1,6	381	33,6
Açıklama yok	98	13	198	17,5	179	15,8

Öte yandan, değişim ve telafi sorularında öğrencilerin parça-bütün ilişkisini fark edemeyip, geleneksel algoritmayı kullanma eğiliminde oldukları görülmüştür. Özellikle değişim sorularında geleneksel algoritma kullanımı oldukça fazladır. Öğrencilerin yaklaşık olarak %70'i değişim sorularında geleneksel algoritmayı tercih etmişlerdir. Bu tür sorularda öğrencilerden bir toplama işleminden yararlanarak ikinci bir toplama işlemini yapmaları beklenmektedir. Öğrencilerin bu tür sorularda iki toplama işleminde verilen sayılar arasındaki ilişkileri fark edemeyip, toplama işlemini geleneksel algoritmayı kullanarak yaptıkları gözlenmiştir. Öğrencilerin sadece %12'sinin bu tür sorularda toplama işlemleri arasındaki ilişkileri fark ettikleri söylenebilir. Örneğin bir dördüncü sınıf öğrencisi (Ö349) altıncı sorunun çözümünde "*77, 67'den 10 sayı büyük olduğu için 92'den 10 çıkardım. 82 oldu.*" şeklinde bir açıklama yapmıştır. İkinci sınıf öğrencisinin (Ö8) "*Her ikisinde de ikinci toplanan 15 olduğu için birinci toplananlara bakarım ve zihnimden sonuçların 10 sayı farklı olduğunu buldum.*" şeklinde açıklama yapması sınıf düzeyi olarak değerlendirildiğinde şaşırtıcıdır. Aynı öğrencinin yedinci sorunun çözümünde de benzer bir yaklaşımla "*Zihnimden 59 ile 20'yi çıkararak sonucu buldum*" şeklinde bir açıklama yaptığı saptanmıştır. Başka bir ikinci sınıf öğrencisinin altıncı soru için çözüm kağıdı Şekil 3'de sunulmuştur. Bu tarz açıklamalar öğrencilerin toplama işlemlerinde sayılar arasındaki parça-bütün ilişkisini kurabildiğini gösteren ifadelerdir.

Şekil 3

İkinci sınıf bir öğrencinin çözüm kâğıdı (Ö8)

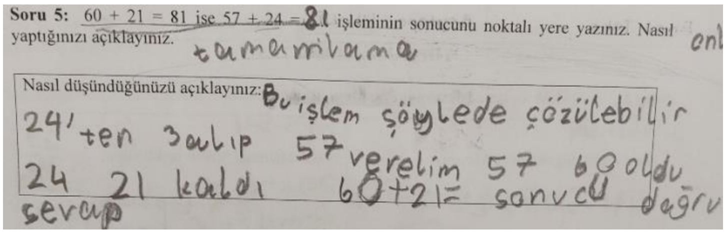


Parça-bütün ilişkilerinin en az kullanıldığı soru türü telafi sorularıdır. Öğrencilerin yalnızca %8'i telafi sorularında bu ilişkileri kullanabilmiştir. Hatta öğrencilerin yaklaşık %34'ü bu sorularda yanlış cevaplar vermişlerdir. Telafi sorularında değişim sorularından farklı olarak her iki toplanan da değişmektedir. Ayrıca telafi sorularının bazılarında (Soru 4 ve 8) eşitliğin iki tarafında da bilinmeyenler yer almaktadır. Öğrenciler genellikle eşitliğin iki tarafında bir bilinmeyen olduğunda eşitliğin sol tarafındaki işlemin sonucunu eşitliğin sağ tarafındaki bilinmeyene yazmışlar ve eşitliğin sağ tarafındaki sayıyı dikkate almamışlardır. Öğrencilerin

%34’ü dördüncü soru olan 18 + 59 = … + 60 işleminin çözümünde genellikle 18 ile 59 sayısını toplayarak 77 cevabını bulmuş ve noktalı yere 77 yazmışlardır. Bir kısım öğrenci ise 18 + 59 + 60 şeklinde eşitliğin her iki tarafındaki tüm sayıları toplayarak cevabı bulmuşlardır. Bir telafi sorusu olan sekizinci soruda da benzer hataların yapıldığı gözlenmiştir. Öğrenciler genellikle dördüncü soruda olduğu gibi eşitliğin iki tarafındaki sayıları toplama eğiliminde olmuşlar ve bilinmeyen yerlere bu toplamları yazmışlardır. Öte yandan sayıların parça-bütün ilişkisini kurabilen bir 3.sınıf öğrencisi (Ö153) ise bu sorunun çözümünde *“45, 35’den 10 fazla olduğu için öbür toplananlar da 10 azalmalı.”* şekilde bir açıklama yaparak cevabı 35 + *15* = 45 + *5* olacak şekilde bulmuştur.

Şekil 4

İkinci sınıf bir öğrencinin çözüm kâğıdı (Ö66)



Bir telafi sorusu olan beşinci sorunun çözümünde parça-bütün ilişkisini kullanan bir ikinci sınıf öğrencisi (Ö66) “*24’den 3 alıp, 57’ye verelim. 57, 60 oldu. 24, 21 kaldı. 60 + 21 = 81’dir.*” şeklinde bir açıklama yapmıştır (bkz. Şekil 4). Benzer şekilde bir üçüncü sınıf öğrencisinin (Ö103) “*60 - 57 = 3. Bu 3, 21’ e gitmiş. Yeni işlemde eksilip artırma olmadığı için sonuç aynı.*” şeklinde açıklama yapması toplama işleminde iki parça arasındaki değişimi fark edebildiğini göstermektedir.

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu araştırmada ilkokul öğrencilerinin sayıların parça-bütün ilişkisine yönelik toplama işlemlerindeki performansları ve stratejileri incelenmiştir. Araştırmanın sonucunda tüm sınıf seviyesindeki öğrencilerin toplama işlemlerindeki tüm sorulardan aldıkları puan ortalamalarının yüksek olduğu görülmektedir. Parça-bütün üzerine yapılan bir araştırmada yaş önemli bir belirleyici olarak belirtilse de (Irwin, 1996) bu araştırmada farklı sınıf düzeyindeki öğrencilerin toplama işlemlerindeki performansları arasında anlamlı bir ilişki bulunamamıştır. Toplama işlemi ile ilgili kazanımlar okul öncesi döneminden itibaren matematik öğretim programlarında yer almaktadır (MEB, 2013). Dolayısıyla farklı sınıf düzeyindeki öğrencilerin toplama işlemlerindeki performansları arasında fark olmamasının nedeni olarak öğretim programındaki kazanımlar gösterilebilir.

Sınıf düzeyinden bağımsız bir şekilde her bir sorudaki öğrenci performansları karşılaştırıldığında öğrencilerin en çok telafi soruları olan 4. ve 8. sorularda zorluk yaşadıkları gözlenmiştir. Diğer toplama sorularında performans çok yüksek olmasına rağmen öğrencilerin sadece yaklaşık olarak %30 ve %40’ı bu soruları doğru olarak çözebilmiştir. Irwin (1996) telafi sorularının değişim sorularına göre daha fazla bilişsel yük içermesi nedeniyle öğrenciler tarafından daha zor anlaşıldığını belirtmektedir. Nitekim bu araştırmada kullanılan stratejiler incelendiğinde öğrencilerin en çok bu sorularda yanlış cevap verdikleri ve diğer sorulara nazaran daha az parça-bütün ilişkisini kullanabildikleri saptanmıştır. Değişim sorularında sadece parçalardan biri değişirken telafi sorularında her iki parçada değişiklik göstermektedir. Örneğin bir değişim sorusunda 25 + 43 = 68 ise 24 + 43 işleminin sonucunun, parçalardan biri sabit kaldığı (43 sayısı) ve diğer parçanın da 1 azaldığı için (25 sayısının 24 olarak değişmesi) sonucun 1 azaldığını fark etmek, 18 + 59 = … + 60 sorusundaki her iki parçanın da değişmesini anlamaktan daha kolay olabilir. Telafi sorularında öğrencinin parçalardan biri 1 arttığında sonucun değişmemesi için diğer parçanın da 1 azalması gerektiğini fark etmesi gerekir.

Değişim soruları içerisinde ise performansın en düşük olduğu soru yedinci sorudur. Öğrencilerin diğer değişim sorularında performansları oldukça yüksekken bu sorudaki performansları %60'a düşmektedir. Düşük performansın bir nedeni olarak bu sorunun başlangıç bilinmeyen sorusu olması gösterilebilir. Araştırmalar (Langhorst vd., 2012) başlangıç bilinmeyen sorularında çocukların zorluk yaşadıklarını ortaya koymaktadır. Bu araştırmanın sonuçları da bu bulguyu desteklemektedir.

Öğrencilerin performanslarından öte kullandıkları stratejiler onların anlamaları hakkında fikir verir. Öğrencilerin toplama işlemlerinin çoğunu doğru olarak çözmeleri sayıların parça-bütün ilişkisini toplama işlemlerinde kullanabilmelerini garanti etmemektedir. Nitekim birçok öğrenci strateji olarak toplama işlemlerinde geleneksel algoritmayı kullanmayı tercih etmişlerdir. Bu nedenle araştırmanın ikinci problemi nicel verileri desteklemek adına öğrencilerin kullandıkları stratejilere odaklanmaktadır. Her sınıf düzeyinde ve her problem türünde bu araştırmaya katılan öğrencilerin en fazla alt alta toplama işlemi olan geleneksel algoritmayı kullanmaları çalışmanın en çarpıcı bulgularındandır. Öğrencilerin ders kitaplarında ve matematik sınıflarında sürekli geleneksel algoritmaları veya tek tip parçalama stratejilerini deneyimlemeleri onların etkili stratejileri ortaya çıkarmadaki performanslarını etkilemiş olabilir. Nitekim Türk ve Singapur'un üçüncü ve dördüncü sınıf düzeyindeki ders kitaplarının dört işlemlerde zihinden hesaplama stratejileri açısından incelendiği bir araştırmanın sonucunda Bütüner (2020), Singapur ders kitaplarının strateji çeşitliliği açısından Türk kitaplarına göre daha zengin bir kaynak olduğunu ortaya koymaktadır. Örneğin Singapur kitaplarında 29 + 36 işlemi için 36 + 4 = 40, 40 + 25 = 65 gibi uygun sayı ikililerin toplama ve sayıları uygun şekilde düzenleme şeklindeki stratejilere yer verilmektedir. Bütüner'e (2020) göre bu stratejileri deneyimleyen öğrenciler 128 + 86 = 83 + ? işleminde 86 ile 83 arasındaki ilişkiyi görerek bu ilişkiyi 128 sayısına uygulayabilir.

Çalışmaya katılan öğrencilerin stratejileri incelendiğinde parça-bütün ilişkisi en çok üçüncü sınıf öğrencileri tarafından kullanılmıştır. Bu sonuç matematik öğretim programındaki kazanımlarla açıklanabilir. Ülkemizde uygulanmakta olan matematik öğretim programı kazanımlarında üçüncü sınıf düzeyinde doğal sayılarla toplama işlemi alt öğrenme alanında zihinden toplama işlemi yapma kazanımı açıklamalarında yuvarlama, sayı çiftleri, basamak değerleri, üzerine ekleme, sayıları parçalama gibi uygun stratejilerin kullanılmasına yönelik açıklamalar bulunmaktadır (MEB, 2018). Kazanımlardaki bu vurgu üçüncü sınıf öğrencilerinin parça-bütün stratejilerini kullanımını artırmış olabilir. Dördüncü sınıf öğrencilerinin parça-bütün stratejisi kullanımı üçüncü sınıf öğrencilerine oldukça yakındır. Üçüncü sınıf kazanımlarında olmasına rağmen parça-bütün strateji kullanımının dördüncü sınıf düzeyinde artış gösterememesinin birçok nedeni olabilir. Öğrencilerin ön deneyimleri veya öğretmenin esnek stratejileri destekleyen bir sınıf ortamı yaratması öğrencilerin strateji seçimlerini etkilemiş olabilir. Bu durum araştırmanın sınırlılıklarından biri olarak ele alınabilir. İleride yapılacak araştırmalarda bu değişkenlerin araştırılması önerilmektedir.

Araştırmanın bir diğer önemli bulgusu öğrencilerin en fazla sonuç bilinmeyen sorularda parça-bütün ilişkisini kullanabilmeleridir. Bu durum soru türünün yapısından kaynaklanıyor olabilir. Soruda öğrencilerden hem iki yolla çözüm yapmaları istenmiş hem de parçalarda herhangi bir değişim sunulmadan bütün sorulmaktadır. Bu sorular çocuklar için parçaların bilindiği ancak bütünün bilinmediği geleneksel toplama işlemleridir.

Araştırmalarda yaş ilerledikçe ve deneyimleri arttıkça öğrencilerin parçalara ayırma gibi daha ileri düzey ve esnek stratejileri kullandıklarına yönelik bulgular mevcuttur (Canobi, 2004; Torbeyns vd., 2017). Bu araştırmada da alanyazındaki bulgularla paralel bir şekilde araştırmaya katılan üçüncü ve dördüncü sınıf düzeyindeki öğrencilerin ikinci sınıftaki öğrencilere göre daha fazla parça-bütün stratejisini kullandıkları bulunmuştur. Ancak bu oran istenen düzeyde değildir. Her üç düzeyde de öğrencilerin yarıdan fazlası geleneksel algoritmayı kullanmaktadır. Öğrencilerden beklenen geleneksel algoritmalar yerine daha ileri düzey ve esnek stratejilerden olan parça-bütün stratejisini kullanmalarıdır. Sonuç olarak çocukların aritmetik becerilerini geliştirmeleri için sayıların kavramsal bir anlayışını geliştirmeleri veya başka bir deyişle sayıların parça-bütün ilişkilerini görmeleri gerekir. Erken yaşlarda sayıları parçalamaya yönelik etkinliklere odaklanmak özellikle çok basamaklı sayılarla gerekli hesaplama becerilerinin gelişimi için faydalıdır (Laski vd., 2014).

Sayıların parça-bütün ilişkisi birçok ülkenin okul öncesi öğretim programlarının amaçları arasında yer aldığı görülmektedir (Tsamir vd., 2015). Benzer şekilde Türkiye'deki ilkokul matematik öğretim programındaki kazanımlar, sayıların parça-bütün ilişkisi bağlamında incelendiğinde çocukların 1. sınıf düzeyinden itibaren toplama ve çıkarma işlemlerinde sayı ikilileri ve 10'a tamamlama gibi parça-bütün stratejilerinin kullanımına yönelik kazanımların olduğu dikkati çekmektedir (MEB, 2018). Ancak okul öncesi öğretim programında sayıların parça-bütün ilişkisini destekleyen bir kazanımın olmaması dikkat çekicidir (MEB, 2013). Çocukların sayılarla ilgili tecrübeleri sayma odaklıdır. Gaidoschik'e (2019) göre sayıları öncelikle nicelikleri saymak için kullanan bir çocuk için sayıların parça-bütün ilişkisini görmek zor olabilir. Toplama ve çıkarma işlemlerinde prensipleri anlayabilmek için sayıların başka sayılardan oluştuğunu düşünebilmek oldukça önemlidir. Bu nedenle, erken aritmetik öğretiminde çocukların sağlam bir toplama ve çıkarma temeli edinmelerine yardımcı olmak için öncelikle sayıları parça-bütün olarak anlamayı destekleyen etkinliklere yer verilmesinin öneminden bahseder (Gaidoschik, 2019).

Bu araştırmanın sınırlılıklarından bir diğeri, ilkokul öğrencilerinin parça-bütün ilişkilerini anlamalarının aritmetik toplama işlemleri bağlamında incelenmesidir. İleride yapılacak çalışmalarda farkı soru türleriyle (sayısal olmayan sözel problemler) birlikte çıkarma, çarpma ve bölmeyi gerektiren diğer aritmetik problemler de eklenerek çocukların parça-bütün ilişkilerini anlamlandırmaları ayrıntılı ve bütüncül bir şekilde incelenebilir. Ayrıca çocukların parça-bütün anlamalarının birinci sınıftan itibaren ele alınarak ilkokul boyunca gelişimsel olarak nasıl ilerlediği ileride yapılacak boylamsal çalışmalarla incelenebilir.

KAYNAKÇA

Baki, A. & Gökçek, T. (2012). Karma yöntem araştırmalarına genel bir bakış. *Electronic Journal of Social Sciences, 11*(42), 1-21.

Björklund, C., Marton, F., & Kullberg, A. (2021). What is to be learnt? Critical aspects of elementary arithmetic skills. *Educational Studies in Mathematics*, *107*, 261-284. doi: https://doi.org/10.1007/s10649-021-10045-0

Bütüner, S. Ö. (2020). Türk ve Singapur Matematik Ders Kitaplarının Zihinden Hesaplama Konusunda Kullanılan Stratejiler Açısından Karşılaştırılması. *Turkish Journal of Mathematics Education, 1*(1), 79-112.

Canobi, K. H. (2004). Individual differences in children's addition and subtraction knowledge. *Cognitive Development*, *19*(1), 81-93. doi:https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2003.10.001

Canobi, K. H., Reeve, R. A., & Pattison, P. E. (2003). Patterns of knowledge in children's addition. *Developmental Psychology, 39*(3), 521-534. doi:https://doi.org/10.1037/0012-1649.39.3.521

Carpenter, T. P., Franke, M. L., Jacobs, V. R., Fennema, E., & Empson, S. B. (1998). A longitudinal study of invention and understanding in children's multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(1), 3-20. doi: https://doi.org/10.2307/749715

Cheng, Z-J. (2012). Teaching young children decomposition strategies to solve addition problems: An experimental study. *Journal of Mathematical Behavior*, *31*(1), 29– 47. doi: https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.09.002

Cowan, R., Donlan, C., Shepherd, D. L., Cole-Fletcher, R., Saxton, M., & Hurry, J. (2011). Basic calculation proficiency and mathematics achievement in elementary school children. *Journal of Educational Psychology, 103*(4), 786-803. doi: https://doi.org/10.1037/a0024556

Creswell, J. W. (2021). *Karma Yöntem Araştırmalarına Giriş*. (Çev. M. Sözbilir). Pegem Akademi.

Fischer, F. E. (1990). A part-part-whole curriculum for teaching number in the kindergarten. *Journal for Research in Mathematics Education*, *21*(3), 207-215. doi: https://doi.org/10.2307/749374

Fuson, K. C., Wearne, D., Hiebert, J. C., Murray, H. G., Human, P. G., Olivier, A. I., Carpenter, T. P., & Fennema, E. (1997). Children's conceptual structures for multidigit numbers and methods of multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(2), 130-162. doi: https://doi.org/10.2307/749759

Gaidoschik, M. (2019). Considerations on developmental stage models, learning trajectories and maybe better ways to guide early arithmetic instruction. *In Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 419-426). Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University, Netherlands and ERME.

Hopkins, S., Russo, J., & Siegler, R. (2022). Is counting hindering learning? An investigation into children's proficiency with simple addition and their flexibility with mental computation strategies. *Mathematical Thinking and Learning*, *24*(1), 52-69. doi:10.1080/10986065.2020.1842968

Irwin, K. C. (1996). Children's understanding of the principles of covariation and compensation in part-whole relationships. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(1), 25-40. doi: https://doi.org/10.2307/749195

Langhorst, P., Ehlert, A., & Fritz, A. (2012). Non-numerical and numerical understanding of the part-whole concept of children aged 4 to 8 in word problems. *Journal für Mathematik-Didaktik, 2*(33), 233–262. doi:10.1007/s13138-012-0039-5

Laski, E. V., Ermakova, A., & Vasilyeva, M. (2014). Early use of decomposition for addition and its relation to base-10 knowledge. *Journal of Applied Developmental Psychology*, *35*(5), 444-454. doi: https://doi.org/10.1016/j.appdev.2014.07.002

Marcruz, O. Y. L., Carrie, H. K. L., Manabu, K., Mayumi, T., & Kumpei, M. (2022). Understanding of base-10 concept and its application: a cross-cultural comparison between Japan and Singapore. *International Journal of Early Years Education, 30*(4), 766-780. doi:https://doi.org/10.1080/09669760.2020.1848525

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. https://tegm.meb.gov.tr/dosya/okuloncesi/ooproram.pdf

Millî Eğitim Bakanlığı (MEB), (2013). *36-72 Aylık Çocuklar için Okul Öncesi Eğitim Programı*. http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329

Putnam, R. T., de Bettencourt, L. U., & Leinhardt, G. (1990). Understanding of derived-fact strategies in addition and subtraction. *Cognition and Instruction, 7*(3), 245-285. doi:https://doi.org/10.1207/s1532690xci0703_3

Resnick, L. B. (1984). A developmental theory of number understanding. In H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 109-151). Academic Press.

Selter, C. (2001). Addition and subtraction of three-digit numbers: German elementary children's success, methods and strategies. *Educational Studies in Mathematics, 47*, 145-173.

Steinke, D. (2008). Using part-whole thinking in math. *Focus on Basics Connecting Research & Practice*. *9*(A), 1-7.

Sophian, C. & Vong, K. I. (1995). The parts and wholes of arithmetic story problems: Developing knowledge in the preschool years. *Cognition and Instruction*, *13*(3), 469-477. doi: https://doi.org/10.1207/s1532690xci1303_5

Sun, X. H., Xin, Y. P., & Huang, R. (2019). A complementary survey on the current state of teaching and learning of Whole Number Arithmetic and connections to later mathematical content. *ZDM Mathematics Education*, *51*, 1-12. doi: https://doi.org/10.1007/s11858-019-01041-z

Torbeyns, J., Hickendorff, M., & Verschaffel, L. (2017). The use of number-based versus digit-based strategies on multi-digit subtraction: 9–12-year-olds' strategy use profiles and task performance. *Learning and Individual Differences, 58*, 64-74.

Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E., Tabach, M., & Barkai, R. (2015). Analyzing number composition and decomposition activities in kindergarten from a numeracy perspective. *ZDM Mathematics Education*, *47*, 639–651. doi: 10.1007/s11858-015-0668-5

Wolters, M. A.D. (1983). The part-whole schema and arithmetical problems. *Educational Studies in Mathematics*, *14*(2), 127-138.

Verschaffel, L. (2023). Strategy flexibility in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 1-12. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01491-6

Young-Loveridge, J. (2001). Helping children move beyond counting to part-whole strategies. *Teachers and Curriculum, 5*,72-78. doi: https://doi.org/10.15663/tandc.v5i1.229

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

It is stated in many studies that there is a need for studies to understand the part-whole relationship in addition operation and to examine the developmental change of flexible strategies with age (Björklund et al., 2021; Canobi, 2004; Irvin, 1996; Laski et al., 2014; Marcruz et al., 2022). Examining students' performance in addition and the change in the strategies they use throughout elementary school will provide us with an idea about their understanding of the relationships between numbers. Therefore, the purpose of this research is to examine the performance and strategies of elementary school students in addition operation regarding the part-whole relationship of numbers. For this purpose, the performances of elementary school 2nd, 3rd, and 4th grade students in addition operation and the strategies they used were examined according to the grade level.

The problems of the research determined for this purpose are as follows:

1- Does the performance of elementary school students in addition operations regarding part-whole relationship of numbers show a significant difference according to grade level?

2- Which strategies do elementary school students use in addition operation regarding part-whole relationship of numbers, and how do these strategies differ according to the type of question and grade level?

Method

The research was conducted on 378 elementary school 2nd, 3rd, and 4th grade students studying in two randomly selected public schools in two different districts of Ankara in the 2021-2022 academic year.

The addition test was developed by the researcher, using studies in the literature (Canobi, 2004; Hopkins et al., 2022; Irwin, 1996; Langhorst et al., 2012; Young-Loveridge, 2001) to determine elementary school students' performance in addition operation and the strategies they use.

The answers given to the addition test were coded in two stages in parallel with the research questions. In the first stage of coding, a scoring was made by considering the performances (correct and incorrect answers) in the addition operation. According to this scoring, 1 point is given for each correct answer and 0 point is given for incorrect or unanswered answers in the evaluation of students' performance. Since the solution of the third question includes two correct answers, it was evaluated over 2 points. Those who found only one option in the solution of this question were evaluated over 1 point, and those who found both correct answers were evaluated over 2 points. According to this scoring, the highest score that can be obtained from the test is 9. After the scores were determined, one-way analysis of variance (One-Way Anova) was analyzed using the SPSS 23.0 package program to test whether there was a difference in performance in addition according to grade level. For these analyses, firstly, whether the data showed normal distribution and the homogeneity assumption of the variances of the dependent variable were tested.

In the analysis of qualitative data, in parallel with the second research problem, the strategies used by the students in the addition operation were determined by using the strategies defined in the literature (Björklund et al., 2021; Carpenter et al., 1998; Marcruz et al., 2022). The strategies used were analyzed by content analysis.

Results and Discussion

As a result of the research, it was found that the students' performance in addition operations was high. In addition, although age is indicated as an important determinant in studies on part-whole (Irwin, 1996), no significant relationship was found between the performances of students at different grade levels in addition operation in this study.

When the student performances in each question were compared regardless of the grade level, it was observed that the students had the most difficulty in the 4th and 8th questions, which are the compensation questions. Although the performance in other addition questions was very high, only about 30% and 40% of the students were able to solve these questions correctly. Researchers state that compensation questions are more difficult to understand by students because they contain more cognitive load than covariation questions (Irwin, 1996). As a matter of fact, when the strategies used in this study were examined, it was determined that the students mostly gave wrong answers in these questions and they could use the part-whole relationship less than the other questions. In covariation questions, only one of the parts changes, while in compensation questions, both parts change.

The strategies students use beyond their performance give an idea about their understanding. Therefore, the second problem of the research focuses on the strategies used by the students. It is one of the most striking findings of the study that students at every grade level and in every problem type use the traditional algorithm, which is the process of adding one under the other. The fact that students constantly experience traditional algorithms or uniform decomposition strategies in textbooks and mathematics classrooms may have affected their performance in uncovering effective strategies.

When the strategies of the students participating in the study are examined, it is surprising that the part-whole relationship is mostly used by the third grade students. This result can be explained by the objectives in the mathematics curriculum. In the mathematics curriculum implemented in our country, there are explanations for the use of appropriate strategies such as rounding, number pairs, place values, counting on, decomposing numbers in the explanations of the third grade level addition with natural numbers in the sub-learning field (MoNE, 2018).

Another important finding of the study is that students can use the part-whole relationship most in the result unknown questions. This may be due to the nature of the question type. In the question, the students were asked to solve in two ways, and the whole was asked without any change in the parts. These questions are traditional addition operations for children where the parts are known but the whole is not.