



İç ve dış dişli çarklarda meydana gelen yüzey basınçlarının ve deformasyonların incelenmesi

Emin Güllü, Tufan Gürkan Yılmaz*

Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Bursa, Türkiye

Ö N E Ç İ K A N L A R

- İç ve dış dişli çarklarda oluşan yüzey basınçlarının Hertz teorisi ile hesabı
- Dişli parametrelerinin yüzey basınç ve deformasyonlarına etkisinin incelenmesi
- Elastisite denklemlerinin çözülerek hertz deformasyon alanlarının ve derinliğinin hesabı

Makale Bilgileri

Geliş: 13.05.2016

Kabul: 22.01.2017

DOI:

10.17341/gazimmfd.322185

Anahtar Kelimeler:

Dış dişli çark,
iç dişli çark,
hertz basınçları,
deformasyon

ÖZET

Dişli çarkların diş kırılmasından daha çok, şiddetli aşınmalar yüzünden kullanılmaz bir hale geldikleri bilinen bir durumdur. Aşınma, birbirlerini kavrayan diş yüzeyleri arasındaki yüksek yüzey basıncı sebebiyle oluşan deformasyonlar neticesinde oluşur. O halde oluşan elastik deformasyonların, plastik sınıra yaklaşma miktarlarının tespit edilmesi dişli çark gibi makine elemanları için oldukça önemlidir. Çalışma bu yüksek yüzey basınçlarının hesabı ve sebep olduğu deformasyon üzerinedir. Dişli çarklarda oluşan bu basınçlar Hertz basınçları olarak adlandırılmaktadır. Dişli temas yüzeyindeki basınç ve elastik deformasyon dağılımını elde etmek için elastisite teorisi kullanılarak önce temas boyutları bulunmuş daha sonra temas noktasında aktarılan moment etkisi ile oluşan kuvvetin oluşturduğu basınç ve deformasyon dağılımı elde edilmiştir. Geliştirilen bilgisayar programı sayesinde, modül, kavrama açısı, çevrim oranı ve profil kaydırma faktörü değiştirilmek suretiyle, bunların dişli çarklarda oluşan Hertz basınç ve temas deformasyonları üzerine etkileri incelenmiştir. İncelemelerde aktarılan momentin artması ile Hertz basınç ve deformasyonlarının dış ve iç dişli çarklarda arttığı görülmüştür. Dış dişli çarklarda modül ve çevrim oranının artması Hertz basınç ve deformasyonlarını azaltmaktadır. İç dişli çarklarda ise modülün artması ile Hertz basınç ve deformasyonları azalırken, çevrim oranının artması ile Hertz basınç ve deformasyonları artmaktadır.

Investigation of surface pressure and elastic deformation on external and internal spur gear

H I G H L I G H T S

- Calculating surface pressure of external and internal spur gear by using hertz theory
- Investigating effects of gear parameter on surface deformation and pressure
- Areas and depth of hertz deformation solving equation based on theory of elasticity

Article Info

Received: 13.05.2016

Accepted: 22.01.2017

DOI:

10.17341/gazimmfd.322185

Keywords:

External spur gear,
internal spur gear,
hertz pressure,
deformation

ABSTRACT

It is well-known fact that gears are damaged from severe wear more than tooth breaking. The reason of wear is elastic deformation which is occurred by high contact pressure between gears. Therefore, determination of contact pressure and elastic deformation is rather significant. Contact pressure is called Hertz pressure in gears. Distribution of pressure and deformation and cylindrical contact area is obtained by using elasticity theory. With developed program, the effects of module, pressure angle, profile shifting and gear ratio on Hertz pressure and elastic deformation are investigated. When transmitted moment is increased, Hertz pressure and elastic deformation are increased in both external and internal gears. However; gear ratio and module increase, Hertz pressure and elastic deformation decrease in external gears. In internal gears effect of module is similar to external gears; while gear ratio increases Hertz pressure and deformation increase as distinct from external gears.

* Sorumlu Yazar/Corresponding author: tufanyilmaz@uludag.edu.tr / Tel: +90 224 294 2798

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Birbiri üzerinde yuvarlanan ve normal doğrultuda bir kuvvetle birbirine bastırılan iki elastik yuvarlanma elemanın yüzeylerinde bir yassılma durumu ortaya çıkar. Bunun sonucunda oluşan daire veya eliptik temas yüzeyleri Hertz Teorisine göre açıklanmaktadır. Hertz denklemleri adı ile tanınmış bulunan bu bağlantılar birçok makine parçalarının; mesela rulmanlı yatakların, dişli çarkların, sürtünmeli çarkların hesabında temel teşkil etmektedir. Teoride malzemenin homojen, izotrop, tamamen elastik olması ve Hooke kanununa bağlı olması gibi genel kabuller yanında ayrıca şu ilave kabulde yapılmaktadır: Cisimler yüzeylerine oranla çok küçük bir alanda temas etmektedir. [1]. Dişli çarklarda kavrama boyunca oluşan temas iki silindirin birbiri üzerinde yuvarlanması şeklinde düşünülebilir. Bilindiği üzere dişli çarklarda oluşan çizgi teması ile dikdörtgen şekle sahip bir deformasyon yüzeyi oluşmaktadır.

Dişli çarklarda oluşan yüzey basınçları üzerine çalışmalar uzun yıllardır yapılmaktadır. Karavaer ve ark. dişli çark tasarımındaki en önemli parametrelerden olan temas basınçlarını çelik ve dökme demir malzemesi için hesaplamışlardır. Bunun için önce dişli çarkların ANSYS programında modellenmesi gerçekleştirilmiş daha sonra sonlu elemanlar analizine tabi tutulmuştur. Oluşan deformasyonların etkisi de incelenmiştir. Hertz teorisi ile de hesapların uyumlu çıktığı görülmüştür. Oluşan deformasyona malzemenin önemli bir etkisinin olmadığı görülmüştür [2]. Perez ve ark. profil düzeltmesi olan evolvent dişli çarkların temas basınçlarının hesabı için Hertz teorisine dayalı yeni bir analitik çözüm önermişlerdir. Ayrıca sonlu elemanlar analizini kullanarak temas alanı, maksimum temas basıncı, basınç dağılımı, maksimum tresca gerilmesi ve tresca gerilmesinin dağılımı elde edilmiştir. Sonuçların birbiriyle uyumlu olduğu görülmüştür [3]. Chacon ve ark. tek dişli temasını incelemişlerdir. Analizde temas yüzeyleri AGMA standartlarına göre modellenmiştir. Dişli malzemesi olarak çelik kullanılmıştır. Maksimum temas basıncının evolvent profilin başlangıcında ve bitişinde olacağı belirtilmiştir. Hertz teorisinden ve AGMA standartlarından elde edilen sonuçların sonlu elemanlar analizi sonuçları ile uyumlu olduğu görülmüştür [4]. Qudri ve Dolas torna tezgâhında kullanılan bir dişlinin temas basınçlarını Hertz teorisi ve sonlu elemanlar analizi ile incelemişlerdir. Dişli malzemesi olarak gri dökme demir kullanılmıştır. Analiz sonuçları ile Hertz teorisinin uyumlu olduğu görülmüştür [5].

Rao ve ark. evolvent düz dişli çarklarda oluşan temas basınçlarını ve deformasyonlarını incelemişlerdir. Pinyon ve dişlinin malzemeleri farklı seçilmiştir. Malzeme olarak çelik, gri dökme demir ve alüminyum kullanılmıştır. Minimum gerilme ve deformasyonun alüminyum malzemede olduğu görülmüştür [6]. Hassan, farklı temas pozisyonlarında oluşan temas basınçlarını incelemek üzere

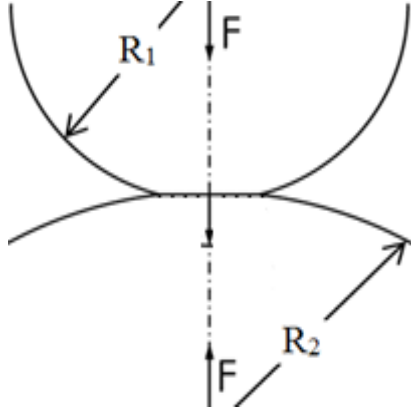
ANSYS' te bir program geliştirmiştir. Programda 3°'lik dönme ile temasın başlaması ve bitirilmesi 10 adımda tamamlanmıştır. Dişli çarklar her bir adımda sonlu elemanlar analizine tabi tutulmuştur. İnceleme neticesinde teorik sonuçlar ile sonlu elemanlar analizi sonuçlarının uyumlu olduğu görülmüştür [7]. Khan ve ark. paslanmaz çelik malzemesine sahip dişli çark çiftlerinde oluşan temas basınçlarını Hertz teorisi ve sonlu elemanlar analizi kullanarak incelemişlerdir. Kullanılan dişli çarkın kavrama açısı 14,5°'dir. İnceleme neticesinde sonlu elemanlar analiz modeli doğrulanmıştır [8]. Hwang ve ark. düz ve helisel dişli çarklarda kavrama boyunca oluşan temas basınçlarının değişimini Hyperworks programını kullanarak sonlu elemanlar yöntemi ile analiz etmişlerdir. Çıkan sonuçların AGMA standartları ile uyumlu olduğu görülmüştür [9]. Hao ve Shi polimer ve metal matrisli kompozit malzemeden tasarlanmış dişli çarklarda oluşan temas basınçlarını çelik malzemeden tasarlanmış dişli çarklarda oluşan temas basınçları ile karşılaştırmıştır. Çalışmada sonlu elemanlar analizi kullanılmıştır. Buna göre metal matrisli kompozit malzemede oluşan gerilme değerinin çelik ile yakın olduğu görülmüştür [10]. Pedrero ve ark. minimum elastik potansiyel kriterini uygulayarak temas boyunca değişen rijitliğin temas basınçları üzerine etkilerini incelemişlerdir. Bunun neticesinde düz ve helisel dişli çarkların temas basınçlarının hesabında yeni bir metot ortaya koymuşlardır [11].

Vijayarangan ve Ganesan dişli çarklarda oluşan temas basınçlarını bulmak amacıyla iki boyutlu sonlu elemanlar analizi ile lagrange çarpanları algoritmasını kullanmışlardır [12]. Farhan ve ark. dişli çarklarda oluşan temas basınçlarına sürtünmenin etkisini de katarak incelemişlerdir. Çalışmada Hertz teorisi, AGMA standartları ve sonlu elemanlar analizinden sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca diş genişliğinin etkileri de incelenmiştir [13]. Fetvacı çalışmasında iç ve dış dişli çarkların tasarımında verilen genel analitik ifadelerin belirli bir hata içerdiğini bulmuş ve bunu düzeltmek için bir eşitlik geliştirmiştir. Geliştirilen ifadeyle dişli çarklardaki Hertz ve diş dibi gerilmelerinin sonlu elemanlar yöntemi ile daha doğru bir şekilde bulunması sağlanabilecektir [14].

Bu çalışmada dış dişli ve iç dişli çark mekanizmalarında oluşan Hertz basınçları ve bunun sonucu olarak oluşan temas deformasyonları incelenmiş ve mukayese edilmiştir. Burada literatürdeki diğer incelemelerden farklı olarak temas bölgesinde oluşan elastik deformasyonlar da hesaplanmıştır.

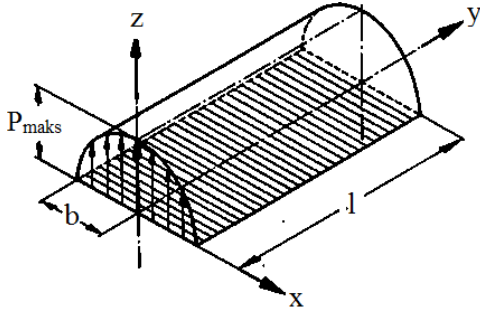
2. MATERYAL VE METOD (MATERIAL AND METHOD)

Evolvent dişlilerin hareket esnasında teması iki silindirin bir ana doğru boyunca teması gibidir. Şekil 1'de verildiği gibi; eğrilik yarıçapları R_1 ve R_2 olan iki silindir temas yerinde ortak ana doğru boyunca ve birim genişliğe F değerinde bir kuvvet ile birbiri üzerine bastırarak olursa, dikdörtgen alanlı bir temas yüzeyi oluşur.



Şekil 1. İki silindirin teması (Contact of two cylinders)

Dişli çarklarda oluşan bu temas yüzeyi ve basınç dağılımı Şekil 2’de verilmiştir [15].



Şekil 2. Dişli çarklarda oluşan dikdörtgen temas yüzeyindeki basınç dağılımı (Pressure Distribution on rectangular contact surface in gears)

Böyle bir temasta oluşacak Hertz basınç dağılımı Eş. 1’deki gibi ifade edilir.

$$P(x) = p_{maks} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{x}{b}\right)^2} \quad (1)$$

Burada P_{maks} oluşacak en büyük basınç değeridir ve Eş. 2’deki gibi ifade edilir. [15, 16]

$$p_{maks} = \frac{2F}{\pi bl} \quad (2)$$

b ise Eş. 3’deki gibi ifade edilir. [15, 16]

$$b = \sqrt{\frac{4F \cdot (k_1 + k_2)}{AB \cdot \pi \cdot l}} \quad (3)$$

İlgili ifadeler düzenlenirse genel bir form olan Eş. 4 elde edilir.

$$P_{maks} = 0,418 \sqrt{\frac{FE}{AB}} \quad (4)$$

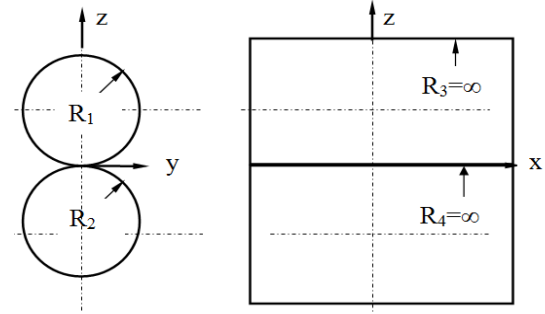
Burada $k_{1,2}$, AB ve E sırasıyla Eş. 5, Eş. 6 ve Eş. 7’deki gibi ifade edilir.

$$k_{1,2} = \frac{1 - \nu_{1,2}^2}{E_{1,2}} \quad (5)$$

$$AB = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) \quad (6)$$

$$E = \frac{2}{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)} \quad (7)$$

R_1 ve R_3 birinci dişlinin xz ve yz düzlemlerindeki yarıçaplarını, R_2 ve R_4 ise ikinci dişlinin aynı düzlemlerdeki yarıçapını ifade eder. Burada $R_3=R_4=\infty$ olmaktadır. Şekil 3’de düzlemlerdeki eğrilik yarıçapları görülmektedir.



Şekil 3. Dış dişli çarklarda birinci ve ikinci dişliye ait temas eğrilik yarıçapları (Curvature radius of first and second gear)

Burada R_2 iç dişli çarklarda negatif değer alacaktır. Oluşacak Hertz basınçları en büyük değerini yuvarlanma noktası olarak isimlendirilen kaymanın sıfır olduğu noktada almaktadır. Bu noktada dişli çarkların eğrilik yarıçapları Eş. 8’deki gibi ifade edilir [17].

$$R = (d_g/2) \cdot \tan(\alpha_0) \quad (8)$$

Dişli çarklarda çevrim oranı aşağıdaki Eş. 9’deki gibi ifade edilir.

$$i = \frac{d_{g2}}{d_{g1}} \quad (9)$$

Gereken ifadeler yerine konulup düzenlenirse,

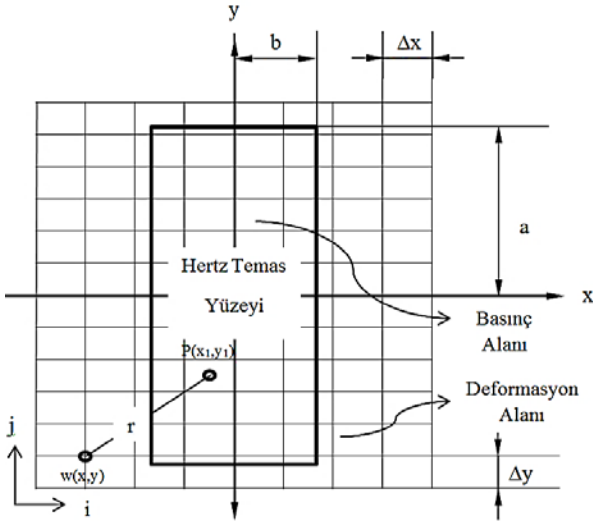
$$p_{maks} = 0.418 \sqrt{\frac{2FE \left(\left(\frac{1}{\tan(\alpha_0)} \right) \mp \left(\frac{1}{i \cdot \tan(\alpha_0)} \right) \right)}{ld_{g1}}} \quad (10)$$

Eş. 10 bulunmuş olur. P_{maks} ifadesinde – işaret iç dişli çarklar için + işaret ise dış dişli çarklar için geçerlidir.

Burada F temas noktasındaki normal kuvveti E eşdeğer elastiklik modülünü, l dişli çark genişliğini, d_{g1} birinci dişlinin temel dairesi çapını, α_0 kavrama açısını, i çevrim oranını ifade etmektedir. Maksimum temas basıncı bulunduktan sonra bu basıncın oluşturduğu elastik deformasyon ifadesi Eş. 11'deki gibidir [15].

$$w(x, y) = \frac{(1 - \nu^2)}{\pi E} \iint \frac{P(x_1, y_1) \Delta x \Delta y}{r} \quad (11)$$

Bu denklemde $w(x,y)$ deformasyon miktarını, x ve y deformasyonu hesaplanacak olan noktanın koordinatlarını, $P(x_1,y_1)$ deformasyona neden olan basınç değerini, x_1 ve y_1 ise bu deformasyona neden olan basıncın olduğu koordinatı göstermektedir. Δx ve Δy ise ağ yapısı içinde x ve y doğrultularındaki birim ağ elemanının boyutlarıdır. Şekil 4'te dişli çarklarda oluşan basınç ve deformasyon alanı gösterilmiştir.



Şekil 4. Dişli çarklarda Hertz basınç ve deformasyon alanı (Area of Hertz pressure and deformation on gears)

Eş. 11'den görüleceği üzere yükün etki ettiği nokta ile meydana gelen deformasyonun hesaplanacağı nokta aynı olduğunda, sonuç sonsuz çıkmaktadır. Bu nedenle bu noktadaki deformasyon integral işlemi alınarak bulunmak zorundadır. Bu integral işlemi ağ yapısının birim elemanına göre şöyle alınabilir (Eş. 12) [15].

$$w = \frac{2(1 - \nu^2)}{\pi E} \cdot P(x_1, y_1) \cdot \Delta x \cdot \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2} \ln \left(\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2} + 1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2} - 1} \right) + \ln \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2} - 1 \right) \right] \quad (12)$$

3. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR (RESULTS AND DISCUSSIONS)

Bu çalışmada evolvent dış ve iç dişli çarklarda oluşan Hertz basınçlarına modülün, aktarılabilecek momentin, çevrim oranının, kavrama açısının, profil kaydırma miktarının etkileri incelenmiştir. Kavrama noktasının kavrama doğrusu üzerindeki yeri değiştikçe R eğrilik yarıçapı da değişik değerler alır. Her halde bir dişin dış başının, diğer dişin tabanını kavradığı yerde diş zorlanması en büyüktür. Çünkü o anda eğrilik yarıçapı en küçük değerini alır. Ancak bu söylediğimiz şey, kavrama oranı tam bire eşit olduğu zaman doğrudur. Kavrama oranı birden büyük ise, o takdirde bu sırada bir ikinci, hatta kavrama oranının değerine göre, bir üçüncü diş daha kavrama durumundadır. Böyle bir durumda en uygunsuz nokta, yuvarlanma noktasına yakın bir yerdedir. Bu sebeple analizler yuvarlanma noktasındaki temas durumuna göre yapılmıştır. Tablo 1'de analizlerde kullanılacak olan dış dişli çarklara ait parametre değerleri görülmektedir.

Tablo 1. Analiz I değerleri (Values of Analysis I)

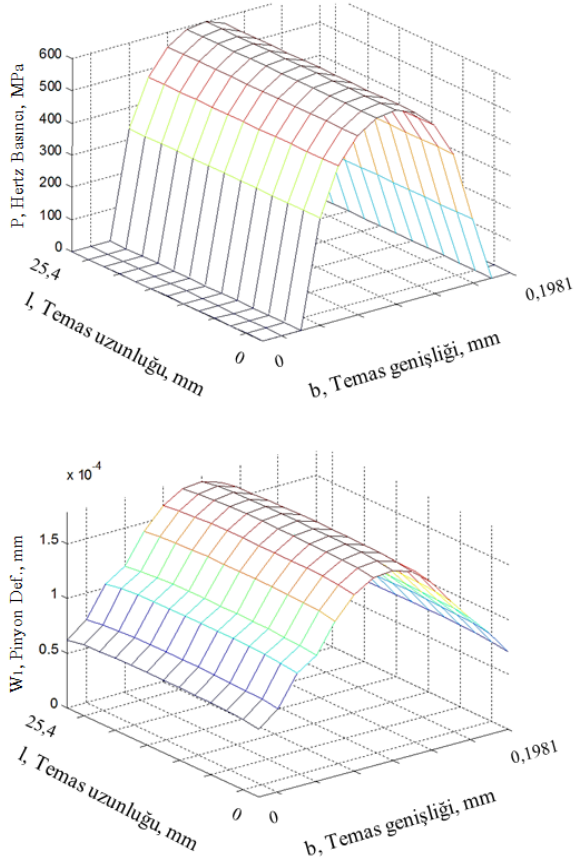
Birinci dişli diş sayısı	21
Modül (mm)	4-5-6
Kavrama açısı (°)	20-22-24-26
Profil Kaydırma miktarı (mm)	-0,3, -0,1, 0, 0,1, 0,3
Çevrim oranı	1-2-3-4
İletilecek Moment (Nm)	100-200-300
Dişli uzunluğu (mm)	25,4

Tablo 2'de ise analizlerde kullanılacak olan iç dişli çarklara ait parametre değerleri görülmektedir.

Tablo 2. Analiz II Değerleri (Values of Analysis II)

Birinci dişli diş sayısı	21
Modül (mm)	4-5-6
Kavrama açısı(°)	20
Profil Kaydırma miktarı (mm)	0
Çevrim oranı	2-3-4
İletilecek Moment (Nm)	100-200-300
Dişli uzunluğu (mm)	25,4

İç ve dış dişli çarklara ait parametre değerleri mukayese yapmak amacıyla aynı alınmıştır. İç dişli çarklarda kavrama açısı ve profil kaydırma miktarı sabit tutulmuştur. Analizlerde kullanılan parametre değerlerine göre basınç ve deformasyon değerleri değişse de dağılımın şeklini göstermesi bakımından örnek olarak dış dişli çarklarda $m=4, i=2$ ve $M=100$ Nm için bir basınç ve deformasyon dağılım grafiği Şekil 5'de verilmiştir.



Şekil 5. Örnek bir Hertz basınç ve temas bölgesi deformasyon dağılım grafiği
(A Sample distribution graphic of contact pressure and contact region deformation)

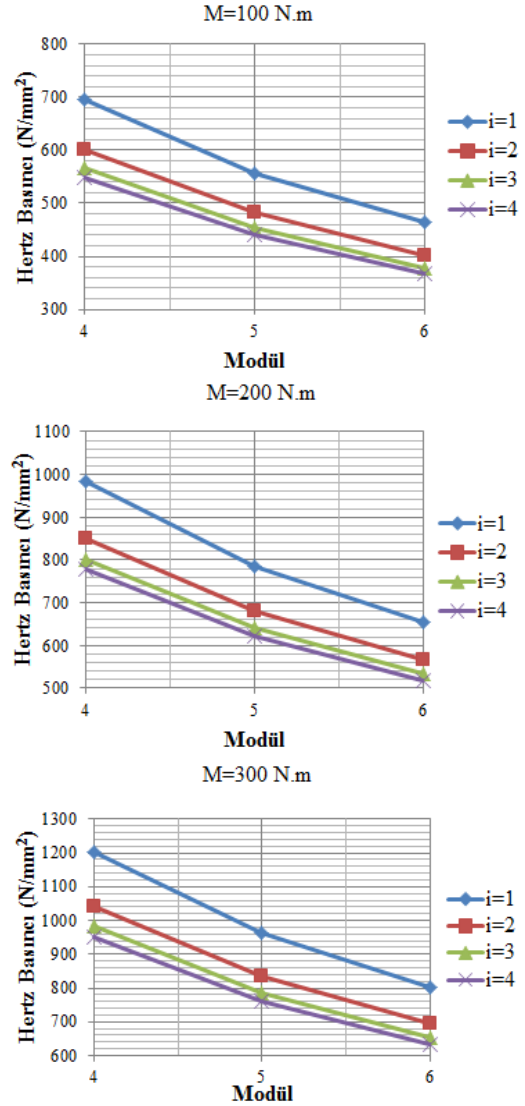
Şekil 6'da Analiz I değerleri kullanılarak modülün, aktarılabacak momentin ve çevrim oranının Hertz basınçlarına etkisi gösterilmiştir. Görüldüğü üzere aktarılabacak moment arttıkça Hertz basınçları artmaktadır. Bunun sebebi temas yüzeyinde oluşan kuvvetin artmasıdır. Modül ve çevrim oranı arttığında ise Hertz basınçları azalmaktadır.

Şekil 7'de ise kavrama açısının değişiminin Hertz basınçlarına etkisi gösterilmiştir. Momentin ve çevrim oranının etkisi bilindiği için sadece $M=100 \text{ Nm}$ ve $i=1$ için oluşturulan grafik verilmiştir.

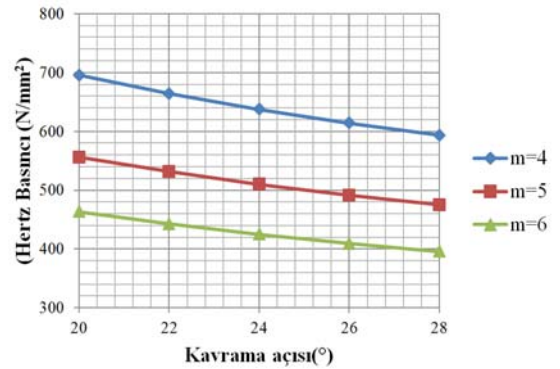
Şekil 8'de ise toplam profil kaydırma miktarının Hertz basınçlarına etkisi gösterilmiştir. Momentin ve çevrim oranının etkisi bilindiği için sadece $M=100 \text{ Nm}$ ve $i=1$ için oluşturulan grafik verilmiştir.

Görüldüğü üzere kavrama açısı ve profil kaydırma miktarı arttıkça temas yüzeyinde oluşan Hertz basınçları düşmektedir.

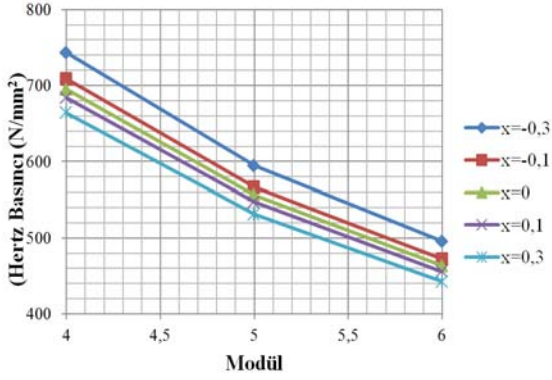
Analiz II değerleri kullanılarak iç dişli çarklarda modülün, aktarılabacak momentin ve çevrim oranının Hertz basınçlarına etkisi Şekil 9'da gösterilmiştir.



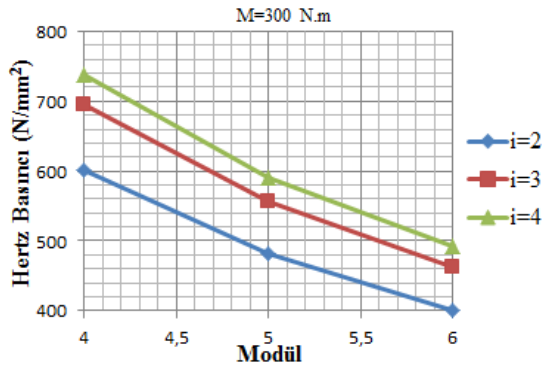
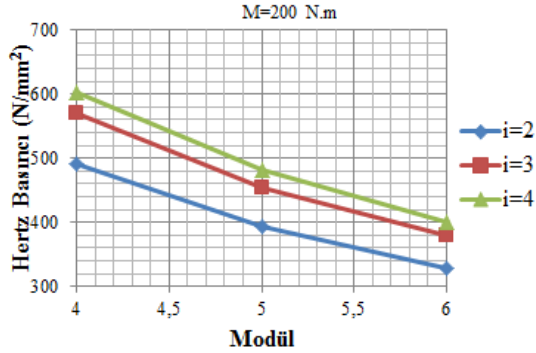
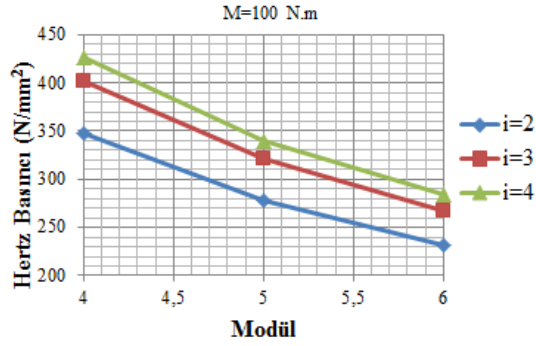
Şekil 6. Farklı modüllere sahip dış dişli çarklarda aktarılabacak momentin ve çevrim oranının etkisi
(Effects of transmitted moment and gear ratio in external gears have different modulus)



Şekil 7. $M=100 \text{ Nm}$ de $i=1$ için kavrama açısının Hertz basınçlarına etkisi
(Effect of pressure angle on Hertz pressure when $M=100 \text{ Nm}$ and $i=1$)



Şekil 8. M=100 Nm de i=1 için profil kaydırma miktarının Hertz basınçlarına etkisi
(Effect of profile shifting on Hertz pressure when M=100 Nm and i=1)



Şekil 9. Farklı modüllere sahip iç dişli çarklarda aktarılan momentin ve çevrim oranının etkisi
(Effects of transmitted moment and gear ratio in internal gears have different modulus)

Şekil 6 ile Şekil 9’deki grafikler mukayese edilirse iç dişli çarkların aynı şartlar altında dış dişli çarklara göre Hertz basınçları yönünden daha iyi olduğu sonucuna ulaşırlar. Dişli parametrelerinin dış ve iç dişli çark mekanizmalarının temas bölgelerinde oluşan elastik deformasyonlara etkileri Tablo 3 ve Tablo 4’te verilmiştir. Burada kavrama açısı ve profil kaydırma miktarı sabit tutulmuştur. Verilen deformasyon değerleri birinci dişli üzerindeki değerlerdir.

Tablo 3. Çeşitli şartlar altında dış dişli çarklarda oluşan elastik deformasyonlar
(Elastic deformation on external gears in different conditions)

Temas bölgesindeki deformasyonlar ($\times 10^{-3}$) (mm)				
M=100 Nm				
m \ i	1	2	3	4
4	0,182	0,1769	0,1748	0,1737
5	0,1456	0,1415	0,1399	0,139
6	0,1213	0,1179	0,1166	0,1158
M=200 Nm				
m \ i	1	2	3	4
4	0,3396	0,3296	0,3255	0,3233
5	0,2717	0,2637	0,2604	0,2587
6	0,2264	0,2198	0,217	0,2155
M=300 Nm				
m \ i	1	2	3	4
4	0,4883	0,4734	0,4673	0,464
5	0,3907	0,3787	0,3739	0,3712
6	0,3255	0,3156	0,3115	0,3093

Tablo 4. Çeşitli şartlar altında iç dişli çarklarda oluşan elastik deformasyonlar
(Elastic deformation on internal gears in different conditions)

Temas bölgesindeki deformasyonlar ($\times 10^{-3}$) (mm)			
M=100 Nm			
m \ i	2	3	4
4	0,1578	0,1628	0,1648
5	0,1262	0,1302	0,1319
6	0,1052	0,1085	0,1099
M=200 Nm			
m \ i	2	3	4
4	0,2919	0,3017	0,3057
5	0,2335	0,2413	0,2446
6	0,1946	0,2011	0,2038
M=300 Nm			
m \ i	2	3	4
4	0,4172	0,4318	0,4378
5	0,3338	0,3454	0,3502
6	0,2781	0,2879	0,2919

4. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu çalışmada iç ve dış dişli çarklarda oluşan Hertz basınç ve deformasyonlarına çeşitli faktörlerin etkisi incelenmiştir. İnceleme neticesinde şu önemli sonuçlara ulaşılmıştır. Modülün artması ile hem dış dişli çarklarda hem de iç dişli çarklarda Hertz basınç ve deformasyonları düşmektedir. Çevrim oranının artması, dış dişli çarklarda Hertz basınç ve deformasyonlarını düşürürken; iç dişli çarklarda ise

arttırmaktadır. Bu durum beklenen bir sonuçtur; çünkü bir içbükey eğri ile dışbükey eğri temas ettiğinde dış bükey eğrinin eğrilik yarıçapı arttırılırsa temas yüzeyi azalır. Temasin azalması da Hertz basınç ve deformasyonlarını arttırmaktadır. Momentin artması hem dış dişli hem de iç dişli çarklarda Hertz basınç ve deformasyonlarını arttırmaktadır. Kavrama açısının ve profil kaydırma faktörünün artması ile dış dişli çarklarda Hertz basınç ve deformasyonları azalmaktadır. Aynı şartlar altında iç dişli çarklarda oluşan Hertz basınç ve deformasyon değerleri, dış dişli çarklara göre daha düşüktür.

5.SİMGELER (SYMBOLS)

R_1	: Birinci dişlinin xz düzlemindeki yarıçapı
R_2	: Birinci dişlinin xz düzlemindeki yarıçapı
R_3	: İkinci dişlinin yz düzlemindeki yarıçapı
R_4	: İkinci dişlinin yz düzlemindeki yarıçapı
E	: Elastisite Modülü
F	: Normal doğrultuda etki eden kuvvet
P	: Hertz basıncı
l	: Dişli genişliği
ν	: Poisson oranı
AB	: Eğrilik toplamı
d_{g1}	: Birinci dişlinin temel dairesi çapı
d_{g2}	: İkinci dişlinin temel dairesi çapı
i	: Çevrim oranı
m	: Modül
M	: Aktarılabacak moment

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- İleri H., Makine Elemanları Hesabı, İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, İstanbul, Türkiye, 1973.
- Karavaer V., Mogrekar A., Joseph P., Modeling and Finite Element Analysis of Spur Gear, International Journal of Current Engineering and Technology, 3(5) 2104-2017, 2013.
- Gonzalez Perez I., Iserte L.J., Fuentes A., Implementation of Hertz theory and validation of a finite element model for stress analysis of gear drives with localized bearing contact, Mechanism and Machine Theory, 46 (6), 765-783, 2011.
- Chacon R.D., Andueza L.J., Diaz M.A., Alvarado J.A., Analysis of Stress due to Contact Between Spur Gears, 9th International Conference on Computational Intelligence Man-machine Systems and Cybernetics, Merida-Venezuela, 216-220, 14-16 Aralık 2010.
- Quadri S., Dolas D., Contact Stress Analysis of Involute Spur gear under Static loading, International Journal of Scientific Research Engineering & Technology, 4 (5), 593-596, 2015.
- Rao P., Sriraj R., Farook M., Contact Stress Analysis of Spur Gear for Different Materials using ANSYS and Hertz Equation, International Journal of Modern Studies in Mechanical Engineering, 1 (1) 45-52, 2015.
- Hassan A.R., Contact Stress Analysis of Spur Gear Teeth Pair, International Journal of Mechanical Aerospace Industrial Mechatronic and Manufacturing Engineering, 3 (10), 1279-1284, 2009.
- Khan M., Mangla A., Din S., Contact Stress Analysis of Stainless Steel Spur Gears using Finite Element Analysis and Comparison with Theoretical Results using Hertz Theory, International Journal of Engineering Research and Applications, 5 (4), 10-18, 2015.
- Hwang S.C., Lee J.H., Lee D.H., Han S.H., Lee K.H., Contact stress analysis for a pair of mating gears, Mathematical and Computer Modelling, 57 (1-2), 40-49, 2013.
- Hao Y., Shi Y., Contact stress analysis for a pair of aluminum matrix composite helical gear and steel worm, Journal of Reinforced Plastics and Composites, 34 (3) 213-221, 2015.
- Pedrero J.I., Pleguezuelos M., Muñoz M., Critical stress and load conditions for pitting calculations of involute spur and helical gear teeth, Mechanism and Machine Theory, 46 (4), 425-43, 2011.
- Vijayarangan S., Ganesan N., Static Contact Stress Analysis of a Spur Gear Tooth Using the Finite Element Method Including Frictional Effects, Computers & Structures, 51 (6), 765-770, 1994.
- Farhan M., Karuppanan S., Patil S., Frictional Contact Stress Analysis of Spur Gear by Using Finite Element Method, Applied Mechanics and Materials, 772, 159-163, 2015.
- Fetvacı C., Determination of Effective Involute Parameter Limit in Generation Simulation of Gears Manufactured by Pinion-Type Cutters, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 31 (2), 449-455, 2016.
- Brüser P., Untersuchungen über Die Elasto-hydrodynamische Schmierfilmdicke bei Elliptischen Hertzschen kontaktflächen, Doktora Tezi, Braunschweig Teknik Üniversitesi, Niedersachsen, Almanya 1972.
- Kayan İ., Şuhubi E., Elastisite Teorisi, Arı Kitapevi Matbaası, İstanbul, Türkiye, 1969.
- Akkurt M., Makine Elemanları, İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, İstanbul, Türkiye, 1975.

