



# Ortaokul Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri ve Yansıtıcı Düşünme Becerilerinin İncelenmesi


## Analysis of Algebraic Thinking Levels and Reflective Thinking Skills of Seventh Grade Middle School Students

Zeynep Özaydın, Rumeysa Cevahir Bolat, Dilek Sezgin Memnun

### Yazar Bilgileri

**Zeynep Özaydın**   
Doktora Öğrencisi, Bursa  
Uludağ Üniversitesi, Matematik  
Eğitimi,  
[zeynepozaydin@uludag.edu.tr](mailto:zeynepozaydin@uludag.edu.tr)

**Rumeysa Cevahir Bolat**   
Arş. Gör., İstanbul Üniversitesi-  
Cerrahpaşa, Matematik Eğitimi,  
[rumeysa.cevahir@iuc.edu.tr](mailto:rumeysa.cevahir@iuc.edu.tr)

**Dilek Sezgin Memnun**   
Prof. Dr., Bursa Uludağ  
Üniversitesi, Matematik Eğitimi,  
[dsmemnun@uludag.edu.tr](mailto:dsmemnun@uludag.edu.tr)

### ÖZ

Bu araştırmanın amacı, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini, yansıtıcı düşünme becerilerini ve bunların arasındaki ilişkiyi incelemektir. Araştırmada nicel araştırma desenlerinden biri olan tarama yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemini 2022-2023 eğitim öğretim yılında üç farklı devlet ortaokulunda öğrenim görmekte olan 393 ortaokul yedinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmanın verileri toplanırken "Cebirsel Düşünme Düzey Belirleme Testi" ve "Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi Ölçeği" kullanılmıştır. Elde edilen veriler, SPSS istatistik programı kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda, yedinci sınıf öğrencilerinin orta düzey cebirsel düşünmeye sahip olduğu ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin ortalamasının üzerinde seyrettiği belirlenmiştir. Aynı zamanda, yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin arasında pozitif yönde ve düşük düzeyde anlamlı ilişki olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Mevcut araştırma kapsamında ulaşılan sonuçlar, öğrencilerin yansıtıcı düşünme becerilerini geliştirerek üst düzey düşünme türlerinden biri olan cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimine katkıda bulunulacağı fikrini destekler niteliktedir.

### Makale Bilgileri

**Anahtar Kelimeler**  
Matematsel düşünme  
Cebirsel düşünme  
Yansıtıcı düşünme  
Ortaokul öğrencileri

**Keywords**  
Mathematical thinking  
Algebraic thinking  
Reflective thinking  
Middle school students

**Makale Geçmişi**  
Geliş: 26.05.2023  
Düzeltilme: 20.08.2023  
Kabul: 06.10.2023

### ABSTRACT

The aim of this research is to examine the algebraic thinking levels and reflective thinking skills of 7<sup>th</sup>-grade students in middle school and the relationship between them. The survey method, one of the quantitative research designs, was used in the research. The sample of the research consisted of 393 middle school 7<sup>th</sup> grade students in the 2022-2023 academic year. While collecting the data for the research, the "Algebraic Thinking Level Determination Test" and "Reflective Thinking Skills Scale towards Problem Solving" were used. The obtained data were analyzed using the SPSS statistics program. As a result of the research, the algebraic thinking of the 7<sup>th</sup>-grade students was average and their reflective thinking skills for problem solving were above average. At the same time, there was a positive and low-level significant relationship between the algebraic thinking levels of the 7<sup>th</sup> grade students and their reflective thinking skills for problem solving. The results obtained within the scope of the current research support the idea that improving the reflective thinking skills of students will contribute to the development of algebraic thinking levels, which is one of the higher-order thinking types.

### Makale Türü

Araştırma

**Önerilen Atıf** Özaydın, Z., Cevahir-Bolat, R. & Sezgin-Memnun, D. (2023). Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ve yansıtıcı düşünme becerilerinin incelenmesi. *TEBD*, 21(3), 1638-1659. <https://doi.org/10.37217/tebd.1303217>

## Giriş

Düşünme, mevcut bilgilerden yola çıkarak farklı bilgiler elde etme dolayısıyla mevcut bilgilerin ötesine geçme ve problem çözme, muhakeme etme, soyutlama gibi zihinsel etkileşimlerle oluşmuş bir temsil sürecidir (Özden, 2004; Solso, Maclin ve Maclin, 2007). Burada sözü edilen temsil, çeşitli araçlar kullanılarak (konuşma dili, yazı dili, sembol, çizim vb.) somutlaştırılan bir fikir açıklama biçimidir (Goldin, 2002). Düşünmeyi ve düşünme süreçlerini etkili bir şekilde gerçekleştiren bireyler yaşamları boyunca bir anlamlandırma çabası içinde bulunurlar (Berkant, 2007). Gerçek dünyayı anlamlandırırken karşılaştığımız problemleri çözebilmek, durumlar arası ilişkiler kurabilmek, bilinçli ve planlı zihinsel faaliyetler sergileyebilmek düşünmenin ürünüdür (Alkın-Şahin ve Tunca, 2013). Alanyazında farklı düşünme türlerinden bahsedilmektedir (Alkan ve Taşdan, 2011; Kabael ve Tanışlı, 2010; Kızılkaya ve Aşkar, 2009; Türnüklü ve Yeşildere, 2005). Bununla birlikte; matematiksel düşünme, cebirsel düşünme ve yansıtıcı düşünme kavramlarını irdelemek ilgili araştırmanın kapsamını oluşturmaktadır.

Düşünmeyi harekete geçiren fikir, gözlem, olay veya durum gibi olgular matematiksel düşünme aracılığıyla tanımlanabilir (Burton, 1984). Matematiksel düşünme, ilgili alanyazında kabul görmüş birden fazla tanıma sahiptir (Alkan ve Taşdan, 2011; Henderson vd., 2002; Lutfiyya, 1998; Mason, Burton ve Stacey, 2010; Schoenfeld, 1994). Mason vd. (2010) matematiksel düşünmenin düşüncelerimizi birleştirerek karmaşık yapıları anlamamızı sağlayan bir süreç olduğunu söylerken Henderson vd. (2002), matematiksel düşünmenin belli bir sonuca ulaşmak için matematiksel süreçlerin doğrudan ya da dolaylı olarak etkin bir şekilde kullanımını ifade ettiğini belirtir. Bu nedenle, düşünceleri anlama, düşünceler arası ilişkileri keşfetme, ilişkilerin sebeplerini belirtme veya destekleme (Lutfiyya, 1998) gibi çeşitli becerileri içeren matematiksel düşünmeyi matematik öğretimi bağlamında ele almak gerekir.

Matematiksel düşünme, çeşitli matematik öğretimi standartları ve öğretim programları tarafından vurgulanan, önemsenen bir beceridir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013, 2018; National Council of Teachers of Mathematics-Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi [NCTM], 2000). MEB (2018), İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda matematiğin hayatın bir parçası olması nedeniyle ele geçen her fırsatın matematiksel düşünmenin gelişimi için değerlendirilmesi gerektiğini dikkat edilecek hususlar altında ele alır. Matematiksel düşünmenin geliştirilmesi, bireyi matematiksel olarak yetkin kılar (MEB, 2018). Okullarda öğretilen matematik, matematiksel düşünme becerisini geliştirmeyi esas amaçlarından biri hâline getirmelidir (Baki, 2020). Matematiksel düşünmenin önemli bir alt boyutu ise cebirsel düşünmedir (MEB, 2018).

Cebir, birçok matematik konusu ile ilişkili olması sebebiyle her seviyedeki matematik öğretiminin merkezi olma niteliği taşır (Lacampagne, 1995). Cebirin bu merkezi rolü sebebiyle cebirsel

düşünmeyi öğrenmenin bir zorunluluk hâline geldiği söylenebilir. Swafford ve Langrall (2000) cebirsel düşünmeyi bilinmeyen miktarları biliniyormuş gibi düşünme, Kieran ve Chalouh (1993) cebirsel işlemlere ve sembollere aritmetiksel bir dille anlam yükleme becerisi olarak tanımlamıştır. Cebirsel düşünmenin tanımlarından da anlaşılacağı üzere, cebirsel düşünme bilinmeyenden bilineye vurgu yapma, cebire aritmetik bir dille anlam yükleme gibi eylemler barındırmaktadır. Dolayısıyla cebirsel düşünme güçlü bir aritmetik temele dayanır fakat aritmetik düşünmeden cebirsel düşünmeye geçiş kendiliğinden gerçekleşmez (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011). Öğrenciler cebirsel düşünmeyi önceki yaşantılarından gelen aritmetik düşünme ile ilişkilendirirler (Herscovics ve Linchevski, 1994). NCTM (2000), cebirsel düşünme ile aritmetik düşünme arasındaki ilişkilendirmeyi sağlayacak olan köprünün ortaokul matematik öğretim programı sayesinde kurulacağını belirtir. Ancak yapılan çalışmalar ortaokul öğrencilerinin cebirde harflerin kullanımını anlamada kavram yanlışlarının olduğunu (Akkaya ve Durmuş, 2015), değişken kavramını anlamakta ve yorumlamakta zorlandıklarını (Dede, Yalın ve Argün, 2002), aritmetikten cebire geçişteki sembolik dili etkin bir şekilde kullanamadıklarını (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012) göstermektedir.

Cebirsel düşünmenin matematik öğretimindeki önemli yeri göz önüne alındığında, ortaokul öğrencilerinde cebir kavramına yönelik var olan bu olumsuz durumların ortadan kaldırılması bir gereklilik olarak görülebilir. Cebirsel düşünme, üst düzey bir düşünme becerisidir (Tall, 2002) ve geliştirilmesi söz konusu olduğunda yansıtıcı düşünme becerisinden bahsetmek mümkündür. Çünkü yansıtıcı düşünme üst düzey düşünme becerilerini geliştirmeye yardımcı olan bir beceri türüdür (Kızılkaya ve Aşkar, 2009). Yansıtıcı düşünme, hipotezler meydana getirme, hipotezler üzerinde düşünme, hipotezleri test etme ve sonuçlara ulaşma gibi süreçleri içinde barındırır (Bigge ve Shermis, 1999). 21. yüzyıl becerilerinden biri olan yansıtıcı düşünme becerisi (Altuntaş ve Erişen, 2021), öğrencilerin deneyimlerini temel alarak öğrendiklerini yapılandırıp yeni bilgi üretmelerinde en önemli desteklerden birini sağlar (Yorulmaz, 2006). Aynı zamanda yansıtıcı düşünme öğrenciyi hedefe yönlendirmesi, düşünmesini sağlaması, sorumluluk alma ve sorun çözme yeteneğini geliştirmesi ve kendini değerlendirme sürecine rehberlik etmesi sebebiyle önemlidir (Ünver, 2011).

Alanyazında ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini (Kaya, 2017; Usta ve Gökçurt-Özdemir, 2018), cebirsel düşünceleri ile geometrik düşünceleri arasındaki ilişkiyi (Oral, İlhan ve Kınay, 2013), cebirsel düşünme düzeyleri ile zekâ alanları arasındaki ilişkiyi (Sünkür, İlhan ve Kılıç, 2012), problem çözme ve kurma süreci içindeki cebirsel düşünme becerilerini (Ataş, 2019; Ganioglu ve Cihangir, 2019; Sayı, 2018; Sukmawati, Sutawidjaja ve Siswono, 2018) inceleyen çalışmalar yer almaktadır. Benzer şekilde ortaokul öğrencilerinin yansıtıcı düşünme becerilerini (Kilit ve Güner, 2022; Puzmaz ve Tavşan, 2019), matematiksel problem çözme süreci içindeki yansıtıcı düşünme becerilerini (Happy, Setyowati ve Utami, 2021; Muzaimah ve Noer, 2019), yansıtıcı düşünme

becerileri ile öz yeterlik algıları arasındaki ilişkileri (Sevgi ve Zihar, 2020), yansıtıcı düşünceleri ile matematik dersine yönelik tutum ve başarılarını (Altuntaş ve Erişen, 2021; Bal, 2020; Erdoğan ve Şengül, 2019) inceleyen çalışmalar da mevcuttur. Dolayısıyla, alanyazının gerek cebirsel düşünme gerekse yansıtıcı düşünme ile ilgili gerçekleştirilen çalışmalar itibarıyla zenginlik gösterdiği söylenebilir. Bununla birlikte, alanyazında ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme becerisini ve yansıtıcı düşünme becerisini beraber ele alarak incelemeye tâbi tutan bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu bağlamda ele alındığında, üst düzey düşünme gerektiren cebirsel düşünme becerisini, üst düzey düşünme becerilerinin gelişmesinde önemli bir yer tutan yansıtıcı düşünme becerisi bağlamında incelemek önemli ve gerekli görülmektedir. Çünkü ortaya koyulacak bu incelemenin öğrencilerin cebirsel düşüncelerini geliştirme hususunda öğretim programlarının uygulayıcısı olan öğretmenlere ve program geliştiricilere yeni fikirler vereceği düşünülmektedir. Aynı zamanda, araştırmada ortaokul düzeyinde öğrenciler ile çalışılacak olması, cebirin öğrencilerin hayatına ortaokulda girmesi (Güvendiren, 2019; MEB, 2018) nedeniyle de önemlidir. Dolayısıyla, bu araştırmada ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile yansıtıcı düşünme becerileri arasında anlamlı bir ilişki olup olmadığının belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda, aşağıdaki problemlere cevap aranmıştır:

- Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri nasıldır?
- Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin yansıtıcı düşünme becerileri nasıldır?
- Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile yansıtıcı düşünme becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı düzeyde bir ilişki var mıdır?

### Yöntem

Bu araştırma, nicel araştırma yöntemlerinden biri olan "tarama" deseninde yürütülmüştür. Tarama araştırmaları, evrenden ya da evreni temsil eden bir örneklemden toplanan verilerle evrenin bazı özelliklerini tanımlamak için kullanılır (Sezgin-Selçuk, 2019). Var olan bir durumun fotoğrafını çekerek olduğu gibi aktarmayı hedefleyen tarama araştırmaları (Büyüköztürk, Akgün, Demirel, Karadeniz ve Kılıç-Çakmak, 2020) araştırma durumuyla ilgili ne sıklıkta, hangi düzeyde, nasıl gibi sorulara cevap verirken, neden sorusuna cevap vermemektedir (Wellington, 2006). Tarama araştırmalarında önemli olan, var olanı değiştirmeden ortaya koyabilmektir (Fraenkel ve Wallen, 2006). Bu araştırma da, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile yansıtıcı düşünme becerilerinin mevcut durumunu ve aralarındaki ilişkiyi olduğu şekliyle ortaya koymak amaçlandığından, araştırmanın tarama deseninde gerçekleştirilmesi kararlaştırılmıştır.

### Evren ve Örneklem

Araştırmanın amacı bağlamında, Millî Eğitim Bakanlığı Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (MEB, 2018) yer alan "Cebir" öğrenme alanı "Cebirsel İfadeler" alt öğrenme alanı

içindeki tüm kazanımlara dair öğretimin gerçekleştirildiği yedinci sınıf düzeyi, araştırmanın yürütülmesi için uygun sınıf düzeyi olarak seçilmiştir. Araştırmanın evrenini İstanbul ve Ankara’da öğrenim gören yedinci sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Evreni temsil eden örneklemin belirlenmesinde ise uygun örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Uygun örnekleme yönteminde araştırmacı en uygun ve en ulaşılabilir bireylerden başlayarak gerekli sayıdaki bireyi araştırmanın örneklemine dâhil eder (Büyüköztürk vd., 2020). Bu kapsamda araştırmanın örneklemi, 2022-2023 eğitim öğretim yılında İstanbul ilinde bulunan iki ortaokul ve Ankara ilinde bulunan bir ortaokul olmak üzere toplam üç ortaokulda öğrenim gören ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Örnekleme 186 (%47,3) kız, 207 (%52,7) erkek olmak üzere toplam 393 ortaokul yedinci sınıf öğrencisi bulunmaktadır.

### Veri Toplama Araçları

Araştırmanın verileri toplanırken “Cebirsel Düşünme Düzey Belirleme Testi (CDDBT)” ve “Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi Ölçeği (PÇYYDÖ)” kullanılmıştır.

Akarsu-Yakar ve Yılmaz (2021) tarafından geliştirilen Cebirsel Düşünme Düzey Belirleme Testi’nde yer alan sorular Altun (2018) tarafından tanımlanan cebirsel düşünme düzeylerinden ilk üç düzey ele alınarak hazırlanmıştır. Teste “Düzey 1” kapsamında 10, “Düzey 2” kapsamında 9, “Düzey 3” kapsamında 8 olmak üzere toplam 27 soru bulunmaktadır. Çoktan seçmeli olarak hazırlanan bu testte doğru cevaplar "1", yanlış cevaplar "0" puan değerine sahiptir. Testten alınabilecek en düşük puan 0, en yüksek puan 27’dir. Akarsu-Yakar ve Yılmaz’ın (2021) test için hesapladıkları KR-20 güvenilirlik katsayısı 0,86’dır. Mevcut araştırmada ise KR-20 güvenilirlik katsayısı 0,83 olarak hesaplanmıştır.

Kızılkaya ve Aşkar (2009) tarafından geliştirilen Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi Ölçeği, “Sorgulama”, “Nedenleme” ve “Değerlendirme” olmak üzere üç alt boyuttan ve 14 maddeden oluşmaktadır. Ölçeğin “Sorgulama” alt boyutu beş maddeden, “Değerlendirme” alt boyutu beş maddeden ve “Nedenleme” alt boyutu ise dört maddeden oluşmaktadır. PÇYYDÖ’den elde edilebilecek en düşük puan 14, en yüksek puan ise 70’tir. “Sorgulama” ve “Değerlendirme” alt boyutlarında beşer madde bulunduğundan bu alt boyutlardan alınabilecek puanlar 5 ile 25 arasındadır. “Nedenleme” alt boyutu ise dört madde içerdiğinden bu alt boyuttan alınabilecek puanlar 4 ile 20 arasında değişmektedir. Kızılkaya ve Aşkar’ın (2009) ölçek için hesapladıkları Cronbach Alfa güvenilirlik katsayısı 0,83’tür. Mevcut araştırmada ise Cronbach Alfa güvenilirlik katsayısı 0,78 olarak hesaplanmıştır.

### Veri Toplama Süreci

Veri toplama araçları olarak kullanılan ölçekleri geliştiren araştırmacılardan e-posta yolu ile uygulama izni alınmasının ardından, araştırma verileri 2022-2023 eğitim öğretim dönemi güz

yarıyılının son haftalarında örnekleme oluşturan yedinci sınıf öğrencilerinden toplanmıştır. Veri toplama zamanını belirlemede, ortaokul matematik öğretim programı dikkate alınmıştır. Öğretim programında M.7.2. Cebir öğrenme alanındaki “Cebirsel İfadeler” konusuna ait kazanımların derslerde işlenmesinin ardından örnekleme cebirsel ve yansıtıcı düşünme ölçme araçları uygulanmıştır. Öğrencilerin mevcut matematik öğretmenleri ile iş birliği yapılarak araştırmacının denetiminde Cebirsel Düşünme Düzey Belirleme Testi ile Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Ölçeği uygulanmıştır. Araştırmada ölçek ve test olmak üzere iki ölçme aracı kullanıldığından verilerin hangi gün toplanacağına bir sınıfla ardı ardına en az iki dersin olması durumuna göre karar verilmiştir. Öğrencilere öncelikle bir ders saati (40 dk) süre verilerek Cebirsel Düşünme Düzey Belirleme Testi’ni çözmeleri istenmiştir. Bu süre, ilgili sınıf seviyesinde görev yapan matematik öğretmenleri tarafından belirlenmiştir. Bir teneffüs geçtikten sonra ikinci dersin başlangıcında ise Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Ölçeği uygulanmıştır. Ölçeğin uygulanması ise yaklaşık 15 dakika sürmüştür. Öğrencilerin soruları özenle yanıtlamalarının sağlanması amacıyla, öğretmenler tarafından öğrencilere tamamladıkları testlerin %10’unun okul sınav puanlarına ekleneceği söylenmiştir. Bu motivasyon sonucunda, öğrencilerin soruları daha dikkatli ve daha ciddiye alarak yanıtladıkları sağlanmıştır.

### **Verilerin Analizi**

Araştırma kapsamında verilerin toplanmasının ardından, elde edilen veriler SPSS 28.0 paket programı kullanılarak analiz edilmiştir. Öncelikle CDDBT’den elde edilen veriler için KR-20, PÇYYDÖ’den elde edilen veriler için Cronbach Alfa katsayısı hesaplanarak verilerin güvenilirliği sağlanmıştır.

Araştırmanın birinci alt problemi doğrultusunda, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme testinden aldıkları cebirsel düşünme puanları, “Düşük”, “Orta”, “Yüksek” şeklinde kategorize edilerek betimsel analiz yapılmıştır. Cebirsel düşünme testinde “Düzey 1”den on soru, “Düzey 2”den dokuz soru ve “Düzey 3”ten sekiz soru bulunmaktadır. Her sorunun doğru cevabına 1 puan verilmiştir. Bu nedenle, alınan puanlar 0 ile 27 arasında değişkenlik göstermektedir. Her düzeyde bulunan soru sayıları da dikkate alınarak, toplam puanı 0-9 arasında olan öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyi “Düşük”, 10-18 puan arasında olan öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyi “Orta” ve 19-27 puan arasında olan öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyi “Yüksek” olarak kategorize edilmiştir. Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine göre testten aldıkları puanların ortalamaları ise belirlenen üç düzey ve toplam puanlar şeklinde oluşturulmuştur. Ardından da ortalama puanlar hesaplanmıştır.

Araştırmanın ikinci alt problemi doğrultusunda öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri, ölçekten aldıkları toplam puan ve ölçeğin alt boyutları olan

“Sorgulama”, “Değerlendirme” ve “Nedenleme”ye ait maddelerden aldıkların puanların ortalaması hesaplanarak öğrencilerin yansıtıcı düşünme becerileri hakkında bilgi edinilmiştir. PÇYYDÖ’den elde edilebilecek en düşük puan 14 (14 madde x 1 puan), en yüksek puan ise 70 (14 x 5)’tir. Şekil 1’de öğrencilerin beşli Likert tipindeki PÇYYDÖ’nden ve alt boyutlarından alabilecekleri toplam puanların çizelgesi sunulmaktadır.

	1	2	3	4	5
Ölçeğin geneli için toplam puan dağılımı	14	28	42	56	70
Sorgulama için toplam puan dağılımı	5	10	15	20	25
Değerlendirme için toplam puan dağılımı	5	10	15	20	25
Nedenleme için toplam puan dağılımı	4	8	12	16	20

Şekil 1. PÇYYDÖ ve alt boyutların toplam puan dağılımı

Şekil 1’e göre, öğrencilerin ölçekten alabilecekleri toplam puan ortalamasının 42, alt boyutların toplam puan ortalamalarının ise sırasıyla 15, 15 ve 12 olduğu görülmektedir. Şekil 1’de belirtilen çizelge ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin yansıtıcı düşünme becerilerinin belirlenmesinde kullanılmıştır.

Araştırmanın son alt problemi doğrultusunda ise öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri ile problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri arasında anlamlı bir ilişki olup olmadığı korelasyon analizi yapılarak incelenmiştir. Öncelikle, öğrencilerin cebirsel düşünme ve yansıtıcı düşünme puanları normallik testine tâbi tutulmuştur. Toplanan verilerin normal dağılıma sahip olup olmaması Kolmogorov-Smirnov testinin anlamlılık değerine göre değerlendirilmiştir. Tablo 1’de normallik testi sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 1. Normallik Testi Sonuçları

	Kolmogorov-Smirnov		
	İstatistik	sd	p
Cebirsel Düşünme (Toplam)	.047	356	.060
Düzye 1	.190	356	.001
Düzye 2	.106	356	.001
Düzye 3	.161	356	.001
Yansıtıcı Düşünme (Toplam)	.037	356	.200*
Sorgulama	.063	356	.002
Değerlendirme	.081	356	.001
Nedenleme	.088	356	.001

Tablo 1’e göre öğrencilerin cebirsel düşünme testinden aldıkları toplam puanları ile yansıtıcı düşünme puanları normal dağılıma sahiptir ( $p>0,05$ ). Bununla birlikte, öğrencilerin cebirsel düşünmeye ait “Düzye 1”, “Düzye 2” ve “Düzye 3” puanları ile “Sorgulama”, “Değerlendirme” ve

“Nedenleme” alt boyutlarına ait puanları normal dağılıma sahip değildir ( $p<0,05$ ). Bu nedenle; toplam puanlar arasındaki ilişki incelenirken, Pearson Momentler Çarpım Korelasyon Katsayısı hesaplanırken ve cebirsel düşünme ve yansıtıcı düşünmenin alt boyutları arasındaki ilişkiler incelenirken Spearman Sıra Farkları Korelasyon Katsayısı tekniği kullanılmıştır. Korelasyon analizi toplam puanların yanı sıra testin düzeyleri ve ölçeğin alt boyutları içinde gerçekleştirilmiştir. Örneğin; öğrencilerin cebirsel düşünme “Düzyey 1” puanları ile “Sorgulama”, “Değerlendirme”, “Nedenleme” puanları ile toplam yansıtıcı düşünme puanları arasında anlamlı ilişki olup olmadığı incelenmiştir. Aynı durum, cebirsel düşünme “Düzyey 2”, “Düzyey 3” ve “Toplam” cebirsel düşünme puanları için de ayrı ayrı yapılarak en yüksek ve anlamlı ilişkinin nerede olduğu saptanmaya çalışılmıştır.

### Etik Onay

Bu makalenin etik kurul onayı, Bursa Uludağ Üniversitesi Araştırma ve Yayın Etik Kurulları, Sosyal ve Beşerî Bilimler Araştırma ve Yayın Etik Kurulundan (oturum tarihi: 23 Aralık 2022, oturum sayısı 2022-11) alınmıştır. Bu araştırmanın yazım sürecinde bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulmuştur. Toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifat yapılmamıştır.

### Bulgular

Çalışmanın bu bölümünde sırasıyla araştırmanın birinci, ikinci ve üçüncü alt problemine yönelik elde edilen bulgulara ayrı başlıklar halinde yer verilmiştir.

### Cebirsel Düşünme Düzeylerine Yönelik Bulgular

Araştırmanın birinci alt problemi olan “Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri nasıldır?” sorusuna yanıt bulabilmek için öğrencilerin cebirsel düşünme testinden aldığı puanlar doğrultusunda öğrencilerin cebirsel düşünmede hangi düzeyde oldukları belirlenmiştir. Öğrencilerin düzeylere dağılımları Tablo 2’de sunulmuştur.

**Tablo 2.** Kategorize Edilen Cebirsel Düşünme Düzeyleri ve Frekans Dağılımları

<i>CD Düzeyleri</i>	<i>n</i>	<i>%</i>
Düşük (0-9 puan)	41	11,5
Orta (10-18 puan)	210	59,0
Yüksek (19-27 puan)	105	29,5
Toplam	356	100,0

Yukarıdaki Tablo 2 incelendiğinde, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşüncülerinin orta düzeyde yoğunlaştığı (%59) görülmektedir. Bununla birlikte, elde edilen verilerden cebirsel düşünmesi düşük düzeyde bulunan öğrencilerin azınlıkta (%11,5) olduğu anlaşılmaktadır.

Aynı zamanda, CDDBT’de yer alan soruların ait oldukları düzeyler dikkate alınarak, araştırmaya katılan 356 öğrencinin her bir düzyeye ait olan sorulardan aldığı “Toplam” puanların ortalamaları Tablo 3’te sunulmuştur.



**Tablo 3.** Cebirsel Düşünme Sorularının Düzeyleri ve Ortalama Puanlar

<i>CD Sorularının Düzeyleri</i>	<i>Alınabilecek Maksimum Puan</i>	$\bar{X}$	%
Düzy 1	10	7,8	78,0
Düzy 2	9	4,7	52,0
Düzy 3	8	3,2	40,0
Toplam	27	15,7	58,0

Ortalama değerleri incelenirken her bir düzeyden bulunan soru sayısı farklı olduğundan oran kurularak karşılaştırma yapılmıştır. Örneğin “Düzy 1”de on soru bulunduğundan ilgili düzeyden alınabilecek en yüksek puan 10’dur. Bununla birlikte, “Düzy 2”de dokuz soru bulunduğundan bu düzeyden alınabilecek en yüksek puan 9’dur. Düzeylerden alınabilecek “Toplam” puanlar birbirine eşit olmadığından ortalama değerler toplam puana oranlanarak ortalamalar hakkında yorum yapılmıştır. Bu nedenle “Düzy 1” için ortalama puanın bu düzeyden alınabilecek maksimum puana oranı (7,8/10) yaklaşık %78,0 iken “Düzy 2” için bu oran (4,7/9) yaklaşık %52,0 ve “Düzy 3” için (3,2/8) yaklaşık %40,0’tır. Dolayısıyla, Tablo 3’te en yüksek başarının “Düzy 1”e ait olan sorularda, en düşük başarının ise “Düzy 3”e ait olan sorularda elde edildiği görülmektedir.

#### **Yansıtıcı Düşünme Becerilerine Yönelik Bulgular**

Araştırmanın ikinci alt problemi olan “Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerin yansıtıcı düşünme becerileri nasıldır?” sorusuna yanıt bulabilmek için yansıtıcı düşünme ölçeğinden elde edilen alt boyutların toplam puanları ve tüm ölçekten alınan toplam puanların ortalamaları genel ortalama ile karşılaştırılmıştır. Araştırmaya katılan 356 yedinci sınıf öğrencinin yer aldığı örneklemde ortalamalara dair elde edilen bulgulara ise Tablo 4’te yer verilmektedir.

**Tablo 4.** Ortaokul Yedinci Sınıf Öğrencilerinin PÇYYDÖ ve Alt Boyutlarına İlişkin Puan Ortalamaları

<i>PÇYYDÖ</i>	$\bar{X}$	ss
Sorgulama	16,2	3,8
Değerlendirme	16,5	3,7
Nedenleme	14,0	3,1
Toplam	46,7	8,6

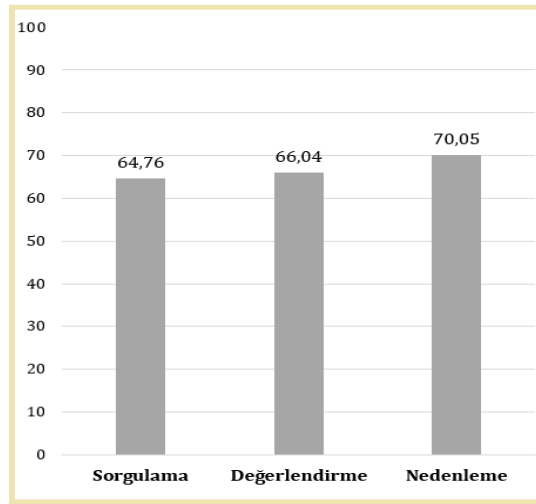
Araştırmada yer alan Tablo 4’teki veriler incelendiğinde, yedinci sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerine ilişkin puan ortalamalarının 46,7 olduğu görülmekte olup, bu değer ölçek toplam puan ortalamasından ( $\bar{x}=42$ ) yüksektir. “Sorgulama” alt boyutu için öğrencilerin toplam puan ortalaması 16,2 olup bu değer ilgili alt boyutun çizelgedeki toplam puan ortalamasından ( $\bar{x}=15$ ) yüksektir. “Değerlendirme” alt boyutu için öğrencilerin toplam puan ortalaması 16,5 olup bu değer ilgili alt boyutun çizelgedeki toplam puan ortalamasından ( $\bar{x}=15$ ) yüksektir. Son olarak “Nedenleme” alt boyutu için öğrencilerin toplam puan ortalaması 14,0 olup bu değer ilgili alt boyutun çizelgedeki toplam puan ortalamasından ( $\bar{x}=12$ ) yüksektir. Dolayısıyla öğrencilerin yansıtıcı düşünme ölçeğinden aldıkları toplam puan ile alt boyutlardan (“Sorgulama”,

“Değerlendirme” ve “Nedenleme”) aldıkları "Toplam" puan ortalamalarının her biri çizelgede belirtilen ortalamanın üzerindedir.

Aynı zamanda, öğrencilerin ölçek alt boyutlarının her biri için hesaplanan yansıtıcı düşünme becerilerine yönelik ortalama puanlarının (Tablo 4’te yer alan) genel bir yorum yapabilmek amacıyla yüzde oranları hesaplanmıştır. Çünkü her alt boyut için alınabilecek maksimum puan farklıdır. Bu hesaplama sonucunda ulaşılan değerler Şekil 2’de yer almaktadır. Hesaplamalar yapılırken kullanılan formül ise şöyledir;

$$\text{Yüzde oran} = \frac{100 \times \text{Alt boyut ortalaması}}{\text{Alt boyuttan alınabilecek max puan} *}$$

\*Alt boyutlardan alınabilecek maksimum puanlar Şekil 1’de yer almaktadır.



Şekil 2. PÇYYDÖ alt boyutlarına ilişkin yansıtıcı düşünme beceri puanları için yüzde oranları

Yukarıda yer alan Şekil 2’ye bakıldığında, öğrencilerin “Sorgulama” alt boyutuna ilişkin yansıtıcı düşünme becerilerinin en düşük, “Nedenleme” alt boyutuna ilişkin yansıtıcı düşünme becerilerinin ise en yüksek yüzde orana sahip olduğu görülmektedir.

### Cebirsel Düşünme ve Yansıtıcı Düşünme Arasındaki İlişkiye Yönelik Bulgular

Araştırmanın üçüncü alt problemi olan “Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri ile yansıtıcı düşünme becerileri arasında anlamlı bir ilişki var mıdır?” sorusuna yanıt bulabilmek için cebirsel düşünme ve düzeyleri ile yansıtıcı düşünme ve alt boyutları arasında korelasyon analizi yapılmıştır.

Cebirsel düşünme ile problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme arasındaki ilişki için yapılan Pearson Korelasyon Katsayısı analizi sonuçlarına göre, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri ile yansıtıcı düşünme becerileri arasında pozitif yönde düşük düzeyde anlamlı bir ilişki bulunmaktadır ( $r=0,292$ ;  $p<0,001$ ). Bulunan korelasyon değerinin karesi alınarak determinasyon katsayısı hesaplanabilir ( $R^2$ ). Bu analizde determinasyon katsayısı  $R^2=(0,292)^2=0,085$ ’tir. Bu bilgiye

dayanarak, yansıtıcı düşünme becerisine yönelik değişkenliğin %8'inin cebirsel düşünme değişkeni ile açıklandığı söylenebilir.

Cebirsel düşünme ile yansıtıcı düşünme arasında bulunan anlamlı ilişkinin yansıtıcı düşünmenin alt boyutlarına ve cebirsel düşünmenin düzeyine göre nasıl değiştiğini araştırmak için alt boyutlar arasında Spearman Korelasyon Katsayısı hesaplanmıştır ve sonuçlar Tablo 5'te sunulmuştur.

**Tablo 5.** Alt Boyutların Spearman Rho Korelasyon Katsayıları

			<i>Düzye1</i>	<i>Düzye2</i>	<i>Düzye3</i>	<i>Sorgulama</i>	<i>Değerlendirme</i>	<i>Nedenleme</i>	
Spearman's Rho	Cebirsel Düşünme	Düzye 1	r	1,000					
			p	.					
		Düzye 2	r	.569**	1,000				
			p	<.001	.				
		Düzye 3	r	.497**	.592**	1,000			
			p	<.001	<.001	.			
	Yansıtıcı Düşünme	Sorgulama	r	.305**	.255**	.202**	1,000		
			p	<.001	<.001	<.001	.		
		Değerlendirme	r	.145**	.114*	.111*	.529**	1,000	
			p	.006	.031	.035	<.001	.	
		Nedenleme	r	.290**	.219**	.223**	.462**	.464**	1,000
			p	<.001	<.001	<.001	<.001	<.001	.

\*: p<0,05, \*\*:p<0,001

Yukarıda verilen Tablo 5'teki korelasyon katsayılarından elde edilen sonuçlar aşağıda maddeler halinde sıralanmıştır.

- Tablodaki p değerlerine göre elde edilen tüm korelasyon değerleri anlamlıdır.
- Cebirsel düşünme düzeylerinin kendi aralarındaki ilişkiler incelendiğinde korelasyon katsayıları "Düzye 1" ile "Düzye 2" arasında 0,569, "Düzye 1" ile "Düzye 3" arasında 0,497 ve "Düzye 2" ile "Düzye 3" arasında 0,592 olup tümü orta düzeyde ilişkiyi ifade etmektedir.
- Yansıtıcı düşünme alt boyutlarının kendi aralarındaki ilişkiler incelendiğinde, korelasyon katsayıları "Sorgulama" ile "Değerlendirme" arasında 0,529, "Sorgulama" ile "Nedenleme" arasında 0,462 ve "Değerlendirme" ile "Nedenleme" arasında 0,464 olup tümünün orta düzeyde ilişkiyi ifade ettiği söylenebilir.
- "Sorgulama" alt boyutunun cebirsel düşünme düzeyleriyle ilişkisi incelendiğinde, en yüksek ilişkinin "Düzye1" (r=0,305) ile olduğu ve en düşük anlamlı ilişkinin "Düzye 3" (r=0,202) ile olduğu görülmektedir.
- "Değerlendirme" alt boyutunun cebirsel düşünme düzeyleriyle ilişkisi incelendiğinde, korelasyon değerlerinin 0,111 ile 0,145 arasında değiştiği görülmektedir. Bu korelasyon katsayılarının sıfıra yakın olmasından dolayı değerlendirme alt boyutunun cebirsel düşünme düzeyleri arasında oldukça düşük ilişkiye sahip olduğu söylenebilir.

- “Nedenleme” alt boyutunun cebirsel düşünme düzeyleriyle ilişkisi incelendiğinde, en yüksek ilişkinin “Düzy 1” ( $r=0,290$ ) ile olduğu ve en düşük anlamlı ilişkinin “Düzy 2” ( $r=0,219$ ) ile olduğu görülmektedir.
- Cebirsel düşünme düzeyleri bakımından tablo incelendiğinde ise cebirsel düşünmenin “Düzy 1” puanlarının yansıtıcı düşünmenin alt boyutlarıyla ilişkisi en yüksek olandan en düşük olana doğru “Sorgulama” ( $r=0,305$ ), “Nedenleme” ( $r=0,290$ ) ve “Değerlendirme” ( $r=0,145$ ) olduğu görülmektedir.
- Cebirsel düşünmenin “Düzy 2” puanlarının yansıtıcı düşünmenin alt boyutlarıyla ilişkisi en yüksek olandan en düşük olana doğru “Düzy 1” ile paralellik göstermekte olup “Sorgulama” ( $r=0,255$ ), “Nedenleme” ( $r=0,219$ ) ve “Değerlendirme” ( $r=0,114$ ) olduğu görülmektedir.
- Son olarak cebirsel düşünmenin “Düzy 3” puanlarının yansıtıcı düşünmenin alt boyutlarıyla ilişkisi en yüksek olandan en düşük olana doğru “Nedenleme” ( $r=0,223$ ), “Sorgulama” ( $r=0,202$ ), ve “Değerlendirme” ( $r=0,111$ ) olduğu görülmektedir. Burada “Düzy 3” puanlarının “Nedenleme” puanlarıyla ilişkisinin diğerlerine nazaran daha yüksek olması farklılık oluşturmaktadır.

### Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu araştırmada, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri, yansıtıcı düşünme becerileri ve cebirsel düşünme düzeyleri ile yansıtıcı düşünme becerileri arasındaki ilişkiler ortaya koyulmuştur. Bu kapsamda, araştırmadan elde edilen bulgular ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünmelerinin orta düzeyde olduğuna işaret etmektedir. Buna ek olarak, cebirsel düşünmesi düşük düzeyde olan öğrencilerin diğer düzeylere göre sayıca en az olduğu da yapılan analizler sonucunda ortaya koyulmuştur. Öğrencilerin cebiri anlamakta zorlandıkları (Carraher, Schliemann, Brizuela ve Earnest, 2006; Hajizah, Wijayanti ve Darhim, 2021; Walkoe, 2015), cebirsel düşünmenin günlük hayattaki işlevsel yönü (Van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010) ve Matematik Dersi Öğretim Programı’nda yedinci sınıf öğretim programı içinde yer cebirsel düşünme kazanımlarının (MEB, 2018) önemli nitelikler barındırması göz önüne alındığında, ulaşılan bu sonuçlar olumlu olarak değerlendirilebilir. Bununla birlikte, yine de cebirsel düşünmenin gelişimini üst düzeyde sağlamak matematik derslerinde önemli bir hedef haline gelmelidir. Çünkü mevcut araştırmada ulaşılan bir diğer sonuç, cebirsel düşünme düzeyi arttıkça, öğrencilerin o düzeye ait olan sorulara yönelik başarılarının azaldığını göstermektedir. Matematiğin hayata dair fayda sağlayan kritik bir yönü olan cebir, üst düzey matematiğe açılan bir kapıdır (Cogan, Schmidt ve Wiley, 2001; Kriegler, 2008). Dolayısıyla, cebirsel düşünmenin sağlanması matematik derslerinde ulaşılmaması öncelenen bir amaç olduğunda, öğrencilerin matematiğin hayata dair yönünü daha iyi anlamlandırmaları ve matematiği değerli bulmaları söz konusu olabilir. Problem çözmenin cebirsel

düşünmenin gelişiminde önemli bir rol oynaması nedeniyle (Bednarz, Radford, Janvier ve Lepage, 1992), cebirsel düşünmenin gelişimini sağlamak isteyen öğretmenlere problem çözmeyi derslerinin odağına almaları önerilebilir.

Bu araştırmanın bir diğer sonucu, yedinci sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin ortalamasının üzerinde seyrettiği yönündedir. Karademir ve Görgün (2019), ortaokul öğrencilerinin yansıtıcı düşünme becerilerini inceledikleri çalışmada, benzer bir sonuca ulaşarak ortaokul öğrencilerinin yansıtıcı düşünme becerilerinin ortalamasının üzerinde olduğunu belirtmişlerdir. Yansıtıcı düşünme, bir problemle karşı karşıya kalındığında problemi anlamayı ve ne yapılacağı hususunda karar vermeyi kapsar (Van De Walle vd., 2010). Yansıtıcı düşünme sayesinde, öğrencilerin hata faktörleri azaltılabilir (Nindiasari, 2013). Dolayısıyla, mevcut araştırmanın örneklemini oluşturan öğrencilerin yansıtıcı düşünme becerilerinin ortalamasının üzerinde olması, cebirsel düşüncelerinin de orta düzeyde olmasını sağlamış olması muhtemeldir.

Araştırmaya katılan yedinci sınıf öğrencilerinin "Nedenleme" bağlamındaki yansıtıcı düşünme becerilerinin "Sorgulama" ve "Değerlendirme" bağlamındaki yansıtıcı düşünme becerilerinden daha yüksek olduğu yapılan bu çalışmada ortaya koyulmuştur. "Nedenleme" becerisi alan yazında muhakeme etme becerisi adı altında anılmaktadır (Erdoğan, 2018). Muhakeme etmenin ulusal ve uluslararası öğretim programlarındaki (Avustralya Matematik Öğretimi Müfredatı [ACARA], 2023; MEB, 2018; NCTM, 2000) önemli yeri göz önüne alındığında, ulaşılan bu sonuç olumlu bir sonuç olarak ifade edilebilir. Bununla birlikte, yedinci sınıf öğrencilerinin "Sorgulama" bağlamındaki yansıtıcı düşünme becerilerinin ise "Nedenleme" ve "Değerlendirme" bağlamındaki yansıtıcı düşünme becerilerinden daha düşük olduğu görülmüştür. Benzer bir sonuca, Altuntaş ve Erişen (2021) tarafından yedinci sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerini inceleme amacıyla yapılan çalışmada ulaşılmıştır. "Sorgulama", üst düzey becerileri geliştirmek için güçlü bir öğretim aracı olarak kullanılabilir (Blumenfeld vd., 1991). Aynı zamanda, NCTM (2014) tarafından amaçlı bir sorgulamanın öğrencilerin matematiksel fikirler hakkındaki anlamlandırmalarını değerlendirmek ve ilerletmek için kullanılabileceği belirtilmektedir. Buradan hareketle, matematik derslerinde öğrencilerin sorgulama yapabilmelerini sağlayacak etkinliklerin organize edilmesi bir gereklilik olarak açıklanabilir.

Son olarak, bu çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin aralarında anlamlı ilişkilere sahip olduğu tespit edilmiştir. Yapılan analizlerde, belirlenen bu ilişkilerin pozitif yönde düşük düzeyde ilişkiler olduğu anlaşılmıştır. Cebirsel düşünme düzeylerinin ise kendi aralarında orta düzeyde ilişkileri mevcuttur. Bu durum, cebirsel düşünmenin herhangi bir düzeyinin diğerinden kesin çizgilerle ayıramayacağını göstergesi olarak değerlendirilebilir. Cebirsel düşünmenin geliştirilebilmesi adına

öğrenme ortamlarında yapılacak her türlü düzenleme cebirsel düşünmenin tüm düzeyleri için katkı sağlayacaktır. Cebirsel düşünme düzeyleri arttıkça, öğrencilerin “Sorgulama” bağlamındaki yansıtıcı düşünme becerilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile olan ilişkisi azalmaktadır. Aynı zamanda, cebirsel düşünme “Düzyey 1” ve “Düzyey 2”nin “Sorgulama” bağlamındaki yansıtıcı düşünme becerileri ile olan ilişkisinin en yüksek, “Düzyey 3”ün ise “Nedenleme” bağlamındaki yansıtıcı düşünme becerileri ile olan ilişkisinin en yüksek olduğu görülmüştür. Cebirsel düşünmenin en üst düzeyinin “Nedenleme” bağlamındaki yansıtıcı düşünme becerileri ile olan ilişkisinin en yüksek olması nedenlemenin alan yazında muhakeme etme (Erdoğan, 2018) olarak anılması ve muhakeme etmenin ise üst düzey bir düşünme becerisi olması (Erdem, 2011; Gürbüz ve Erdem, 2016) ile açıklanabilir.

Üst düzey düşünme becerilerini geliştirmeye yardımcı olan yansıtıcı düşünmenin (Kızılkaya ve Aşkar, 2009), üst düzey düşünme türlerinden biri olan cebirsel düşünmenin gelişimine de katkıda bulunabileceği sonucuna mevcut araştırma kapsamında ulaşılmıştır. Öğretmenler, öğrenme ortamlarının odağında yansıtıcı düşünme becerilerine de (sorgulama, nedenleme, değerlendirme) yer verdikleri takdirde, cebirsel düşünmenin gelişimi noktasında bir adım atmış olacaklardır. Cebirsel düşünmenin matematik öğretimi için önemli yeri göz önüne alındığında, geliştirilmesi hususu için yansıtıcı düşünme becerilerini harekete geçirecek unsurların kullanımı da öğrenme ortamlarında bir zenginlik yaratabilir.

### Kaynaklar

- ACARA. (2023). *Australian curriculum: Mathematics*. <https://www.australiancurriculum.edu.au/f-10-curriculum/mathematics/rationale/> sayfasından erişilmiştir.
- Akarsu-Yakar, E. & Yılmaz, S. (2021). Cebirsel düşünme düzey belirleme testi: Geçerlik ve güvenilirlik çalışması, *İhlara Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 6(1), 138-154.
- Akkan, Y., Baki, A. & Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar: Cebir öncesinin önemi. *İlköğretim Online*, 10(3), 812-823.
- Akkan, Y., Baki, A. & Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43, 1-13.
- Akkaya, R. & Durmuş, S. (2015). İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışlarının giderilmesinde çalışma yapraklarının etkililiği. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 27, 1-16.
- Alkan, H. & Taşdan, B. T. (2011). Farklı sınıf düzeylerindeki matematik öğretmen adaylarının gözünden matematiksel düşünme. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(2), 107-137.

- Alkın-Şahin, S. & Tunca, N. (2013). Düşünme becerileri, düşünmeyi destekleyen sınıf ortamı ve öğretmen davranışları. G. Ekici & M. Güven (Ed.) *Öğrenme-öğretme yaklaşımları ve uygulama örnekleri* içinde (s. 392-426). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Altun, M. (2018). *Ortaokullarda matematik öğretimi*. Aktüel Alfa Akademi Yayıncılık.
- Altuntaş, L. & Erişen, Y. (2021). İlköğretim öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri ile matematik dersine yönelik tutum ve matematik dersi başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Türkiye Eğitim Dergisi*, 6(1), 280-293.
- Ataş, Y. (2019). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin geometri ve ölçme problemlerini çözme süreçlerindeki cebirsel düşünme becerileri*. (Doktora Tezi). <http://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Baki, A. (2020). *Matematiği öğretme bilgisi*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Bal, A. P. (2020). Ortaokul öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin ve matematik başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 19(75), 1063-1074.
- Bednarz, N., Radford, L., Janvier, B. & Lepage, A. (1992). Arithmetical and algebraic thinking in problem-solving. W. Geeslin & K. Graham (Ed.), *Proceedings of the 16th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* içinde (c. I, s. 65-72). Durham: PME.
- Berkant, H. G. (2007). *Dokuzuncu sınıf biyoloji dersinde yapıcı öğrenme temelli hazırlanan anlamlı nedensel düşünmeye dayalı öğretimin öğrencilerin anlamlı nedensel düşüncelerine, akademik başarılarına, kalıcılığa ve günlük yaşam davranışlarına etkisi*. (Doktora tezi). <http://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Bigge, M. L. & Shermis, S. S. (1999). *Learning theories for teachers*. New York: Longman.
- Blumenfeld, P. C., Soloway, E., Marx, R. W., Krajcik, J. S., Guzdial, M. & Palincsar, A. (1991). Motivating project-based learning: Sustaining the doing, supporting the learning. *Educational Psychologist*, 26(3-4), 369-398.
- Burton, L. (1984). Mathematical thinking: the struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(1), 35-49.
- Büyüköztürk, Ş., Akgün, Ö. E., Demirel, F., Karadeniz, Ş. & Kılıç-Çakmak, E. (2020). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Carraher, D. N., Schliemann, A. D., Brizuela, B. M. & Ernest, D. (2006). Arithmetic and algebra in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(2), 87-115.

- Cogan, L. S., Schmidt, W. H. & Wiley, D. E. (2001). Who takes what math and in which track? Using TIMSS to characterize US students' eighth-grade mathematics learning opportunities. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 23(4), 323-341.
- Dede, Y., Yalın, H. & Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanılgıları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi* içinde (s. 962-968). Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Erdem, E. (2011). *İlköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerilerinin incelenmesi*. (Doktora tezi). <http://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Erdoğan, F. & Şengül, S. (2019). Yansıtıcı düşünme etkinliklerinin altıncı sınıf öğrencilerinin matematik tutumuna etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 27(1), 247-260.
- Erdoğan, H. (2018). *Gerçekçi matematik eğitimine dayalı matematik öğretiminin akademik başarı, kalıcılık ve yansıtıcı düşünme becerisine etkisi*. (Yüksek Lisans Tezi). <http://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Fraenkel, J. R. & Wallen, N. E. (2006). *How to design and evaluate research in education*. New York, NY: Mac Graw Hill Education.
- Ganioğlu, M. Ş. & Cihangir, A. (2019). The relationship between middle school students' problem posing skills and algebraic thinking levels. *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 5(3), 307-313.
- Goldin, G. A. (2002). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 137-165.
- Gürbüz, R. & Erdem, E. (2016). Relationship between mental computation and mathematical reasoning. *Cogent Education*, 3(1), 1212683.
- Güvendiren, G. N. (2019). *Altıncı sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünmelerinin üç parametreyle birlikte incelenmesi: Niceliksel muhakeme, kovaryasyonel ve fonksiyonel düşünme*. (Yüksek lisans tezi). <http://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Hajizah, M. N., Wijayanti, D. A. & Darhim, D. (2021). Realistic mathematics education on teaching functions to develop algebraic thinking skills. *Journal of Physics: Conference Series* içinde (c. 1869, s. 1, s. 012130). Malang: IOP Publishing.
- Happy, N., Setyowati, K. & Utami, R. E. (2021). Students' reflective thinking ability in solving mathematics problems assessed from students' learning style. *Journal of Mathematical Pedagogy*, 3(1), 1-11.



- Henderson, P. B., Hitchner, L., Fritz, S. J., Marion, B., Scharff, C., Hamer, J. & Riedesel, C. (2002). Materials development in support of mathematical thinking. *ACM SIGCSE Bulletin*, 35(2), 185–190.
- Hersovics, N. & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1), 59-78.
- Kabael, T. & Tanışlı, D. (2010). Cebirsel düşünme sürecinde örüntüden fonksiyona öğretim. *İlköğretim Online*, 9(1), 213-228.
- Karademir, Ç. A. & Görgün, S. (2019). Ortaokul öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri ile öz-düzenleme becerilerinin incelenmesi. *Avrasya Uluslararası Araştırmalar Dergisi*, 7(16), 292-313.
- Kaya, D. (2017). Examination the skills and levels of seventh grade students on algebraic thinking. *Bartın University Journal of Faculty of Education*, 6(2), 657-675
- Kızılkaya, G. & Aşkar, P. (2009). Problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi ölçeğinin geliştirilmesi. *Eğitim ve Bilim*, 34(154), 82-92.
- Kieran, C. & Chalouh, L. (1993). Prealgebra: The transition from arithmetic to algebra. P. S. Wilson (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* içinde (s. 119-139). New York: Macmillan.
- Kilit, B. & Güner, P. (2022). 7. ve 8. Sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 30(2), 362-377.
- Kriegler, S. (2008). *Just what is algebraic thinking*. [https://www.shastacoe.org/uploaded/SCMP2/Fall\\_Content\\_Day\\_2013/Fall\\_Content\\_Day\\_2013\\_6-9/SCMP2\\_Winter\\_Content\\_Day\\_2014/SCMP2\\_Summer\\_Institute\\_2014/M-Algebraic\\_Thinking\\_Article\\_by\\_Kriegler.pdf](https://www.shastacoe.org/uploaded/SCMP2/Fall_Content_Day_2013/Fall_Content_Day_2013_6-9/SCMP2_Winter_Content_Day_2014/SCMP2_Summer_Institute_2014/M-Algebraic_Thinking_Article_by_Kriegler.pdf) sayfasından erişilmiştir.
- Lacampagne, C. B. (1995). *The algebra initiative colloquium. Volume 2: Working group papers*. Washington: Office of Educational Research and Improvement.
- Lutfiyya, L. A. (1998). Mathematical thinking of high school in Nebraska. *International Journal of Mathematics Education and Science Technology*, 29(1), 55-64.
- Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically*. London: Pearson Education Limited.
- MEB. (2013). *Ortaokul Matematik Dersi 5-8. Sınıflar Öğretim Programı*. MEB Talim Terbiye Başkanlığı.
- MEB. (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. Ankara: MEB.
- Muzaimah, M. & Noer, S. H. (2019). *The analysis of students' reflective thinking skills in solving mathematical story problems on quadrilateral material*. 3rd International Seminar on Innovation in

- Mathematics and Mathematics Education'da sunulmuş bildiri. Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Mathematics Teachers.
- NCTM. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston, VA: National Council of Mathematics Teachers.
- Nindiasari, H. (2013). *Meningkatkan kemampuan dan disposisi berpikir reflektif matematis serta kemandirian belajar siswa SMA melalui pembelajaran dengan pendekatan metakognitif*. (Doktora tezi). <http://repository.upi.edu/3659/> sayfasından erişilmiştir.
- Oral, B., İlhan, M. & Kınay, İ. (2013). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(34), 33-46.
- Özden, Y. (2004). *Öğrenme ve öğretme*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Pusmaz, A. & Tavşan, S. (2019). Problem çözmeye başarılı öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 27(2), 837-852.
- Sayı, M. Ş. (2018). *Ortaokul öğrencilerinin problem kurma becerileri ile cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişki*. (Yüksek Lisans Tezi). <http://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Schoenfeld, A. H. (1994). Reflections on doing an teaching mathematics. A. H. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical thinking and problem solving* içinde (s. 53-70). New York, NY: Routledge.
- Sevgi, S. & Zihar, M. (2020). Ortaokul öğrencilerinin yansıtıcı düşünme becerileri ile matematik öz yeterlik algılarının incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 28(6), 2331-2345.
- Sezgin-Selçuk, G. (2019). Tarama yöntemi. H. Özmen & O. Karamustafaoğlu (Ed.), *Eğitimde araştırma yöntemleri* içinde (s. 140-161). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Solso, R. L., Maclin, M. K. & Maclin, O. H. (2007). *Bilişsel psikoloji* (Çev. A. Ayçiçeği). İstanbul: Bilge.
- Sukmawati, A., Sutawidjaja, A. & Siswono, T. (2018). Algebraic thinking of elementary students in solving mathematical word problems: Case of male field dependent and independent student. *4th International Conference on Teacher Training and Education* içinde (s. 123-128). Sebelas Maret University, Surakarta.
- Sünkür, M. Ö., İlhan, M. & Kılıç, M. A. (2012). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile zekâ alanları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(2), 183-200.

- Swafford, J. O. & Langrall, C. W. (2000). Grade 6 students' pre-instructional use of equations to describe and represent problem situations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 89-112.
- Tall, D. (Ed.). (2002). *Advanced mathematical thinking*. New York, NY: Kluwer Academic Publishing.
- Türnüklü, E. B. & Yeşildere, S. (2005). Problem, problem çözme ve eleştirel düşünme. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 107-123.
- Usta, N. & Gökkurt-Özdemir, B. (2018). Ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin incelenmesi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 6(3), 427-453.
- Ünver, G. (2011). Yansıtıcı düşünme. Ö. Demirel (Ed.), *Eğitimde yeni yönelimler içinde* (s. 137-148). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (8. b.). Boston: Allyn & Bacon.
- Walkoe, J. (2015). Exploring teacher noticing of student algebraic thinking in a video club. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18, 523-550.
- Wellington, J. (2006). *Educational research: Contemporary issues and practical approaches*. London: Continuum.
- Yorulmaz, M. (2006). *İlköğretim I. kademesinde görev yapan sınıf öğretmenlerinin yansıtıcı düşünmeye ilişkin görüş ve uygulamalarının değerlendirilmesi*. (Yüksek Lisans Tezi). <http://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.

### Extended Summary

Facts such as an idea, observation, event or situation that activate thinking can be defined through mathematical thinking (Burton, 1984). Mathematical thinking is an important skill emphasized by various mathematics teaching standards and curricula (MEB, 2013, 2018; NCTM, 2000). Developing mathematical thinking makes the individual mathematically competent (MEB, 2018). Mathematics taught in schools should define developing mathematical thinking skills as one of its main purposes (Baki, 2020, p. 200). An important sub-dimension of mathematical thinking is algebraic thinking (MEB, 2018). Algebra is the center of mathematics teaching at all levels, as it is associated with many mathematics subjects (Lacampagne, 1995). However, studies show that middle school students have misconceptions in understanding the use of letters in algebra (Akkaya and Durmuş, 2015), have difficulties in understanding and interpreting the concept of variable (Dede, Yalın and Argün, 2002), and cannot effectively use the symbolic language in the transition from arithmetic to algebra (Akkan, Baki and Çakıroğlu, 2012). Considering the important place of algebraic thinking in mathematics teaching, it can be seen as a necessity to eliminate these negative situations

towards the concept of algebra in secondary school students. Algebraic thinking is a high-level thinking skill (Tall, 2002), and when it comes to its development, it is possible to talk about reflective thinking skills because reflective thinking is a type of skill that helps develop higher-order thinking skills (Kızılkaya and Aşkar, 2009). In this context, it is important and necessary to examine the algebraic thinking skill which requires high-level thinking, in the context of reflective thinking skill which has an important place in the development of high-level thinking skills since this examination will open a new door for curriculum practitioners and curriculum developers to develop students' algebraic thinking. Therefore, in this study, it was aimed to determine whether there is a significant relationship between the algebraic thinking levels of the secondary school 7<sup>th</sup> grade students and their reflective thinking skills.

This research was carried out in the survey design, one of the quantitative research methods. The population of the research consisted of the 7<sup>th</sup> grade students studying in Istanbul and Ankara. The sample of the research consisted of the 7<sup>th</sup> grade students studying in a total of three secondary schools, two secondary schools in Istanbul and a secondary school in Ankara in the 2022-2023 academic year. In the sample, there were 393 students, 186 (47.3%) females and 207 (52.7%) males. While collecting the data of the research, "Algebraic Thinking Level Determination Test" and "Reflective Thinking Skills Scale towards Problem Solving" were used.

As a result of the current research, it was seen that the algebraic thinking of the 7<sup>th</sup> grade students was at a moderate level. In addition, students with a low level of algebraic thinking were the least in number compared to other levels. Considering that students have difficulties in understanding algebra (Carraher et al., 2006), and the functional aspect of algebraic thinking in daily life (Van De Walle et al., 2010), these results can be considered positive. Another result reached in the current study showed that as the level of algebraic thinking increases, the success of the students in the questions belonging to that level decreases. For that reason, providing the development of algebraic thinking at a high level should become an important goal in mathematics lessons. Algebra, a critical aspect of mathematics that provides benefits for life, is a gateway to high-level mathematics (Cogan, Schmidt and Wiley, 2001; Kriegler, 2008). Therefore, when providing algebraic thinking is a priority goal to be achieved in mathematics lessons, students will better understand the life aspect of mathematics and find mathematics valuable. It can be suggested that teachers who want to develop algebraic thinking should focus on problem solving in their lessons because problem solving plays an important role in the development of algebraic thinking (Bednarz et al., 1992).

Another result of this research is that the 7<sup>th</sup> grade students' reflective thinking skills for problem solving are above the average. Reflective thinking involves understanding the problem and deciding what to do when faced with a problem (Van De Walle et al., 2010). Thanks to reflective

thinking, students' error factors can be reduced (Nindiasari, 2013). Therefore, the fact that the reflective thinking skills of the students constituting the sample of the present study were above the average may have also enabled their algebraic thinking to be at a moderate level.

Finally, in this study, it was determined that the 7<sup>th</sup> grade students' algebraic thinking levels and reflective thinking skills for problem solving had significant relationships. These detected relationships were low-level relationships in the positive direction. Algebraic thinking levels had moderate relations among themselves. This situation can be evaluated as an indication that any level of algebraic thinking cannot be separated from the other with certain lines. In order to develop algebraic thinking, any arrangement to be made in learning environments will contribute to all levels of algebraic thinking. As algebraic thinking levels increase, the relationship between students' reflective thinking skills in the context of "Questioning" and algebraic thinking levels decreases. At the same time, algebraic thinking "Level 1" and "Level 2" were found to have the highest relationship with reflective thinking skills in the context of "Questioning", and "Level 3" had the highest relationship with reflective thinking skills in the context of "Reasoning".

The results obtained within the scope of the current research support the idea that to improve the reflective thinking skills of students will contribute to the development of algebraic thinking levels, which is one of the higher-order thinking types. Teachers will have taken a step towards the development of algebraic thinking if they include reflective thinking skills (questioning, reasoning, evaluation) at the center of their learning environments. Considering the important place of algebraic thinking for teaching mathematics, the use of elements that will activate reflective thinking skills for its development will provide a richness to learning environments.

#### **Araştırmacıların Katkı Oranı Beyanı**

Bu çalışmanın planlanması, yürütülmesi ve yazılı hale getirilmesinde araştırmacılar eşit oranda katkı sağlamıştır.

#### **Destek ve Teşekkür Beyanı**

Araştırmamızın verilerini toplarken yardımlarını esirgemeyen kıymetli öğretmen arkadaşlarımıza ve öğrencilerine teşekkür ederiz.

#### **Çatışma Beyanı**

Araştırmacıların, araştırma ile ilgili diğer kişi ve kurumlarla herhangi bir kişisel ve finansal çıkar çatışması yoktur.

### Etik Kurul Beyanı

Bu araştırma, Bursa Uludağ Üniversitesi Etik Kurul Komitesinin 23.12.2022 tarih ve 2022-11 sayılı onayı ile yürütülmüştür.