

TAXICAB GEOMETRİ İLE İLGİLİ BAZI SONUÇLAR

S. Melike AYDOĞAN *

Özet

Bu çalışmada ilk olarak, Euclid Geometrisi ile ilgili bazı özellikler ispata girmeksizin verilmektedir. Daha sonra Taxicab geometrinin bazı temel özellikleri incelenmektedir. Son olarak da Taxicab Geometri'nin düzlemde Euclid Geometri'den farklı olduğu gösterilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Taxicab Geometri; Uzaklık; Euclid Geometri

SOME RESULTS ABOUT TAXICAB GEOMETRY

Abstract

In this study firstly, some properties about Euclidian Geometry are given without their proofs. After this, some basic properties of Taxicab Geometry investigated. At last, the difference of Taxicab Geometry and Euclidian Geometry on the plane is to be shown.

Key Words: Taxicab Geometry, Distance, Eucliden Geometry

1. GİRİŞ

Bu çalışmada anlatılmak istenen; Taxicab geometrinin; düzlemde Euclid geometriden farklı olmasıdır.

Taxicab Geometri'de;

- (1) Euclid Geometri 'de kullanılan doğrularla; Taxicab Geometri'de kullanılan doğrular aynıdır.
- (2) Taxicab Geometri'de açılar, Euclid Geometri'deki açılar ile aynı sistemde verilirler.

* Öğr. Gör. İstanbul Aydın Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi.

- (3) Taxicab Geometri’de kullanılan trigonometri; Euclid Geometri’de kullanılan trigonometriden farklıdır.
- (4) Taxicab Geometri’de kullanılan uzaklık fonksiyonu; Euclid Geometri’den farklıdır. $P(x_1, y_1)$ ve $Q(x_2, y_2)$ noktaları veriliyor. $d_T(P, Q) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$

Uzaklık fonksiyonuna; Taxicab uzaklık denir [3].

Euclid Geometri’de uzaklık fonksiyonunu;

$d_E(P, Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ biçiminde tanımlanır [3]. Buna göre ,

Taxicab Geometri’den faydalanarak, kent coğrafyasına yönelik çalışmalar yapılabilir. Düzlemsel geometride noktalar; koordinat düzleminin noktalarıdır. Taxicab Geometrisi, Öklidyen koordinat geometrisine çok yakındır. Noktalar, doğrular ve açılardan ölçülmesi aynıdır. Sadece uzaklık fonksiyonu farklıdır.

Böylece Taxicab Geometride çalışma alanları oluşması sağlanır. Öklidyen düzlem geometri aksiyomları incelendiğinde Taxicab Geometri ile on iki aksiyomunun sağlandığı sadece kenar açısı kenar aksiyomunun Taxicab Geometri tarafından sağlanmadığı görülmektedir. Bir noktadan bir doğruya olan uzaklık, üçgenler, Heron formülü, düzlemde Öklid uzaklığı, Pisagor teoremi gibi çeşitli konuları Taxicab geometride inceleniyor.

2. ÖKLİDYEN DÜZLEM GEOMETRİ AKSİYOMLARI

Taxicab geometrisi genel olarak öklidyen olmayan bir geometridir. Zira Öklid Geometri ‘sindeki “Kenar Açısı Kenar” aksiyomu bu geometride geçerli değildir. Öklidyen düzlem geometrinin aksiyomları genel olarak aşağıdaki şekildedir.

- (1) Birbirinden farklı iki noktadan bir doğru geçer.
- (2) Birbirinden farklı iki noktada üzerinde en çok bir doğru vardır.
- (3) Her doğru üzerinde en az iki nokta dışında en az bir nokta vardır.
- (4) P noktası, A ve B noktaları arasında ise; bu noktalar aynı doğru üzerindedir.
- (5) Farklı ve aynı doğru üzerinde olan üç noktadan ancak ve yalnız bir tanesi diğer ikisi arasındadır.

- (6) A ve B noktaları bir P doğrusu üzerinde farklı iki nokta ise P doğrusu üzerinde arada kalacak şekilde en az bir nokta vardır.
- (7) A, B, C noktaları aynı doğru üzerinde olmayan 3 nokta olmak üzere ABC düzlemine A,B,C noktalarından hiçbirinden geçmeyen bir P doğrusu BC,CA,AB doğru parçalarından birini keserse diğer ikisinden birini de keser.
- (8) Bir [AB] doğru parçası ve [AP herhangi bir ışın ise bir ucu A noktasında bulunan diğer ucu {AP ışını üzerinde olan ve [AB] doğru parçasına eşit bit tek doğru parçası vardır.
- (9) Doğru parçaları için eşitlik aksiyomu tranzitifdir.
- (10) Doğru parçaları arada olan bir noktaya göre ikiye bölünebilir.
- (11) Kenar Açık Kenar aksiyomu; Karşılıklı verilen iki üçgende karşılıklı ikişer kenarları ve bu kenarlar arasındaki açılar eşit olan üçgenler benzer üçgenlerdir.
- (12) Birbirine benzer olan iki üçgende karşılıklı olarak taban açıları eşittir.
- (13) Öklit paralellik aksiyomu, genel olarak bir doğruya ,doğru dışında verilen bir noktadan ancak ve yalnız bir tek paralel çizilebilir; şeklindedir.
- (14) Süreklilik Aksiyomu ise; $[A_0, B_0], [A_1, B_1], [A_2, B_2], \dots, [A_n, B_n]$ ler bir P doğrusu üzerinde iç içe doğru parçaları ise P üzerinde kendisine göre bütün $A_0, A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ noktaları ile aynı tarafta ve bütün $B_0, B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ noktaları ile ters tarafta bulunan bir P noktası vardır.
- (15) Tamlık aksiyomu ise; nokta; doğru ve düzlemlerin oluşturduğu sisteme yukarıda verilen
 - (i) Konum Aksiyomları,
 - (ii) Sıralama Aksiyomları,
 - (iii) Benzerlik ve Eşitlik Aksiyomları,
 - (iv) Paralellik Aksiyomları,
 - (v) Süreklilik Aksiyomlarının

oluşturduğu bir sisteme, bu beş grup aksiyomun hepsine uyan yeni bir geometri oluşturacak şekilde başka özellikler eklemek mümkün değildir [4].

2.1. TAXICAB GEOMETRİ İLE İLGİLİ BAZI SONUÇLAR

Düzlemsel geometrinin genel tanımı için, nokta ve doğru tanımlarını, uzaklığın nasıl ölçüleceğini ve açı uzunluklarının nasıl belirleneceğini anlamak gerekir. Öklidyen geometrisine haiz noktalar, koordinat düzleminin noktalarıdır. Bu noktaların her biri, ya büyük harfle ya da bir reel sayı çifti ile gösterilir. Örneğin $P(2,-1)$ ve $Q(1,3)$ noktalarıdır. Doğrular genel uzunluğunda, noktalar kümesi, açılar ölçüleri en genel şekilde ölçülür ve uzaklıklar Pisagor teoremi ile hesaplanır.

Örneğin P ile Q noktaları arasındaki uzaklık olan PQ uzaklığını hipotenüs olarak kabul eden doğru üçgenle bulunabilir. Daire dilimleri bu üçgenin ayaklarıdır. Bu ayakların uzunlukları 3 ve 4 birim ise Pisagor teoremine göre P 'den Q 'ya olan uzaklık 5 birim olacaktır. Öklidyen uzaklık formülüne göre d_E sembolünü kullanmalıyız. Bizim örneğimize göre $d_E(P, Q) = 5$ şeklinde yazmalıyız. Örneğimizin okunuşu ise "P noktasından Q noktasına olan uzaklık 5 birimdir" olmalıdır.

Taxicab geometri, öklidyen koordinat geometrisine çok yakındır. Noktalar, doğrular ve açılar ölçülmesi aynıdır. Sadece uzaklık fonksiyonu farklıdır. P 'den Q 'ya $d_T(P, Q)$ ile ifade edilir. Biz P 'den Q 'ya olan uzaklığı yatay ve dikey olarak kaç birim olduğunu sayarak hesap uzaklığı; 7 birimdir; şeklinde okunur.

$A(a_1, a_2); B(b_1, b_2)$ noktaları veriliyor. C noktası; A ve B noktalarının arasında ise AC uzunluğu için uzaklık fonksiyonu;

$$(1) d_T(A, B) = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2|$$

(2.1)

$$(2) d_E(A, B) = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2}$$

(2.2)

Bu tanımları kullanacağız. Bunları göstermemizin nedeni;

- (1) Taxicab Geometrinin güvenilir matematiksel esaslara dayandığının altını çizmek;
- (2) Kentsel coğrafyaya ait olan ya da olmayan herhangi iki noktanın arasında belirli bir Taxicab uzaklığının var olmasıdır.

SONUÇ

Az evvel saydığımız Öklit geometrisi aksiyomlarından; Kenar Açılı Kenar Aksiyomu ile uzaklık fonksiyonu farklı olan geometriye "Taxicab Geometri" adı verilir. Kentsel coğrafyada; çok kullanışlı bir rol oynamaktadır. Öğrencilere lisede matematik dersinin sevdirmesi esnasında, bu geometri dalının basit kentsel uygulama oyunları dağıtılarak, faydalı etkiler görülebilir.

Özellikle Amerika Birleşik Devletlerinde; taksi şoförlerinin adres bulmada sıkça kullandıkları bir geometri şeklidir. Adını buradan almaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] Dray Tevion and by THOMPSON Kevin 20001. Taxicab Angles and Trigonometry
- [2] Kaya ,RÜSTEM. 2004 .Geçmişten Günümüze Geometri Öğrenimi ve Önemi
- [3] KRAUSE F. Eugene. 2004.An Adventure İn Non-Euclidean Geometry
- [4] MINKOWSKİ, Herman. 2003. Taxicab Geometry