

İMKB100 ENDEKS DEĞİŞİM DEĞERLERİNDE LYAPUNOV ÜSTELİ METODUYLA KAOSUN İNCELENMESİ

ORCAN ALPAR¹

Özge EREN²

Özet

Doğrusal olmayan zaman serisi analizinde, pozitif en büyük Lyapunov üstelinin varlığı, kaosun en büyük göstergesidir. Bu çalışmada, İMKB100 verilerinde, Lyapunov üsteli metoduyla kaosun varlığı araştırılmıştır. En çok bilinen ve kullanılan zaman serisi analizi metotlarıyla, gelecek dönem borsa verilerinin ardışık olarak uzun süre tahmin edilemeyeceği gösterilmeye çalışılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Lyapunov Üsteli, Kaos teorisi, Borsa, İMKB100, Zaman Serisi Analizi

¹İstanbul Üniversitesi Sayısal Yöntemler Doktoru orcanalpar@hotmail.com

²İstanbul Üniversitesi Sayısal Yöntemler Doktoru ozgeeren@aydin.edu.tr

INVESTIGATION OF CHAOS IN İMKB100 CHANGE VALUES VIA LYAPUNOV EXPONENT METHOD

Abstract

In nonlinear time series analysis, the largest Lyapunov exponent, which, if positive, is the evidence for chaos. In this paper, we investigate chaos in İMKB100 time series data with Lyapunov Exponent Method. With the well-known time series analysis tools, we show that the future market values are sequentially unpredictable.

***Keywords** : Lyapunov Exponent, Chaos Theory, Financial Market, İMKB100, Time Series Analysis*

Giriş

Borsanın potansiyel kaotik davranışı ekonomistler ve bilimadamları tarafından yıllardır araştırma konusu olmuştur. Bazı bilimadamları borsa verilerinde küçük çaplı kaosun varlığını savunurken (R. Vaidyanathan, T. Krahibiel 1996; M. Frank, T. Stengos 1998), bazıları elle tutulur bir kanıt olmadığını savunmaktadır (Scheinkman,. LeBaron, 1989).Ayrıca literatürde borsa verilerinin doğrusal olmayan dinamikleri olduğuna dair çalışmalar bulunmaktadır (J.C. Vassilicos, A. Demos, F. Tata 1992; A. Abhyankar, L.S. Copeland, W. Wong 1995). Son yıllarda yapılan çalışmalarda, Abd-Elouahab ve diğerleri (2010) finansal piyasaların doğrusal olmayan dinamikleri üzerinde çalışmış, bir kaos kontrolü metodu önermişlerdir (Abd-Elouahab, Hamri, Wang, 2010). BenSaïda, 2012 yılında yazdığı makalesinde, S&P 500, Nikkei 225 ve CAC 40 endekslerinin kaotik olmadığını öne sürmüştür (BenSaïda, 2012). Bu

çalışmaya konu olan veriler 4 Ocak 1988 tarihinden 30 Aralık 1994 tarihine kadar günlük kapanış, 30 Aralık 1994 tarihinden 12 Eylül 2012 tarihine kadar seans kapanışlarından oluşmaktadır. Verilerin tümü İMKB'nin kendi sitesinden alınmıştır. İMKB100 endeksinin kapanış verileri bir önceki kapanıştan çıkartılmış değişim verileri bulunmuştur. Bu değişim verileri çalışmanın esasını oluşturmaktadır. Değişim verileri ile en büyük Lyapunov üsteli analizi yapılmış, kaosun varlığı incelenmiştir.

Borsanın zamana bağlı verilerinin tahmininde kapanış verilerinin kullanıldığı iki metot analiz yöntemleri içinde önemli yer tutmaktadır. Bu metotlar, hareketli ortalama analizi ve üstel düzgünleştirme metotlarıdır.

Kaos

Kaos kelimesi eski Yunan mitolojisinden gelmektedir ve “her şeyin oluşumundan önce var olan sonsuz boşluk” anlamına kullanılmıştır (Encyclopædia Britannica. 2012). Daha sonra Romalılar bu kelimeyi, evrenin mimarı düzeni getirmeden önce ham şekilsiz kütle olarak kullanmışlardır (Schuster ve Just, 2005).

Değişimleri zamana bağlı olan sistemler, fark ya da diferansiyel denklemlerle ifade edilirler. Bu sistemlerin düzenli hareket sergilediği düşünülse de, Poincare, 1892 yılında bazı sistemlerin kaotik davranış sergileyebileceğini göstermiştir (Poincaré, 1892)Kaos teorisi diye anılan teori 1963 yılında meteoroloji , 1976 yılında biyoloji (May, 1976) ve 1987 yılında da insan anatomisi (West, Goldberger, 1987) çalışmalarıyla

geliştirilmiştir. Yıllar içinde kaosun tanımında da önemli değişiklikler olmuştur. Lorenz, kaosu “*ilk koşullara hassas bağlılık fenomeni*” olarak tanımlamıştır. Stewart “*kurallar tarafından yapılandırılan kuralsız davranış*” olarak tanımlarken (I. Stewart, 1990), Chua kaosu “*denge noktası, periyodik ve yan periyodik olmayan sınırlı sabit davranış*” olarak nitelendirmişlerdir (Parker, Chua, 1987). Kellert ise kaosu, “*iki başlangıç koşulu çok yakın olan fakat önemli derecede farklı sonuçlar alınan, ilk koşullara hassas olarak bağlı bir dinamik sistem*” olarak tanımlamıştır (Kellert, 1993)

Kaotik sistemler başlangıç koşullarına hassas bağlı sistemlerdir. Ele alınan sistemin en büyük Lyapunov üstellerine bakılarak değerlendirmeler yapılmaktadır (Rosenstein, Collins, 1993). Dinamik sistemler tarafından üretilen ya da deneylerle elde edilen zaman serilerinde, en büyük Lyapunov üstelinin pozitif çıkması kaosun varlığını göstermektedir (Kantz, Schreiber, 1997).

En Büyük Lyapunov Üsteli Metodu

1985 yılında Wolf ve diğerleri yazdıkları makalelerinde en büyük Lyapunov üsteli bulan ilk nümerik algoritmayı geliştirmişlerdir. Bu makalede faz uzayı yeniden oluşturulması tekniğini kullanmışlardır. (Wolf, Swift vd.1985)1985 ten bugüne en büyük Lyapunov üsteli konusunda çok sayıda algoritma geliştirilmiştir Bu çalışmada Wolf ve diğerlerinin metodu kullanılmıştır. İlk olarak zaman serisinin faz uzayında yeniden oluşturulması gerekmektedir. Zaman serisinin faz uzayında çizilmiş yörüngelerinin zamanla birbirinden ıraksaması kaotik

sistemin başlangıç koşullarına hassas bağıllığın bir göstergesidir. Bu nedenle Lyapunov üstellerinin hesaplanması gerekmektedir. Bir dinamik sistem için hesaplanan en büyük Lyapunov üsteli λ negatif çıkarsa sistem kaotik değildir. Eğer Lyapunov üstellerinden birisi λ pozitif çıkarsa sistem kaotiktir (Eckmann, Ruelle, 1985).

Zaman serisi verilerinin faz uzayında çizilmiş yörüngeleri faz uzayında bir çeker oluşturur. Belirli bir değere yakınsayan sistemler faz uzayında bir sabit noktaya yaklaşır. Sabit noktaya yaklaşan sistemlerin Lyapunov üstelleri negatiftir. Kaotik olmayan periyodik sistemlerin faz uzayındaki çekeri limit döngü de denilen bir halka benzeri bir şekildir. Eğer zaman serisinde iki değişken varsa, çekici limit torus da denilen bir simit halini alacaktır. Daha fazla değişkenin olması durumunda, çekici bir n boyutlu simit olacaktır. Halka ya da simit çekeri oluşturan verilerin yakınsama veya ıraksamalarının Lyapunov üstelleri sıfır olacaktır (Wolf, 1986). Kaotik bir sisteme ve kaotik verilere ait çeker, simit ve limit döngüden oldukça farklıdır. Yörüngeler aynı nokta üzerinden birden fazla geçmezler, periyodik olmayan bir durumu ifade etmektedir (Yamamoto, 1999) Eğriler birbirini izlemez ve üstel olarak birbirlerinden ıraksarlar. Bu çekerlere “garip çeker” denilmektedir (Parlitz, 1998)

Faz Uzayının Oluşturulması

Bir zaman serisini analiz ederken tek değişken kullanıldığı için; verilerin nasıl bir davranış gösterdiğini görebilmek için faz uzayında bu verilerin yeniden yapılandırılması gerekmektedir. (Cencini, Vulpiani 2010) .Zaman gecikmeli koordinatlar metodu Takens teoremi olarak

bilinmektedir (Takens, 1981) ve dinamik bir sisteme ait veriden, çok boyutlu faz uzayına geçiş için en bilinen ve kullanılan metottur(Sauer, Yorke vd.1991).

Takens teoremine göre: eğer zaman boyunca bir sistemden yalnızca tek bir değişken elde ediliyorsa, zaman serisi verilerinin bir veya daha fazla zaman gecikmeli kopyaları kullanılarak, bu değişkenden sistemin kaotik dinamiklerini hesaplamak mümkündür. Buna göre; m boyutlu faz uzayında oluşturulan zaman serisi verilerinin kaotik özellikleri, varsayımsal olarak o verilere ait denklemlerin özellikleri ile aynıdır.(Abarbanel, Brown, vd. 1993).

m boyutlu faz uzayında, zaman gecikmesi ile yeniden inşa edilen faz uzayı denklemini aşağıdaki gibidir.

$$X(t) = \{x(t), x(t + \tau), \dots, x[t + (m - 1)\tau]\}$$

Faz uzayını yeniden oluşturmak için zaman gecikmesinin (τ) ve yerleştirme boyutunun (m) belirlenmesi aşağıda anlatılmıştır. Farklı (τ) ve m seçimleri farklı çekerleri oluşturacağından, zaman gecikmesi ve yerleştirme boyutunun belirlenmesi önemlidir.

Zaman Gecikmesinin ve Yerleştirme Boyutunun Hesaplanması

Kaotik zaman serisinin analizine başlarken yapılan ilk işlem (τ) zaman gecikmesinin belirlenmesidir. Zaman gecikmesini bulmak için en çok kullanılan metot ortak bilgi fonksiyonudur. Ortak bilgi fonksiyonunda ilk

minimize olan nokta (τ) gecikme zamanı olarak kullanılır (Fraser, Swinney, 1986)

Yerleştirme boyutu, zaman serisi için çizilecek çakeri doğru görebilmek için faz uzayının kaç boyutta olması gerektiğini göstermektedir. Analizi yapılan zaman serisi zamana bağılı tek değişkenin izlendiği bir yapıdadır. Yerleştirme boyutu m analizi yapılan değişkeni etkileyen ana faktörlerin sayısının ne kadar olduğunu göstermektedir. Ayrıca hesaplanacak Lyapunov üstellerin sayısını da yerleştirme boyut sayısı m belirlemektedir. Diğer bir deyişle m boyutlu bir sistemin m tane Lyapunov üsteli olmaktadır. En büyük Lyapunov üsteli araştırmasında diğer Lyapunov üstellerinin hesaplanmasına gerek duyulmamaktadır. Yerleştirme boyutunun bulunmasında en yakın yanlış komşular yöntemi kullanılmaktadır. Bu yöntemle doğru komşular yanlış komşulardan ayırt edilir. Yanlış komşular olması gerekenden daha küçük yerleştirme boyutu kullanıldığında ortaya çıkmaktadır. Yerleştirme boyutu bulunurken öncelikle belirlenen maksimum m değeri kadar yanlış komşular oranı hesaplanmakta ve grafiği çizilmektedir. Yanlış komşuların sıfır olduğu noktada m değeri bulunmuş olmaktadır.

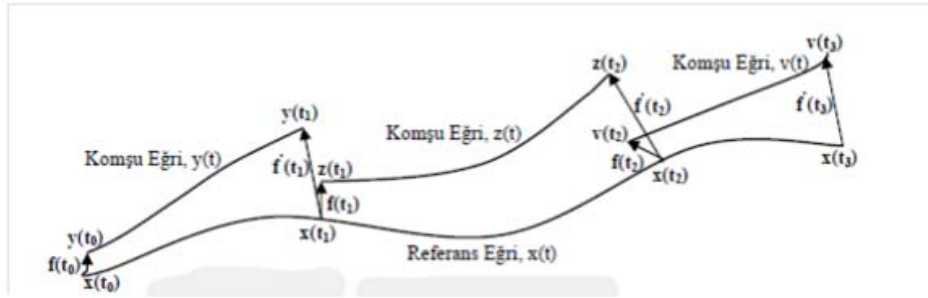
m boyutlu faz uzayı içindeki her bir vektör bir en yakın komşuya sahiptir. Bu vektörler arasında m ve $m+1$ boyutta oluşan Öklid farkları hesaplanmakta. Komşuların yanlış olduğu kararını vermek için bu Öklid farklar arasındaki fark değerlendirilmektedir. Bu öklit farkları birbirine çok yakın ise bu noktaya ait olan, hesaplanmış en yakın komşular doğrudur ve bu noktadaki boyut, yerleştirme boyutu olarak kabul

edilebilir. Bu kararın verilebilmesi için bir eşik değeri gerekir. Eşik değerinin öznel olarak seçimi özellikle zaman serilerinin analizlerinde farklı yerleştirme boyutların elde edilmesine sebep olmaktadır. Bunun için yanlış komşuluk analizi yapılmaktadır. Hesaplanan yanlış komşuluk noktalarının oranı sıfıra ulaştığında yerleştirme boyutu bulunmuş olmaktadır (Kennel, Brown vd.1992).

En Büyük Lyapunov Üstelinin Hesaplanması

Lyapunov üstelleri hesaplanırken genellikle en büyük Lyapunov üsteline bakılır. En büyük Lyapunov üsteli sıfırdan büyük çıkıyorsa üzerinde çalışılan zaman serisi verileri kaotiktir. Ayrıca en büyük Lyapunov üsteline bakarak verilerin kaotik derecesi de ölçülmektedir.

Şekil 1. En büyük Lyapunov üstelinin hesaplanması



En büyük Lyapunov üstelinin hesaplanmasında en çok kullanılan yöntem Wolf algoritmasıdır. Önce $x(t_0)$ gibi bir referans noktası seçilir. Sonra bu referans noktasına en yakın $y(t_0)$ komşusu alınır. Bu iki nokta arasındaki Öklid farkı bulunur;

$$f(t_0) = \|x(t_0) - y(t_0)\|$$

Bulunan bu Öklid farklarının birbirlerine oranı her bir nokta çifti arasındaki genişleme durumunu belirtmektedir. Bulunan bu genişlemenin logaritması alınmakta, bu işlem N defa tekrarlanarak en büyük Lyapunov üsteli aşağıdaki formülle hesaplanmaktadır (Wolf, Swift, vd. 1985).

$$\lambda = \frac{1}{t_N - t_0} \sum_{i=1}^N \log \frac{f'(t_i)}{f(t_{i-1})}$$

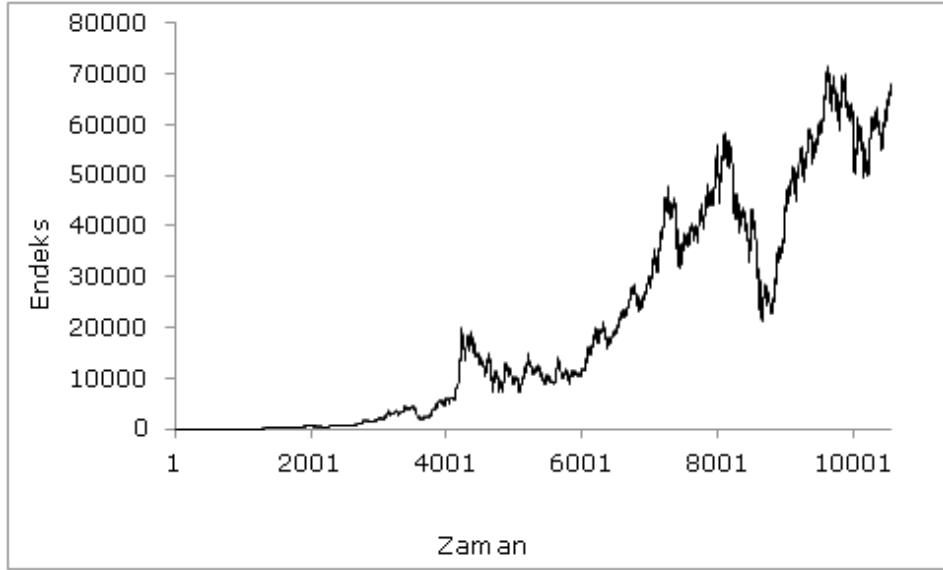
İstanbul Menkul Kıymetler Borsası ve İMKB100 Endeksi

İstanbul Menkul Kıymetler Borsası ya da kısaca İMKB, sermaye piyasasında faaliyet gösteren banka ve aracı kurumlara saklama ve takas hizmeti veren kuruluştur. İMKB Türkiye'de menkul kıymet alım satım işlemlerinin gerçekleştirilmesine elverişli ortam yaratmak amacıyla menkul kıymetler borsalarının kuruluş esas ve şartlarını düzenlemektedir. İMKB100 endeksi 1986 yılında 40 şirketin hisse senedi ile başlayan zamanla 100 hisse senedi ile sınırlanan bileşik endeksi ifade etmektedir. İMKB100 endeksi temel endeks olarak kullanılmaktadır. Bu endekste olan şirketler borsanın en vasıflı şirketleridir fakat bileşik endeks üzerinde bu şirketlerin ağırlıkları farklıdır. İMKB100 endekslerinin hesaplanmasında en son tescil edilmiş fiyatlar kullanılır. Şirketin piyasa değeri, eski ve yeni hisse senetlerinin fiyatları ayrı olarak dikkate alınır.

İMKB endeksleri, endeks kapsamında bulunan şirketlerin, hisse senetlerinin toplam piyasa değerleri ile ağırlıklı olarak hesaplanır.

Bu çalışmaya konu olan veriler 4 Ocak 1988 den başlamakta, 30 Aralık 1994'e kadar günlük TL bazlı kapanış verilerini kapsamaktadır. 2 Ocak 1995'te İMKB günde iki seans çalışmaya başladığından bu tarihten 12 Eylül 2012 tarihine kadar seanslık TL bazlı kapanış verileri alınmıştır. Toplam veri seti 10550 veriden oluşmaktadır. Bahsi geçen veriler Şekil 2'de verilmiştir.

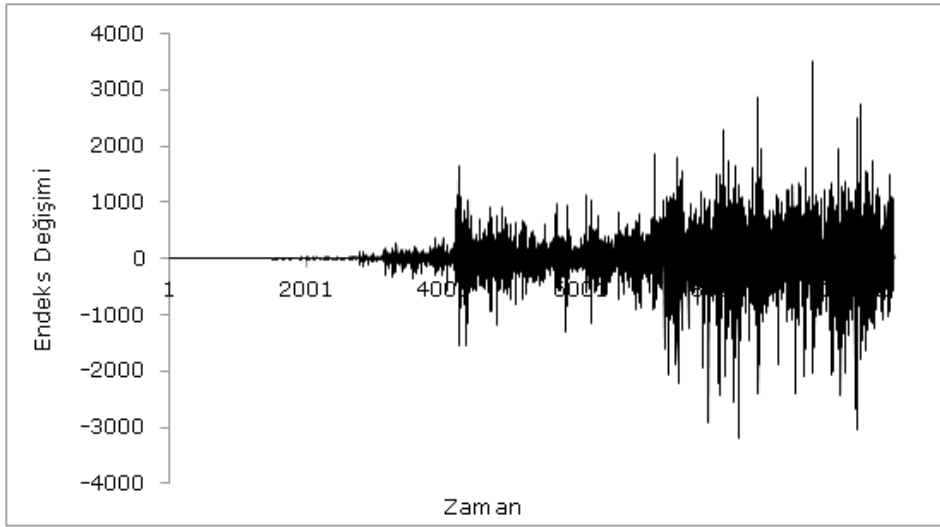
Şekil 2. 1988'den itibaren İMKB100 TL bazlı kapanış diyagramı



Bütün kapanış verileri bir önceki kapanış verilerinden çıkarılmış değişim verileri elde edilmiştir. Şekil 3'te yer alan değişim verileri ile Lyapunov

Üsteli analizi yapılmış, zaman serisi analiz metotları ile tahmin edilmeye çalışılmıştır.

Şekil 3. 1988'den itibaren IMKB100 TL bazlı kapanış değışim diyagramı



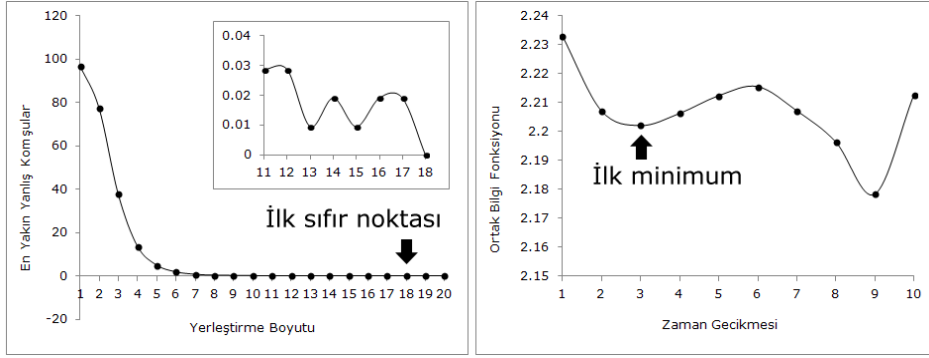
Bulgular

Analiz öncelikle yerleştirme boyutunun ve zaman gecikmesinin belirlenmesiyle başlamaktadır. Yerleştirme boyutu en yakın yanlış komşuların 0 noktasını kestiği noktada bulunur. Bu çalışmada yerleştirme boyutu $m=18$ olarak bulunmuştur. Yerleştirme boyutu aynı zamanda bir veri setinin kaç değişkenle açıklanacağını göstermektedir. Ayrıca bir sistemde yerleştirme boyutu kadar Lyapunov üsteli bulunmaktadır (Rosenstein, Collins vd.1993).

Bu çalışmada sadece en büyük pozitif Lyapunov üsteli analizi yapılmış, diğer üstellere bakılmamıştır. Sinyali faz uzayına yerleştirmek için kullanılacak olan zaman gecikmesi (τ)'nun seçimi önemlidir. Zaman gecikmesi (τ), noktalar ne birbirinden ayırt edilemeyecek kadar küçük ne de istatistiksel anlamda tamamen birbirinden bağımsız olacak kadar büyük seçilmelidir.

Zaman gecikmesi (τ), ortak bilgi fonksiyonunun ilk minimum olduğu yer olarak seçilirse, uygun olarak seçilmiş olacaktır. Bu çalışmada zaman gecikmesi (τ) = 3 olarak belirlenmiştir. Şekil 4, yerleştirme boyutunun ve zaman gecikmesinin hesaplanmasını göstermektedir.

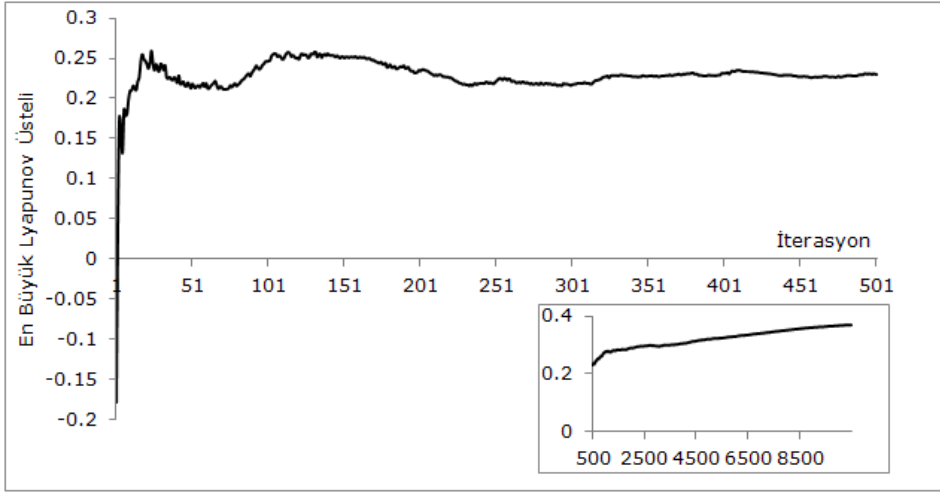
Şekil 4. Yerleştirme Boyutunun (solda) ve Zaman Gecikmesinin (sağda)
Hesaplanması



(τ) ve m değerleri bulunduktan sonra sistem faz uzayında tekrardan yapılandırılmıştır. 18 boyutlu faz uzayında, 3'lük zaman gecikmesi

değerleri kullanılarak çeker haline getirilerek çizilen en büyük Lyapunov Üsteli yakınsama diyagramı Şekil.5'te bulunmaktadır.

Şekil 5. En büyük Lyapunov Üsteli Yakınsama Diyagramı



Yakınsama diyagramından en büyük Lyapunov üsteline ulaşılması için iki algoritma bulunmaktadır. İlki daha kısa ve düzgün Lyapunov üsteli serileri için kullanılmaktadır. Bu algoritmaya göre en büyük Lyapunov üsteli, yakınsama diyagramının rejime ulaştığı değerdedir [43]. Diğer ve bu çalışmada yer alan metot ise en büyük Lyapunov üstelinin aşağıdaki formülle matematiksel olarak hesaplanmasıdır.

$$\lambda_{max} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i$$

Lyapunov üstellerinin herhangi bir değere yakınsamaması ve veri setinin çok büyük olması nedeniyle bu metot kullanılmıştır. Matematiksel olarak bulunan en büyük Lyapunov üsteli $\lambda_{\max} \approx 0.318$ olarak hesaplanmıştır. Verilerin kaotik olduğu kanıtlandıktan sonra IMKB100 endeks değişim verilerinin zaman serisi analizi metotları ile tahmin edilmez olduğunun gösterilmesi gerekmektedir. Bu metotlar, hareketli ortalamalar metodu, üstel düzgünleştirme metodudur. Bu analizlerle IMKB100 endeksinin değişiminin kaç günlük tahmin edilebileceği, diğer bir deyişle kaç günden sonra asla tahmin edilemeyeceği araştırılacaktır.

Zaman Serisi Analiz Teknikleri ile Tahminleme

Bu bölümde kaotik olduğu bulunan IMKB100 endeks değişim verileri, Hareketli ortalamalar metodu ve üstel düzgünleştirme metodu ile tahmin edilmeye çalışılacaktır. Bu bölümde bulunan bütün parametreler en çok veriyi belirli bir aralık içinde tahmin edebilen optimal parametrelerdir. (Hareketli Ortalama için seçilen günün 3 olması, Üstel Düzgünleştirme için seçilen değerinin 0.55 olması gibi.)

Hareketli Ortalamalar Metodu

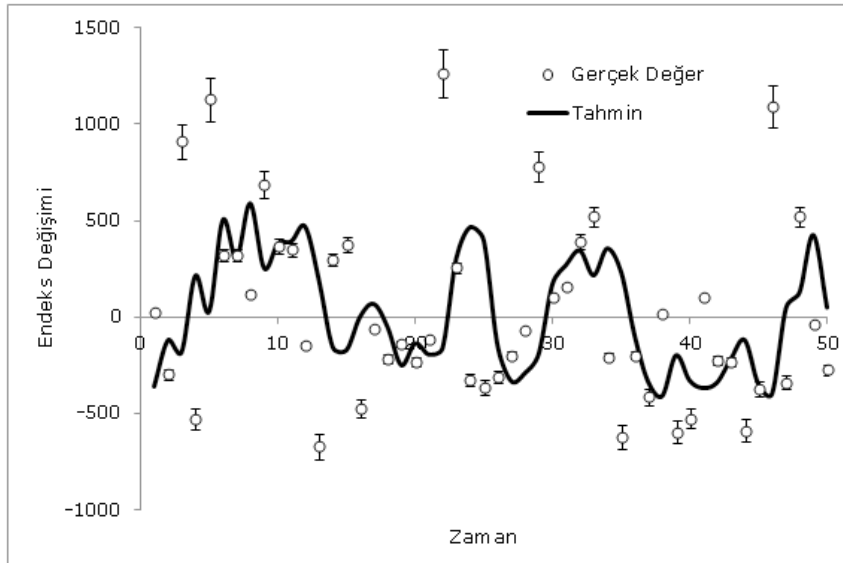
Hareketli ortalamalar yöntemi; konjonktürel ve mevsimsel dalgalanmaları yok etmek amacıyla kullanılır (Siscich, 1996.) Hareketli ortalamalar bir zaman serisine ait her değer yerine, o değer ve daha önce ve sonra gelen birkaç değer ortalamasının bu değer yerine yazılması suretiyle elde edilen bir zaman serisidir. Örneğin yıllık verilerde üçer yıllık hareketli ortalamalar hesaplamak istiyorsak, her yılın değeri bir önceki ve bir sonraki değerlerle toplanarak üçe bölünür ve

bulunan değer fiili değer yerine konulur. Benzer şekilde daha çok yılı veya ayları içine alan hareketli ortalamalar hesaplanabilir (Köksal, 1985) k dönemlik hareketli ortalamalar metodu ile tahmin formülü aşağıdaki gibidir.

$$\hat{y}_t = \frac{1}{k} \sum_{n=0}^{k-1} x_{t-n}$$

Bu çalışmada üçer günlük hareketli ortalamalar kullanılmıştır. Üç kapanış verisinin ortalaması sıradaki kapanış verisinin tahmini için kullanılmıştır. Gerçekleşmiş endeks değişimi değerlerinin $\pm\%10$ 'luk değerleri tavan ve taban değerleri olarak belirlenmiştir. Belirlenen yüzdelik dilimler aralığında kalan tahmin verileri doğru olarak kabul edilmiş aralığın dışındakiler reddedilmiştir.

Şekil 6. 12 Mart 2012 – 13 Nisan 2012 arası örnek Hareketli Ortalamalar gösterimi



Hareketli ortalamalar metodu ile gerçekleşen endeks değişimi verilerinin %10 luk tavan ve taban aralığına 194 tane tahmin girmiştir. Bu metot ile maksimum ardarda tahmin edilebilecek endeks değişimi değeri **2** olarak bulunmuştur. Metot sadece 22 Mayıs 2003 ve 3 Kasım 2003 tarihlerinde 1. ve 2.seans için endeks değişimlerini ve 1 Eylül 2004 2.seans kapanış ile 2 Eylül 2004 1.seans kapanışındaki endeks değişimlerini sırasıyla tahmin edebilmiştir.

6.2 Üstel Düzgünleştirme

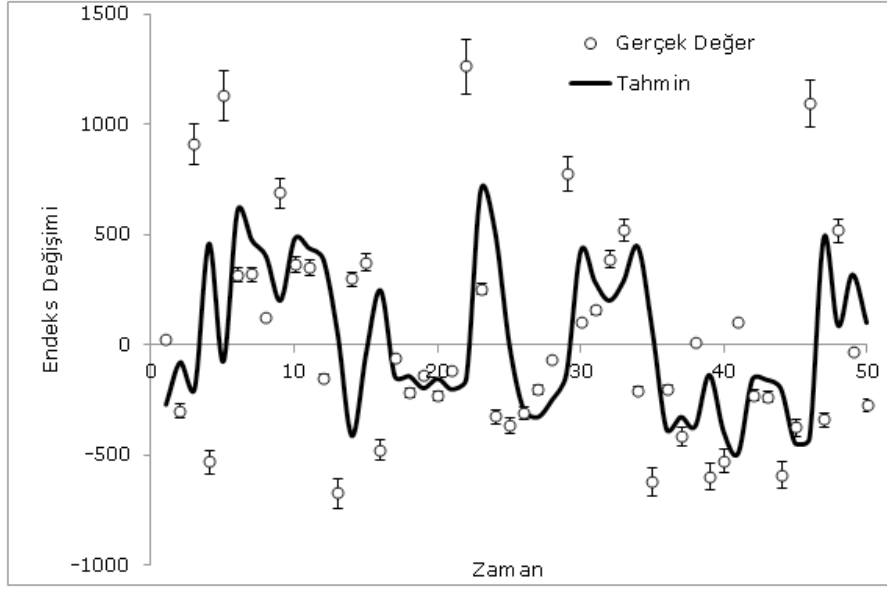
Üstel düzleştirme teknikleri serideki mevsimsel ve rassal etkileri dikkate alarak serinin genel eğilimini ortaya koymaya çalışan ve bu yolla geleceği başarılı tahmin etmede kullanılan yöntemlerdir. Ayrıca Hareketli ortalama yönteminden farklı olarak serinin şimdiki ve geçmiş değerlerine farklı tartılar verilmek istendiğinde, bu amaca hizmet eder. Bir seri üstel düzleştirildiğinde aşağıdaki eşitliğe ulaşılır (Bozkurt, 2007)

$$\hat{y}_t = \hat{y}_{t-1} + \alpha(x_{t-1} - \hat{y}_{t-1})$$

Bu eşitlikte; Yeni Tahmin = Son tahmin + α (Son verinin gerçek değeri - Son verinin tahmini) α = Düzgünleştirme Katsayısı, $0 \leq \alpha \leq 1$

Burada α 'nın büyük değer alması şimdiki döneme, küçük bir değer olması ise geçmiş dönem tahminine yüksek bir ağırlığı verilmesine yol açacaktır. Bu çalışmada $\alpha = 0,55$ alınmıştır. Gerçekleşmiş endeks değişimi değerlerinin $\pm\%10$ 'luk değerleri tavan ve taban değerleri olarak belirlenmiştir. Belirlenen yüzdelik dilimler aralığında kalan tahmin verileri doğru olarak kabul edilmiş aralığın dışındakiler reddedilmiştir.

Şekil 7. 12 Mart 2012 – 13 Nisan 2012 arası örnek Üstel Düzgünleştirme Hareketli Ortalamalar gösterimi



Üstel Düzgünleştirme metodu ile gerçekleşen endeks değişimi verilerinin %10 luk tavan ve taban aralığına 202 tane tahmin girmiştir. Bu metoda ile maksimum ardarda tahmin edilebilecek endeks değişimi değeri **3** olarak bulunmuştur. Metot sadece 13 Ocak 2005 1. ve 2. seans ile 14 Ocak 2005 1.seans kapanışındaki endeks değişimlerini sırasıyla tahmin edebilmiştir.

Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada IMKB100 endeks verileri alınıp, kapanışlarının değişim değerleri üzerinde kaosu varlığı araştırılmıştır. Elde edilen bulgular ile aşağıdaki yorumlara ulaşılmıştır:

- Endeks değişim verilerinde kaos gözlemlenmiştir. Kaosun matematiksel göstergesi olan en büyük Lyapunov üsteli sıfırdan büyük çıkmıştır.
- En büyük Lyapunov üstelinin sıfırdan büyük olması ve artış içinde olması kaotikliğin arttığına göstergesidir. Diğer bir deyişle, zaman ilerledikçe sistemin tahmin edilebilirliği azalmaktadır.
- Lyapunov üsteli grafiğinden iterasyonlar ilerlediğinde verilerin faz uzayında birbirinden uzaklaştığı görülmektedir. Bu sonuç bize ilerleyen zaman içinde verilerin birbirine bağılıklarının azaldığını göstermektedir.
- Bilinen zaman serisi analiz metotları ile sadece 3 kapanış değerinin tahmin edilebileceği anlaşılmıştır. Diğer bir deyişle bilinen analiz metotları ile 4 kapanış verisi ardı ardına tahmin edilememektedir.

Özetle, bu bulgular ışığında, IMKB100 endeksinin bugünden 2 gün ya da 4 kapanış sonra nasıl davranacağı bilinmemektedir. Mevcut analiz araçları daha uzun süreli tahmin yapılmasına izin vermemektedir. Bunun asıl nedeni verilerin kaotik olmasındandır. Başlangıç koşullarına hassas bağlı olduğu kanıtlanan borsa verileri dışarıdan gelecek etkilere çok kırılgan bir biçimde tepki vermekte, bir seanstaki verilerin çok küçük düzeyde oynaması ileriki zamanlarda büyük değişimlere yol açabilmektedir.

Bu çalışma aşağıdaki yöntemlerle geliştirilmeye açıktır:

- USD Bazlı Endeks verileri ve USD bazlı endeks değişim verileri ile çalışma yapılabilir.
- Farklı Lyapunov Üsteli Analizi metotları ile farklı yerleştirme boyutu ve zaman gecikmesi değerlerine ulaşılması mümkündür.
- Günlük en yüksek ve en düşük değerlerin alındığı birçok Borsa analiz metodu bulunmaktadır. Bu analiz metotları ile Kaotik görünen borsa dinamikleri tahmin edilmeye çalışılabilir.

REFERANSLAR

- [1] R. Vaidyanathan, T. Krahbiel, Does the S&P 500 futures mispricing series exhibit nonlinear dependence across time?, *Journal of Future Markets*, 12/6, 659 – 677 (2006).
- [2] M. Frank, T. Stengos, Some Evidence Concerning Macroeconomic Chaos, *Journal of Monetary Economics*, 22, 423-438 (1988).
- [3] M. Frank, T. Stengos, Chaotic Dynamics in Economic Time-Series, *Journal of Economic Surveys*, 2, 103-133 (1988).
- [4] M. Frank, T. Stengos, 1989, Measuring the Strangeness of Gold and Silver Rates of Return, *Review Of Economic Studies*, 56, 553-567 (1989).
- [5] J.A. Scheinkman, B. LeBaron, Nonlinear Dynamics and GNP Data, in *Economic Complexity: Chaos, Sunspots, Bubbles and Nonlinearity* (Editör: W.A. Barnett, J. Geweke, K. Shell), International Symposia in Economic Theory and Economics, S: 213 – 228 Cambridge University Press, 1989.

- [6] J.A. Scheinkman, B. LeBaron, Nonlinear Dynamics and Stock Returns, *Journal of Business*. 62, 311–337 (1989).
- [7] J.C. Vassilicos, A. Demos, F. Tata, No evidence of Chaos but some evidence of multifractals in the foreign Exchange and the stock markets, *LSE Financial Markets Group Discussion Paper Series*, London, 1992.
- [8] A. Abhyankar, L.S. Copeland, W. Wong, Nonlinear Dynamics Real-time Equity Market Indices: Evidence from the United Kingdom, *The Economic Journal*, 105/431, 864-880 (1995).
- [9] A. Özün, Modelling Chaotic Behaviours in Financial Markets, *Journal of Istanbul Kültür University*, 2006/2, 181-187 (2006).
- [10] M.D. McKenzie, Chaotic behavior in national stock market indices: New evidence from the close returns test, *Global Finance Journal*, 12/1, 35-53 (2001).
- [11] D. Hsieh, Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets, *Journal of Finance*, 46/5, 1839–1877 (1991).
- [12] M.S. Abd-Elouahab, N. Hamri, J. Wang , Chaos Control of a Fractional-Order Financial System, *Mathematical Problems in Engineering*, 2010, 1- 18 (2010).
- [13] A. BenSaïda, Are Financial Markets Stochastic: A Test for Noisy Chaos. *American International Journal of Contemporary Research*, 2/8, 57-68 (2012).
- [14] Chaos. *Encyclopædia Britannica. Encyclopædia Britannica Online Academic Edition*. Encyclopædia Britannica Inc., 2012. Web. 19 Oct. 2012.

- [15] H.G. Schuster, W. Just, *Deterministic Chaos, An Introduction 4th Ed*, Weinheim, 2005.
- [16] H. Poincaré, *Thermodynamics: First Semester Lessons 1888-1889*, Gauthier-Villars, 1892.
- [17] E. N. Lorenz, Deterministic Nonperiodic Flow, *Journal of Atmospheric Sciences*, 20, 130-141 (1963).
- [18] R.M. May, Simple mathematical models with very complicated dynamics, *Nature*, 261, 459-465. (1976).
- [19] B.J. West, A.L. Goldberger, Physiology in fractal dimensions, *American Scientist*, 75, 354-364 (1987).
- [20] I. Stewart, *Does God Play Dice, The Mathematics of Chaos*, Basil Blackwell, 1990.
- [21] T.S. Parker, L.O. Chua, Chaos: A Tutorial For Engineers, *Proceedings of the IEEE*, 75/8, 982-1008 (1987).
- [22] S. Kellert, *In the Wake of Chaos*, University of Chicago Press. 1993.
- [23] M.T. Rosenstein, J.J. Collins, C.J. De Luca, A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets, *Physica D-Nonlinear Phenomena*, 65, 117-134 (1993).
- [24] H. Kantz, T. Schreiber, *Nonlinear Time Series Analysis*, Cambridge University Press, 1997.
- [25] A. Wolf, J.B. Swift, H.L. Swinney, J.A. Vastano, Determining Lyapunov Exponents from a Time Series, *Physica D-Nonlinear Phenomena*, 16, 285-317. (1985).

- [26] M. T. Rosenstein, J. J. Collins, and C. J. De Luca, A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets, *Physica D-Nonlinear Phenomena*, 65, 117-134 (1993).
- [27] M. Sano and Y. Sawada, Measurement of the Lyapunov spectrum from a chaotic time series, *Phys. Rev. Lett.*, 55, 1082-1085 (1985).
- [28] J. P. Eckmann, S. O. Kamphorst, D. Ruelle, and S. Ciliberto, Lyapunov exponents from time series, *Physical Review A*, 34, 4971–4979 (1986).
- [29] N.N. Oiwa, N. Fiedler-Ferrara, Lyapunov spectrum from time series using moving boxes. *Physical Review E.*, 65, 1561-1565 (2002).
- [30] T. Sauer, J. Tempkin and J.A. Yorke, Spurious Lyapunov Exponents in Attractor Reconstruction, *Physical Review Letters*, 81, 4341-4344 (1998).
- [31] J.P. Eckmann, D. Ruelle, Ergodic Theory of Chaos and Strange Attractors, *Reviews of Modern Physics*, 57/3, 617-656 (1985).
- [32] A. Wolf, Quantifying Chaos with Lyapunov Exponents, in *Chaos*, (Editör: A.V. Holden) , Princeton University Press, Princeton, 273–290, 1986
- [33] Y. Yamamoto, Detection of Chaos and Fractals from Experimental Time Series, in *Modern Techniques in Neuroscience Research*, (Editör: U. Windhorst, H. Johansson), Springer-Verlag, 669-687, 1999.
- [34] U. Parlitz, Nonlinear time series analysis, Nonlinear Modeling in *Advanced Black-Box Techniques*, (Editör: J.A.K. Suykens, J.

- Vandewalle), Kluwer Academic Publishers, Boston, 209-239, 1998.
- [35] M. Cencini, F. Cencini, A. Vulpiani, *Chaos: from Simple Models to Complex Systems*, World Scientific, 2010.
- [36] F. Takens, Detecting Strange Attractors in Turbulence, *Lecture Notes in Mathematics*, 898, 366-381, (1981).
- [37] T. Sauer, Y. Yorke, M. Casdagli, Embedology, *J. Statistical Physics*, 65, 579-616 (1991).
- [38] H.D.I. Abarbanel, R. Brown, J.J. Sidorowich, L.S. Tsimrin, The Analysis of Observed Chaotic Data in Physical Systems, *Reviews of Modern Physics*, 65/4, 1331-1392 (1993).
- [39] A.M. Fraser, H.L. Swinney, Independent coordinates for strange attractors from mutual information, *Physical Review A*, 33/2, 1134-1140 (1986).
- [40] S. Sato, M. Sano, Y. Sawada, Practical methods of measuring the generalized dimension and largest Lyapunov exponent in high dimensional chaotic systems. *Progress Theoretical Physics*, 77/1, 1-5 (1987).
- [41] H. Kantz, A robust method to estimate the maximal Lyapunov exponent of a time series, *Physics Letters A*, 185, 77-87 (1994).
- [42] M.B. Kennel, R. Brown, H.D.I. Abarbanel, Determining Embedding Dimension for Phase-Space Reconstruction Using a Geometric Construction, *Physical Review A*, 45/6, 3403—3411 (1992).

- [43] E. E. Peters, *Chaos and order in the capital markets: A new view of cycles, prices, and market volatility 2nd ed.* John Wiley & Sons Inc, New York, A.B.D, 1996.
- [44] T. Siscich, *Business Statistics By Example*, Prentice-Hall International Editions, 5th Ed., USA, 1996.
- [45] A.B. Köksal, *İstatistik Analiz Metodları*, Çağlayan Kitabevi, İstanbul, 1985.
- [46] H. Bozkurt, *Zaman Serileri Analizi*, Ekin Kitabevi, Bursa, 2007.