

A~180 Civarındaki Çekirdeklerin Yapılarının Eşvrelili Durum Yaklaşımı ile İncelenmesi

Investigation of the structures of nuclei around A~180 with the Coherent State Approach

Ismael Shukur Ismael AL-BAYATI¹ 

Eser Bilgisi / Article Info

Araştırma makalesi / Research article

Geliş tarihi / Received

07.06.2023

Kabul tarihi / Accepted

17.06.2023

Yayın tarihi / Published

30.06.2023

Anahtar kelimeler

Etkileşen Bozon Modeli, Eşvrelili Durum Yaklaşımı, çift-çift çekirdekler

Keywords

Interacting Boson Model, Coherent State Approach, even-even nuclei

Özet

Bu çalışmada, dinamik simetri limitlerinin dışında yapılara sahip olan çekirdeklerin özellikleri incelenmiştir. Durumların dalga fonksiyonları Eşvrelili Durum Yaklaşımı (EDY) kullanılarak elde edilir. Her band için enerji denklemleri Mathematica programında elde edilmiştir. Yaklaşımın güvenilirliğini test etmek için elde edilen denklemler, kütle sayısı 180 civarında olan 20 tane çift-çift çekirdeğin deneysel verilerini tahmin etmek için uygulandı. Teorik sonuçların verilerle iyi bir uyum içinde olduğu görülmüştür.

Abstract

In this study, the properties of nuclei that have structures away from the dynamic symmetry limits are studied. The wave functions of the states are obtained by using the Coherent State Approach (CSA). The energy equations for each band have been obtained in Mathematica program. To test the reliability of the approximation, the resultant equations have been applied to predict the experimental data of 20 even-even nuclei with a mass number of around 180. It has been seen that the theoretical results are in good agreement with the data.

1. GİRİŞ

Atomik çekirdeklerde nükleon sayısının değişimine bağlı olarak gözlenen şekil faz geçişleri, nükleer yapı çalışmalarının yoğunlaştığı konulardan biridir. Düşük kütle numarasına sahip veya kolektivitinin henüz gelişmediği atomik çekirdeklerin yapısı küresel olup taban durum $L=4^+$ spin-pariteli uyarılmış durumun enerjisinin $L=2^+$ spin-pariteli uyarılmış durum enerjisine oranı $R_{4/2}$ değeri 2,0'dır. Nükleon sayısı arttıkça bu değer önce 2,5 ve sonra 3,33 limit değerlerine kaymaktadır. Bu ise küresel yapıda olan çekirdeğin küresel simetrik yapısının bozularak gama-kararsız rotor ve prolate deforme rotor yapılarına sahip olduğunu gösterir.

Yukarıda belirtilen limit durumları en iyi açıklayan modellerden biri Etkileşen Bozon Modeli (IBM)'dir (Arima ve Iachello 1987, Casten ve Warner 1988). Bu modele göre çekirdekteki tüm nükleonlar $L=0$ ve $L=2\hbar$ açısal momentumu verecek şekilde çiftlenirler. $L=0$ ve $L=2\hbar$ açısal momentum taşıyan bozonlar sırasıyla s ve d -bozonları olarak tanımlanırlar (Bonatsos 1988). Çekirdeğin taban durumunda tüm bozonlar s bozonlarıdır ve 0^+ taban durumu oluşur. Bu bozonlardan bir tanesi d -bozonu olduğunda yalnızca 2^+ uyarılmış durumu elde edilir ve d -bozon sayısı arttıkça daha yüksek açısal momentumlu enerji düzeyleri elde edilir.

Sadece s ve d bozonlarının dikkate alınması nedeniyle bozon operatörlerinin farklı kombinasyonları, grup teori dilinde $U(6)$ grubunu verir (Arima ve Iachello 1975).

¹aa4743437@gmail.com (Corresponding Author)

¹Çankırı Karatekin Üniversitesi, Fen Fakültesi, Fizik Bölümü, Çankırı, Türkiye

U(6) grubu indirgenildiğinde U(5), O(6) ve SU(3) ile gösterilen zincirler oluşur (Arima ve Iachello 1976, 1978, 1979.). U(6)'nın farklı indirgenmeleriyle elde edilen bu yapılar, geometrik olarak sırasıyla Harmonik osilatör, Gama-kararsız rotor ve Prolate deforme rotor yapılarına karşılık gelmektedir.

Etkileşen Bozon Modeli Hamiltoniyeni, sadece bu limitlerde köşegenleştirilebilmekte ve enerji özdeğerleri, ikinci-mertebe Casimir operatörlerinin özdeğerleri cinsinden elde edilmektedir. Verilen limitler arasında yapı sergileyen çekirdeklerin özellikleri ise daha karmaşık işlemler ve bu konu için yazılmış PHINT gibi özel paket programlar kullanılmasını gerektirmektedir.

Limit durumlar arasındaki geçiş bölgesinde yapı sergileyen çekirdekleri incelemenin diğer bir yolu ise Eşevrelili Durum Yaklaşımı (EDY) kullanmaktır (Schaaser ve Brink 1984). Bu yaklaşımda, taban durum ve uyarılmış durum dalga fonksiyonları, s ve d bozon operatörleri kullanılarak yazılır. İncelenecek bölgeyi tanımlayan Hamiltoniyen operatörünün beklenen değeri hesaplanarak, incelenen yapıya ait enerji özdeğer ifadesi kapalı formda elde edilir.

Bu çalışmada U(5)-SU(3) limitleri arasında olan ve harmonik osilatör yapıdan prolate deforme yapıya 1.mertebe faz geçişinin gerçekleştiği ve X(5) olarak gösterilen kritik nokta civarında yapı sergileyen çekirdeklerin özellikleri incelenmiştir (Iachello 2001). Bu limitler arası bölgeyi tamamen tanımlayan IBM Hamiltoniyeninin beklenen değeri, EDY kullanılarak elde edilen taban durum ve uyarılmış durum dalga fonksiyonları kullanılarak hesaplanmıştır. Yaklaşımın yeterliliğinin test edilmesi amacıyla, elde edilen sonuçlar, kütle numarası 180 civarında olan çekirdeklerin deneysel uyarılma enerji spektrumlarını tahmin etmek için kullanılmıştır.

2. EŞEVRELİ DURUM YAKLAŞIMI (EDY)

SU(3)-O(6) geçiş bölgesini tanımlayan IBM Hamiltoniyeni (Inci 2014),

$$\hat{H} = \kappa_3 \hat{Q} \cdot \hat{Q} - \kappa' \hat{L} \cdot \hat{L} + \kappa'' P^\dagger \cdot \tilde{P} \quad (1)$$

ile verilir. Burada \hat{Q} , \hat{L} ve \tilde{P} sırasıyla kuadropol, açılal momentum ve çiftlenim operatörleri olup aşağıdaki gibi tanımlanırlar,

$$\begin{aligned} \hat{Q} &= [d^\dagger \times s + s^\dagger \cdot \tilde{d}]^{(2)} - \chi [d^\dagger \times \tilde{d}]^{(2)} \\ \hat{L} &= \sqrt{10} [d^\dagger \cdot \tilde{d}]^{(1)} \\ P^\dagger &= \frac{1}{2} (d^\dagger \cdot d^\dagger - s^\dagger \cdot s^\dagger) \end{aligned} \quad (2)$$

Hamiltoniyende bulunan κ'' parametresi serbest parametre olup diğer iki parametre aşağıdaki gibi tanımlanırlar (Inci ve ark. 2009),

$$\kappa_3 = \frac{E_\gamma(2^+) - E_g(2^+)}{3(1 - 2N)}, \quad \kappa' = -\frac{3}{8}\kappa_3 - \frac{1}{6}E_\gamma(2^+) \quad (3)$$

Burada N toplam bozon sayısı, $E_g(2^+)$ ve $E_\gamma(2^+)$ sırasıyla taban durum ve gama bandı 2^+ açılal momentumlu durumların enerji değerleridir. Taban durumda N tane bozondan oluşan sistemin enerji özfonksiyonu $|N; a\rangle^g$ olmak üzere taban durum enerjisi $E^g(N; a) = \langle N; a | \hat{H} | N; a \rangle^g$ ile verilir ve taban durumu oluşturan bozon yaratma operatörü aşağıdaki gibi verilir,

$$|N; a\rangle^g = \mathcal{N}_N (B_g^\dagger)^N |0\rangle, \quad B_g^\dagger = s^\dagger + \sum_{\mu} a_{\mu} d_{\mu}^\dagger \quad (4)$$

Daha yüksek enerjili durumlar ve enerjileri ise

$$|N; a\rangle^\beta = B_\beta^\dagger |N-1; a\rangle^g = \mathcal{N}_{N-1} B_\beta^\dagger (B_g^\dagger)^{N-1} |0\rangle \quad (5)$$

$$|N; a\rangle^\gamma = B_\gamma^\dagger |N-1; a\rangle^g = \mathcal{N}_{N-1} B_\gamma^\dagger (B_g^\dagger)^{N-1} |0\rangle$$

$$E^\beta(N; a) = {}^\beta\langle N; a | \hat{H} | N; a \rangle^\beta, \quad E^\gamma(N; a) = {}^\gamma\langle N; a | \hat{H} | N; a \rangle^\gamma \quad (6)$$

Burada a_μ Bohr parametreleri, kollektif koordinatlarla bağlantı kurar ve

$$a_{\pm 2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma, \quad a_{\pm 1} = 0, \quad a_0 = \beta \cos \gamma \quad (7)$$

olarak tanımlanır. SU(3)-O(6) geçiş bölgesi için Bohr parametreleri aşağıda verilen değerleri alır (Schaaser ve Brink 1986),

$$a_{\pm 2} = 0, \quad a_{\pm 1} = 0, \quad a_0 = \beta \quad (8)$$

Böylece elde edilen taban durum ve daha yüksek enerji bandlarına ait enerji değerleri kapalı formda

$$E^g(N; \beta) = \frac{N}{7\mathcal{A}^2} [35 + C_2\beta^2 + C_5\beta^4 - (N-1)4\sqrt{14}\chi\beta^3] \kappa_3 - \frac{6N\beta^2}{\mathcal{A}^2} (1 + \beta^2) \kappa' + \frac{N(N-1)}{4\mathcal{A}^2} (\beta^2 - 1)^2 \kappa'' \quad (9)$$

$$E^\beta(N; \beta) = E^g(N; \beta) + \frac{6(\beta^4 - 1)}{\mathcal{A}^2} \kappa' - \frac{(N-1)(\beta^4 - 10\beta^2 + 1)}{2\mathcal{A}^2} \kappa'' + \frac{7(6 - \chi^2) + 8\sqrt{14}\chi\beta(2\beta^2 - 1) + 4(2\chi^2 - 35)\beta^2 + (3\chi^2 - 14)\beta^4}{7\mathcal{A}^2} \kappa_3 + \frac{2N(-7 + 4\sqrt{14}\chi\beta(1 - \beta^2) + (70 - 4\chi^2)\beta^2 + (2\chi^2 - 7)\beta^4)}{7\mathcal{A}^2} \kappa_3 \quad (10)$$

$$E^\gamma(N; \beta) = E^g(N; \beta) - \frac{6}{\mathcal{A}^2} \kappa' - \frac{(N-1)(\beta^2 - 1)^2}{2\mathcal{A}^2} \kappa'' + \frac{7(6 - \chi^2) + 8\sqrt{14}\chi\beta(2\beta^2 + 1) - 4\chi^2\beta^4}{7\mathcal{A}^2} \kappa_3 + \frac{2N(-7 - 4\sqrt{14}\chi\beta(1 + \beta^2) + 21\beta^2 + 2\chi^2\beta^4)}{7\mathcal{A}^2} \kappa_3 \quad (11)$$

bulunur. Denklemleri daha kısa biçimde yazmayı sağlayan parametreler ise aşağıdaki gibi tanımlanmıştır,

$$\mathcal{A} = 1 + \beta^2, \quad C_1 = 14(\chi^2 + 6), \quad C_2 = 7(\chi^2 + 4N + 2),$$

$$C_3 = 8(7 - \chi^2(N - 8)), \quad C_4 = 4(7 + \chi^2(N + 6)), \quad C_5 = 7 + \chi^2(2N + 5) \quad (12)$$

3. BULGULAR VE TARTIŞMA

Eşevreli Durum Yaklaşımı yapılarak SU(3)-O(6) bölgesi için yazılan IBM Hamiltoniyeninin enerji özdeğerleri elde edilmiştir. Bu sonuçların, deneysel değerleri tahmin etmedeki başarısını incelemek için kütle numarası 180 civarında olan izotoplar seçilmiştir. Seçilen izotoplar Tablo 1'de verilmiştir. Ayrıca bu tabloda, incelenen izotopun uyarılma enerji spektrumunu en iyi veren parametre seti verilmiştir. Bozon sayısı N, Kabuk modeli tarafından belirlenen sihirli sayılar kullanılarak hesaplanır. Son sütunda yer alan tek serbest parametre

κ'' , deneysel spektrumu en iyi verecek şekilde ayarlanır. Mathematica (Wolfram 2023) programında yazılan kod ile elde edilen parametre seti Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. Hamiltoniyen parametre değerleri.

İzotop	N	κ_3	κ'	κ''
$^{178}_{70}\text{Yb}$	15	-13.069	-9.099	5.0
$^{178}_{72}\text{Hf}$	15	-12.436	-10.836	4.84
$^{180}_{72}\text{Hf}$	14	-13.666	-10.375	4.87
$^{178}_{74}\text{W}$	15	-10.793	-13.619	0.1
$^{180}_{74}\text{W}$	14	-12.506	-12.643	-0.1
$^{182}_{74}\text{W}$	13	-14.946	-11.061	5.5
$^{178}_{76}\text{Os}$	15	-8.413	-18.844	-0.1
$^{180}_{76}\text{Os}$	14	-9.111	-18.633	-4.9
$^{182}_{76}\text{Os}$	13	-10.186	-17.346	-0.1
$^{180}_{78}\text{Pt}$	12	-7.608	-22.646	0.1
$^{182}_{78}\text{Pt}$	13	-6.826	-23.273	5.0

Tablo 1’de görüldüğü gibi bozon sayıları 12-15 arasında değişmektedir. Verilen parametreler kullanılarak elde edilen teorik sonuçların, taban durum bandı için deneysel verilerle karşılaştırılması Tablo 2’de verilmiştir. Taban durum bandı için karşılaştırma 10^+ spin-pariteli duruma kadar yapılmıştır çünkü incelenen izotoplar için daha yüksek açısız momentuma sahip deneysel veri bulunamamıştır. Tablo 2’de verilen deneysel $R_{4/2}=E(4^+)/E(2^+)$ oranları incelendiğinde ^{180}Pt için 2,69 değeri ile ^{178}Hf için 3,32 değeri arasında değişim göstermekte, yani seçilen çekirdeklerin yapıları O(6)-SU(3) geçiş bölgesindedir. Bu tabloda ilk üç izotop için tüm uyarılma enerji spektrumunun doğru tahmin edildiği görülür ki bu izotopların $R_{4/2}$ değerleri SU(3) limit değeri olan 3,33’e çok yakındır. Diğer izotoplar için uyarılmış enerji seviyesinin spin değeri arttıkça teorik sonuçların deneysel verilere kıyasla daha hızlı arttığı görülmektedir. Benzer davranış β bandı için Tablo 3’te görülmektedir. Fakat bu defa, uyarılmış durumun spin değeri arttıkça teorik sonuçlar deneysel verilerden küçük kalmaktadır. Bununla birlikte deneysel verilerin en iyi tahmin edildiği bant, Tablo 4’te verilen γ -bandı enerji değerleridir.

4. SONUÇ

Tablolarda karşılaştırmalı olarak sunulan sonuçlar incelendiğinde Eşevreli Durum Yaklaşımının, prolate deforme rotor ile gama-kararsız limitler arasında yapı sergileyen izotopların uyarılma enerji spektrumlarını tahmin etmede oldukça başarılı olduğu görülmüştür. SU(3) limitinden uzakta yapıya sahip çekirdekler için teorik sonuçlar, uyarılmış durum spin değeri arttıkça deneysel değerden daha hızlı arttığı görülmektedir.

Deneysel veri setleri incelendiğinde bazı izotopların uyarılmış durumlarının spin ve enerji değerlerinin ya ölçülemediği görülmektedir. Elde ettiğimiz teorik sonuçlar, gelecekte yapılacak deneyler için bir referans niteliği taşımaktadır.

Yazar Katkıları

Yazar, makalenin son versiyonunu okuyup onaylamıştır.

Çıkar Çatışması

Yazar, herhangi bir çıkar çatışması beyan etmemektedir.

Tablo 2. Taban durum bandı için teorik (T) sonuçların deneysel verilerle (D) (Firestone 1996) karşılaştırılması. Enerjiler keV cinsindedir.

İzotop	$E(2^+_1)$		$E(4^+_1)$		$E(6^+_1)$		$E(8^+_1)$		$E(10^+_1)$	
	T	D	T	D	T	D	T	D	T	D
$^{178}_{70}\text{Yb}$	80	84	265	278	558	576	956	--	1460	--
$^{178}_{72}\text{Hf}$	90	93	300	307	630	632	1080	1059	1649	--
$^{180}_{72}\text{Hf}$	90	93	300	309	629	641	1079	1084	1648	--
$^{178}_{74}\text{W}$	103	106	344	303	723	695	1239	1143	1893	--
$^{180}_{74}\text{W}$	100	104	335	338	703	688	1205	1138	1840	--
$^{182}_{74}\text{W}$	96	100	322	329	675	681	1158	1144	1769	--
$^{178}_{76}\text{Os}$	126	132	421	398	883	761	1514	1194	2313	1682
$^{180}_{76}\text{Os}$	128	132	426	409	896	795	1536	1258	2347	--
$^{182}_{76}\text{Os}$	123	127	409	400	860	794	1474	1278	2161	--
$^{180}_{78}\text{Pt}$	150	153	498	411	1047	757	1794	1182	2741	--
$^{182}_{78}\text{Pt}$	152	155	506	419	1063	744	1822	1205	2784	--

Tablo 3. β bandı için teorik (T) sonuçların deneysel verilerle (D) (Firestone 1996) karşılaştırılması. Enerjiler keV cinsindedir.

İzotop	$E(0^+)$		$E(2^+)$		$E(4^+)$		$E(6^+)$		$E(8^+)$	
	T	D	T	D	T	D	T	D	T	D
$^{178}_{70}\text{Yb}$	1300	1315	1380	1387	1565	1564	1857	--	2256	--
$^{178}_{72}\text{Hf}$	1080	1199	1170	1277	1380	1450	1709	1731	2159	--
$^{180}_{72}\text{Hf}$	1078	1102	1168	1183	1377	1370	1708	--	2157	--
$^{178}_{74}\text{W}$	866	1083	970	1276	1211	1557	1589	1917	2106	--
$^{180}_{74}\text{W}$	939	--	1039	--	1274	--	1642	--	2144	--
$^{182}_{74}\text{W}$	1082	1136	1179	1257	1404	1510	1758	--	2240	--
$^{178}_{76}\text{Os}$	580	650	706	771	1001	1023	1463	1396	2094	--
$^{180}_{76}\text{Os}$	664	--	792	831	1091	1053	1560	1379	2200	--
$^{182}_{76}\text{Os}$	894	891	1018	1039	1181	1190	1386	1400	1632	1588
$^{180}_{78}\text{Pt}$	437	479	586	861	935	1248	1483	1650	2231	--
$^{182}_{78}\text{Pt}$	425	500	577	855	931	1238	1488	1649	2247	--

Tablo 4. γ bandı için teorik (T) sonuçların deneysel verilerle (D) (Firestone 1996) karşılaştırılması. Enerjiler keV cinsindedir.

İzotop	$E(2^+)$		$E(3^+)$		$E(4^+)$		$E(5^+)$		$E(6^+)$	
	T	D	T	D	T	D	T	D	T	D
$^{178}_{70}\text{Yb}$	1195	1221	1274	--	1380	--	1513	--	1672	--
$^{178}_{72}\text{Hf}$	1160	1175	1250	1296	1370	1384	1520	1691	1700	--
$^{180}_{72}\text{Hf}$	1182	1200	1272	1291	1392	1409	1542	1557	1721	--
$^{178}_{74}\text{W}$	1040	1045	1143	1121	1281	1126	1453	1345	1660	--
$^{180}_{74}\text{W}$	1109	1117	1210	1233	1344	1361	1511	1536	1712	1703
$^{182}_{74}\text{W}$	1201	1221	1297	1331	1426	1443	1587	1624	1780	1770
$^{178}_{76}\text{Os}$	881	864	1008	1032	1176	1213	1386	1416	1639	--
$^{180}_{76}\text{Os}$	880	870	1008	1023	1179	1197	1392	1406	1648	1628
$^{182}_{76}\text{Os}$	687	--	809	--	1096	--	1547	--	2161	--
$^{180}_{78}\text{Pt}$	688	678	838	963	1037	1049	1286	1315	1585	1728
$^{182}_{78}\text{Pt}$	680	680	832	832	1034	1034	1287	1287	1591	1591

Kaynaklar

- Arima, A. and Iachello, F. (1975). Collective nuclear states as representations of a SU (6) group. *Physical Review Letters*, 35(16): 1069-1072.
- Arima, A. and Iachello, F. (1978). Interacting boson model of collective nuclear states II. The rotational limit. *Annals of Physics*, 111(1): 201-238.
- Arima, A. and Iachello, F. (1976). Interacting boson model of collective states I. The vibrational limit. *Physical Review*, 99 (1): 253-317.
- Arima, A. and Iachello, F. (1979). Interacting boson model of collective nuclear states IV. The O (6) limit. *Annals of Physics*, 123(2), 468-492.
- Bohr, A. N. and Mottelson, B. R. (1998). *Nuclear Structure* (in 2 volumes). World Scientific Publishing Company.
- Bonatsos, D. (1988). *Interacting boson models of nuclear structure*. Clarendon Press. Oxford Studies in Nuclear Physics (UK). No. 10: 330 P.
- Casten, R. F. and Warner, D. D. (1988). The interacting boson approximation. *Reviews of Modern Physics*, 60(2): 389.
- Firestone, R. B. (1996). *Table of Isotopes CD ROM Edition*. Version 1.0 Virginia S. Shirley.
- Iachello, F. (2001). Analytic Description of Critical Point Nuclei in a Spherical-Axially Deformed Shape Phase Transition. *Physical Review Letters*, 87(5): 052502.
- Iachello, F. and Arima, A. (1987). *The Interacting Boson Model*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Inci, I. (2014). Test of the coherent state approach in the axially deformed region. *Nuclear Physics A*, 924: 74-83.
- Inci, I., Alonso, C. E., Arias, J. M., Fortunato, L., and Vitturi, A. (2009). Coherent state approach to the interacting boson model: Test of its validity in the transitional region. *Physical Review C*, 80(3): 034321.
- Schaaser, H. and Brink, D. M. (1984). Calculations away from SU(3) symmetry by cranking the interacting boson model. *Physics Letters B*, 143(4-6): 269-272.
- Schaaser, H. and Brink, D. M. (1986). The moment of inertia in the interacting boson model. *Nuclear Physics A*, 452(1): 1-29.
- Wolfram Mathematica 13.2, <https://www.wolfram.com/mathematica>, 2023.