

Makalenin Geliş Tarihi : 02.06.2009
Makalenin Kabul Tarihi : 06.07.2009

ANİZOTROP MALZEMELİ ARTERİLERİN MEKANİK DAVRANIŞI

Hasan Selim ŞENGEL¹, Hakan EROL²

ÖZET: *Biyolojik malzemelerin geleceği ile ilgili yapılan çalışmalar gerçek malzemenin davranışını tam olarak elde edinceye kadar devam edecektir. Arteri ile ilgili olarak ise malzemenin gerçeğe en yakın bünye denkleminin ne olduğu ile ilgili çalışmalar önem kazanmıştır. Bu çalışmamızda arteri için alternatif bir bünye denklemi olarak izotrop olmayan, içerisinde lifler bulunan, tek veya çift tabakalı da olabilen bir model ortaya koyduk ve daha önceden yapılan çalışmalarla da karşılaştırmalar yaparak model ile ilgili yapılan çalışmalarını bir adım daha ileriye götürmeyi amaç edindik.*

ANAHTAR KELİMELEER : *Arteri, malzeme modeli, bünye denklemleri.*

MECHANICAL BEHAVIOR OF THE ARTERIES WITH ANISOTROP MATERIALS

ABSTRACT: *Biological materials related to the work of the future behavior of real materials will continue until you get exactly. Arteries in relation to the material closest to the truth about what works within the equation is important. About this study arteries for an alternative field equations as anisotrop inside the fibers, single or double-layer or a model that can be revealed, and previously with the studies make comparisons with the model of the work a step further taken to have intended to obtain.*

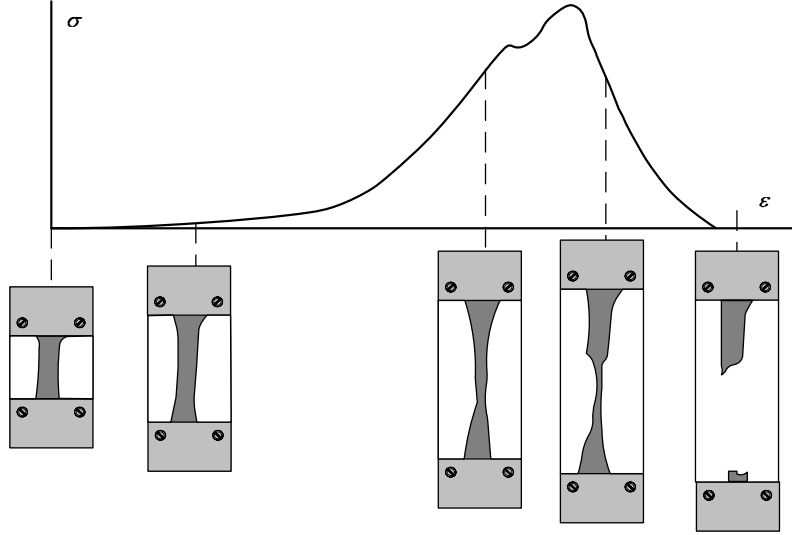
KEYWORDS : *Artery, material model, constitutive equation.*

^{1,2} Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi,
İnşaat Mühendisliği Bölümü, Meşelik Kampüsü, 26480 ESKİŞEHİR

I. GİRİŞ

Yakın zamana kadar yapılan çalışmalarda arteri malzemesi sıkışmaz, homogen, elastik(veya viskoelastik), ve izotrop (bazı hallerde anizotrop) olarak kabul ediliyor, böyle bir modele dayalı problemler çözülyordu. Aslında, morfolojik yapıları dikkate alındığında, arterilerin homogen bir yapıya sahip olmadıkları, mekanik özelliklerinin hem aksenel hem de radyal doğrultularda değiştiği gözlenir. Genel olarak bir arteri duvarı içten dışa doğru sıralanmak kaydıyla intima, media ve adventitia olmak üzere üç tabakadan meydana gelmiştir. Aslında intima arterinin en iç tabakası olup yük taşıma özelliğinden çok koruma özelliğine sahiptir. Bu nedenle mekanik açıdan arteri duvarını media ve adventitia diye iki kısımdan ibaretmiş gibi düşünmek mümkündür. Media, elastik mambran ve kas liflerinden meydana gelmiştir, kolajen lifleri oldukça azdır. Adventitia tabakası ise bağ dokularıyla sarılı kolajen liflerden oluşmuş ve bu lifler gelişigüzel dağılmışlar, belirli bir doğrultuya yönelmemişlerdir. Adventitia tabakasının kalınlığının çok küçük olması dolayısıyla izotrop malzeme ancak içerisinde liflerin bulunması dolayısıyla da anizotrop malzeme olarak düşünölmelidir. Bu özelliklerin arteri model tasarımında dikkate alınması ile daha doğal yapıya sahip bir model gerçekleştirilmiş olacaktır [1]. Ayrıca maruz kaldığı yükler göz önünde bulundurulduğunda damar malzemesi sıkışamaz kabul edilmektedir [2].

Şekil 1'de domuz Torakik Aort'una ait aksenel çekme deneyi sonuçları gösterilmiştir. Bu deneyin sonucu olarak, damar gibi biyolojik dokuların büyük şekil değiştirme kapasitesine sahip oldukları gerçeğini ortaya çıkarmıştır [3].



Şekil 1. Domuz Torakik Aort'unun aksenal çekme deneyi neticesinde σ - ε ilişkisi [3].

II. KİNEMATİK VE DENGE DENKLEMLERİ

Üç boyutlu uzayda $t = 0$ anında V hacminde, S yüzeyli bir cisim B_0 bölgesinde olduğunu kabul edelim. Dış kuvvetler etkisiyle v hacminde ve s yüzeyli cisim, $t = t$ anında B bölgesine hareket etsin. Bu durumda $\mathbf{X} \in \mathbf{B}_0$ ile tarif edilen maddesel konum vektörü, $t = t$ anında $\mathbf{x} \in \mathbf{B}$ ile tarif edilen uzaysal koordinatlara taşınır. Bu hareket;

$$x = x(X, t) \quad (1)$$

şeklinde tanımlanır. Bu hareket bire bir ve örten hareket olması nedeniyle tersi vardır ve;

$$X = X(x, t); \quad \det \left(\frac{\partial x_k}{\partial X_K} \right) \neq 0 \quad (2)$$

olarak verilebilir. Buna bağlı olarak hız ve ivme vektörleri,

$$v_k = \frac{\partial x_k}{\partial t} \Big|_X, \quad a_k = \frac{\partial^2 x_k}{\partial t^2} \Big|_X = \frac{\partial v_k}{\partial t} \Big|_X + v_{k,m} v_m \quad (3)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada indisler arasındaki virgül uzaysal koordinatlarda kovaryant türevi ifade eder.

Kütle korunumu, ρ kütle yoğunluğu olmak üzere,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\rho v_k)_{,k} = 0 \quad (4)$$

şeklinde verilir.

Sürekli ortama ait lineer momentum denkliği;

$$t_{kl,k} + \rho(f_l - a_l) = 0; \quad t_{kl} = t_{lk} \quad (5)$$

olarak verilebilir. Burada t_{kl} simetrik gerilme tansörü, f_l birim kütleye gelen hacim kuvvetini, a_l ise ivmeyi göstermektedir. Gerilme tansörünün simetrik olması açısal momentumun denkliğinin sonucudur.

Yalnız mekanik ve ısı etkilerin göz önüne alındığı bir sürekli ortamın enerji denkliği;

$$\rho \dot{\varepsilon} = t_{kl} d_{lk} - q_{k,k} + \rho h \quad (6)$$

olarak verilebilir. Burada ε iç enerji yoğunluğu, q_k ısı akısını, h hacimsel ısı kaynağını, d_{lk} birim şekil değiştirmeyi ifade etmektedir.

Termodinamiğin ikinci yasası Entropi eşitsizliği olarak da bilinen bu yasa Helmholtz serbest enerji yoğunluğu $\psi = \varepsilon - \theta \eta$ olarak tanımlandığında;

$$-\rho(\dot{\psi} + \eta\dot{\theta}) + t_{kl}d_{lk} - \frac{q_k\theta_{,k}}{\theta} \geq 0 \quad (7)$$

şeklinde verilir.

Yumuşak dokular için kullanılacak bünye denklemleri deformasyon gradyanı $F_{kK} = \partial x_k / \partial X_K$, ve sıcaklığın fonksiyonu olarak;

$$\begin{aligned} t_{kl} &= t_{kl}(F_{kK}, \theta) \\ q_k &= q_k(F_{kK}, \theta) \\ \psi &= \psi(F_{kK}, \theta) \\ \eta &= \eta(F_{kK}, \theta) \end{aligned} \quad (8)$$

yazılabilir. Bu durumda (8) ifadesini kullanarak (7) ifadesini θ , $\theta_{,k}$ ve \dot{F}_{kK} terimleri cinsinden lineer kalacak şekilde yeniden düzenlersek;

$$-\rho\left(\eta + \frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)\dot{\theta} + \left(t_{kl} - \rho\frac{\partial\psi}{\partial F_{lK}}F_{kK}\right)v_{l,k} - \rho\frac{\partial\psi}{\partial\dot{F}_{kK}} - \frac{q_k\theta_{,k}}{\theta} \geq 0 \quad (9)$$

elde edilir. Bu eşitsizliğin sağlanabilmesi için;

$$\eta = -\frac{\partial\psi}{\partial\theta}, \quad q_k = 0, \quad \frac{\partial\psi}{\partial\dot{F}_{kK}} = 0$$

olmalıdır. Böylece (9) eşitsizliğinden kalan terim;

$$\left(t_{kl} - \rho\frac{\partial\psi}{\partial F_{lK}}F_{kK}\right)v_{l,k} \geq 0 \quad (10)$$

olacaktır. Green deformasyon tansörü $C_{KL} = F_{kK}F_{kL}$ ve Green deformasyon tansörü hızı $\dot{C}_{KL} = 2d_{kl}F_{kK}F_{kL}$ tanımları (10)'da kullanılırsa;

$$\left(t_{kl} - 2\rho \frac{\partial \psi}{\partial C_{KL}} F_{kK} F_{lL} \right) d_{lk} \geq 0 \quad (11)$$

halini alır [4]. Böylece (11) eşitsizliğinin sağlanabilmesi için gerilme tansörü;

$$t_{kl} = 2\rho \frac{\partial \psi}{\partial C_{KL}} F_{kK} F_{lL} \quad (12)$$

şeklinde yazılmalıdır.

Şekil değiştirme enerjisi fonksiyonu $\Sigma = \Sigma(\mathbf{C}, \theta_0, \mathbf{X})$ olarak tanımlanır ve sabit sıcaklık altında ele alınan hiperelastik bir cisim düşünülürse (12) ifadesi;

$$t_{kl} = 2\rho \frac{\partial \Sigma}{\partial C_{KL}} F_{kK} F_{lL} \quad (13)$$

olarak yazılabilir. Buna göre gerilme tansörü Green deformasyon tansörü ve deformasyon gradyanı tansörü cinsinden yazılabilir. Ayrıca C tansörü, sonlu sayıdaki invariantslarının bir fonksiyonu olarak yazılabileceği gösterilebilir. Böylece;

$$\Sigma = \Sigma(I_1, I_2, \dots, I_n, \mathbf{X}) \quad (14)$$

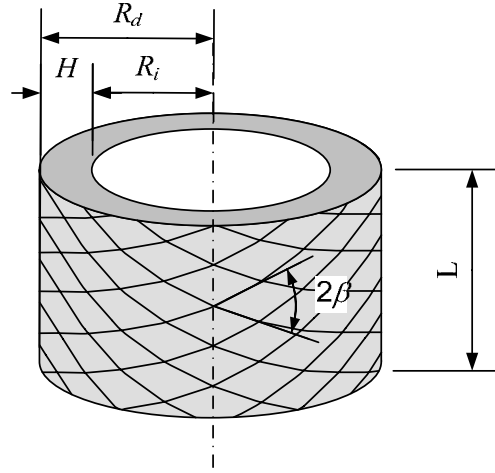
olacağından (13) ifadesi;

$$t_{kl} = 2\rho \sum_{\alpha=1}^n \frac{\partial \Sigma}{\partial I_\alpha} \frac{\partial I_\alpha}{\partial C_{KL}} F_{kK} F_{lL} \quad (15)$$

halini alacaktır. İzotrop olmayan hiperelastik malzeme olarak ele alacağımız modeller için Green deformasyon tansörünün sıfırdan farklı invaryantları I_1 , I_4 ve I_6 'dır.

III.RADYAL GENLEŞMEYE VE EKSENEL UZAMAYA MARUZ DAMARDAKİ ÖNGERİLME DAĞILIMI

Dolaşım bakımından bir sorunu olmayan sağlıklı bir insanda ortalama statik kan basıncı 100 mmHg (13.,33 kPa) civarında, kalbin pompalama hareketi sırasındaki basınç sapmasının da ± 20 mmHg (2,67 kPa) dolaylarında olduğu hatırlanırsa, damarın fizyolojik işlevini yerine getirirken büyükçe bir statik ön basınca maruz kalacağı hemen görülebilir. Ayrıca yapılan deneyler, fizyolojik koşullarda damarın ilave olarak eksenel bir λ germesine maruz kaldığını göstermektedir. Bu germe miktarı damardan damara değişiklik göstermekle birlikte $\lambda=1,3-1,7$ mertebesinde dir. Bu oranın mühendislik malzemelerinin maruz kaldığı germeye göre oldukça büyük olduğu söylenebilir [5]. Sonuç olarak damar hem radyal hem de eksenel doğrultuda büyük ön şekil değiştirmeye maruz kalmakta, kanın hareketi sırasında ise bu değerlere küçük dinamik yer değiştirmeler eklenmektedir. Burada önce bu ön şekil değiştirmenin oluşturduğu gerilme alanı bulunacaktır.



Şekil 2. P_i basıncına ve N eksenel kuvvete maruz damarın geometrik özellikleri.

Şekil değiştirmeden önceki iç yarıçapı R_i , dış yarıçapı R_d olan L uzunluklu dairesel silindirik bir kabuk düşünelim. Şekil 2'de gösterilen böyle bir kabuk P_i iç basıncına ve N aksenal kuvvetine maruz kalsın. Bu kuvvetler altında kabuk radyal doğrultuda genişirken aksenal doğrultuda da sabit bir λ germesine maruz kaldığı varsayılacaktır. Buna göre şekil değiştirme alanı (R, Θ, Z) silindirik maddesel koordinatları, (r, θ, z) ise silindirik uzaysal koordinatları göstermek üzere,

$$r = r(R), \quad \theta = \Theta, \quad z = \lambda Z \quad (16)$$

biçiminde ifade edilir. Buna göre Finger şekil değiştirme tansörü $c_{kl}^{-1} = F_{kK} F_{lK}$ hatırlatması yapılırsa;

$$\mathbf{c}^{-1} = \begin{bmatrix} (r')^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r^2}{R^2} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda^2 \end{bmatrix}, \quad r' \equiv \frac{dr}{dR} \quad (17)$$

şeklinde elde edilir. Damar malzemesi sıkışmaz kabul edildiğinden $I_3 = 1$ koşulunu sağlamalıdır. Böylece B integral sabiti olmak üzere,

$$r = \left(\frac{R^2}{\lambda} + B \right)^{\frac{1}{2}}, \quad x \equiv \frac{R}{r} \quad (18)$$

bulunur. Buna göre invariantslar;

$$I_1 = \frac{x^2}{\lambda^2} + \frac{1}{x^2} + \lambda^2 \quad (19)$$

$$I_4 = I_6 = \tilde{I} = \frac{1}{x^2} \cos^2 \beta + \lambda^2 \sin^2 \beta$$

olarak yazılabilir. Sıfırdan farklı invaryantlar için (15)'de verilen t_{kl} gerilme bileşenleri (17) ve (19) yardımıyla;

$$t_{kl} = P \delta_{kl} + 2 \left[\frac{\partial \Sigma}{\partial I_1} c_{kl}^{-1} + \frac{\partial \Sigma}{\partial I_4} d_{1kl} + \frac{\partial \Sigma}{\partial I_6} d_{2kl} \right] \quad (20)$$

halini alır.

Ortaya atılan mekanik alanın gerçeğe en uygun şekil değiştirme enerji fonksiyonu olması gerekir. Bu yüzden aortun iç yapısı ve deneysel ölçümlerin sonuçları incelendiğinde aortun mekanik davranışını karakterize etmek için bu çalışmada üç farklı şekil değiştirme enerjisi fonksiyonu kullanılmıştır. Bu fonksiyonlardan ikisi literatürde de bulunan (21), (22) enerjisi fonksiyonlarıdır. Bizim ele aldığımız üçüncü fonksiyon (23) arterilerin mekanik özelliklerini yansıtan tek tabakalı ve içerisinde kolajen liflerin bulunduğu bir model olarak geliştirilmiştir. Liflerin ve elastik zarların damar duvarı içerisinde dağılışı düzeni dikkate alınarak arteri için ortotrop, aynı zamanda lifler dolayısıyla anizotrop olması durumu göz önüne alınarak bu çalışmadaki modele karar verilmiştir. Ayrıca bu çalışmada ele alınan model aortun mekanik davranışını karakterize etmek için gerçeğe en uygun olacağını düşündüğümüz şekil değiştirme enerjisi fonksiyonudur.

Holzapfel and Gasser [6] arteriler için farklı araştırmacıların önerdiği şekil değiştirme enerjisi fonksiyonlarını karşılaştırmış ve yeni bir fonksiyon önermişlerdir. Çalışmalarında gerçeğe en yakın modelin iki katmanlı ve bünyesinde kolajen liflerin bulunduğu arteri şekil değiştirme fonksiyonunu olduğunu düşünmüşlerdir. (21)'de ele alınan şekil değiştirme enerji fonksiyonu (ŞDEF1), izotrop ve içerisinde lifler dolayısıyla anizotrop özellik göstermekte ancak malzeme

olarak rubber cinsi malzeme kabulü ve media ile adventitiannın iç içe olduğu bir model oluşturmuşlardır.

$$\Sigma(I_1, I_4, I_6) = \frac{c}{2} \left\{ \left[(I_1 - 3) \right] \right\} + \frac{k_1}{2k_2} \left\{ \exp \left[k_2 (\tilde{I} - 1)^2 \right] - 2 \right\} \quad (21)$$

Hilmi Demiray [7]'in önerdiği (22)'de verilen şekil değiştirme enerji fonksiyonu (ŞDEF2) ise izotrop, biyolojik malzeme kabulü ve tek tabakalı bir model olarak oluşturulmuştur.

$$\Sigma(I_1) = \frac{k_1}{2k_2} \left\{ \exp \left[k_2 (I_1 - 3) \right] - 1 \right\} \quad (22)$$

Bizim önerdiğimiz (23)'de şekil değiştirme enerji fonksiyonu (ŞDEF3) ise izotrop, içerisinde kolajen lifler olması dolayısıyla anizotrop ve malzeme olarak ta biyolojik malzeme kabulü ile uygulanabilirliği daha kolay olacağını düşündüğümüz için tek tabakalı olarak oluşturulmuştur.

$$\Sigma(I_1, I_4, I_6) = \frac{k_1}{2k_2} \left\{ \exp \left[k_2 (I_1 - 3) \right] - 1 \right\} + \frac{k_1}{2k_2} \left\{ \exp \left[k_2 (\tilde{I} - 1)^2 \right] - 2 \right\} \quad (23)$$

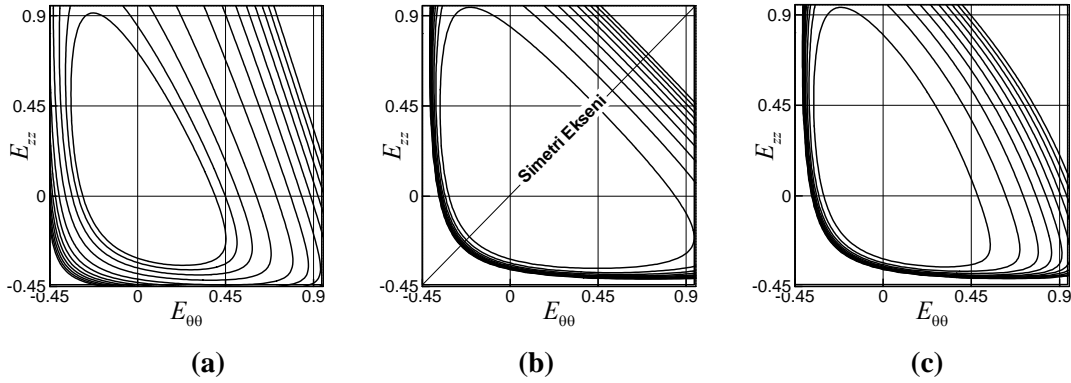
Bu üç enerji fonksiyonunun ayrı ayrı iç basınç ve aksenal germe altındaki deformasyonu incelenmiş ve her üçü içinde gerilme dağılımları elde edilmiştir. Bu modellerde kullanılan parametreler Çizelge 1'de verilmiştir.

Çizelge 1. Modellerde kullanılan parametreler

c	k_1	k_2	β	a	b	h
3 kPa	2,3632 kPa	0,8393-	26°	1,948-	9,9 kPa	0,26 mm

ŞDEF1 iki katmanlı arteri modeli yaklaşımı yapmakta ancak ŞDEF2 ve ŞDEF3 tek tabakalı model olarak tasarlanmıştır. Bu yüzden karşılaştırma yapılırken de ŞDEF1'in sadece media tabakası olması halî göz önüne alınmıştır.

Arteriye ait matematik modeli gösteren şekil değiştirme enerji fonksiyonunun içerisinde kullanılan parametrelerin seçimi ile dışbükeyliğin sağlanması gerekmektedir. Açıkçası ŞDEF'nun Green-Lagrange şekil değiştirme bileşenlerine göre ikinci türevi pozitif olmalıdır. Buda enerji fonksiyonunun dışbükey olması anlamına gelir ve mekanik davranışın fiziksel anlamı bakımından önemlidir. Seçilen fonksiyonun fiziksel davranışı temsil etmeyen sonuçlar vermesi ile sayısal çözümün yakınsamaması gibi problemlerin önüne geçilmiş olur. Şekil değiştirme enerji fonksiyonunun dışbükey olması, fonksiyonun ($E_{\theta\theta}$ ve E_{zz}) düzlemlerine izdüşümlerinin de dışbükey olmasını gerektirir. Aynı zamanda şekil değiştirme enerji fonksiyonlarının ($E_{\theta\theta}$ ve E_{zz}) düzlemlerine izdüşümlerinin kapalı grafik alanları oluşturması beklenmektedir. Bu çalışmada ele alınan ŞDEF1, ŞDEF2, ŞDEF3'ün ($E_{\theta\theta}$ ve E_{zz}) düzlemlerine izdüşümleri Şekil 3' de gösterilmiştir.



Şekil 3. Şekil değiştirme enerji fonksiyonlarının ($E_{\theta\theta}$, E_{zz}) düzlemine izdüşümleri.
(a) ŞDEF1, (b) ŞDEF2, (c) ŞDEF3.

Şekil 3 (a, b)'den de görüldüğü gibi her üç ŞDEF'nun da ($E_{\theta\theta}$ ve E_{zz}) düzlemine izdüşümleri kapalı grafik alanları oluşturmakta ve dışbükeylik sağlanmaktadır. Bizim biyolojik ve gerçeğe en yakın model olarak tasarladığımız modelimizin şekil değiştirme enerji fonksiyonunun da ($E_{\theta\theta}$ ve E_{zz}) düzlemine izdüşümleri kapalı grafik alan oluşturmakta ve dışbükeyliği sağlamaktadır Şekil 3 (c).

Bu üç enerji fonksiyonunun ayrı ayrı iç basınç ve eksenel germe altındaki deformasyonu incelenmiş ve her üçü içinde gerilme dağılımları elde edilmiştir. ŞDEF1 (21) şekil değiştirme enerjisi fonksiyonu (20)'de yerine yazılırsa silindirik koordinatlarda gerilme bileşenleri;

$$\begin{aligned}
t_{rr} &= P + c \frac{x^2}{\lambda^2}, \quad t_{\theta\theta} = P + \frac{1}{x^2} \left(c + \cos^2 \beta F(\tilde{I}) \right) \\
t_{zz} &= P + \lambda^2 \left(c + \sin^2 \beta F(\tilde{I}) \right), \quad t_{\theta z} = t_{rz} = t_{r\theta} = 0 \\
F(\tilde{I}) &= 4k_1 (\tilde{I} - 1) \exp \left[k_2 (\tilde{I} - 1)^2 \right]
\end{aligned} \tag{24}$$

elde edilir. Benzer şekilde ŞDEF2 (22) fonksiyonunun (20)'de yerine yazılırsa silindirik koordinatlarda gerilme bileşenleri;

$$\begin{aligned}
t_{rr} &= P + k_1 \frac{x^2}{\lambda^2} F(I_1), \quad t_{\theta\theta} = P + \frac{1}{x^2} F(I_1) \\
t_{zz} &= P + \lambda^2 F(I_1), \quad t_{\theta z} = t_{rz} = t_{r\theta} = 0 \\
F(I_1) &= \exp \left[k_2 (I_1 - 3) \right]
\end{aligned} \tag{25}$$

elde edilir. Son olarak da ŞDEF3 (23) fonksiyonu (20)'de yerine yazılırsa gerilme bileşenleri;

$$\begin{aligned}
t_{rr} &= P + \frac{x^2}{\lambda^2} F(I_1), \quad t_{\theta\theta} = P + \frac{1}{x^2} \left(\cos^2 \beta F(\tilde{I}) + F(I_1) \right) \\
t_{zz} &= P + \lambda^2 \left(\sin^2 \beta F(\tilde{I}) + F(I_1) \right), \quad t_{\theta z} = t_{rz} = t_{r\theta} = 0 \\
F(\tilde{I}) &= 4k_1 (\tilde{I} - 1) \exp \left[k_2 (\tilde{I} - 1)^2 \right] \\
F(I_1) &= k_1 \exp \left[k_2 (I_1 - 3) \right]
\end{aligned} \tag{26}$$

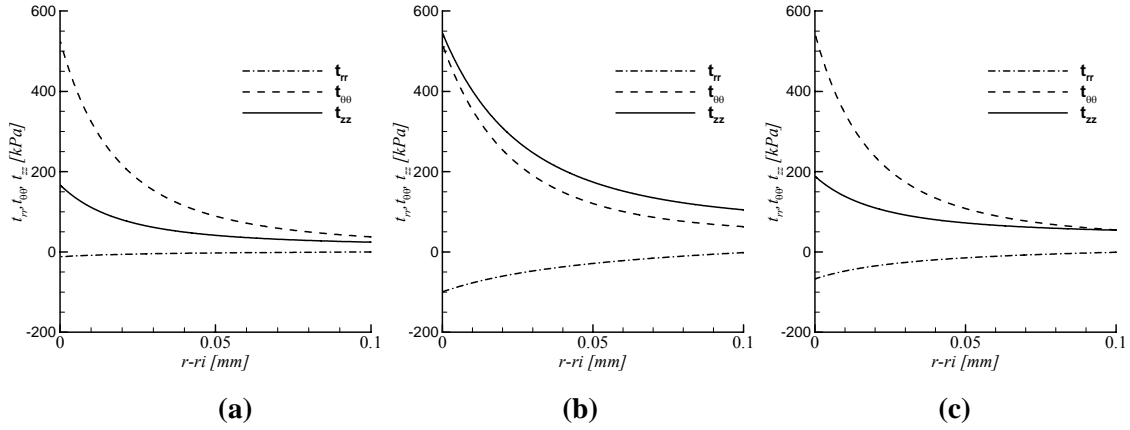
olarak bulunur. Bu gerilme bileşenleri,

$$\frac{\partial t_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} (t_{rr} - t_{\theta\theta}) = 0 \quad r_i \leq r \leq r_o \tag{27}$$

denge denklemlerini ve

$$t_{rr}\Big|_{r=r_i} = -P_i, \quad t_{rr}\Big|_{r=r_o} = 0 \quad (28)$$

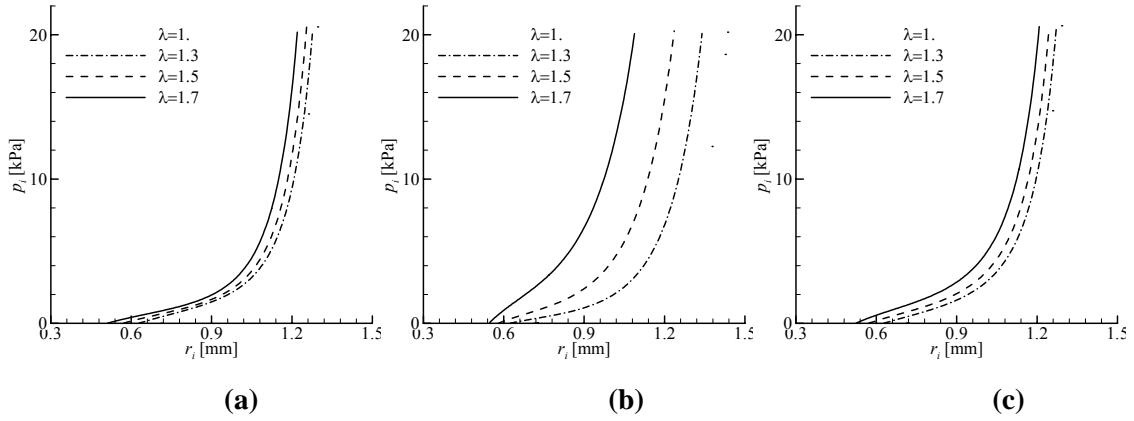
sınır şartlarını sağlamalıdır. (27)'deki denge denklemi (28)'daki sınır şartları altında çözülerek sonuçlar Şekil 4. ve Şekil 5.'de verilmiştir. Şekil 4.'de (24)-(26) ifadelerindeki gerilme bileşenleri üç farklı model içinde gösterilmiştir.



Şekil 4. Cauchy gerilme bileşenlerinin kalınlığa göre değişimleri ($\lambda = 1.7$, $P_i = 13.33$ kPa)

(a) SDEF1, (b) SDEF2, (c) SDEF3.

Şekil 4'de Cauchy gerilme bileşenlerinin $r-r_i$ 'e göre değişimleri gösterilmiştir. Burada r , şekil değiştirmiş damar için radyal koordinatı, r_i ise şekil değiştirmiş damarın iç yarıçap olarak tanımlanmıştır. Her üç modelde de t_{rr} gerilme bileşeninin şiddet $t_{\theta\theta}$ ve t_{zz} gerilme bileşenlerinkinden daha düşüktür. Önerdiğimiz modele ait gerilme dağılımı [6]'in önerdiği modelin gerilme dağılımına oldukça benzerlik göstermektedir. Bu da davranışın, büyük oranda izotropik olmayan kısmın etkisinde olduğunu ortaya çıkarmıştır.



Şekil 5. Farklı germe değerleri için iç basınç değişimleri (a) ŞDEF1, (b) ŞDEF2, (c) ŞDEF3.

Şekil 4’de üç modele ait deformasyon durumları gösterilmiştir. Üç modelde de ortaya çıkan davranış Şekil 1’de gösterilen deneysel sonuçlara uygundur. Eksenel germe arttıkça iç basınçtan dolayı yarıçaptaki artış beklendiği gibi azalmaktadır. Önerdiğimiz modelin sonuçları yine [6]’in önerdiği modelin sonuçları ile uyum içerisindedir.

IV. SONUÇ

Bu çalışmada, aortun içyapısı ve deneysel ölçümlerin sonuçları incelendiğinde aortun mekanik davranışını karakterize edeceğini düşündüğümüz üç farklı şekil değiştirme enerjisi fonksiyonu kullanılmıştır. Bu fonksiyonlardan ikisi literatürde de bulunan enerji fonksiyonlarıdır. Bizim ele aldığımız üçüncü fonksiyon diğerlerinin arteri davranışı bakımından olumlu yönlerini ön plana çıkarılmasıyla elde edilmiştir. Elde edilen fonksiyonun ($E_{\theta\theta}$ ve E_{zz}) düzlemine izdüşümleri kapalı grafik alan oluşturmakta ve dışbükeyliği sağlamaktadır. Bu da modelin kullanıldığı problemlerde nümerik çözümlerin yakınsak olmasını sağlayacaktır.

Önerilen modele ait gerilme dağılımı literatürdeki modellerin gerilme dağılımına oldukça benzerlik göstermekte ve eksenel germe arttıkça iç basınçtan dolayı yarıçaptaki artış beklendiği gibi azalmaktadır. Ancak azalma hızı ŞDEF1’de olduğu gibi izotrop olmayan davranış etkisiyle, beklendiği gibi daha düşüktür.

Bu çalışmada önerilen modelin mekanik davranışı daha önceden önerilmiş ve birçok alanda kullanılmış modellerden elde edilen davranışlarla uyum içerisinde olduğu gözlenmiştir. Bu

nedenle, damar yapısının mekanik davranışının incelendiği farklı konulardaki çalışmalarda, önerdiğimiz modelin de kullanılabileceği düşünülmektedir.

Bu çalışmanın devamında yapılacak deneysel çalışmalardan elde edilen sonuçlarla, bizim elde ettiğimiz sonuçların karşılaştırılarak bu modelin ileriki çalışmalarda desteklenmesi söz konusu olabilir. Ayrıca modelde kullanılan parametreler deneysel çalışmaların sonuçlarına uygun olarak tekrar belirlenerek davranışı daha iyi temsil etmesi sağlanabilir.

V. KAYNAKLAR

- [1] J.A.G. Rhodin, Architecture of the vessel wall. In: H.V. Sparks Jr., D.F. Bohr, A.D. Somlyo and S.R. Geiger (eds), “*Handbook of Physiology, The Cardiovascular System, Vol. 2, American Physiological Society, Bethesda*”, Maryland, pp. 1–31, 1980.
- [2] T.E. Carew, R.N. Vaishnav and D.J. Patel, Compressibility of the arterial wall. *Circ. Res.* 23, pp. 61–68, 1968.
- [3] Chandran, K.B., Yoganathan, A.P. and Rittgers, S.E., *Biofluid Mechanics: The Human Circulation*, CRC Press, 419 p, 2006.
- [4] Eringen, A.C. and Şuhubi, E.S., , *Elastodynamics, Vol. I*, Pergamon Press, New York 341 p.,1974.
- [5] Demiray, H., Akgün, G., “Wave propagation in a viscous fluid contained in a prestressed viscoelastic thin tube”, *Int. J. Engng, Sci.*, 35, pp. 1065-1079, 1997.
- [6] Holzapfel, G. A., Gasser, T. C., A new constitutive framework for arterial wall mechanics and a comparative study of material models, *Journal of Elasticity*, 61, pp. 1-48, 2000.
- [7] Demiray, H., “On the elasticity of soft biological tissues”, *J. Biomech.*, 5, pp. 309-311, 1972.