

RAYLEIGH DAĞILIMININ ARDIŞIK OLASILIK ORAN TESTİ

Sevil BACANLI¹, Uygur KÖSE²

ÖZET: Weibull dağılımının özel bir durumu olan Rayleigh dağılımı, güvenilirlik analizinde, haberleşme mühendisliği alanında ve özellikle rüzgar hız dağılımı üzerine yapılan çalışmalarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Dağılımın Weibull dağılımına göre üstünlüğü tek parametre ile verilmesidir. Dağılımı bilinen bir kitlenin parametresi, Wald'ın ardışık olasılık oran testi kullanarak test edilebilir. Testin kullanımı verinin ardışık olarak elde edildiği alanlarda avantaj sağlamaktadır. Bu çalışmada, Rayleigh dağılımı için Wald'ın ardışık olasılık oran testinin kullanılabilmesi gösterilmiş ve rüzgar hızı verileri üzerinde bir uygulama verilmiştir.

ANAHTAR KELİMELER: Rayleigh dağılımı, Ardışık Olasılık Oran Testi, Rüzgar Hızı.

SEQUENTIAL PROBABILITY RATIO TEST OF RAYLEIGH DISTRIBUTION

ABSTRACT: Rayleigh distribution, which is a special case of Weibull distribution, used widely in reliability analysis, communication engineering and especially studies based on wind speed. Advantage to Weibull is, this distribution given with only one parameter. Parameter of a population, which the distribution known, can be tested by using Wald's sequential probability ratio test. Area that the datas obtained sequentially using the test creates an advantage. In this study, shown that Wald's sequential probability ratio test can be used for Rayleigh distribution and given an application on wind speed data.

KEYWORDS: Rayleigh Distribution, Sequential Probability Ratio Test, Wind Speed.

^{1,2} Hacettepe Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, Beytepe, ANKARA.

I. GİRİŞ

Meteorolojistler, verileri meteoroloji istasyonlarından veya hava alanlarından, hava tahminleri yapmak amacıyla toplarlar. Rüzgar enerjisi parkına aday yerlerdeki koşulları genel olarak değerlendirmek amacıyla, rüzgar hızı ve rüzgar yönü bilgileri çok sık kullanılmaktadır.

Gerçekte rüzgarın hızı hassas aletlerle ölçülmektedir. Aletlerle ölçmenin olanaksız olduğu durumlarda rüzgar, tahminsel olarak ölçülür. Tahminsel rüzgar ölçümünde, Beaufort ölçeği kullanılır. Ölçek doğrultusunda belirlenen rüzgar hız (RH) (m/sn) değişim aralıklarından rüzgar tanımlarını yapmak mümkündür. Beaufort rüzgar ölçeği için ölçek numarası(BN), değişim aralıkları ve rüzgar tanımları Tablo 1’de verilmiştir [1].

Tablo 1. Beauford rüzgar ölçeği.

Beaufort Ölçeği	Rüzgar Hızı (m/sn)	Rüzgar Tanımı
0	0-0,5	Şişirtilmiş
1	0,5-1,5	Şişirtilmiş
2	1,5-3,2	Şişirtilmiş
3	3,2-4,7	Şişirtilmiş
4	4,7-6,3	Şişirtilmiş
5	6,3-8,0	Şişirtilmiş
6	8,0-10,0	Şişirtilmiş
7	10,0-12,5	Şişirtilmiş
8	12,5-15,0	Şişirtilmiş
9	15,0-17,5	Şişirtilmiş
10	17,5-20,0	Şişirtilmiş
11	20,0-22,5	Şişirtilmiş
12	22,5-25,0	Şişirtilmiş
13	25,0-27,5	Şişirtilmiş
14	27,5-30,0	Şişirtilmiş
15	30,0-32,5	Şişirtilmiş
16	32,5-35,0	Şişirtilmiş
17	35,0-37,5	Şişirtilmiş
18	37,5-40,0	Şişirtilmiş
19	40,0-42,5	Şişirtilmiş
20	42,5-45,0	Şişirtilmiş
21	45,0-47,5	Şişirtilmiş
22	47,5-50,0	Şişirtilmiş
23	50,0-52,5	Şişirtilmiş
24	52,5-55,0	Şişirtilmiş
25	55,0-57,5	Şişirtilmiş
26	57,5-60,0	Şişirtilmiş
27	60,0-62,5	Şişirtilmiş
28	62,5-65,0	Şişirtilmiş
29	65,0-67,5	Şişirtilmiş
30	67,5-70,0	Şişirtilmiş
31	70,0-72,5	Şişirtilmiş
32	72,5-75,0	Şişirtilmiş
33	75,0-77,5	Şişirtilmiş
34	77,5-80,0	Şişirtilmiş
35	80,0-82,5	Şişirtilmiş
36	82,5-85,0	Şişirtilmiş
37	85,0-87,5	Şişirtilmiş
38	87,5-90,0	Şişirtilmiş
39	90,0-92,5	Şişirtilmiş
40	92,5-95,0	Şişirtilmiş
41	95,0-97,5	Şişirtilmiş
42	97,5-100,0	Şişirtilmiş

Elde edilen rüzgar kayıtları, kalite kontrolü yapılarak istatistiksel çözümlenmelerde kullanılmak üzere değerlendirilmektedir. Değerlendirmelerde, uzun dönemli rüzgar kayıtlarını elde etmek ayrıca farklı site ve yüksekliklerde rüzgar özelliklerini belirlemek gerekir. Bu amaçla, rüzgar hızı dağılımı için Weibull ve Rayleigh dağılımlarının olasılık yoğunluk fonksiyonlarından yararlanılmaktadır[1-2].

Rüzgarın belli bir periyotta değişimi ve dağılımı, enerji üretimi değerlendirmelerinde ve rüzgar endüstrisinde çok önemlidir. Eğer yıl boyunca rüzgar ölçülürse, genel olarak çok şiddetli rüzgarların nadiren, ılımlı ve şiddetli rüzgarların ise daha çok ortaya çıktığı görülür. Bir site için rüzgar dağılımı ölçülerek veya ölçümlere dayalı değişik nokta ve yüksekliklerde Weibull dağılımı ile belirlenir. Dağılım, şekil ve ölçek parametreleri ile belirtilmektedir. Eğer Weibull dağılımının şekil parametresi 2 ise dağılıma Rayleigh dağılımı adı

verilir. Ancak uygulamalarda rüzgar hız dağılımları Rayleigh dağılımına göre verilir. Bunun nedeni değişik yerlerdeki rüzgar dağılımlarının bilinmemesidir[1].

Dağılımı bilinen bir kitlenin parametreleri, Wald'ın ardışık olasılık oran testi (AOOT) kullanılarak test edilebilir. Literatürde çeşitli dağılımların parametrelerini test etmek için AOOT önerilmiştir[3]. Örneğin Weibull dağılımının ölçek parametresinin AOOT'ü Sharma & Rana [4], şekil parametresinin testi ise Bain&Engelhardt [5-6] tarafından önerilmiştir. Bu çalışmada ise AOOT'nin Rayleigh dağılımının ölçek parametresini test etmek için kullanılabileceği gösterilmiş ve test planı için gerekli eşitlikler elde edilmiştir.

II. RAYLEIGH DAĞILIMI İÇİN ARDIŞIK OLASILIK ORAN TESTİ

II.1 Rayleigh Dağılımı

Weibull dağılımı üstel dağılım ailesinden olan sürekli bir dağılımdır. Weibull dağılımlı X raslantı değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(x; \theta, k) = \frac{k}{\theta} \left(\frac{x}{\theta}\right)^{k-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\theta}\right)^k\right]; \quad x > 0, \theta > 0, k > 0 \quad (1)$$

dır. Burada θ , ölçek parametresi ve k ise şekil parametresidir.

Dağılımın beklenen değeri ve varyansı,

$$E(X) = \theta \Gamma(1 + k^{-1}) \quad (2)$$

$$V(X) = \theta^2 \Gamma(1 + 2k^{-1}) - \theta^2 [\Gamma(1 + k^{-1})]^2 \quad (3)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada $\Gamma(\cdot)$ gamma fonksiyonudur.

Dağılımın şekil parametresinin en çok olabilirlik tahmini, \hat{k} ,

$$\hat{k} = \left[\left(\sum_{i=1}^n x_i^{\hat{k}} \ln x_i \right) \left(\sum_{i=1}^n x_i^{\hat{k}} \right)^{-1} - n^{-1} \sum_{i=1}^n \ln x_i \right]^{-1} \quad (4)$$

ve ölçek parametresinin en çok olabilirlik tahmini; $\hat{\theta}$, ise

$$\hat{\theta} = \left[n^{-1} \sum_{i=1}^n x_i^{\hat{k}} \right]^{1/\hat{k}} \quad (5)$$

ile ifade edilmektedir [6-7].

Weibull dağılımında şekil parametresi $k=2$ ise, dağılım Rayleigh dağılımı olarak adlandırılır. Bu durumda Rayleigh dağılımına sahip X raslantı değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu, eşitlik (1)' den

$$f(x; \theta) = 2 \frac{x}{\theta^2} \exp\left(-\left(\frac{x}{\theta}\right)^2\right), x > 0, \theta > 0, \quad (6)$$

dır. Dağılımın beklenen değeri ve varyansı ise,

$$E(X) = \theta \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right) \quad (7)$$

$$V(X) = \theta^2 \Gamma(2) - \theta^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right) \right]^2 \quad (8)$$

biçiminde tanımlanır.

II. 2 Test İstatistiğinin Çıkarımı

Rayleigh dağılımın ölçek parametresi, test edilmek istendiğinde hipotezler,

$$\begin{aligned} H_0 : \theta &= \theta_0 \\ H_1 : \theta &= \theta_1 \end{aligned} \quad (\theta_1 < \theta_0) \quad (9)$$

biçiminde kurulabilir.

AOOT'de test istatistiği, olabilirlik oranından yararlanılarak bulunmaktadır. Eşitlik (6)'dan, Rayleigh dağılımı için olabilirlik oranı,

$$L_n = \frac{\prod_{i=1}^n f(x_i, \theta_1)}{\prod_{i=1}^n f(x_i, \theta_0)} = \frac{\left(\frac{2}{\theta_1^2}\right)^n \prod_{i=1}^n x_i \exp\left[-\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\theta_1}\right)^2\right]}{\left(\frac{2}{\theta_0^2}\right)^n \prod_{i=1}^n x_i \exp\left[-\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\theta_0}\right)^2\right]} \quad (10)$$

biçiminde tanımlanır. İşlemlerde kolaylık sağlaması açısından (10) eşitliğinin

logaritması alınır ve gerekli sadeleştirmeler yapılırsa, test istatistiği, $\sum_{i=1}^n Z_i$,

$$\ln L_n = \sum_{i=1}^n Z_i = \ln \left[\frac{\left(\frac{1}{\theta_1^2}\right)^n \exp\left[-\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\theta_1}\right)^2\right]}{\left(\frac{1}{\theta_0^2}\right)^n \exp\left[-\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\theta_0}\right)^2\right]} \right]$$

$$\sum_{i=1}^n Z_i = n \ln \left(\frac{\theta_0^2}{\theta_1^2} \right) - \sum_{i=1}^n x_i^2 \left(\frac{1}{\theta_1^2} - \frac{1}{\theta_0^2} \right) \quad (11)$$

olarak tanımlanır. Z_i ise,

$$Z_i = \ln \left(\frac{\theta_0^2}{\theta_1^2} \right) - x_i^2 \left(\frac{1}{\theta_1^2} - \frac{1}{\theta_0^2} \right) \quad (12)$$

biçimindedir. $\sum_{i=1}^n Z_i$ değeri $\ln A$ ve $\ln B$ değerleri ile karşılaştırılarak aşağıdaki üç

karardan birine ulaşılır.

1. $\sum_{i=1}^n Z_i \leq \ln B$ ise H_0 hipotezi kabul edilerek sürece son verilir.
2. $\sum_{i=1}^n Z_i \geq \ln A$ ise H_0 hipotezi reddedilerek sürece son verilir.
3. $\ln B \leq \sum_{i=1}^n Z_i \leq \ln A$ ise gözlemlerin yetersizliğine karar verilip, bir gözlem daha ilave edilerek sürece devam edilir.

Burada, α , birinci tip hata olasılığı, β ise ikinci tip hata olasılığı olmak üzere,

$$B = \frac{\beta}{1 - \alpha} \text{ ve } A = \frac{1 - \beta}{\alpha} \text{ dır [8].}$$

II.3 Karakteristik İşlem Fonksiyonu

Karakteristik işlem fonksiyonu, $P(\theta)$, H_0 hipotezinin kabul edilme olasılığıdır ve

$$P(\theta) = \frac{A^h - 1}{A^h - B^h} \quad (13)$$

biçiminde tanımlanır. Burada, $h \neq 0$ dır. Wald'in önerdiği yönetime göre,

$$E \left[\frac{f(x; \theta_1)}{f(x; \theta_0)} \right]^h = 1 \quad (14)$$

olacak şekilde θ parametresinin elde edilmesi gerekir. X raslantı değişkeni sürekli olduğundan bu ifade,

$$\int_0^{+\infty} \left[\frac{f(x; \theta_1)}{f(x; \theta_0)} \right]^h f(x; \theta) dx = 1 \quad (15)$$

dır. İntegral sonucu θ 'ya göre düzenlendiğinde,

$$\theta = \left[\frac{\left(\frac{\theta_0}{\theta_1} \right)^{2h} - 1}{h(\theta_1^{-2} - \theta_0^{-2})} \right]^{1/2} \quad (16)$$

biçiminde elde edilir [4], [8]. Bu eşitlik yardımıyla, h değerleri için θ parametresinin değerleri bulunur ve $P(\theta)$ değerleri hesaplanabilir (Tablo 2).

Tablo 2. AOOT için çeşitli h değerlerinde θ ve $P(\theta)$ değerleri.

h	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
θ	0	θ_1	θ_0	∞
$P(\theta)$	0	β	$1 - \alpha$	1

II.4 Ortalama Örneklem Sayısı Fonksiyonu

AOOT'de örneklem büyüklüğü(n), test süresince değişen bir raslantı değişkenidir. Dolayısıyla örneklem büyüklüğünün beklenen değeri θ 'nın bir fonksiyonudur ve

$$E(n; \theta) = \frac{P(\theta) \ln B + (1 - P(\theta)) \ln A}{E(Z; \theta)} \quad (17)$$

biçiminde tanımlanır [8]. Rayleigh dağılımı için, eşitlik (12)'den,

$$Z = \ln \left(\frac{\theta_0^2}{\theta_1^2} \right) - x^2 \left(\frac{1}{\theta_1^2} - \frac{1}{\theta_0^2} \right)$$

dır. Eşitlik (7) ve (8) den ise $E(X^2) = \theta^2 \Gamma(2) = \theta^2$ olarak bulunur.

Dolayısıyla test istatistiğinin beklenen değeri,

$$E(Z; \theta) = \ln \left(\frac{\theta_0^2}{\theta_1^2} \right) - \theta^2 \left(\frac{1}{\theta_1^2} - \frac{1}{\theta_0^2} \right) \quad (18)$$

biçiminde yazılabilir.

Test için gereken ortalama örneklem sayısı fonksiyonu H_0 hipotezi doğru iken,

$$E(n; \theta_0) = \frac{(1 - \alpha) \ln B + \alpha \ln A}{\ln \left(\frac{\theta_0^2}{\theta_1^2} \right) - \theta_0^2 \left(\frac{1}{\theta_1^2} - \frac{1}{\theta_0^2} \right)} \quad (19)$$

H_1 doğru iken ise,

$$E(n; \theta_1) = \frac{\beta \ln B + (1 - \beta) \ln A}{\ln \left(\frac{\theta_0^2}{\theta_1^2} \right) - \theta_1^2 \left(\frac{1}{\theta_1^2} - \frac{1}{\theta_0^2} \right)} \quad (20)$$

biçiminde verilebilir.

III. UYGULAMA

Bu kesimde 1990-1992 yılları arasında Bursa ilinde hava kirliliğine etki eden etkenleri araştırmak üzere meteoroloji müdürlüğünden elde edilen verilerden 1991 Kasım-Aralık ve 1992 Ocak-Şubat-Mart aylarına ait rüzgar hızı verileri üzerinde çalışılmıştır [9]. Veriler Ek-A da verilmiştir.

Literatürde, rüzgar hızı verilerinin Weibull ve Rayleigh dağılımlarına uygunluğu genellikle Ki-kare (χ^2) veya Kolmogrov-Smirnov testi ile gerçekleştirilmektedir [2], [10-11].

Bu çalışmada da, kullanılan rüzgar hızı verilerinin Weibull ve Rayleigh dağılımlarına sahip olup olmadığını incelemek için Mathwave yazılım firmasının Easy-Fit programının 1.2 versiyonu kullanılmıştır[12]. Program yardımıyla, 5 ayın verileri için Kolmogrov-Smirnov (KS) ve Anderson-Darling (AD) test istatistikleri hesaplanmış ve $\alpha = 0.10, 0.05, 0.01$ için test kritik değerleri Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. Kolmogrov-Smirnov ve Anderson-Darling test sonuçları.

Aylar	KS Test İstatistiği			AD Test İstatistiği		
	Weibull	Rayleigh		Weibull	Rayleigh	
Kasım(1991)	0.121	0.144		0.733	0.724	
Aralık(1991)	0.131	0.123		0.598	0.576	
Ocak(1992)	0.116	0.127		0.774	0.739	
Şubat(1992)	0.214	0.205		1.424	1.203	
Mart(1992)	0.091	0.129		0.599	0.744	
α	0.10	0.05	0.01	0.10	0.05	0.01
Kritik Değer	0.223	0.248	0.298	1.929	2.502	3.908

Tablo 3'de verilen test sonuçlarından, 5 ay için rüzgar hızı verilerinin Weibull ve Rayleigh dağılımlarına sahip olduğu söylenebilir (Test istatistiği < Kritik değer). Anderson-Darling test sonuçlarından, Mart ayı hariç verilerin Rayleigh dağılımına daha iyi uyum sağladığı söylenebilir ($\text{Test İst.}_{\text{Rayleigh}} < \text{Test İst.}_{\text{Weibull}}$).

Çalışmada, ayrıca aylara ilişkin rüzgar hız verilerinin dağılımına ait parametreler Easy-Fit programı kullanılarak elde edilmiştir ve Tablo4'de verilmiştir.

Tablo 4. Aylara ilişkin rüzgar hız verilerinin Weibull dağılımına ilişkin k ve θ Parametreleri.

AYLAR	Kasım	Aralık	Ocak	Şubat	Mart
k	2.270	2.048	1.843	2.363	2.619
θ	4.439	8.819	8.228	6.158	8.363

Tablo-4'te görüldüğü gibi ölçek parametresi mart ayı dışında tüm aylarda $k \cong 2$ olarak bulunmuştur.

Rayleigh dağılımı için AOOT'nin işleyişini göstermek amacıyla Ocak-1992 rüzgar hızı verileri kullanılmıştır. Tablo1-de verilen rüzgar hız tanımlarından yararlanarak Ocak ayı için hipotezler, $H_0 : \theta = 8.0$ $H_1 : \theta = 5.5$ ve hata olasılıkları ise $\alpha = \beta = 0.05$ olarak belirlenmiştir. Belirlenen hipotez ve hata olasılıklarında ortalama örneklem büyüklüğü eşitlik (19) ve (20)'den $E(n;8.0) = 7$ ve $E(n;5.5) = 12$ 'dir. AOOT sonuçları Tablo 5'te verilmiştir. Burada $\ln A = 2.944$ ve $\ln B = -2.944$ 'tür. Dolayısıyla $n=10$ gözlemden sonra H_0 hipotezi kabul edilerek teste son verilir.

Tablo 5. $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.05$, $\theta_0 = 8.0$, $\theta_1 = 5.5$ için AOOT sonuçları.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	13
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
13	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

V.SONUÇLAR

AOOT ile dağılımı bilinen bir kitlenin parametresi test edilebilir ve teste başlamadan önce ortalama örneklem büyüklüğü, α , β hata olasılıkları ve kurulan hipotez için hesaplanabilir. Test bu özelliğinden dolayı, uygulamalarda zaman ve maliyet açısından tasarruf sağlamaktadır.

Meteorolojik gözlem çalışmalarında rüzgar hızı ve rüzgar yönü verileri çok sık kullanılmaktadır. Rüzgar yönü verileri açısız gözlemlerden oluşmaktadır. Dolayısıyla rüzgar yönü dağılımı için Von-Mises dağılımından yararlanılmaktadır [13]. Gadsden & Kanji [14], Von-Mises dağılımını kullanarak ortalama yön için AOOT geliştirmiştir.

Rüzgar hız dağılımı ise Rayleigh dağılımına sahiptir. Bu çalışmada, Rayleigh dağılımının AOOT elde edilmiş ve test planı için gerekli karakteristik işlem ve ortalama örneklem sayısı fonksiyonları verilmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] Youth for Habitat Türkiye, <http://www.youthforhab.org.tr/tr/yayinlar/enerji/ruzgar/olcumler.html>
- [2] E.K.Akpınar and S.Akpınar, "A Statistical analysis of wind speed data used in installation of wind energy conversion systems", *Energy Conversion&Manegement*, Vol.46, pp.515-532, 2005
- [3] Ü.Kemerkaya ve S.Bacanlı, "Yaşam testinde kullanılan Üstel ve Weibull Dağılımlarının ardışık testi ", *Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi*, Cilt.7, Sayı.1, ss.65-74, 2006.
- [4] K.K.Sharma, R.S.Rana and R.K.Bhutani, "Estimating expected waiting-time in Weibull SPRT", *Reliability Engineering and Systems Safety*, Vol.39, pp.109-111, 1993.
- [5] L.J.Bain and M.Engelhardt, "Sequential probability ratio tests for the shape parameter of a nonhomogenous poisson process", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol.31, pp.79-83, 1982.
- [6] L.J.Bain and M.Engelhardt, "Statistical Analysis of Reliability and Life-Testing Models-Theory and Methods," 2nd Edn, Marcel Dekker Inc. New York, 1991.
- [7] A.N.Çelik, "Statistical analysis of wind power density based on the weibull and rayleigh models at the southern region of Turkey", *Renewable Energy*, Vol.29, pp.593-604, 2003.
- [8] A.Wald, "Sequantial Anaylsis," J.Wiley and sons.New York, 1947.
- [9] M.Candan ve A.Erar, "Doğrusal regresyon çözümlemesinde sağlam kestiriciler ve çoklu bağlantılı verilerde uygulamalar", *Hacettepe Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi*, ss.267-278, 1996.
- [10] A.N.Çelik, "On the distributional parameters used in assessment of the suitability of wind speed probability density functions", *Energy Conversion&Manegement*, Vol.45, pp.1735-1747, 2004.
- [11] V.Yılmaz, H.Aras and H.Çelik, "Statistical analysis of wind speed data", *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Müh.Mim.Dergisi* C.XVII, Sayı.2, ss.45-54, 2005.

- [12] MathWaveTechnologies, EasyFit Versiyon 1.2, [http:// www.mathwave.com](http://www.mathwave.com), 2004, 2005 (ücretsiz deneme sürümü)
- [13] Ö.K.Peker ve S.Bacanlı, “Dairesel verilere uygulanan tanımlayıcı istatistiksel yöntemler ve meteorolojik Uygulama”, *Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi*, Cilt 5, Sayı 1, ss.115-122, 2004.
- [14] R.J.Gadsden and G.K.Kanji, “Sequential analysis for angular data”, *The Statistician*, Vol.30, No 2, pp.119-129, 1981.

EK-A –Rüzgar Hızı Verileri (m/sn)

Kasım	Aralık	Ocak	Şubat	Mart
7.00	6.00	13.00	3.00	4.00
9.00	7.00	5.00	7.00	3.00
7.00	6.00	4.00	3.00	4.00
4.00	3.00	6.00	6.00	9.00
3.00	3.00	5.00	3.00	7.00
5.00	4.00	4.00	6.00	7.00
4.00	9.00	2.00	6.00	6.00
2.00	11.00	10.00	4.00	9.00
2.00	10.00	11.00	4.00	10.00
3.00	4.00	12.00	4.00	12.00
2.00	8.00	7.00	4.00	9.00
4.00	9.00	3.00	4.00	8.00
1.00	6.00	8.00	3.00	4.00
3.00	2.00	10.00	4.00	8.00
2.00	3.00	3.00	8.00	9.00
2.00	9.00	4.00	4.00	6.00
4.00	11.00	12.00	13.00	12.00
10.00	10.00	5.00	16.00	12.00
6.00	13.00	1.00	7.00	7.00
2.00	9.00	5.00	5.00	8.00
3.00	13.00	11.00	7.00	7.00
3.00	9.00	11.00	11.00	5.00
4.00	4.00	6.00	10.00	4.00
5.00	4.00	9.00	6.00	6.00
4.00	4.00	10.00	4.00	5.00
4.00	14.00	11.00	2.00	4.00
5.00	12.00	7.00	3.00	6.00
5.00	11.00	11.00	4.00	15.00
5.00	5.00	11.00	7.00	13.00
3.00	12.00	5.00		14.00
		4.00		4.00