



## Öğretmen Adaylarının Ders İmecesini (Lesson Study) Kapsamında Matematiksel Fark Etme Nitelikleri

Pınar GÜNER<sup>i</sup>, Didem AKYÜZ<sup>ii</sup>

Bu çalışmanın amacı öğretmen adaylarının ders imecesi mesleki gelişim modeli uygulaması kapsamında öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik ne fark ettiklerini ve nasıl fark ettiklerini araştırmaktır. Bu doğrultuda, ders imecesi modelinin temel üç adımı olan planlama, dersin öğretimi ve tartışma aşamalarının her birinde öğretmen adaylarının matematiksel fark etme becerileri analiz edilmiştir. Araştırma, özel durum çalışması niteliğinde olup çalışma grubunu ilköğretim matematik öğretmenliği programının son sınıfında öğrenim gören dört öğretmen adayı oluşturmaktadır. Öğretmen adayları, "Çokgenlerin çevre uzunluklarını hesaplar, verilen çevre uzunluğuna sahip farklı şekiller oluşturur." şeklindeki kazanıma yönelik öğretimi nasıl yapacaklarını ders imecesi modeli kapsamında araştırmıştır. Süreç, ders imecesi mesleki gelişim modelinin adımlarına uygun bir şekilde yürütülmüş ve tüm adımlar video ile kayıt altına alınmıştır. Araştırmanın veri toplama araçlarını gözlem, alan notları, video transkriptleri ve ders planları oluşturmaktadır. Verilerin analizinde içerik analizi kullanılmış ve Choy tarafından anlamlı matematiksel fark etmeyi ortaya koymak için önerilen kategoriler göz önünde bulundurulmuştur. Araştırmada, öğretmen adaylarının ders imecesinin farklı aşamalarında matematiksel fark etmelerinin çeşitlilik gösterdiği, genel olarak bireysel anlamlı matematiksel fark etmelerinin zayıf olduğu ve ders imecesinin anlamlı matematiksel fark etmelerin zenginleşmesine katkıda bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bunun yanı sıra, öğretmen adaylarının matematiksel olarak önemli olan üç noktadan, kilit ve zor noktaları fark etme becerilerinin iyi olduğu fakat zor noktaların nedenlerini yorumlamakta sıkıntı yaşadıkları ve kritik noktayı belirlemede ise diğer noktalardaki kadar fark etme becerilerinin iyi olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

**Anahtar Sözcükler:** Matematiksel fark etme, Ders imecesi, Mesleki gelişim, Öğretmen adayı

### GİRİŞ

Fark etme, günlük yaşamda bir şeyi gözlemlenme, anlamlandırma ve ayırt etme gibi anlamlara gelmektedir (Miller, 2011). Mason (2002) fark etme eylemini bir disiplin olarak tanımlarken, matematiksel fark etmenin tüm matematik öğretim uygulamalarının kalbi olduğunu vurgulamaktadır. Fark etme, öğretmenlerin öğrenme ve öğretmeye yönelik bilgilerinin artmasını (Schoenfeld, 2011) ve kendi uygulamalarını inceleyerek yaptıkları öğretimden öğrenmelerini sağlayan bir süreçtir (Mason, 2009, 2011; Sherin, Jacobs ve Philipp, 2011). Son dönemde mesleki gelişim çalışmalarının ve öğretmen

<sup>i</sup> İstanbul Üniversitesi, [pinar.guner@istanbul.edu.tr](mailto:pinar.guner@istanbul.edu.tr), ORCID: 0000-0003-1165-0925

<sup>ii</sup> Orta Doğu Teknik Üniversitesi, [dakyuz@metu.edu.tr](mailto:dakyuz@metu.edu.tr), ORCID: 0000-0003-3892-8077

yetiştirme programlarının (Sherin vd., 2011) odak noktası olan öğretmenin matematiksel fark etme becerisi matematik öğretiminde başarılı olabilmek için gerekli unsurlardan birisi olarak görülmektedir (Choy, 2013). Bu kavramın odak noktası haline gelmesinin nedeni öğretmenlik mesleğinde reform hareketleriyle birlikte karşılaşılan zorlukların üstesinden gelebilmeleri için öğretmenlere bu beceriyi geliştirmelerini sağlayacak fırsatlar sunabilmektir (Baş, 2013). Mason'a (2002) göre fark etme, bireyin kendi tecrübelerinin başkalarının tecrübeleri ile gözlemler ve teorilerin birleşmesiyle gerçekleşmekte ve bu durum mesleki gelişimi sağlamaktadır. Bazı araştırmacılar fark etmeyi, sadece öğretmenin odaklandığı kavram olarak düşünürken (Sherin, Russ ve Colestock, 2011; Star, Lynch ve Perova, 2011), araştırmacıların çoğu öğretimsel olaylara dikkat etme ve bu durumları anlamlandırma süreci olarak ele almaktadır (Goldsmith ve Seago, 2011; Jacobs, Lamb, Philipp ve Schappelle, 2011; Kazemi, Elliot, Mumme, Carroll, Lesseig ve Kelly-Petersen, 2011; van Es, 2011). Bunların yanı sıra, fark etmeyi öğretimin gelişimine yönelik önerilerin yapılması aşamasını içerecek şekilde genişletenler de mevcuttur (Jacobs, Lamb ve Philipp, 2010; van Es, 2011). Fark etme kavramının kapsamına yönelik farklı görüşler olsa da, araştırmacılar öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini geliştirmesinde bu becerinin önemli bir yeri olduğunu kabul etmektedirler. Dolayısıyla, öğretmenlerin öğretimi nasıl yapacağını planlarken, öğretim yaparken ve öğretim sonrası dersi değerlendirirken matematiksel fark etme becerilerinin incelenmesi önemlidir. İyi bir öğretmenin sınıfında ne olduğunu yorumlayabilme ve fark edebilme becerisine sahip olması beklenmektedir (Van Es ve Sherin, 2010).

Fark etme, gördüklerimizi yapılandırdığımız alışılmış bir öğretim aktivitesidir (Gibson, 1979). Dolayısıyla, aynı duruma odaklanılmasına rağmen çıkartılan anlamlar ve fark edilen noktalar birbirinden farklı olabilir (Jacobs, Lamb ve Philipp, 2010). Bunun yanı sıra, öğretmenlerin neyi fark ettiklerini belirgin bir şekilde tanımlaması fark etmenin anlamlı olduğunu göstermeye yetmez. Nasıl fark ettikleri, fark ettiklerini nasıl anlamlandırdıkları ve öğrencilerin olası öğrenmelerine yönelik nasıl tahminlerde buldukları da üzerinde durulması gereken noktalardır (Berliner, 2001; Davis, 2006; Mason, 2002; Seidel ve Stürmer, 2014; Star ve Strickland, 2008; van Es, 2011; van Es ve Sherin, 2002). Jacobs ve arkadaşları (2010) fark etmeyi, (a) öğrencilerin kullandıkları stratejilere dikkat etme, (b) öğrencilerin anlamalarını yorumlama ve (c) öğrencilerin nasıl anladıklarını göz önünde bulundurarak nasıl yanıt vereceğine karar verme olarak üç adım olarak ele almıştır. Birinci adım, öğretmenlerin öğretimsel durumların önemli yönlerine ne derece dikkat edebildiklerini ve öğrencilerin matematiksel stratejilerini ne derece yansıtabildiklerini içermektedir. Öğrencilerin nasıl düşündüklerine yönelik fark edilen detayların onların matematiksel anlamalarını görmeyi kolaylaştırdığı düşünülmektedir (Carpenter, Fennema, Franke, Levi ve Empson, 1999; Carpenter, Franke ve Levi, 2003; Lester, 2007). İkinci adım, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel anlamalarına yönelik yaptıkları yorumların, onların kullandıkları stratejilerle ve genel matematiksel gelişimlerine yönelik bilgilerle ne derece tutarlı olduğunu ele almaktadır. Üçüncü adım, öğretmenlerin öğrencilere cevap verirken onların matematiksel anlamalarını ne ölçüde dikkate aldıklarına ve atacakları adımları belirlerken kullandıkları yaklaşımların öğrencilerin matematiksel düşünceleriyle tutarlılığına odaklanmaktadır. Bu üç beceri birbirleriyle bağlantılıdır ve fark etmenin anlamlı olması için üçünün birlikte bulunması gerekmektedir. Bu nedenle bu araştırmada, matematiksel fark etme kavramı önemli durumlara dikkat etmek, bu bilgiyi anlamlandırmak ve öğretimi geliştirmek için kararlar almak aşamalarını içerecek şekilde ele alınmıştır.

### **Üç Nokta Teorik Çerçevesi**

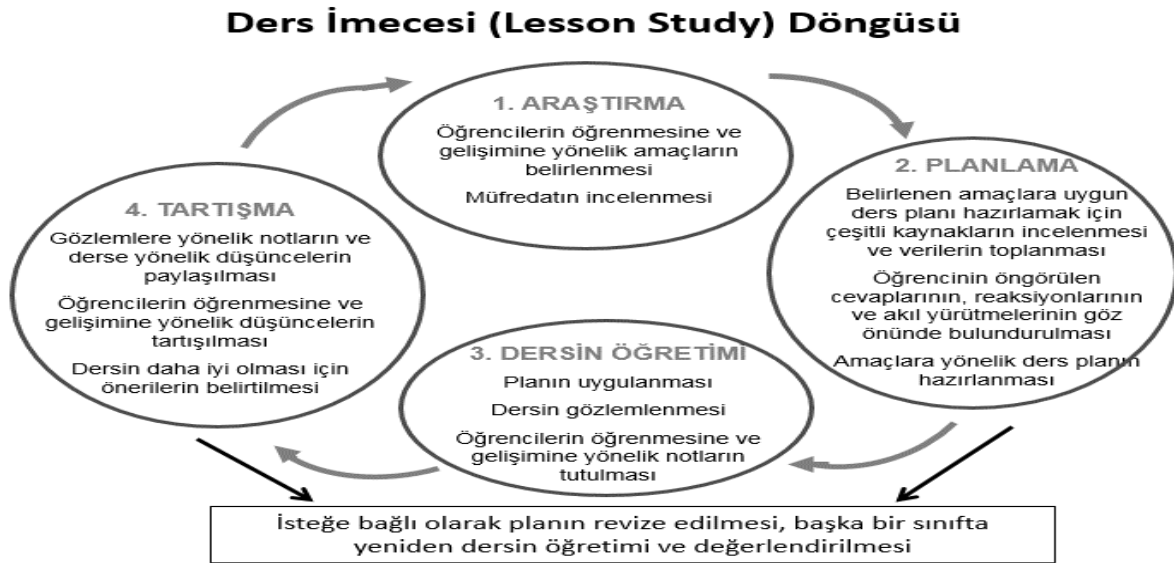
Pek çok araştırma bulgusu, ders planlanırken ve öğretilirken öğrencilerin olası düşünme yollarının göz önünde bulundurulması gerektiğini savunmaktadır (Carpenter, Fennema, Franke., 1996; Carpenter vd., 1999; Franke, Carpenter, Levi ve Fennema, 2001; Franke, Kazemi ve Battey, 2007; Wood, Cobb ve Yackel, 1991). Hiebert, Morris, Berk ve Jansen'e (2007) göre öğretirken öğrenebilmek için öğretmenlerde temel dört becerinin gelişmesi gerekmektedir. Bunlar, öğretim için gerekli öğrenme amaçlarının

belirlenmesi, öğretim sırasında öğrencilerin nasıl öğrendiklerinin gözlemlenmesi, öğretim stratejilerinin göz önünde bulundurularak öğrencilerin öğrenmelerinin yorumlanması ve bunu geliştirmek için önerilerde bulunulması şeklindedir. Yang ve Ricks (2013) tarafından önerilen üç nokta teorik çerçevesinin bu becerilerin dolayısıyla fark etme becerilerinin gelişimi için yol gösterici olabileceği düşünülmektedir. Bu teorik çerçeve dersin kilit noktası, zor noktası ve kritik noktası olmak üzere üç önemli kavramı barındırmaktadır. Kilit nokta, dersin asıl amacına karşılık gelmektedir. Öğrencilerin kavraması için öğretmenin anlatması gereken konu ve bu konunun temel özelliklerini tanımlamaktadır. Zor nokta, öğrencilerin matematiksel konuyu ve temel özelliklerini, yani kilit noktaları, öğrenirken karşılaşabilecekleri zorlukları yansıtmaktadır. Kilit noktayı dersin amacı olarak tanımlarsak, zor nokta öğrencilerin zihinsel anlamda öğrenmelerini engelleyen bilişsel zorluklar olarak yorumlanabilir. Kritik nokta ise öğretim yöntemini şekillendiren ve olası engellerin, yani öğrenciler açısından zor olan noktaların, üstesinden gelerek dersin amacına nasıl ulaşacağına ilişkin belirlenmesine yön veren önlemlerdir. Örneğin, kesir ve ondalık kesir dönüşümünün öğretiminde, kilit nokta kesirlerin ve ondalık kesirlerin aynı sayının farklı gösterimleri olması şeklinde tanımlanabilir, zor nokta öğrencilerin paydası 10'dan farklı olan kesirleri ondalık kesirlerle ilişkilendirmekte yaşadığı karışıklıklar olabilir ve kritik nokta öğrencilere  $\frac{1}{5}$  gibi kesirleri paydası 10, 100 ya da 1000 olan kesirler ile ilişkilendirecekleri sorular ve etkinlikler hazırlamaya karşılık gelebilir (Choy, 2015). Öğretmenlerin bu noktaları fark edebilmelerindeki beceriler ise mesleki gelişimleriyle doğru orantılıdır. Araştırmalar öğretmenlerin, mesleki gelişim çalışmalarlarıyla kendi sınıflarındaki öğrencilerin düşünmelerinden pek çok şey öğrenebileceklerini göstermektedir (Borko, 2004; Breyfogle ve Herbal-Eisenmann, 2004; Burns, 2005; Chamberlin, 2005; Fernandez, Cannon, ve Chokshi, 2003; Franke, Carpenter, Levi, ve Fennema, 2001; Jacobs, Franke, Carpenter, Linda, ve Battey, 2007). Öğretmenlerin öğrencilerin cevaplarına, yaptıklarına ve açıklamalarına bakarak düşünme şekillerine dikkat etmeleri ve bir dersten önce, ders boyunca ve dersten sonra matematiksel bir bakış açısıyla bunları yorumlamaları gerekmektedir (Goldsmith ve Seago, 2013; Jacobs vd., 2010; Schifter, 2001; Smith ve Stein, 2011). Bu durum öğrencilerin matematiksel olarak nasıl düşündüklerine odaklanmanın gerekliliğini ortaya koymaktadır (Hiebert vd., 2003). Bunun gelişimi içinse dersin öğretiminin arka planını görmeyi ve derse yönelik fikirlerin paylaşımıyla öğretmenlerde farkındalığın artmasını sağlayan ortamlara katılım önemlidir (Runesson ve Martensson, 2013; Yang ve Ricks, 2012). Bu ortamlardan birini oluşturan ders imecesi modeli, öğretmenlere dersin amaçlarını (kilit noktalar), öğrencilerin karşılaşabileceği öğrenme zorluklarını (zor noktalar) ve öğrencilerin bunların üstesinden nasıl gelebileceğini (kritik noktalar) tartışmaları için imkan tanımaktadır (Choy, 2013).

### ***Ders İmecesini (Lesson Study)***

Ders imecesi öğretmen ve öğretmen adaylarının mesleki anlamda gelişimlerini sağlayan bir modeldir. Bu model, ders imecesi grubunu oluşturan bireylerin bir araya gelerek bir derse yönelik yürüttükleri planlama, öğretim ve tartışma aşamalarını kapsayan bir döngüden oluşmaktadır (Baki, 2012). Öğretmenler döngüye hedefledikleri matematiksel kazanımlara yönelik ders planı hazırlığıyla başlamaktadır. Öğretmenler bu süreçte konuyla ilgili matematiksel etkinlikler ve sorular belirlemekte, bunların farklı çözüm yolları üzerine tartışmakta, öğrencilerin bunlara verebilecekleri olası yanıtları düşünmekte ve kendilerinin öğrencilerin yanıtları karşısında nasıl dönüt verebilecekleri üzerine konuşmaktadırlar. Böylece, öğrencilerin matematiksel olarak nasıl düşünebileceklerini önceden tahmin etmekte ve öğrencinin bakış açısıyla hazırladıkları dersin içeriğini değerlendirebilmektedirler. Öğretmenlerin bu noktalara dikkat ederek fikirlerini birbirleriyle paylaşmaları ise kendilerinin matematiksel olarak nasıl düşündüklerini görmelerinin yanı sıra öğrencilerin de olası matematiksel düşünme şekillerini fark etmelerini ve anlamlandırmalarını kolaylaştırmaktadır (Lewis, Friedkin, Baker ve Perry, 2011). Planlama aşamasından sonra döngü öğretim aşamasıyla devam etmektedir. Bu aşamada, hazırlanan ders planı ders imecisini oluşturan öğretmenlerin birisi tarafından bir sınıfta uygulanırken, diğer öğretmenler gözlem yaparak öğretmen, öğrenci ve dersin içeriği gibi kavramlara odaklanarak dersi çeşitli yönleriyle fark etmeye çalışmaktadırlar (Murata, 2011). Ders planının hangi açılardan öğrencilerin öğrenmesini kolaylaştırdığını ya da zorlaştırdığını belirlemek içinse

öğretmenlerin öğrencilerin nasıl düşündüklerine dikkat etmeleri oldukça önemlidir (Yoshida, 2005). Dersin öğretiminden sonra gruptaki bütün öğretmenlerin katılımıyla gerçekleşen tartışma aşamasında, öğretmenler gözlem sırasında aldıkları notlara dayanarak ders planının zayıf ve güçlü yönlerini paylaşmakta, karşılaştıkları öğrenci düşüncelerini ve öğrenme zorluklarını dile getirmekte ve dersi geliştirmek için önerilerde bulunmaktadır. Tartışmanın sonunda, öneriler doğrultusunda ders planı yeniden düzenlenerek son şeklini almaktadır (Lewis vd., 2011). Bu modelde olduğu gibi, öğretmenin öğrencilerinin düşünme stratejilerine, yanlışlarına ve konuyu nasıl anladıklarına dikkat etmesi, öğretim sırasında bu noktaları göz önünde bulundurması ve dersi buradan yaptığı çıkarımlara dayanarak zenginleştirilmesi hem öğretmenin hem de öğrencinin gelişimini sağlamaktadır (Borko, Jacobs, Eiteljrg ve Pittman, 2008). Burada önemi vurgulanan dikkat etme, anlamlandırma ve karar verme eylemleri ise araştırmacılar tarafından fark etme olarak adlandırılan bir grup beceriye karşılık gelmektedir (Mason, 2002; Sherin, Jacobs ve Philipp, 2011). Bu beceri sadece öğretmenlerin değil aynı zamanda öğretmen adaylarının da kazanması gereken temel mesleki becerilerden birisidir (Mason 2002; Sherin vd., 2011). Çünkü yeterli tecrübeye sahip olmayan öğretmen ve öğretmen adayları öğrenciye ve önemli öğretimsel durumlara odaklanarak dersi şekillendirmekte zorlanmaktadır (Berliner, Stein, Sabers, Clarridge, Cushing, ve Pinnegar, 1988; Carter, Cushing, Sabers, Stein, ve Berliner, 1988). Dolayısıyla, pek çok araştırma öğretmen adaylarının da öğrenme ve öğretme etkileşimlerinde neler fark ettiği ve bunları nasıl yorumladığı konusunda çalışılması gerektiğini ortaya koymaktadır (Hand 2012; Mason 2008, 2011; Santagata, Zannoni ve Stigler; 2007; Sherin vd., 2011; Star ve Strickland 2008; van Es 2011). Diğer taraftan, Sherin ve van Es (2005) öğretmen adaylarına fark etme becerilerini geliştirebilecekleri ortamların sunulması gerektiğini savunmaktadır. Buradan hareketle, hem araştırmamızda öğretmen adaylarıyla çalışılmaya karar verilmiş hem de onların matematiksel olarak neyi ve nasıl fark ettiklerini belirlemek için ders imecesi mesleki gelişim modelinin kullanımı tercih edilmiştir.



Şekil 1. Ders İmecesesi (Lesson Study) Döngüsü (Lewis, Perry ve Murata, 2006)

Son dönemlerde işbirliğine, birlikte sorgulamaya (Darling Hammond ve Richardson, 2009; Timperley, Wilson, Barrar, ve Fung, 2007) ve öğretirken öğrenmeye dayanan (Hiebert vd., 2007; Lampert, 2009; Mason, 2010; Smith, 2001; White, Jaworski, Agudelo Valderrama, ve Gooya, 2012) mesleki gelişime yönelik faaliyetlere gösterilen ilgi artmıştır. Bunlar öğretmenin ders videolarını izleyerek düşüncelerini paylaştığı video kulüpleri (Star, Lynch ve Perova, 2011; van Es ve Sherin, 2008); öğretmenlerin sınıfta yapılanları (Goldsmith ve Seago, 2011) ya da ders planlarını (Santagata ve Angelici, 2010) incelediği çalışma grupları ve ders imecesi (Lewis, Perry ve Hurd, 2009; Murata, 2010; Stigler ve Hiebert, 1999;

Baki, 2012) gibi faaliyetlerdir. Bunların mesleki gelişim açısından etkili olması ise öğretmenlerin bu süreçte neye ve nasıl odaklandıklarına bağlıdır (Bryk, 2009; Lampert, 2009). Fark etme, yapılan öğretimi tanımlamayı, analiz etmeyi ve anlamayı kolaylaştıran ortak bir dilin oluşumunu sağladığı için öğretimin gelişimi açısından gerekli temel becerilerden birisidir (Sherin vd., 2011). Öğretmenlerin gördüklerini nasıl anlamlandırdıklarını ortaya koymaya ihtiyaç vardır (Sherin ve Star, 2011). Çalışmalar daha çok dersin öğretimi sırasında ya da sonrasında gerçekleşen fark etmeleri incelemiştir ve bu anlamda daha çok çalışmanın yapılmasına ihtiyaç vardır (Choy, 2015). Bu nedenle planlama, dersin öğretimi ve öğretim sonrası tartışma aşamalarının hepsini kapsayan yani ders imecesi sürecini yansıtan çalışmaların eksikliği dikkat çekmektedir. Bu doğrultuda, belirtilen üç aşamayı barındıran ders imecesi uygulama sürecinde öğretmen adaylarının neye dikkat ettiklerini ve öğretimsel olayları nasıl yorumladıklarını detaylandırarak matematiksel fark etme becerileri incelenmeye çalışılmıştır. Dersin planlanması, öğretimi ve geliştirilmesi sırasında göz önünde bulundurulması gereken önemli üç noktadan biri, zor nokta ve kritik nokta- ile öğretim uygulamalarının merkezini oluşturan fark etme kavramlarının -dikkat etme, anlamlandırma ve karar verme- ayrı ayrı matematik öğretimindeki yeri göz önünde bulundurulduğunda her iki boyutu kapsayan bir değerlendirmenin oldukça önemli olduğu görülmektedir. Bu doğrultuda Choy (2013) üç nokta teorik çerçevesini fark etme adımlarına entegre ederek fark etmenin anlamlı olup olmadığını belirlemeye yönelik bir çerçeve ortaya koymuştur. Bu durumda anlamlı matematiksel fark etme, kilit, zor ve kritik noktalarla ilişkili önemli detaylara dikkat etme, bu detayları önceki bilgi ve tecrübelerle ilişkilendirebilme ve nasıl cevap vereceğine karar verme aşamalarına bu yeni bakış açısını yansıtabilmeyi içermektedir. Buradan hareketle, çalışmamızda öğretmen adaylarının matematiksel fark etmelerini incelemenin yanı sıra bunun anlamlı olup olmadığını belirlemek de hedeflenmiştir. Bu doğrultuda, çalışmanın araştırma sorusu aşağıdaki gibidir:

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının ders imecesi uygulamasında matematiksel fark etme becerilerinin niteliği nasıldır?

## YÖNTEM

### *Araştırma Deseni*

Araştırmada, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışması, araştırmacının bir olayı ya da olayları zaman içerisinde ve farklı kaynaklardan zengin veri elde ederek detaylı bir şekilde araştırdığı bir yöntemdir (Creswell, 1998). Öğretmen adaylarının ders imecesi mesleki gelişim modeli kapsamında dersin planlanması, öğretimi ve öğretim sonrası tartışma aşamalarında matematiksel fark etmelerinin boyutunu detaylandırmak amacıyla bu yöntem tercih edilmiştir.

### *Katılımcılar*

Araştırmanın çalışma grubunu ilköğretim matematik öğretmenliği programının son sınıfında öğrenim gören üç erkek ve bir kız öğretmen adayı oluşturmaktadır. Çalışmaya katılacak kişileri belirlemek için amaçlı örnekleme tekniklerinden ölçüt örneklemeden faydalanılmıştır. Bu tekniğin temel özelliği, önceden belirlenen nitelikleri karşılayan kişiler ve durumlardan oluşmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu çalışmada, katılımcıların mesleki eğitim derslerinin büyük bir kısmını tamamlamış, öğretim yöntem ve tekniklerini öğrenmiş ve kendilerini öğretmenlik mesleğine hazırlamış olmalarından dolayı son sınıf öğrencisi olmalarına ve bu sürece katılmaya gönüllü olmalarına dikkat edilmiştir. Çalışmadan önce öğretmen adayları ders imecesi modeli hakkında bilgilendirilmiş ve katılımcılar bu ortamda ders planı hazırlamak ve kendilerini geliştirmek isteyen öğrenciler arasından seçilmiştir.

### Verilerin Toplanması

Geometri ve ölçme önemli olduğu kadar öğrencilerin öğrenmekte zorlandığı öğrenme alanlarından birisidir. Öğrenciler çevre, alan, yüzey alanı ve hacim gibi kavramları birbirine karıştırmakta ve iyi anlayamamaktadırlar (Martin ve Strutchens, 2000). Çünkü geometrik ölçümler yapabilme çeşitli bilgi ve becerilerin birikimine dayanan ve gelişimi kolay olmayan bir beceridir (Clements ve Stephan, 2003; Lehrer, Jaslow, ve Curtis, 2003). Bunun için ilkokul ve ortaokul öğrencilerine geometrik ölçümler yapacakları fırsatlar verilmelidir (Martin, 2007). Buradan hareketle, ders imecesi grubunu oluşturan dört öğretmen adayı, “Çokgenlerin çevre uzunluklarını hesaplar, verilen çevre uzunluğuna sahip farklı şekiller oluşturur.” şeklindeki kazanıma yönelik bir dersin öğretimini nasıl yapacakları üzerine çalışmışlardır. Araştırmanın verileri 8 hafta süren ve 5. sınıf çevre, alan ve yüzey alanı konularının öğretimine yönelik gerçekleşen ders imecesi uygulamasından elde edilmiştir. Bu kapsamda gerçekleşen dört ders imecesi döngüsünün ilkinden elde edilen veriler bu çalışmada kullanılmıştır (Döngü 1; bkz. Tablo 1). Dersin amacının ve kazanımının belirlenmesiyle ders imecesi döngüsü başlamıştır. Planlama aşamasında, öğretmen adayları öncelikle bu konunun öğretimine yönelik olarak matematik eğitimiyle ilgili çeşitli kaynaklardan araştırmalar yapmışlardır. Ardından bir araya gelerek ders planını oluşturmaya çalışmışlar ve gerekli materyalleri hazırlamışlardır. Uygulama aşamasında, belirlenen bir öğretmen adayı dersin öğretimini yaparken ders, diğer grup üyeleri ve araştırmacı tarafından gözlemlenmiş ve bu süreçte çeşitli notlar alınmıştır. Dersin öğretimi Samsun ilinde bulunan bir ortaokulun 5. sınıflarından seçilen bir şubesinde yapılmıştır. Ders planının uygulanmasının hemen ardından, öğretmen adayları ve araştırmacı bir araya gelerek tartışma aşamasını gerçekleştirmiştir. Bu aşamada, başta dersin öğretimini yapan öğretmen adayı olmak üzere bütün öğretmen adayları derse ilişkin görüşlerini paylaşmış, dersi değerlendirmiş ve önerilerini dile getirmişlerdir. Bu ders imecesi döngüsünün tüm aşamaları video ile kayıt altına alınmış ve videolar transkript edilmiştir. Veri toplama araçlarını gözlem, alan notları, video transkriptleri ve ders planları oluşturmaktadır.

**Tablo 1.** Ders İmecesi Döngüleri ve İlgili Kazanımlar

Çevre-Alan- Yüzey Alanı	
Ders İmecesi Döngüleri	Kazanımlar
Döngü 1	“Çokgenlerin çevre uzunluklarını hesaplar; verilen bir çevre uzunluğuna sahip farklı şekiller oluşturur.”
Döngü 2	“Dikdörtgenin alanını hesaplar; santimetrekaire ve metrekaireyi kullanır.” “Belirlenen bir alanı santimetrekaire ve metrekaire birimleriyle tahmin eder.”
Döngü 3	“Verilen bir alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturur.” “Dikdörtgenin alanını hesaplamayı gerektiren problemleri çözer.”
Döngü 4	“Dikdörtgenler prizmasını tanır ve temel özelliklerini belirler.” “Dikdörtgenler prizmasının yüzey açınımlarını çizer ve verilen farklı açınımların dikdörtgenler prizmasına ait olup olmadığına karar verir.” “Dikdörtgenler prizmasının yüzey alanını hesaplar.”

### Verilerin Analizi

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının ders imecesi uygulaması kapsamında anlamlı matematiksel fark etmelerini incelemek amacıyla planlama, öğretim ve tartışma aşamalarından elde edilen videoların transkriptleri içerik analizi tekniği kullanılarak analiz edilmiştir. İçerik analizi, sözlü ya da yazılı verileri sistematik ve objektif olarak analiz etmeyi, anlamayı, düzenlemeyi, tanımlamayı ve yorumlamayı sağlayan bir tekniktir (Sommer ve Sommer, 1991). Verilerin analizinde Choy (2015) tarafından oluşturulan fark etme süreci (Jacobs vd., 2010) ile üç nokta teorik çerçevesinin (Yang ve Ricks, 2012) birleşimine dayanan yaklaşımdan faydalanılmıştır. Bu yaklaşıma ilişkin kategorileri ve kodları içeren şablon Tablo 2' de sunulmuştur.

**Tablo 2.** Matematiksel Fark Etme Becerilerini İncelemek İçin Kullanılan Kategoriler ve Kodlar

Fark Edilen	Fark Etme Süreci		
	Dikkat Etme	Anlamlandırma	Karar Verme
Kilit Nokta			
Zor Nokta			
Kritik Nokta			

Süreç içerisindeki önemli bölümler, üç nokta teorik çerçevesi ile fark etme süreçlerinin birleşimine bağlı olarak matematiksel fark etmenin anlamlı olup olmadığını ortaya koymak amacıyla analiz edilmiştir. Bu süreçte öğretmen adaylarının ifadelerinde teorik çerçevede belirtilen kilit, zor ve kritik nokta kategorisine giren yorumların olup olmadığına bakılmış, bunların her birinin içlerinde fark etme aşamaları olan dikkat etme, anlamlandırma ve karar verme aşamalarının hangilerini barındırdığı belirlenmiştir. Bu kodların mevcut olup olmadığına ve ne derece bulunduğu bakılarak matematiksel fark etmenin anlamlı olup olmadığına karar verilmiş ve niteliği belirlenmeye çalışılmıştır. Yapılan analizin daha iyi anlaşılmasını sağlamak için her bir aşamanın ardından detaylı olarak tablo kullanılarak veriler özetlenmiştir. Araştırma verileri iki araştırmacı tarafından birbirinden bağımsız olarak incelenmiş ve Choy (2015) tarafından oluşturulan kategoriler dikkate alınarak yorumlanmıştır. Araştırmacılar farklı düşündükleri noktalar üzerinde konuşup fikir birliğine vararak hangi tür verinin hangi kategori altında olması gerektiğine karar vermişlerdir. Öğretmen adaylarının arasında gerçekleşen diyaloglara doğrudan alıntılar yapılarak ve detaylı bir şekilde yer verilerek çalışmanın geçerlik ve güvenilirliği sağlanmaya çalışılmıştır. Diyaloglarda takibi kolaylaştırmak amacıyla öğretmen adaylarına Selim, Bengi, Özgür ve Eyüp takma isimleri verilmiştir.

## BULGULAR

### Planlama Aşamasında Matematiksel Fark Etme

Bu kısımda, öğretmen adaylarının çevre konusuna yönelik dersi planlama aşamasındaki matematiksel fark etmeleri bahsedilen yaklaşım dikkate alınarak analiz edilmiştir. Burada video transkriptleri, gözlem ve alan notlarından elde edilen bulgular sunulmuş ve süreç diyaloglarla zenginleştirilerek detaylandırılmıştır.

#### Zayıf Matematiksel Fark Etme

Öğretmen adayları dersin planlanması aşamasında dersin girişini nasıl yapacaklarına ve hangi kavramla başlayacaklarına karar verme konusunda uzun bir süre tartışmışlardır. Adaylardan birisinin çokgenlerin çevre uzunluklarının hesaplanmasına yönelik kazanımı öğrencilere verebilmek için öncelikle onların çevre uzunluğu kavramının ne olduğunu anlamaları gerektiği yönündeki (kilit nokta) ifadesi üzerine öncelikle bu noktaya odaklanmaya karar vermişlerdir. Öğrencilerin dersin amacına

ulaşabilmesi için öğretmenin anlatması gereken kavram vurgulandığından dolayı bu ifade kilit nokta olarak değerlendirilmiştir. Aşağıdaki diyalog öğretmen adaylarının bu konuda gerçekleştirdikleri fikir paylaşımlarını ve bu paylaşım sonucunda nasıl bir etkinlik oluşturmaya karar verdiklerini göstermektedir:

Selim: Şimdi biz bu çocuklara önce ne öğreteceğiz çevre uzunluğunu. Geometrik şekillerin çevresinin hesaplanması için başta çevre uzunluğunun anlamının üzerinde durulması gerekiyor. Çevre kavramını vermeden çocuğa çevreyle ilgili soru soramayız.

Bengi: Hemen şekil ile başlamayalım.

Selim: Doğru parçalarının uzunluğundan gitmemiz gerekiyor, kaynaklar buraya dikkat çekmiş.

Bengi: “Çevre denildiğinde ne anlıyorsunuz?” diyebiliriz. Bence ilk problemle girelim.

Eyüp: Ölçmenin tanımını bilmeleri gerekir diye düşünüyorum ben çünkü ölçmeyle hep işleri olacak. Çevre ölçecek, alan ve hacim ölçecek. Çevre denilince aklınıza ne geliyor diye başlayabiliriz sonra ölçme ilişkisini kurabiliriz.

Bengi: Evet bence öyle başlayalım. Çevre hesaplamının ölçmeye dayandığını gösterelim.

Özgür: Çevrenin anlamını biliyorlar mı?

Eyüp: Günlük hatta duymuşlardır.

Selim: Hani, çocuklar merhaba nasılsınız falan sonra ölçme ne çevre ne demek garip geliyor.

Bengi: Nasıl verelim?

Selim: Dikkatlerini çekecek şekilde konuya giriş yapmamız lazım.

Özgür: Çevresi olan bir şey verip onu sorsak?

Selim: Mesela, basit bir materyal hazırlayabiliriz. Eliyle ya da cetvelle çevresini ölçtürebiliriz.

...

Özgür: Çevre konusunda sıkıntı olacağını düşünmüyorum. Doğrudan, çevre tanımı verilebilir.

...

Selim: Mukavvanın üstüne güzel bir resim yapıştıralım. Resmi sınıfa götürüp öğrencilere kenarlarını süslemek için “ne kadar şerite ihtiyacımız olur?” diye soralım.

Özgür: Orada öğrenci cetvelle ölçelim ne kadar lazım olduğunu buluruz der. Bu şekilde güzel olur.

Eyüp: Orada tahminleri de alsak eğlenceli olur. Hepsinin tahminlerini tahtaya yazarız en yakın söyleyen birinci olur.

...

Özgür: Ben diyorum ki bütün bir şeritle etrafını ölçtürüp çevreyi buldurmanın yanı sıra resmin kenarlarına sökülebilir şeritler yapıştıralım çektiği şeritleri aşağıda ayrı ayrı ölçüp toplasın ve bu sefer de çevrenin kenarların hepsinin toplamı olduğunu görsün.

Eyüp: Aynen.

Bengi: Yani şunu yaptırmak istiyoruz değil mi? Resmin etrafına şeriti dolayacak tamamını cetvel ile ölçecek. Sonra ayrı ayrı kenarları ölçüp hepsini toplayacak, hem ikisinin eşit olduğunu görecektir hem de çevrenin ne olduğunu anlayacak.

Selim: Evet, çevrenin kenarlar toplamı olduğunu görecektir.



Selim kilit nokta olarak çevre kavramının anlamının öğrencilere hissettirilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Bu yoruma katılan öğretmen adaylarından Eyüp çevre uzunluğu ve ölçme arasındaki ilişkiye dikkat etmiş ve bu bağlantıyı öğrencilere gösterecek şekilde, somutlaştırarak ders yapılması gerektiğini dile getirmiştir (kritik nokta). Dersin öğretim yöntemini şekillendirmeye ve izlenilmesi gereken yaklaşıma yönelik öneride bulunulduğu için bu ifade kritik nokta olarak belirlenmiştir. Aslında Selim konunun öğretimi açısından önemli bir noktaya odaklanmış fakat bunu öğrenciler açısından anlamlandırmamıştır. Fikrini paylaştıktan sonra bu doğrultuda ne yapılması gerektiği konusunda çok detaylı bir yorum yapmamıştır. Bengi ağırlıklı olarak kendi dikkatini çeken bir konudan bahsetmekten ziyade paylaşılan fikirler üzerine yapılacaklara karar verme hususunda daha çok önerilerde bulunmuştur. Özgür de önemli bir konuya vurgu yaparak çevrenin anlamını öğrenciye kazandırmada önerilen etkinlikteki matematiksel anlamda eksikliği fark etmiş ve nasıl tamamlayacaklarını detaylandırmıştır. Dersin amacıyla önerisi arasındaki ilişkiyi ortaya koymuştur. Planlama sırasında gerçekleşen bu paylaşımın sonunda, çevre uzunluğunun anlamını öğrencilere hissettirebilmek için ölçme kavramından yola çıkarak, bir resmin çevresini ip ile dolayıp ipin uzunluğunu metre ile bir öğrenciye ölçtürmeye, sonra tek tek resmin tüm kenarlarını başka bir öğrenciye ölçtürüp toplattırarak iki uzunluğunda eşit olduğunu göstermeye karar verilmiştir. Böylece, dersin amacı çevrenin şeklin etrafındaki kenarların toplamı olduğunu (kilit nokta) ve somut bir şekilde ölçmeye dayandığını göstermektir (kritik nokta). Bu süreçte, dikkat çekme, materyal kullanma, günlük hayatla ilişki kurma, tahmin ettirme gibi matematik öğretiminin daha iyi yapılabilmesi için dikkat edilmesi gereken pedagojiye yönelik konuları da öğretmen adaylarının göz önünde bulundurduğu görülmektedir. Diyalogda öğrencilerin çevre kavramının anlamını öğrenmesi gerektiği vurgulanmış (kilit nokta), kritik noktaya dikkat çekilmiş fakat adaylar tarafından öğrencilerin bu kavramda nasıl bir zorluk ya da yanlış yaşayabileceklerinden yani zor noktalardan bahsedilmemiştir. Bunun yanı sıra, öğretmen adaylarının dikkat etme ve karar verme boyutlarına yönelik paylaşımları mevcut iken fark ettikleri noktaları anlamlandırmaya yönelik yorumlarının eksikliği dikkat çekmektedir. Örneğin, öğretmen adayları ölçme ile çevre arasında ilişki kurmak gerektiğine dikkat etmişler ve bu ilişkinin somutlaştırılması gerektiğine karar vermişlerdir fakat bunu öğrencinin nasıl yorumlayacağını anlamlandırmamışlardır. Bu diyalog, bütün önemli matematiksel noktaları ele almadığı ve bunlar arasındaki bağlantıları tam yansıtmadığı için zayıf (daha az anlamlı) matematiksel fark etme olarak kabul edilmiştir.

#### *Anlamlı Matematiksel Fark Etme*

Planlama aşamasına devam eden öğretmen adayları dersi başlatacakları etkinliği belirledikten sonra nasıl devam edeceklerine karar vermek için kendi aralarındaki fikir paylaşımlarını sürdürmüşlerdir. Aşağıdaki diyalog çevre teriminin anlamını kavramada öğrencilerin yaşayabilecekleri zorluğu gidermek ve kavramı pekiştirmek için nasıl bir yol izlediklerini göstermektedir:

Bengi: Çevrenin anlamının aslında ne olduğunu tam kavrayamayabilir. Çocuğa çevrenin üçgende üç kenar toplamı, dörtgende dört kenar toplamı, beşgende beş kenar toplamı olduğunu yani kaç kenar varsa hepsini topladığımızı kavratmamız lazım.

Özgür: Çok iyi olur. Üçgenin çevresi üç kenar toplamına eşit, dörtgeninki dört kenar toplamına eşitse çokgenin çevre uzunluğu bütün kenarların toplamına eşittir şeklinde genellemeye vardırırsak ya çocukları.

Eyüp: Çocuklar zaten kenarlar toplamı olduğunu gördü bir öncekinde.

Selim: Tamam işte onun genellemesine vardıracağız.

...

Bengi: Bir tane üçgen, bir tane dörtgen ve bir tane beşgen çizelim bence tahtaya.

Özgür: Tablo yapalım. 1. kenar, 2. kenar, 3. kenar, 4. kenar ve 5. kenar ne ise tabloya yazsın her bir şekilde, ardından çevreyi bulduralım ilişkiyi görmesi için.

Selim: Sonra, “Çevre uzunlukları ile kenar uzunlukları arasında nasıl bir ilişki vardır?” diyelim.

Eyüp: Kenar sayısı dememiz gerekir, kafaları karışır bence.

Bengi: Bence de. “Çevre uzunlukları ile kenar sayıları arasında nasıl bir ilişki vardır?” diyelim.

Özgür: Çocuklar burada ne dikkatinizi çekiyor diye öğretmen pekiştirebilir bence.

Bengi: En son “Çokgenimiz kaç kenarlıysa o kenarları topluyoruz diyebilir miyiz?” şeklinde genellemeye ulaşmasını sağlarız.

Öğretmen adayları, öğrencilerin kendilerinin ulaşarak çevrenin şeklin bütün kenar uzunluklarının toplanmasıyla bulunduğunu anlamalarını hedeflemiştir (kilit nokta). Bu ifade öğretmenin öğrenciye kazandırmayı istediği konuya yönelik bir özelliği yansıttığı için kilit noktaya karşılık gelmektedir. Öğretmen adayları öğrencilerin çevrenin tam olarak ne anlama geldiğini kavramakta zorluk yaşayacaklarını ve sözel olarak ne olduğunu belirtmenin içselleştirmeyi sağlamayacağını düşünmektedir (zor nokta). Öğrencinin bu kavramı öğrenmesini engelleyen durum ifade edildiği için zor nokta olarak kabul edilmiştir. Bu doğrultuda çevre uzunluğu kavramının üçgen, dörtgen ve beşgenden yola çıkılarak ve tablo ile somutlaştırılarak özelden genele gösterilmesi önerisi getirilmiştir. Dolayısıyla, öğrencilerin kenar sayısı ile çevre uzunluğu arasındaki ilişkiyi keşfetmelerini sağlayacak şekilde buluş yoluyla öğretim yapılmasına ve öğrencileri buradan çevrenin şeklin bütün kenar uzunlukları toplamı olduğu genellemesine ulaştırmaya karar verilmiştir (kritik nokta). Öğretim yöntemine ilişkin bir yaklaşım paylaşıldığı için bu yorum kritik nokta olarak değerlendirilmiştir. Böylelikle, çevre kavramının anlamına kendileri ulaştıkları için çocukların bu kavramı içselleştirebilecekleri düşünülmektedir. Diyalog fark etme aşamaları (dikkat etme, anlamlandırma ve karar verme) açısından ele alındığında, öğretmen adayları, kenar sayısı ve çevre uzunluğu arasındaki ilişkinin çevre kavramının ne olduğunu anlamak için önemli olduğuna dikkat etmiş, sözel olarak tanım yapmanın yeterli olmadığını düşünerek bu ilişkiyi tablo ile somutlaştırmaya karar vermiş ve öğrencinin genelleme sayesinde çevre uzunluğunun nasıl bulunacağına dair çıkarım yapabileceği şeklinde bu durumu anlamlandırmıştır. Benzer şekilde, kendi kullandıkları matematiksel ifadelerle dikkat etmeye çalışmışlar, hatalı bir terim kullandıklarında öğrencilerin bunu yanlış yorumlayabileceğini ve karışıklığa yol açabileceklerini düşünmüşler ve kullanacakları ifadeleri düzeltmişlerdir. Adayların ortaya atılan fikirleri geliştirecek şekilde dersin öğretimine yönelik önerilerde buldukları, fark etme sürecinde dikkat etme ile karar verme aşamalarına yoğunlaştıkları görülmektedir. Anlamlandırma aşamasına yönelik yorumları diğerleri kadar çok olmasa da paylaşılan ifadelerin tamamı göz önünde bulundurulduğunda, matematiksel üç önemli noktaya ilişkin yorumlarda bulunulduğundan ve bu noktalar arasındaki ilişki iyi kurulduğundan dolayı bu diyalog anlamlı matematiksel fark etme olarak değerlendirilmiştir.

Planlama aşamasında, öğretmen adaylarının çevre kavramının öğretiminde odaklandıkları bir diğer nokta ise kare ve dikdörtgenin çevre formüllerinin öğrenciler tarafından anlaşılabilir şekilde öğrenilmesidir. Bu nedenle formülize etmeyi nasıl verilerse öğrenciler açısından daha iyi olacağı üzerine tartışmışlardır. Aşağıdaki diyalog bu paylaşımları yansıtmaktadır:

Özgür: Çevre ile alan kavramını karıştırıyorlar, ikisi arasındaki farkı tam bilmediklerinden muhtemelen. O yüzden çevrenin ne olduğunu net bir şekilde ifade etmemiz ve nasıl hesaplandığını göstermemiz gerekiyor.

Bengi: Aynen çevreyi iyi verelim ki bundan sonra alanı anlatacağımız zaman karışmasın, kavram yanlışlığı oluşmasın.

Özgür: Kare ve dikdörtgenin çevresini sizce soru üzerinden örnekleme materyal üzerinden anlatmaya çalışsak daha güzel olmaz mı?

Eyüp: Nasıl?

Özgür: İki tane materyali şöyle yapalım, bir kare bir dikdörtgen modelimiz olsun. Çubuk şeklinde iki tane aynı uzunlukta aynı ende karton keselim. Her birinin uzunluğuna  $a$  diyelim üzerine yazalım. Sonra iki tane daha kısa çubuk yapalım kartondan  $b$  diyelim üzerine yazalım. Bunları dikdörtgen olacak şekilde tahtaya yapıştıralım çevresini hesaplayalım. Yan tarafa taşıyarak uç uca ekleme yapalım. Mesela önce uzunları ekleyelim,  $a+a$  ne yaptı  $2a$ , sonra kısıları aldık  $b+b$  den  $2b$  oldu. Böylece çevrenin  $2a+2b$  olduğunu gösterelim.

Eyüp: Diğer formülü de gösterebiliriz. Bu sefer bir büyük bir küçük alalım.  $a+b$ ,  $a+b$  gibi 2 tane  $a+b$  olur.

Bengi: Olabilir. Bu şekilde iki formülü de göstermek güzel bence.

Özgür: Dağılma özelliğini göstermek yerine, çocuğun uç uca ekleyerek bu şekilde toplamı görmesi daha mantıklı.

Selim: Evet, kesinlikle.

Özgür: Materyali yapması kolay. Çubukların enini 5 cm yaparız, boyunu da uzun kenara ve kısa kenara göre alırız.

Eyüp: Kenarları bu şekilde yapmak sıkıntılı ama. İp olsun bence.

Selim: İpi göremezler. Ama diğer türlüde çubuklar köşelerde fazlalık yapıp çakışacak o şekilde de olmaz çevre yanlış çıkar.

Bengi: Aynen, yaptığımız kenarların kalınlığı oluyor, büyük bu.

Eyüp: Çok ince olması gerek. Çocukların kafası karışır bu şekilde oraya koyduğumuz zaman.

...

Özgür: O zaman şöyle yapabiliriz.  $70 \times 100$  mukavvalardan 2 tane özdeş izometrik kağıt yaparız. Beyaz fon kağıtla kaplayıp üzerine büyük siyah noktalar yaparız ve jelatin geçiririz. İkisini de yan yana asarız tahtaya. Mesela uzun kenarı 4 birim çizeriz noktaları birleştirerek tahta kalemiyle buna  $a$  deriz, kısa kenarı 2 birim çizeriz  $b$  deriz. Kenarları aynı boyutta olacak şekilde yan taraftaki izometrik kağıda taşıyıp uç uca ekleriz. Önce uzunları sonra kısıları ekler  $2a+2b'$  yi gösteririz, sonra uzun, kısa şeklinde taşır  $2(a+b)'$  yi gösteririz. Bu izometrik kağıttan aldık yan taraftakine taşıdık sadece şekli. Ne üst üste gelen kısım oldu ne de uzunlukta kayıp oldu.

Selim: Bu şekliyle gayet anlaşılır oldu bence. Yanılığa yol açmadan çevre formülünü gösterdik.

Bengi: Aynısını kare içinde yaparsak çevre formüllerine çocukları ulaştırmış oluruz.

Öğretmen adayları bu diyalogda öğrencilerin çevre ve alan kavramlarını karıştırdıklarını vurgulamış (zor nokta) ve bu karışıklığın giderilebilmesi için çevrenin nasıl hesaplandığının iyi bir şekilde gösterilmesi gerektiğine dikkat çekmiştir (kilit nokta). Öğrencilerin çevre kavramını ve çokgenlerin çevresini hesaplamayı kavraması için öğretmenin anlatması gereken temel bir özellikten bahsedildiğinden dolayı bu ifade kilit nokta olarak belirlenmiştir. Bunun yanı sıra, çevre-alan kavramları arasındaki karışıklık, öğrencilerin zihinsel anlamda çevre hesaplamayı öğrenmesini ve formülünü doğru uygulamasını zorlaştıran durumları yansıttığı için zor nokta olarak kabul edilmiştir. Öğretmen adayları eğer öğrencilere çevre kavramının ne demek olduğunu doğru hissettirebilirlerse ve çevre formülünü ezberlemekten ziyade ne anlama geldiğini onlara gösterebilirse öğrencilerin alan konusuna geçtikleri zaman çevre ve alan kavramlarını birbirine karıştırmayacaklarını düşünmektedir. Bu doğrultuda Özgür somut materyaller kullanmaları gerektiğini ve kenarları taşıyıp uç uca ekleme yoluyla formüllerin görselleştirilmesini önermiştir (kritik nokta). Belirtilen olası zorlukların üstesinden gelerek dersin amacına ulaşmasını sağlamak için nasıl bir yol izlemek gerektiğine yönelik yorum yapıldığından bu ifadeler kritik noktayı yansıtmaktadır. Özgür'ün bu problemin ortadan kaldırılması için yaptığı öneride ise çevredeki tüm kenarların toplanması mantığını göz önünde bulundurarak dersin başından itibaren vurguladıkları ile ilişki kurduğu dikkat çekmektedir. Adaylar, öğrencilerin

çevre ve alan kavramını karıştırdıklarını fark etmiş ve bunun nedenini anlamlandırmaya ve gerekçelendirmeye çalışmışlardır. Öğretmen adayları matematiksel açıdan yanlış ya da eksik gördükleri fikirleri düzeltmişler ve daha iyi nasıl olabileceği konusunda detaylı yorumlar yapmışlardır. Diyalog fark etme aşamaları -dikkat etme, anlamlandırma ve karar verme- açısından ele alındığında, bu üç adımı da içerdiği görülmektedir. Adaylar matematiksel açıdan bazı durumlara dikkat etmiş, bunları öğrencileri göz önünde bulundurarak anlamlandırmaya çalışmış ve dersin işlenişine karar vermek için öneriler sunmuşlardır. Bazı adımlarda eksiklikler olsa da kilit, zor ve kritik noktaların hepsini barındırdığı ve aralarındaki bağlantı iyi kurulduğu için bu diyalog anlamlı matematiksel fark etme olarak kabul edilmiştir. Planlama aşamasının tamamı değerlendirildiğinde adayların bu süreçteki matematiksel fark etmeleri anlamlı bulunmuştur. Aşağıdaki tablo adayların planlama aşamasında gerçekleşen matematiksel fark etmelerini daha somutlaştırarak göstermek amacıyla oluşturulmuştur ve adayların matematiksel fark etmelerinin sadece bir kısmını yansıtmaktadır.

**Tablo 3.** Öğretmen Adaylarının Planlama Aşamasındaki Fark Etme Süreçleri

Fark Edilen	Fark Etme Süreci		
	Dikkat Etme	Anlamlandırma	Karar Verme
<i>Kilit Nokta</i>	(Selim) geometrik şekillerin çevresinin hesaplanması için başta çevre uzunluğunun anlamı üzerine odaklandı.	(Selim) çevre kavramı verilmeden çevre hesabıyla ilgili soru sormanın anlamlı olmadığını düşündü.	(Selim) dikkat çekecek şekilde konuya giriş yapılmasını ve basit bir materyal ve cetvel ile çevre hesabı yaptırmayı önerdi.
	(Eyüp) Ölçme ile çevre uzunluğu arasındaki ilişkiye dikkat etti.	(Bengi) çevre tanımı ve nasıl hesaplandığı net verilirse çevre ve alan kavramlarının birbirine karıştırılmasının önüne geçileceğini düşündü.	(Bengi) "Çevre denildiğinde ne anlıyorsunuz? gibi bir soruyla öğrencileri sorgulatmayı önerdi.  (Özgür) Doğrudan, çevre tanımının verilmesini istedi.
<i>Zor Nokta</i>	(Özgür) alan ile çevre kavramında yaşanan karışıklığa odaklandı.	(Özgür) öğrencilerin iki kavramın ne demek olduğunu tam olarak anlamamasından kaynaklı bu karışıklığın oluştuğunu varsaydı.	(Özgür) dikdörtgen ve karenin çevresini materyal üzerinden anlatmayı önerdi.
<i>Kritik Nokta</i>	(Selim) ve (Eyüp) yapılacak materyalin kalınlık ve incelik gibi özelliklerine dikkat etti.	(Eyüp) materyalde bazı özelliklere dikkat edilmediği takdirde bunun yanlış çevre hesabına yol açabileceğini ve dolayısıyla öğrencilerde kafa karışıklığı oluşabileceğini düşündü.	(Özgür) ve (Eyüp) materyal üzerinde kenar uzunluklarını önce uzun kenarlar sonra kısa kenarlar şeklinde taşıyarak daha sonra uzun, kısa, uzun, kısa şeklinde taşıyarak, (Bengi) aynısını kare için de yaparak çocukları çevre formüllerine ulaştırmayı önerdiler.

### Öğretim Aşamasında Matematiksel Fark Etme

Bu kısımda, planlama aşamasında hazırlanan ders planının bir öğretmen adayı tarafından sınıfta uygulanmasıyla video transkriptleri, gözlem ve alan notlarından elde edilen verilerin analizi paylaşılmıştır. Aşağıda dersi anlatan öğretmen adayı ve öğrenciler arasında geçen diyaloglara yer verilmiştir.

### Zayıf Matematiksel Fark Etme

Öğretmen adayları planlama aşamasında, öğrencilerin çevre kavramını içselleştirebilmesini ve tanıma kendilerinin ulaşabilmesini sağlamak için (kilit nokta) kenar sayısı ile çevre uzunluğu arasındaki ilişkiyi sorgulayacakları ve buradan çevrenin şekilde kaç kenar varsa hepsinin toplanmasıyla bulunduğu genellemesine varacakları bir etkinlik yapmaya karar vermişlerdir (kritik nokta). Bu doğrultuda öğretim aşamasında tablonun somutlaştırma sağlayacağını düşünülerek tahtaya üçgen, dörtgen ve beşgen şekilleri çizilmiş, bu şekillerin her biri için 1., 2., 3., 4. ve 5. kenar uzunluğunu gösterecek şekilde bir şablon oluşturmuş (Şekil 2) ve tablo tamamlandığında öğrencilere dikkatlerini çeken bir şey olup olmadığı sorulmuştur. Bu etkinliğin derste uygulaması ders imecesi grubunu oluşturan bir öğretmen adayı (Eyüp) tarafından yapılmış ve dersin öğretimi sırasında sınıf ortamında geçen bir diyalog aşağıda sunulmuştur:

Eyüp: (Tahtaya üçgen, dörtgen ve beşgen çizer).

Öğrenciler: Bunları mı çizeceğiz?

Eyüp: Evet. Benim tahtam sizin defteriniz. Herkes çizdi mi arkadaşlar?

Öğrenciler: Evet.

Eyüp: Şimdi bir tablomuz var, şekillerimiz var gördüğünüz gibi. 1., 2., 3. kenar yazmışım. Şimdi bunların kenarlarının toplamını istiyorum. Birisi tahtaya gelip bunların kenar uzunluklarını yazıp toplayabilir mi?

Öğrenci: Bunun üç tane kenarı var. 1. kenar, 2. kenar., 3. kenar.

Eyüp: Tamam onları yaz şimdi.

Öğrenci: Bu yedi, on, yirmi bunların toplamı, 4. ve 5. kenar yok bunları boş bırakıyorum toplamını buraya yazacağım değil mi?

Eyüp: Evet.

Öğrenci: Elli yedi.

Eyüp: Teşekkür ederim. Diğer soru için, sen gel.

Öğrenci: Bu kenar beş, bu kenar iki, bu kenar beş, bu kenar iki, toplamı on dört.

Eyüp: Teşekkür ederim, sen gel.

Öğrenci: Bu kenar on iki, sonra otuz, beş, sekiz ve altı. Buradan toplam çevre altmış bir.

Eyüp: Teşekkür ederim. Şimdi tabloda bir şey dikkatinizi çekti mi arkadaşlar?

Öğrenci: Çekti hocam.

Eyüp: Ne çekti?

Öğrenci: Burada sayı yazıyor ama buralarda neden yazmıyor hocam? (Tabloda üçgen için boş kalan 4. ve 5. kenarları, dörtgen için boş kalan 5. kenarı gösterir).

Eyüp: Senin dikkatini bu çekti. Seninkini ne çekti?

Öğrenci: Öğretmenim burada üç, dört, beş kenar var, bu üçgen, bu dörtgen bu da beşgen.

Eyüp: Sen söyle bakalım senin ne dikkatini çekti?

Öğrenci: Öğretmenim dörtgenin kenarları eşit değil, üçgenin de kenarları eşit değil, hiç birinin eşit değil.

Eyüp: Ama o dikdörtgen.

Öğrenci: Yok öğretmenim kare yapmışsınız, kareye benziyor.

Eyüp: Benim elimde kareli kağıdım olmadığı için tam benzetememiş olabilirim.

Öğrenci: (Az öncekinden farklı bir öğrenci). Kare olsa bütün kenarları eşit olurdu.

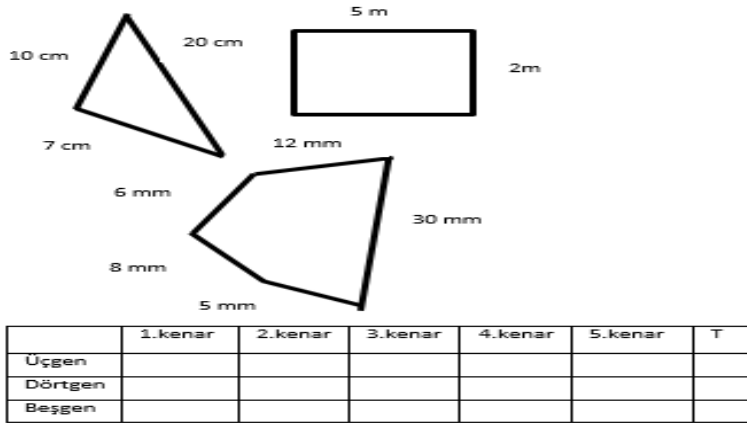
Eyüp: Yani, evet değil mi? Şekil olarak kareye benzetmiş olabilir fakat ben düz bir tahtaya çiziyorum tam ayarlayamayabilirim. Arkadaşınızın dikkatini bir şey çekmişti, dedi ki; üç tane, dört tane beş tane kenarı var yani kaç tane kenar varsa bunları topluyoruz. Sekiz tane olsa?

Öğrenciler: Sekizini topluyoruz.

Eyüp: Yüz tane olsa?

Öğrenciler: Yüzünü toplayacağız.

Eyüp: O zaman şimdi çevre tanımını yazıyoruz...



Şekil 2. Diyalogda Bahsedilen Çevre Kavramını Genellemeye Yönelik Etkinlik

Yukarıdaki diyalog, öğrencileri çevrenin şeklin tüm kenarların toplamı olduğu genellemesine ulaştırmayı hedefleyen etkinliğin amacına kısmen ulaştığını fakat istenildiği gibi yürütülemediğini göstermektedir. Eyüp, öğrencileri tahtaya kaldırarak her bir şekil için kenar ve hesapladıkları çevre uzunluklarını yazdırarak tabloyu doldurtmuştur. Planlama aşamasında kararlaştırdıkları gibi öğrencilerin kenar sayısı ile çevre uzunluğunu hesaplama arasındaki ilişkiyi fark etmelerini sağlamak için tabloya odaklanmalarını isteyerek dikkatlerini çeken noktaları sorgulamıştır. Öğrencilerin bazılarında beklediği cevabı alamayınca istenilen cevaba ulaşmak için farklı öğrencilerin nasıl düşündüklerini öğrenmek istemiştir. Fakat bunu yaparken düşüncesini paylaşan öğrencilerin yaptığı yorumları değerlendirmede dikkat çekmektedir. Burada Eyüp'ün öğrencilerin hedefledikleri ilişkiyi kuramadıklarını fark ettiği fakat bunun nedenini anlamlandırmaya çalışmadığı görülmektedir. Bir öğrenci kenar sayısı ile çokgen çeşitleri arasındaki bağı kuramadığından tablodaki boş kalan kısımların nedenini sorgulamış fakat Eyüp'ten buna yönelik bir cevap alamamıştır. Eyüp öğrencinin tabloyu yorumlamakta zorlandığına dikkat etmeden ve öğrencinin matematiksel olarak nasıl düşündüğünü anlamlandırmadan başka bir öğrencinin cevabına odaklanmayı tercih etmiştir. Benzer şekilde, bir diğer öğrenci de fark edilmesi hedeflenen ilişkiden ziyade şekillerin kenar uzunluklarının farklılığına dikkat etmiş ve buna ilişkin yorumunu dile getirmiştir. Eyüp öğrencinin şeklin dikdörtgen olduğunu anlamadığını fark etmiş (zor nokta) ve şeklin dikdörtgen olduğu vurgusunu yapmıştır. Öğrencinin algılamadaki bir yanlışlık, öğrenmesini zorlaştıran bir durum olduğu için bu yaklaşım zor nokta olarak kabul edilmiştir. Adayın buradaki yönlendirmesinin doğru fakat eksik olduğu görülmektedir. Çünkü öğrenci şeklin üzerinde farklı kenar uzunlukları yazmasına rağmen şekli kareye benzetmiş, kare olması için bütün kenar uzunluklarının eşit olması gerektiği özelliğini gözden kaçırmıştır. Eyüp ise öğrencinin düşünme şeklindeki bu hataya odaklanmamış, zorluğun neden kaynaklandığını anlamlandırmaya çalışmamış ve bu durumu tahtada şekil çizmenin zorluğuyla gerekçelendirmeye çalışmıştır. Eyüp'ün bu eksik yaklaşımının ise sınıftaki başka bir öğrenci tarafından karenin tüm

kenarlarının eşitliğine yapılan vurgu ile giderildiği dikkat çekmektedir. Bu durum, Eyüp'ün öğrencinin dikdörtgene yönelik yanlış algısını (zor nokta) gidermek için yapması gereken yönlendirmenin eksikliğini göstermektedir. Diğer bir yandan, Eyüp başka bir öğrencinin "burada üç, dört, beş kenar var, bu üçgen, bu dörtgen bu da beşgen" şeklindeki ifadesini çevre kenar uzunluğu arasındaki ilişkiyi fark etme olarak yorumladığı görülmektedir. Yani, öğrencinin tabloya dayanarak yaptığı yorumları öğretmeyi hedeflediği noktaları öğrencinin anladığını ortaya koyan göstergeler olarak anlamlandırmıştır. Fakat öğrenci burada kenar sayısı ile çokgenlerin isimlendirilmesine dikkat çekmiş de olabilir. Eyüp bu ifadeyi çok fazla sorgulamadan ve öğrencinin düşüncesini detaylandırmasına izin vermeden istenilenin fark edildiğini düşünerek doğru kabul etmiştir. Kendi ifadesinde öğrencinin bu cevabını, üç kenar, dört kenar, beş kenar yani ne kadar kenar varsa bunları toplayarak çevreyi buluyoruz şeklinde yorumladığı görülmektedir. Bu yorumundan hareketle yaptığı "sekiz kenar olsa?", "yüz kenar olsa?" şeklindeki yönlendirmeler ile öğrencilerin verilmek istenilene kısmen ulaşmasını sağladığı söylenebilir fakat bu durumda hedeflediği gibi öğrencilerin kendilerinin bu genellemeye ulaşmasından ziyade öğretmenin yönlendirmesinin ağırlıklı olduğu görülmektedir. Dolayısıyla, Eyüp, öğrencilerin kenar sayısı ile çevre uzunluğu arasındaki ilişkiyi fark edip etmediklerini ve bu genellemeye kendilerinin ulaşip ulaşmadıklarını belirleme fırsatını kaçırmıştır (kritik nokta). Planlama aşamasında önerilen öğretim yöntemine ilişkin bir durumu yansıttığı için bu ifade kritik noktayı göstermektedir. Bu durumda, zor noktaları yakalayamadığı, kilit noktaya ulaşmayı tam olarak sağlayamadığı ve kritik noktayı gözden kaçırdığı görülmektedir. Diyalog fark etme aşamaları -dikkat etme, anlamlandırma ve karar verme- açısından ele alındığında, adayın bazı durumlarda öğrencilerin cevaplarına ve düşünme şekillerine dikkat etmediği ve bunları yorumlamaya çalışmadığı görülmüştür. Örneğin, öğrencilerin tabloyu yorumlamakta zorlandığına dikkat etmemiş, kenar sayısı ile çevre uzunluğu arasındaki ilişkinin kurulamama nedenlerini sorgulamaya ve anlamlandırmaya çalışmamış ve dikdörtgene yönelik yanlış algıyı gidermek için yeterli önlemi almamıştır. Önemli matematiksel noktaları fark etme ve onlar arasındaki bağlantıları kurmada yaşadığı eksikliklerden dolayı Eyüp'ün bu etkinlikte matematiksel fark etmelerinin zayıf olduğunu sonucuna ulaşmıştır.

#### *Anlamlı Matematiksel Fark Etme*

Öğretmen adayları çevre kazanımına yönelik yapacakları derste aynı zamanda öğrencilerin çevreleri aynı fakat farklı şekillerin olabileceğini görmelerini de istemişlerdir (kilit nokta). Dersin amaçlarından birisini ve öğretmenin anlatması gereken kavramı yansıttığı için bu ifade kilit noktayı göstermektedir. Öğrencilerin sadece şeklin görüntüsüne odaklanarak kenar uzunlukları ile çevre arasındaki ilişkiyi kaçırabileceklerini ve bunu fark etmekte zorlanabileceklerini düşünmüşlerdir (zor nokta). Öğrencilerin kavramasını hedefledikleri kazanımın öğrenilmesinde karşılaşılabilecek zihinsel engeller tanımlandığından yapılan yorum zor nokta olarak kabul edilmiştir. Bu doğrultuda adaylar planlama aşamasında yaptıkları fikir paylaşımı sonucu tahtaya çevreleri 20 cm olan 4 farklı şekil çizip üzerine önce sayıları yazmadan çevrelerini tahmin ettirmeye karar vermişlerdir (Şekil 3). Çünkü öğrencilerden "kenarı daha uzun olduğu için şu daha büyük", "kenarları bilmemiz gerekir", "daha büyük olduğu için bu şekil" gibi yanılgılarını gösterecek cevaplar gelebileceğini düşünmüşlerdir. Bunu gidermek içinse önce kenar uzunluklarını vermeden öğrenci nasıl düşünüyor bunu görüp varsa yanılgı bunu gidermek için aslında çevrelerin eşit olduğunu göstermenin daha dikkat çekici ve akılda kalıcı olacağı fikrinden yola çıkmışlardır (kritik nokta). Öğrencilerin olası yanılgıları ve zorlanabilecekleri noktalar göz önünde bulundurularak öğretimin nasıl yapılması gerektiğine ilişkin yorumlar yapıldığından bu ifade kritik noktayı yansıtmaktadır. Öğretmen adayları gelebilecek farkı cevaplar karşısında da öğrencilerin nasıl düşünerek bu cevapları verdiklerini öğrenmek adına "neden?" sorgulamasını yapmaya karar vermişlerdir. Daha sonra şekillerin üzerine kenar uzunluklarını yazarak her bir şeklin çevresini sayısal olarak hesaplamalarını ve aslında hepsinin çevresinin aynı olduğunu fark etmelerini hedeflemişlerdir. Böylelikle, çocukların farklı şekillerin aynı çevreye sahip olabileceğini anlayabileceklerini ve kendi hatalarını daha iyi fark edebileceklerini düşünmektedirler. Bu etkinliğin derste uygulaması ders imecesi grubunu oluşturan bir öğretmen adayı (Eyüp) tarafından yapılmış ve dersin öğretimi sırasında sınıf ortamında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:

Eyüp: (Tahtaya 4 tane dörtgen çizer). Şimdi bu şekilleri deftere çiziyoruz. Şimdi arkadaşlar dört tane şekil görüyorsunuz tahtada değil mi? Bunlardan hangisinin çevresi daha büyüktür? Tahminlerinizi alacağım.

Öğrenciler: A

Öğrenciler: D

Öğrenciler: C

Eyüp: Neden D?

Öğrenciler: Hocam çünkü her iki kenarı diğerlerine göre daha uzun.

Eyüp: Daha uzun. Bunun için D diyorsun. Peki, A diyen, neden?

Öğrenciler: Hocam çünkü yanlamasına baktığın zaman daha büyük görünüyor.

Eyüp: Başka tahmini olan var mı?

Öğrenciler: Bence C.

Eyüp: Niçin C?

Öğrenciler: Bütün kenarları eşit olduğu için.

Öğrenciler: Bence de C çünkü dikdörtgenin iki kenarı birbirine eşittir ama karenin her kenarı birbirine eşittir. Örneğin 8 versek, sekiz sekiz on altı ama onda otuz iki anlatamıyorum ya. C işte.

Eyüp: Toparlıyorum, arkadaşınız dedi ki yanlamasına baktığın zaman daha büyük gözüküyor, A; iki arkadaşınız kenarları eşit olduğu için kare daha büyüktür dedi, C; bir arkadaşınız da uzunluğuna baktı D dedi. Bunların çevresinin büyüklüğü hakkında her birimiz farklı bir şey söyledik değil mi? Peki bu şekillerin kenar uzunluklarını yazsak, buna bakabilir miyiz acaba hangisinin çevresi daha büyüktür hangisinin çevresi daha küçüktür?

Öğrenciler: O zaman değişir.

Eyüp: Şimdi ne dersiniz.

Öğrenciler: Hepsi eşit.

Eyüp: Hepsi eşit değil mi?

Öğrenciler: Öğretmenim o zaman büyük olmaz onlar.

Eyüp: İlk başta baktığımız zaman şekiller farklı değil mi? ama farklı şekiller aynı çevreye sahip olabilirler miymiş? Hepsini hesapladığımız zaman bunu gördünüz değil mi?

Öğrenciler: Eeeeeet.

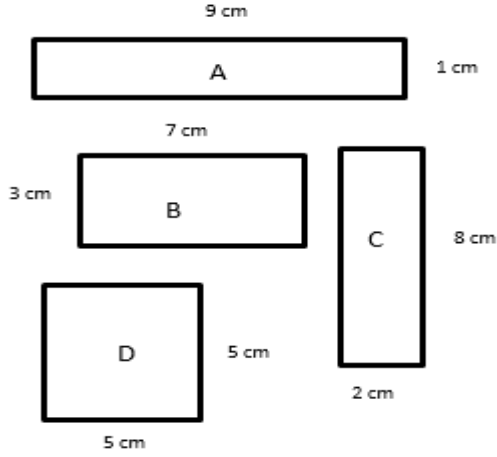
Eyüp: Yani kim haklıymış? Hangisi büyükmüş?

Öğrenciler: Hiç kimse haklı değilmiş.

Eyüp: (Espri yapar). Ben haklıyım.

Öğrenciler: Öğretmen haklı.





Şekil 3. Diyalogda Bahsedilen Aynı Çevreye Sahip Farklı Dikdörtgenler Etkinliği

Yukarıdaki diyalog planlama aşamasında öğretmen adaylarının hep birlikte tasarladıkları etkinliğin amacına uygun olarak ve bekledikleri etkiyi oluşturacak şekilde uygulandığını göstermektedir. Öğrenciler tahtaya çizilen şekillerin çevrelerine yönelik tahmin yaparken kenar uzunluklarının verilmemiş olmasını hiç göz önünde bulundurmadan görüntülerine aldanarak çeşitli cevaplar vermiştir. Öğretmen adayları dersi planlarken öğrencilerin içinden “kenarları bilmemiz gerekir” şeklinde cevap vererek çevreyi hesaplamada önemli olan kenar uzunluğu kavramının eksikliğini yakalayabilecek öğrencilerin olabileceğini düşünmüşlerdir fakat buna yönelik yorum yapan öğrenci olmamıştır (kilit nokta). Dersin amaçları kapsamında öğrencinin ulaşması hedeflenen bir kavramı yansıttığından bu ifade kilit noktayı göstermektedir. Cevaplarının nedenlerini açıklamaları istendiğinde ise öğretmen adaylarının planlama yaparken tahmin ettikleri olası düşünme tarzlarının öğrencilerde mevcut olduğu - “Hocam çünkü yanlamasına baktığın zaman daha büyük görünüyor”, “Hocam çünkü her iki kenarı diğerlerine göre daha uzun” - ve adayların doğru öngörülerde bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır (zor nokta). Burada dikkat çeken bir yanlı öğrencinin dikdörtgenin çevresini hesaplarken sadece eşit iki kenarı hesaba kattığı için dikdörtgenin çevresini tüm kenarları eşit karenin çevresinden küçük kabul etmesidir (zor nokta). Öğrencilerin öğrenmesini engelleyen hatalı düşünme şekilleri gösterildiğinden dolayı bu ifadeler zor noktaları yansıtmaktadır. Öğretmen adayı öğrenciden cevabını biraz daha açıklamasını isteyerek nasıl düşündüğünü anlamlandırabilirdi. Daha sonra, dikdörtgenin çevresinin nasıl bulunduğunu hatırlatıp öğrenciyi yeniden sorgulatmaya götürebilirdi. Belki öğrenci soru üzerinde biraz düşündükten sonra karenin tüm kenarları eşit olduğu için C şeklinde verdiği cevabını değiştirebilirdi. Kenar uzunlukları yazıldıktan sonra öğrenciler aslında bütün şekillerin çevre uzunluklarının aynı olduğunu fark ederek şaşırmış ve önceden verdikleri cevapların doğru olmadığını anladıklarını - “hepsi eşit”, “Öğretmenim o zaman büyük olmaz onlar” - dile getirmişlerdir (kritik nokta). Konunun öğretimin yapılış şeklini biçimlendirmeye yönelik yapılan öneri ile ilişkili olduğu ve bu yaklaşımın öğrenci üzerindeki etkisini değerlendirmeye olanak tanıdığı için bu ifade kritik nokta olarak kabul edilmiştir. Öğrencilerin ilk başta beklenen gibi hatalı düşünme yaklaşımlarının yerini bu tarz doğru ifadelerin alması onların kilit noktayı anladıklarını ve zorlandıkları noktanın kolaylaştığını göstermektedir. Eyüp öğrencilerin neden farklı şekillerin çevre uzunluklarının aynı olabileceğini ve kenar uzunluğunu göz önünde bulundurmadan yapılan tahminlerin yanlış olabileceğini görmelerini sağlamada başarılı olmuştur. Eyüp, öğrencilerin çevre kenar uzunluğu ilişkisini kavradığını ve neden yanlış düşündüklerini anladığını fark etmiştir. Diyalog fark etme aşamaları -dikkat etme, anlamlandırma ve karar verme- açısından ele alındığında, adayın etkinliğe ilişkin önemli durumları fark ettiği, öğrencilerin bu süreçteki düşüncelerini sorgulayarak anlamlandırmaya çalıştığı ve bu doğrultuda kararlarını uyguladığı görülmektedir. Bu süreç, kilit nokta, zor nokta ve kritik noktanın üçünü birlikte göz önünde bulunduran ve bu noktalara dikkat ederek öğretim yapan öğretmen adayının bu etkinlikte matematiksel fark etmelerinin anlamlı olduğunu

göstermektedir. Bu etkinliğin amacına ulaşmasında adayların planlama aşamasında hep birlikte öğrencilerin nasıl düşünebilecekleri ve kendilerinin onlara nasıl cevap vermeleri gerektiği üzerine detaylı bir şekilde tartışmış olmalarının etkisi bulunmaktadır. Fakat öğretim sürecinin tamamı bu şekilde ele alındığında bu öğretmen adayının genel olarak öğretim aşamasında zayıf matematiksel fark etme boyutunda yer aldığı tespit edilmiştir.

**Tablo 4.** Öğretim Aşamasındaki Fark Etme Süreçleri

Fark Edilen	Fark Etme Süreci		
	Dikkat Etme	Anlamlandırma	Karar Verme
<i>Kilit Nokta</i>	Eyüp öğrencilerin nasıl düşündüklerini görmek için A,C, D şeklinde çevreyi tahmin ederken verdikleri yanıtlara odaklandı.	Öğrencilerin A, C, D şeklindeki cevaplarını yanılırlara sahip oldukları şeklinde yorumladı.	Öğrencilerin verdiği cevapların arkasındaki nedenleri öğrenmek için "Neden A, C ya da D?" şeklinde sorgulama yapmaya karar verdi.
<i>Zor Nokta</i>	Öğrencilerin "daha uzun, bunun için D", "tüm kenarları eşit olduğu için C" gibi yanlış tahminlerde bulduklarını fark etti.	Öğrencilerin şekillerin çevre uzunluklarını kıyaslarken şeklin görüntüsüne aldandıkları için doğru cevap vermekte zorlandıklarını varsaydı.	Şekillerin üzerine kenar uzunluklarını yazarak öğrencilerden yeni durumda çevre uzunluklarını kıyaslamalarını istemeye karar verdi.
<i>Kritik Nokta</i>	Öğrencilerden "kenarları bilmemiz gerekir" gibi bir cevabın gelmediğini gördü.	Öğrencilerin kenar uzunluklarından daha çok görüntüye odaklandıklarından dolayı kenar uzunluklarını sorgulama ihtiyacı hissetmediklerini varsaydı. Öğrencilerin "Öğretmenim o zaman büyük olmaz onlar" şeklindeki cevabı ile onların cevaplarının yanlış olduğunu ve nedenini fark ettiklerini düşündü.	Şekillerin kenar uzunluklarını vererek öğrencilerin aslında bütün şekillerin çevre uzunluklarının eşit olduğunu fark etmeleri için çevre uzunluklarını hesaplamalarını istedi ve "Hepsi eşit değil mi?" şeklinde vurgulama yaptı. Şekiller arasındaki kenar uzunluğu çevre arasındaki ilişkiyi göstermek için "farklı şekiller aynı çevreye sahip olabilirler miymiş?" vurgulamasını yaptı.

#### **Tartışma Aşamasında Matematiksel Fark Etme**

Dersin öğretiminden sonra tartışma aşaması bütün öğretmen adaylarıyla birlikte yürütülmüş ve ders imecesi modeli gereği ilk önce dersi anlatan kişinin (Eyüp) derse ilişkin düşünceleri alınarak süreç başlatılmıştır. Bir araya gelen öğretmen adayları yaptıkları gözlemler doğrultusunda fark ettikleri noktaları birbiriyle paylaşmışlardır. Ders planını uygularken yolunda giden ve gitmeyen noktalar,

karşılaşılan zorluklar, öğrencilerin yanıtları, ders planı ile uygulanan ders arasındaki tutarlılık ve dersi geliştirmek için olası öneriler üzerine tartışmışlardır. Aşağıdaki diyaloglar tartışma aşamasında video transkriptlerinden, gözlem ve alan notlarından elde edilen bulguları yansıtmaktadır.

#### *Zayıf Matematiksel Fark Etme*

Eyüp ders planını uygulayan kişi olarak yaptığı dersi değerlendirerek süreci başlatmış ve yorumlarını gruptaki diğer üyelerle paylaşmıştır. Genel olarak kendi zorlandığı kısımlardan ya da eksik yaptığı yerlerden bahsetmiştir. Eyüp'ün tartışma aşamasında yaptığı yorumların bir kısmı aşağıdaki gibidir:

Eyüp: Resmin etrafını şeritle süsleyip çevresini hesaplatırarak derse giriş yapıyorduk ya orada mesela şeritin biraz kalın olmasından dolayı büktüğümüz zaman hani tam köşeye geldiği zaman aşağıya doğru gittiğimizde orada ne yaparsak yapalım birer cm ikişer cm falan mesela fazlalık oluşturacak yani. Şerit ile çevrenin hesabı, resmin çevresinin kenarların tek tek toplanması ile elde edilen değerinden fazla çıkıyor... Orada biraz sıkıntı yaşadım yani. Onu ne yapabiliriz şerit yerine daha ince bir iple görülecek şekilde kaplatabiliriz. Onun dışında dersin devamında da bir yerde tahminler yaptırıyorduk dört tane şeklimiz vardı. Yine amacımız şeydi öğrencinin yanılgıları veya varsayımlarına ulaşmaktı onları yakaladık ama izometrik kağıt üzerinde olsaydı daha iyi olurdu. En azından tahtada yapılırsa uzunluk değerleri verilmesi gerekiyor cm'leri verdiğiniz zaman da asıl nokta kaçıyor kendileri hesaplamadığı için o yüzden izometrikle yapabiliriz bence.

Araştırmacı: Sence öğrencilerin dönütleri nasıldı?

Eyüp: Beklediğim dönütleri verdiler hocam neye varmak istiyorsam. Onlar kendileri söylediler. Biraz o ilk başta zaman kaybedince hani bazı şeyleri kendim verdim. Ondan sonra tekrar onlardan istemem gereken şeyleri aralara sıkıştırdım yine de. Biraz sıra karıştı ama yine de yapmam gereken şeyleri araya sıkıştırdım. Onun dışında bir sıkıntı yoktu.

Ders planı yaparken öğretmen adayları ilk etkinlikte bir şeklin çevresini şeritle dolayıp şeritin uzunluğunu öğrencilere ölçtürerek ve aynı şeklin kenarlarını tek tek ölçtürüp toplattırarak şeklin çevre uzunluğunu buldurmayı hedeflediler. Böylelikle, amaçları öğrencilerin iki işlem sonucunda elde edilen çevre uzunluklarının eşit olduğunun farkına vararak çevrenin aslında hem bir ölçme işlemi olduğunu hem de şeklin bütün kenarlarının toplamına eşit olduğunu görmelerini sağlamaktı. Eyüp bu etkinlikte yaşadığı zorluğa odaklanmış ve eşitliği öğrencilere gösteremediği için etkinliğin amacına ulaşmadığına dikkat çekmiştir (kilit nokta). Öğretmenin anlatması ve öğrencilere verilmesi gereken bir kavram ele alındığı için kilit noktanın vurgulandığı görülmektedir. Öğrencileri yanlış anlamaya sevk etmemek için bu zorluğun ise ip gibi daha ince yanlış hesaplamaya yol açmayacak bir araçla yapılmasını önermiştir. Fakat şeritin tam uzunluğu ile kenar uzunlukları toplamının eşit gelmemesi durumunun öğrencilerde ne gibi matematiksel karışıklıklara yol açtığından ve öğrencilerin tepkilerinden bahsetmemiştir. Eyüp burada kilit noktayı ele almış fakat zor ve kritik noktalara yönelik yorumda bulunmamıştır. Benzer şekilde, Eyüp öğrencilerin nasıl düşündüklerini detaylandırmaktan daha ziyade bir etkinlikte dikkatini çeken eksikliği dile getirmiştir. Öğrencilerin yanılgılarına ulaştıklarından bahsetmiş, bekledikleri gibi yanıtlar aldıklarını belirtmiş fakat bunların ne olduğunu örneklendirip, bunları nasıl anlamlandırdığına ilişkin yorumda bulunmamıştır. Öğrencilere hangi şeklin çevre uzunluğunun daha büyük olduğunu tahmin ettirirken çevrelerin hesaplanması aşamasının eksik kaldığını düşünmektedir (kilit nokta). Bu dersteki hedefler arasında öğrencilerin çokgenlerin çevre uzunluğunu hesaplayabilmeleri kazanımı yer aldığından bu ifade kilit noktayı yansıtmaktadır. Kenarları doğrudan vermektense öğrencilerin kendilerinin bulmasının öğrenmeleri açısından daha faydalı olacağını düşünmektedir. Bunun için de tahminlerden sonra şekiller üzerine kenar uzunluklarını cm cinsinden yazmaktansa izometrik kağıt üzerine şekillerin çizilmiş olmasını, oradan öğrencilerin sayarak kenar uzunluklarını bulmalarını ve çevreyi hesaplamalarını, bu şekilde kıyaslamaya gitmelerini önermektedir. Dolayısıyla, bu kısımda izometrik kağıt kullanımı üzerine odaklanmıştır. Fakat burada Eyüp tarafından yapılan yorum karşılaşılan bir zorluk durumunun aşılmasından ziyade şekillerin kenar uzunluklarının belirlenerek çevrenin hesaplanmasındaki (kilit nokta) eksikliğin giderilmesine yönelik bir öneriyi ortaya

koymaktadır. Diğer taraftan, tartışma aşamasının sonlarına doğru yapılan yorumlar sonucu izometrik kağıt kullanılmamasının daha iyi olacağına karar verilmiş ve bu öneri dikkate alınmamıştır. Araştırmacı öğrencilerin düşüncelerine yönelik daha detaylı bilgi almak için soru sorduğunda ise Eyüp “beklediğim dönütleri verdiler” gibi genel yorumlar yapmıştır. Burada öğretmen adayı kilit nokta üzerinde önerilerde bulunmuş ve ağırlıklı derse odaklanmıştır. Dikkat etme ve karar verme adımlarının ağırlıkta olduğu, anlamlandırma aşamasını çok fazla göz önünde bulundurmadığı görülmüştür. Tartışma aşamasında Eyüp’ün öğrencilerin nasıl düşündüklerine çok fazla odaklanmadığı, genel olarak matematiksel anlamda önemli noktaları yakalayamadığı ve bunlar arasındaki bağlantıları iyi kuramadığı için yorumları zayıf matematiksel fark etme boyutunda değerlendirilmiştir.

**Tablo 5.** Eyüp’ün Tartışma Aşamasındaki Fark Etme Süreçleri

Fark Edilen	Fark Etme Süreci		
	Dikkat Etme	Anlamlandırma	Karar Verme
<i>Kilit Nokta</i>	Materyal seçiminde yapılan yanlışlığın etkinliğin amacına ulaşmasını aksattığını fark etti. Çevrenin, şekillerin kenar uzunluklarının belirlenerek hesaplanması aşamasının eksik kaldığına dikkat çekti.	Aksaklığın nedenini şerit kalınlığından dolayı köşeleri dönerken oluşan birkaç cm’lik artış olarak yorumladı.	Şerit yerine daha ince fakat görülebilir bir materyal kullanılmasını önerdi, ip gibi. Şekillerin izometrik kağıt üzerine çizilmesini ve öğrenciler tarafından kenar uzunluklarının bulunmasını önerdi.
<i>Zor Nokta</i>	Şeritin uzunluğuyla kenarların ayrı ayrı toplamının eşit olduğunu tam anlamıyla gösteremediği için bu durumun öğrencilerin kavramasında zorluğa yol açtığını fark etti.		
<i>Kritik Nokta</i>			

Eyüp’ün derse yönelik yorumlarını paylaşmasıyla başlayan tartışma aşamasında, diğer öğretmen adayları dersi değerlendiren kişiyi dinlemiş ve ardından sırasıyla kendi fikirlerini ve önerilerini paylaşarak bu süreci devam ettirmişlerdir. Eyüp’ten sonra Selim ders sırasında yaptığı gözlemlere ve aldığı noktalara dayanarak yürütülen derse yönelik değerlendirmesini diğer adaylarla paylaşmıştır. Selim, genel olarak dersi anlatan öğretmen adayına odaklanmış, hatalarını dile getirmiş ve öğrencilere yönelik bazı yorumlar yapmıştır. Selim’in bu aşamada gerçekleştirdiği diyalogun bir kısmı aşağıdaki gibidir:

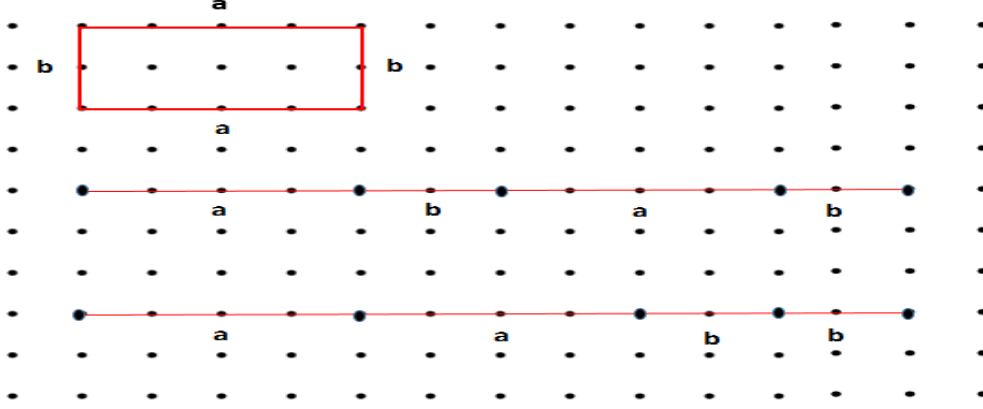
Selim : ... Eee mesela şey resim çerçevesinde çevresini ölçtürürken buna alan diyen çocuklar vardı. Kenarları ölçtürdükten sonra neyi bulduk dediğinde alan cevabı geldi. Alan ile çevreyi karıştırıyorlar. Bu beklediğimiz bir yanılgıydı. Ayrıca bu etkinlikte aslında şeritler kesilmeyecekti orada vurgulamak istediğimiz şey çevrenin kenar uzunlukları toplamı olduğuydu işte orada biraz yanlış oldu. Öğrenciler de ölçme konusunda biraz sıkıntı yaşayabiliyorlar. Hani o da cetveli falan daha düzgün tutamadıklarından ufak tefek hatalar çıktı. Öğretmen belki ölçüm yaparken öğrencilere yardım edebilir....Daha sonra ben şeye takıldım dikdörtgen ve karenin çevre formüllerini anlatırken bu kenarları aldıktan sonra tekrar bunları uzun bir çizgi şeklinde yan yana eklemeyecek miydik? (Şekil 4)

Bengi: Evet. Uzun ve kısa kenarı toplayacaktık.

Selim: Orada aslında diğer izometrik kağıdı yan yatırsaydık ya da birinden başlayıp diğerine geçseydik daha iyi olurdu. Orada amacımız zaten çocuğun şunu görmesiydi; uzun ekledim uzun ekledim uç uca ekledim aslında bu bir bütün hepsinin toplamı iki uzun artı iki kısa kenar ya da uzun kısa uzun kısa uç uca eklemesi gerekiyordu. Ama o uzunları yatay olarak uç uca ekledi kısımları dikey olarak uç uca ekledi. Etkinlik amacına ulaşmadı.

Özgür: Materyal yanlış asıldı çünkü dik asılmayacak yan asılacaktı. Böylelikle hepsini yan yana ekleyerek toplamı olduğunu gösterecekti.

Selim : ...Çocuklardan zaten genel çevreyle ilgili beklediğimiz cevapların çoğu geldi Çevre konusunu iyi anladıklarını düşünüyorum. Şöyle, dikdörtgenin çevresi nasıl bulunur, karenin çevresi nasıl bulunur ya da şekillerin çevresinin nasıl bulunacağını artık kenar uzunluklarını toplayarak bulabileceklerini biliyorlar orada bir sıkıntı yok. Onun haricinde çok büyük kavram yanılgıları oluşmadı.



Şekil 4. Diyalogda Bahsedilen Dikdörtgenin Çevre Formülü Etkinliği

Selim dikkatini çeken noktaları dile getirirken öğrencilerin derste verdiği cevapları da göz önünde bulundurmaktadır. İlk etkinlikte çocukların alan ile çevre kavramını birbirine karıştırmaları dikkatini çekmiştir (zor nokta). Burada, öğrencilerin çevre kavramını öğrenmesini engelleyen bir durumdan bahsedildiği için bu ifade zor nokta olarak değerlendirilmiştir. Aday zor noktayı dile getirmiş fakat bunu gidermek için ne yapılması gerektiğine ilişkin bir öneride bulunmamış ve öğrencilerin neden böyle düşünmüş olabileceklerine yönelik fikir yürütmemiştir. Burada yaşanan problemin kaynağını hem öğretmen adayının etkinliği yanlış uygulamasına hem de öğrencilerin cetvelle ölçüm yapmada yaşadıkları zorluklara dayandırmaktadır. Etkinliğin amacına ulaşabilmesi için şeritin kesilmemesi gerektiğini dile getirmektedir. Selim etkinliğin planlama aşamasında nasıl olmasına karar verdilerse o şekilde yapıldığı takdirde doğru olacağını vurgulamaktadır. Bu nedenle aday problemi gidermek için yeni bir fikir ortaya koymamıştır. Benzer şekilde planlanan ile derste uygulanan arasında gerçekleşen bir farklılığa odaklanmış ve kare ile dikdörtgenin çevre formülünün nasıl oluştuğunu öğrencilere gösterme kısmının hedeflendiği gibi doğru yapılmadığına dikkat çekmiştir (kilit nokta). Dersin amacına yönelik bir yorum yapıldığı için bu ifade kilit nokta olarak kabul edilmiştir. Fakat bu eksik uygulamanın sınıf ortamındaki yansımaları detaylandırılmamış ve öğrencilere ne gibi etkisi olduğu değerlendirilmemiştir. Bu dersin sonunda aday, öğrencilerin çevre kavramının anlamını kavradıklarını ve nasıl bulacaklarını anladıklarını düşünmektedir fakat bu varsayımına nasıl vardığına dair detay sunmamıştır. Selim 'in ağırlıklı olarak dersin amaçlarıyla (kilit nokta) onları kazandırmak için tasarlanan etkinliklerin tutarlılığına odaklandığı, öğrencilerin bu süreçteki düşüncelerini çok az anlamlandırıldığı görülmektedir. Dolayısıyla, yorumlarındaki fark etme adımlarından anlamlandırma ve karar verme boyutundaki eksiklikler dikkat çekmektedir. Kilit, zor ve kritik noktaların her birini çok fazla ele almadığı ve bunlar arasındaki bağlantıları kurmadığı için Selim 'in genel olarak tartışma aşamasındaki yorumları zayıf matematiksel fark etme boyutunda değerlendirilmiştir.

**Tablo 6.** Selim'in Tartışma Aşamasındaki Fark Etme Süreçleri

Fark Edilen	Fark Etme Süreci		
	Dikkat Etme	Anlamlandırma	Karar Verme
<i>Kilit Nokta</i>	Etkinliğin amacına uygun bir şekilde yapılmadığına dikkat etti.	Şeritlerin kesilip ölçülmesiyle kenar uzunluklarını toplamının aynı işlem olmasından dolayı öğrencilerin ölçme ve çevre uzunluğu arasındaki ilişkiyi anlamadıklarını varsaydı.	Planlamada karar verdikleri şekilde şeritin kesilmeden bir bütün olarak ölçülmesi gerektiği vurgulamasını yaptı.
	Kare ve dikdörtgenin çevre formüllerinin somutlaştırılması kısmında kenarların yanlış taşındığını fark etti.	Kenarlar uç uca eklenmediği için öğrencilerin çevrenin bütün kenarların toplamı olduğunu somut olarak göremediklerini düşündü.	İzometrik kağıtların bütün kenarların uç uca olmasını sağlayacak şekilde yan asılması gerektiğini vurguladı.
<i>Zor Nokta</i>	Öğrencilerin cetveli düzgün kullanarak ölçüm yapmakta zorlandıklarını gördü. Öğrencilerin çevre ve alan kavramlarını karıştırdıklarını fark etti.	Öğrencilerin ölçüm sırasında yaptıkları hataların sonuçların yanlış çıkmasında ve etkinliğin istenilen gibi gitmemesinde etkili olmuş olabileceğini varsaydı.	Öğretmenin yardımıyla bu zorluğun üstesinden gelinebileceğini belirtti.
<i>Kritik Nokta</i>			

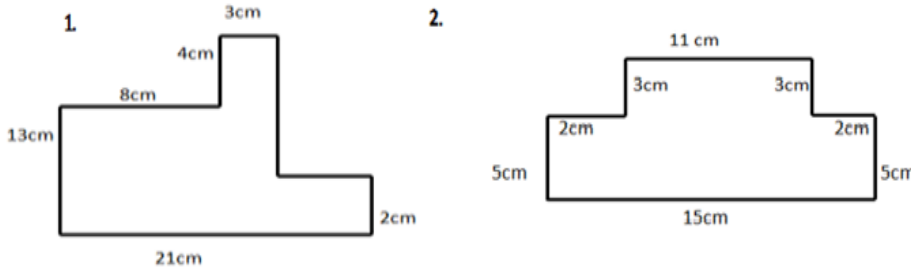
Benzer şekilde gruptaki diğer kişilerin görüş ve önerilerini dinledikten sonra değerlendirmesini yapan Özgür ağırlıklı olarak öğrencilerin zorlandıkları noktalara ve yaptıkları hatalara dikkat etmiştir. Bunların nedenlerini gerekçelendirmeye çalışarak dersin öğretimi sırasındaki eksiklerin giderilmesi için çeşitli önerilerde bulunmuştur. Dersten daha çok öğrenciye ve önemli matematiksel noktalara odaklanmış fakat yorumlarını çok fazla detaylandıramamıştır. Aşağıdaki alıntı Özgür'ün tartışma aşamasında gerçekleştirdiği diyalogun bir kısmını yansıtmaktadır:

Özgür: Bazı öğrenciler izometrik kağıtta aralık sayma yerine nokta saydı bu benim dikkatimi çekti. Zaten beklediğimiz yanlışlardan bir tanesiydi o uzunluk ölçü kısmında. Şöyle bir hata yapıldı, biri 8 birim saydı biri 9 birim saydı, ikisini birbirine karıştırdılar. Halbuki iki nokta arasını almaları gerekiyordu. Aslında aralığın o iki nokta arasındaki uzaklığın olduğunu vurgulamaya çalıştık. Orada arkadaşımızın aralık sayıyoruz diyerek yönlendirip göstermesi iyi oldu. Orada dikkat edelim muhtemelen aynı hata diğer derste de karşımıza gelecek. Kenar uzunluğunun aslında aralık kavramıyla ilişkili olduğunu çocukların görmesi lazım.

Bengi: Evet mesela sayı doğrusunda da öğrencilerin sürekli yaptığı hatalardan birisi bu.

Özgür: O zaman bence bu şekilde izometrik kağıt üzerinde devamlı göstereceğimiz ve hatırlatacağımız için daha iyi öğrenmiş olacaklar. Mesela, kenar uzunluğunu bulurken iki nokta arasındaki her bir aralığa çizik atarak sayıp kaç tane çizgi varsa onun kenar uzunluğuna karşılık geldiğini gösterebiliriz. Böylece nokta saymadığımızı aralık saydığımızı fark ederler. Bu şekilde o yanlışlığı ortadan kaldıracabiliriz diye düşünüyorum. Bir de öğrencilerin alıştırmaya kağıdındaki şekillerin çevrelerini hesaplarken karışık şekillerde hangi kenar uzunluğunu yazıp hangilerini yazmadıklarını karıştırmaları ve arada bazı kenarları kaçırmaları dikkatimi çekti (Şekil 5). Kare, dikdörtgen gibi şekillerde kenar atlamıyorlar ama karışık şekillerde tüm kenarları hesaba katmakta zorlanıyorlar. Sırayı şaşırıyorlar muhtemelen, bazen bir oradan, bir başka yerden alıyorlar çünkü. Hani orada belirli bir köşede nokta belirleyelim, oradan başlayıp devam edip aynı noktaya gelirlerse hiçbir kenarı kaçırmamış olurlar.

Selim: Evet mantıklı planlamada bu aklımıza gelmemiştir.



Şekil 5. Diyalogda Bahsedilen Alıştırma Kağıdındaki Karışık Şekil Örnekleri

Özgür planlama aşamasında karşılaşılabılır kavram yanlışlığı diye tanımladıkları aralık yerine nokta sayma yanlışlığının öğrencilerin bazılarında mevcut olduğunu fark etmiştir (zor nokta). Öğrencilerin çevre hesabı yapmasını dolayısıyla konunun öğrenimini zorlaştıran bir engelden bahsedildiği için bu ifade zor nokta olarak kabul edilmiştir. Aday, öğrencilerin iki kavramı birbirinden ayırt etmekte zorlandıkları için farklı cevaplar bulduklarına vurgu yapmış ve nasıl adım izleyebileceklerini detaylandırmıştır. Öğretmen adayı burada yaşanan bir zorluğa dikkat etmiş, bu durumu kavramlara yönelik bilgi eksikliğinden kaynaklanmış olabileceği şeklinde anlamlandırmış ve aralık kavramı tanımının yapılmasını önermiştir. Ayrıca Özgür öğrencilerin alıştırma sorularını çözerken matematiksel boyutta gerçekleşen durumlara odaklanmıştır. Öğrencilerin yaşadıkları zorluklara yönelik fark ettiği diğer bir husus ise karışık şekillerin çevrelerini hesaplarken sırayı takip edip çevreyi doğru hesaplamakta ve bilinmeyen kenarı göz önünde bulundurmakta yaşanan problemlerdir (zor nokta). Öğrencilerin yaşadıkları zorlukların nedenlerini anlamlandırmaya çalışmış ve kenar atlamadan kaynaklanan yanlış hesaplamaların ortadan kaldırılması için belirlenen bir noktadan başlayıp, sırasıyla uzunlukları toplayıp başa dönme önerisini getirmiştir. Böylece öğrencilerin neyi yazıp neyi yazmadıkları konusunda karışıklık yaşamalarının önüne geçmek istemiştir. Dikkat çekmeye çalıştığı noktalardan biri kenar uzunluğu ile aralık arasındaki ilişkidir ve bu doğrultuda, izometrik kağıt gibi materyallerde aralıkların, üzerlerine çizgiler çizilerek sayılmasını önermiştir (kritik nokta). Öğrencinin aralık saymada yaşadığı zorluğun üstesinden gelmek için dersin öğretimi şekillendirilmeye çalışıldığından bu ifade kritik noktayı yansıtmaktadır. Özgür bu ilişkinin fark edilmesinin öğrencilerin ileride sorun yaşamalarını engellemek ve yanlışlarını gidermek açısından önemli olduğunu düşünmektedir. Öğrencilerin bu noktaya ilişkin matematiksel anlamalarına yönelik yorum yapmamıştır fakat öneride bulunmuştur. Öğretmen adayı burada öğrencinin yaşadığı bir zorluğun üstesinden gelmek için önemli olduğunu düşündüğü bir ilişkiye dikkat etmiş, bunu materyal ile somut olarak göstermeyi önermiş fakat bunu öğrencilerin matematiksel düşünceleri açısından anlamlandırmamıştır. Ele aldığı bazı önemli matematiksel noktalarda dikkat etme, anlamlandırma ve karar verme adımlarından anlamlandırmada eksikliklerinin olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Özgür'ün ağırlıklı olarak zor noktaları ele aldığı, kritik noktayı belirttiği fakat buna yönelik detaylı yorum yapmadığı görülmüştür. Önemli noktaların hepsini ele almadığı ve aralarındaki ilişkileri detaylandırmadığı için Özgür'ün tartışma aşamasındaki yorumları zayıf matematiksel fark etme boyutunda değerlendirilmiştir.

**Tablo 7.** Özgür'ün Tartışma Aşamasındaki Fark Etme Süreçleri

Fark Edilen	Fark Etme Süreci		
	Dikkat Etme	Anlamlandırma	Karar Verme
<i>Kilit Nokta</i>			
<i>Zor Nokta</i>	Özgür öğrencilerin aralık sayma yerine nokta sayma hatası yaptıklarını fark etti ve öğrencilerin farklı cevaplarına odaklandı. Karışık şekillerde öğrencilerin çevre hesabı yaparken zorlandıklarını fark etti.	Bekledikleri bu hatanın öğrencilerin iki kavramı birbirine karıştırmalarından dolayı kaynaklandığını düşündü. Zorluğun belirli bir sıra izlemelerine bağlı olarak hangi kenarları hesaba kattıklarını unutmalarından kaynaklı olabileceğini varsaydı.	Uzaklığın iki nokta arasındaki aralığa karşılık geldiğini vurgulamayı önerdi.  Öğrencilere başlangıçta bir nokta belirleyip sırayla kenar toplamalarını vurgulamaya önerisini getirdi.
<i>Kritik Nokta</i>	Kenar uzunluğu ile aralık arasındaki ilişkinin öğrenciler tarafından fark edilmesi gerektiğine odaklandı.		İzometrik kağıt gibi materyaller kullanılmasını ve aralıkların üzerlerine çizgiler çizilerek sayılmasını önerdi.

### *Anlamlı Matematiksel Fark Etme*

Gruptaki diğer öğretmen adaylarıyla görüşlerini paylaşan Bengi öğrencilerin yanıtlarına ve dersin işleniş sırasındaki reaksiyonlara odaklanmıştır. Öğrencilerin düşüncelerine yönelik yorum yapmış, zorlandıkları noktaları dile getirmiş ve dersin gelişimi için önerilerde bulunmuştur. Dersten daha çok öğrenciyi ele almış ve önemli matematiksel noktaları göz önünde bulundurmıştır. Aşağıdaki diyalog Bengi'nin tartışma aşamasında genel olarak fark ettiklerini yansıtmaktadır:

Bengi: ...Ben izometrik kağıtta olmamasını çok beğendim (Şekil 2). Çünkü izometrik kağıtta olsaydı çocuklar nesnelere için eşit diyecekti. Biz çocukların eşit demesini beklemiyorduk. Farklı farklı şeyler söylemesini istiyorduk. Beklediğimiz gibi de D daha uzun, A daha büyük gibi yanlış cevaplar geldi. Çocuk sayıp direkt hesaplayacaktı onu izometrik kağıt üzerine çizseydik eğer.

Araştırmacı: Arkadaşlar, sizce izometrik kullanılmalı mı kullanılmamalı mı?

Bengi: Kullanılmamalı. Ya eğer çocuklara çevre kenar uzunluğu ilişkisini biraz sorgulatmak istiyorsak hemen çocuklardan eşit demesini beklemiyorsak kullanılmamalı ki amacımız çevre kenar uzunluğu ilişkisini sorgulatmak ve çevreleri aynı farklı şekillerin olabileceğini göstermekti.

Eyüp: Aynen hocam. Ben kullanalım demiştim ama bu açıdan daha iyi olabilir.

Bengi: Biz burada çevrelerin eşit olduğunun hemen vurgulamasını istemiyorduk. Çocuklar sonradan eşit olduğunu öğrenince şaşırıyorlar zaten, yanlışlarını ortaya çıkaran ve istediğimiz etkiyi yaratan da buydu. O yüzden bence izometrik kağıt kullanılmamalı burada.

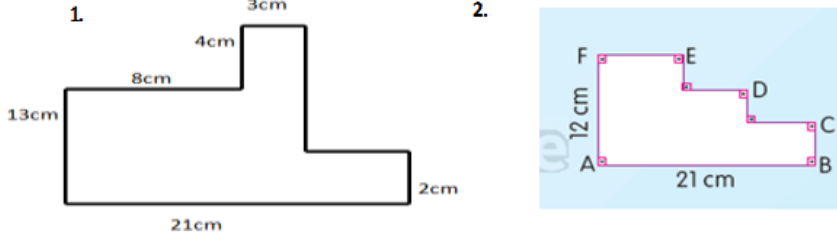
Selim: Evet bence de.

Özgür: Evet katılıyorum.

Bengi: ...Mesela alıştırmamızda kenarları verilmeyen soruları atlayabiliyorlardı (Şekil 6, 1. Soru). Hemen o verilemeyen kenarları bulmaları gerektiğini tam anlayamadılar. Sadece verilen kenarları topladılar. Orada Eyüp çevrenin tüm kenarlar toplamı olduğunu, orada sayı yazmasa da aslında bir uzunluk olduğu için önce onu bulup ondan sonra bütün kenarları toplamamız gerektiğini vurguladı o güzeldi. Önce boş kenarları bulmaları için yönlendirme yapmamız gerekiyor çünkü. Bir de bilinmeyen kenarları kırmızı kalemle yazdırırsak öğrencilerin hangi kenarları bulduklarını anlamaları ve soruyu karıştırmadan takip etmeleri daha kolay olur. Onun dışında bir tane soru vardı. Böyle merdiven basamağı gibi bir soru çözmüştük (Şekil 6, 2. Soru). Aslında orada kenarları uzatıp böyle dikdörtgene tamamlamayı bekliyorduk açıkçası ayrı ayrı tüm kenarları bulmaktansa ama orada işte dik olan her şeyi aslında eşit sanıyorlar kenarlarında eşitlik verilmemesine rağmen. Öyle bir yanlışlık fark ettim ben.



Sorduğumuzda da o cevabı verdi, hepsini direkt 3 e böldüm orada 3 tane dik vardı şeklinde. Orada da dediğim gibi her bir küçük parçayı ayrı ayrı bulmak yerine aslında bu parçaların toplamının karşıdaki kenar uzunluğuna eşit olduğunu göstermemiz daha anlaşılır olmasını sağlayabilir. Bu noktada eşit olduğu belirtilmiyorsa o şekilde 3'e bölüp kenarı bulamayacaklarını da vurgulamamız lazım.



Şekil 6. Diyalogda Bahsedilen Alıştırma Kağıdı Soruları

Bengi dört tane dörtgenin önce kenar uzunlukları verilmeden çevre uzunluklarının kıyaslandığı ve kenar uzunlukları verildiğinde öğrencilerin çevrelerinin eşit olduğunu anladığı etkinlikte (Şekil 2) Eyüp'ün aksine izometrik kağıt kullanılmaması yönünde fikrini beyan etmiştir. Bengi bu etkinlikte amaç farklı şekillerin çevrelerinin aynı olabileceğini göstermek olduğu için izometrik kağıt kullanıldığı takdirde bu amaca ulaşamayacağına dikkat çekmektedir (kilit nokta). Bu ifade öğrencilerin kavraması için öğretmenin üzerinde durması gereken konuları ve özellikleri yansıttığı için kilit nokta olarak belirlenmiştir. Öğretmen adayı öğrencilerin yanlış cevaplar verdiklerini ve doğru tahminler yapmakta zorlandıklarını fark etmiştir (zor nokta). Öğrencilerin öğrenmelerini engelleyen bu durum zor noktayı göstermektedir. Bunun için de eğer izometrik kağıt verilirse çocukların tahminden ziyade hemen hesaplama yaparak hepsinin eşit olduğunu söyleyeceklerini düşünmektedir. Dolayısıyla, çocukların gerçekte nasıl düşündüklerini göremeyeceklerini ve öğrencilere de kendi hatalarını fark ettiremeyeceklerini düşünmektedir (kritik nokta). Çocukların tahminlerinin yanlış olduklarını gördükleri andaki şaşkınlıklarını onların anlatılmak istenileni kavradıklarını gösteren bir kanıt olarak yorumlamaktadır. Bu nedenle kenar uzunluklarını gösteren bir materyal kullanılmadan tahmin yaptırılmasının ardından kenar uzunlukları verilerek çocuğun bütün çevrelerin eşit olduğunu görmesi gerektiğini vurgulamaktadır (kritik nokta). Öğrencilerin yaşadığı zorluktan yola çıkarak öğretimin nasıl yapılacağı şekillendirilmeye çalışıldığından ve öneriler sunulduğundan dolayı bu ifade kritik noktayı yansıtmaktadır. Bengi öğrencilerin uzunlukları belirtilmeyen kenar uzunluklarını hesaba katmadıklarını (Şekil 6, 1. soru), bunları bulmakta zorlandıklarını fark etmiştir (zor nokta). “Sadece verilen kenarları topladı” şeklindeki yorumu öğrencilerin alışkanlıklarının bu yönde olmasından kaynaklı olduğunu ortaya koymaktadır. Bu noktada öğrencilere öğretmen tarafından yol gösterilmesi gerektiğini düşünmektedir. Bunun yanı sıra, öğrencilerin eşit olmadığı halde eşit kabul etme, şeklin görüntüsüne aldanarak karar verme (Şekil 6, 2. soru) gibi hatalar yaptığına dikkat etmiş (zor nokta) ve bu durumları matematiksel açıdan anlamlandırmaya çalışarak önerilerini dile getirmiştir. Öğrencinin her bir kenarı ayrı ayrı bulma ihtiyacından ve diklikleri eşitlik olarak algılamasından kaynaklı bu hataların olduğunu varsayımıştır. Bengi'nin bu konudaki yorum ve önerilerini diğer öğretmen adayları da oldukça mantıklı bulunmuş hatta Eyüp kendi önerisinde izometrik kağıdının kullanılması gerektiğini söylemesine rağmen fikrini değiştirmiş ve Bengi'nin dediği gibi yapılmasına karar verilmiştir. Bengi'nin zengin bir şekilde kilit, zor ve kritik noktaları ele aldığı ve bunlar arasındaki ilişkileri kurduğu görülmektedir. Önemli noktaları fark etmenin yanı sıra, gerek öğrencilerin yanıtlarına gerekse öğrencilerin tepkilerine göre onların matematiksel anlamalarına ilişkin yorumlar yapmış ve bu konudaki önerilerini gerekçeleriyle sunmuştur. Dolayısıyla, Bengi'nin tartışma aşamasındaki yorumları anlamlı matematiksel fark etme boyutunda değerlendirilmiştir.

**Tablo 8.** Bengi'nin Tartışma Aşamasındaki Fark Etme Süreçleri

Fark Edilen	Fark Etme Süreci		
	Dikkat Etme	Anlamlandırma	Karar Verme
<i>Kilit Nokta</i>	Bengi izometrik kağıt kullanıldığı takdirde etkinliğin istenilen etkiyi yaratmayacağına dikkat etti.	Öğrencilerin hatalı düşüncelerinin izometrik kağıt verilmediği için ortaya çıktığını, aksi taktirde sayarak eşitliği çok rahat görecekları için anlatılmak istenileni göremeyeceklerini düşündü.	Öğrencinin şekillerin çevrelerinin eşitliğini hemen fark etmemesi gerektiğini ve farklı düşüncelerini sunabilecekleri fırsatların verilmesi gerektiğini vurguladı.
<i>Zor Nokta</i>	Öğrencilerin çeşitli sebeplerden dolayı A,C, D gibi yanlış cevaplar verdiklerini ve doğru tahminde bulunmakta zorlandıklarını fark etti. Bengi öğrencilerin kenar uzunlukları üzerine yazılmayan kenarları çevreyi bulurken hesaba katmadıklarını fark etti. Öğrencilerin eşitlik verilmemesine rağmen kenarları eşit algılama yanlışlığının olduğunu fark etti.	Öğrencilerin cevapları için belirttiği "daha uzun", "daha büyük" şeklindeki hatalı düşüncelerinin bekledikleri gibi olduğunu açıkladı. Genelde verilen değerleri işleme katmaya alışkın olduklarından kenarları kendilerinin bulmaları gerektiğini anlayamadıklarını varsaydı. Öğrencinin her bir kenarı ayrı ayrı bulma ihtiyacından ve diklikleri eşitlik olarak algılamasından kaynaklı bu hataların olduğunu varsaydı.	İzometrik kağıt kullanılmamasını önerdi. Çevrenin tüm kenarlar toplamı olduğunu hatırlatıp bütün kenarların bulunması için öğrencilerin yönlendirilmesi gerektiğini belirtti. Öğrencilere kenarları ayrı ayrı bulmadan da sorunun yapılabileceğini ve şekle aldanmamak gerektiğini vurgulamayı önerdi.
<i>Kritik Nokta</i>	Bengi planlama aşamasında karar verdikleri çevre kenar uzunluğu ilişkisinin öğrenciler tarafından sorgulanması gerektiğine dikkat çekti.	Öğrencilerin şekillerin çevrelerinin eşit olduğunu gördüklerinde ve verdikleri cevapların yanlış olduğunu anladıklarında yaşadıkları şaşkınlığı amaçlarına ulaştıklarını gösteren bir tepki olarak yorumladı.	Öğrencilerin yanılgıları ortaya çıkarabilmek ve istenilen etkiyi oluşturabilmek için kenar uzunluklarını hesaplayabilecekleri materyal ile şekillerin sunulmaması gerektiğini vurguladı.

Dört öğretmen adayından üçünün tartışma aşamasında bireysel matematiksel fark etmeleri zayıf matematiksel fark etme boyutunda kabul edilirken diğer adayın matematiksel fark etmeleri anlamlı matematiksel fark etme boyutunda değerlendirilmiştir. Selim, Eyüp ve Özgür'ün matematiksel fark etmelerini yansıtan önemli üç matematiksel noktadaki ve fark etme adımlarındaki eksiklikleri, onların bu aşamada yaptıkları yorumların bu anlamda zayıf olduğunu görmeyi sağlamaktadır. Bu adayların matematiksel olarak önemli olan noktaların -kilit, zor ve kritik- hepsine yönelik yorumda bulunmadıkları ve aralarındaki bağlantıyı iyi kuramadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bengi'nin ise fark etme adımlarını kapsayacak şekilde yorum yaptığı, her üç noktayı da değerlendirdiği ve ilişkileri iyi bir şekilde yansıttığı görülmektedir.

## TARTIŞMA VE SONUÇ

Ders imcesinin planlama, öğretim ve tartışma aşamalarından elde edilen bulguların analizi, matematiksel açıdan önemli üç noktadan -kilit, zor ve kritik nokta- faydalanarak matematiksel fark etmenin nasıl anlamlı ya da zayıf olarak değerlendirildiğini ortaya koymaktadır. Bu çalışmada üç noktanın her birine odaklanma, bunları fark etme süreçleriyle ilişkilendirme ve bu noktalar arasında

bağlantı kurma gibi boyutlarda zengin yorum paylaşımı anlamlı matematiksel fark etme olarak ele alınırken bu boyutlardaki eksikliklerin zayıf matematiksel fark etmenin göstergesi olduğu kabul edilmiştir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının dersin planlama aşamasında yaptığı yorumlarda, dersin amacına odaklandıkları, verilmesi gereken önemli kavramları belirledikleri, konuya yönelik öğrencilerin zorluk ve kavram yanlışlarını göz önünde bulundurdıkları, bunları gidermek için öneriler getirdikleri ve öneriler üzerinde de tartışarak dersin öğretiminin nasıl olacağına karar verdikleri görülmüştür. Mapolelo (1999) öğretmen adaylarının öğrencilerin yanlışlarını ortaya çıkaracak etkinliklere genelde yer vermediklerini belirtmiştir. Bu çalışma da ise adayların öğrencilerin yanlışlarını ortaya çıkaracak ve hatalarını görmelerini sağlayacak etkinliklere yer vermeye dikkat ettikleri görülmektedir. Bunun yanı sıra, pek çok çalışma iyi bir matematik öğretimi için öğrencilerin zorlandıkları noktaları ve olası yanlışları bilmek ve derste buna göre tedbir almak gerektiğini vurgulamaktadır (Fennema ve Franke, 1992; Shulman, 1986; Park ve Oliver, 2008). Bu anlamda, öğretmen adaylarının dersin planlamasını uygun ve zengin bir şekilde yapmaya çalıştıkları sonucuna ulaşılmıştır. Diğer taraftan öğretmen adaylarının fark etme sürecinin anlamlandırma boyutuna yönelik yani fark ettikleri noktaların olası nedenlerini yorumlamada eksikliklerinin olduğu, o aşamaya çok fazla odaklanmadıkları göze çarpmaktadır. Öğretmen adaylarının daha çok dikkatlerini çeken kavramların öğretimine ilişkin öneriler verme eğiliminde oldukları tespit edilmiştir. Bunun nedeni öğretmen adaylarının, nedenlerin açık olduğunu düşünüp sorgulama ya da dile getirme ihtiyacını fazla hissetmemelerinden kaynaklanıyor olabilir. Aslında adayların önemli gördükleri noktalarda bunun nedeninin ne olabileceğine dair fikir yürütmelerinin, öğrencinin nasıl düşünmüş olabileceğini detaylandırmalarının ve bunları birbirleriyle paylaşarak üzerine tartışmalarının öğretimi daha çok zenginleştireceği düşünülmektedir (Carpenter vd., 1999; Carpenter vd., 2003; Lester, 2007).

Dersin öğretimi aşamasında gerçekleşen diyaloglarda dersi yürüten öğretmen adayının anlamlı matematiksel fark etmelerini gösteren örnekler olsa da öğretim sürecinin tamamı değerlendirildiğinde öğretim sırasında adayın matematiksel fark etmelerinin zayıf olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çünkü önemli noktaları fark etmekte, yorumlamakta ve bu doğrultuda öğrenciyi yönlendirmekte başarılı olamadığı anlar mevcuttur. Öğretmen adayı ders boyunca yaptığı etkinliklerin bazılarında hatalar yapmış ya da adımları eksik uygulamıştır. Dolayısıyla dersin amacına ulaşmasını sağlamada zorlandığı noktalar olmuştur. Öğretmen adaylarının tecrübesizliklerinden kaynaklı olarak bu tür durumların ortaya çıkması ve öğretim sırasında matematiksel fark etmelerinin deneyimli öğretmenler kadar anlamlı olmaması muhtemeldir. Benzer şekilde, çeşitli araştırmalar da tecrübesiz öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrenciye ve önemli öğretimsel durumlara odaklanarak dersi şekillendirmekte zorlandıklarını ortaya koymaktadır (Berliner vd., 1988; Carter vd., 1988). Bu aşama dört döngüden oluşan sürecin ilki olduğundan bu tür uygulamalara devam edildiğinde öğretmen adaylarının matematiksel fark etme becerilerinin gelişeceği düşünülmektedir. Bu nedenle öğretmen adaylarına mesleki gelişim modelleri kapsamında fark etme becerilerini ve tecrübelerini arttıracak fırsatlar sunulması ve adaylarla bu tür uygulamaların yürütülmesi oldukça önemlidir (Kullberg, Runesson ve Martensson, 2013; Yang ve Ricks, 2012).

Öğretmen adaylarının bireysel olarak matematiksel fark etmelerinde eksikliklerin olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Tartışma aşamasında öğretmen adaylarından üçünün matematiksel fark etmeleri zayıf olarak bulunmuş, sadece bir adayın anlamlı matematiksel fark etme boyutunda olduğu kabul edilmiştir. Planlama aşamasındaki matematiksel fark etmeler anlamlı çıkmasına rağmen bireysel matematiksel fark etmelerin ağırlıklı zayıf çıkması dikkat çekmektedir. Tartışma aşaması planlamaya göre neler gözlemlendiğinin daha bireysel dile getirilişini kapsadığı için aradaki farkı görmeyi sağlamıştır. Bu durum aslında adayların bireysel matematiksel fark etmelerindeki eksikliklerin bir araya gelip düşünceler paylaşıldığında azaldığını ve ortamdaki matematiksel fark etmelerin zenginleştiğini göstermektedir. Tartışma aşamasında adayların fikir paylaşımları sonucunda birbirlerinin düşüncelerini etkileyebildikleri ve değiştirebildikleri -bir adayın önerisinden vazgeçip diğer adayın önerisini benimsemesi- sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, adayların odaklandığı noktaların birbirleriyle aynı ya da farklı olabileceği görülmüştür. Çünkü aynı duruma odaklanılmasına rağmen

çıkartılan anlamlar ve fark edilen noktalar birbirinden farklı olabilir (Jacobs vd., 2012). Dolayısıyla, tartışma aşamasındaki ortak paylaşımın adayların fark edemedikleri noktaları diğer kişilerden öğrenmelerini sağlayarak adayların matematiksel fark etmelerine katkıda bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu noktada ders imecesi modelinin özellikle işbirliğine dayalı çalışma prensibinin hem dersin daha iyi öğretilmesinde hem de matematiksel fark etmeyi arttırmada önemli katkıları olduğu söylenebilir. Literatürde yer alan çeşitli çalışmalar da, benzer şekilde bu tarz mesleki gelişim modellerinin fark etme becerisi üzerine olumlu etkileri olduğunu (Franke, Carpenter vd., 2001; Lewis vd., 2011) ve bu tarz ortamların oluşturulması gerektiğini (Runesson ve Martensson, 2013; Yang ve Ricks, 2012) vurgulamaktadır.

Genel olarak ders imecesi sürecinde öğretmen adaylarının bazı aşamalarda matematiksel fark etmelerinin anlamlı bazılarında zayıf olduğu görülmüştür. Adayların kilit noktaları diğerlerine göre daha iyi fark ettikleri, yorumladıkları ve bunlara ilişkin önerilerde buldukları sonucuna ulaşılmıştır. Yani öğretmen adayları kazanım kapsamında öğrencilere neyi vermeleri gerektiğinin farkındadır. Zor olan noktaları fark etme ve bunların giderilmesine yönelik önerilerde bulunma kısmında da -öneri çok verimli olmasa da- adayların başarılı oldukları görülmektedir. Fakat bu zorlukların ya da karışıklıkların nedenlerini gerekçelendirme ve anlamlandırmakta adayların iyi olmadığı anlaşılmaktadır. Genelde bu aşamaya ilişkin yorum yapmadan ne yapılabilir sorusuna yönelik fikirlerini paylaşma eğilimindedirler. Hâlbuki nedenleri üzerine tartışıldığında yapılacak önerilerin daha elverişli ve işe yarar olacağı düşünüldüğünde öğretmen adaylarının bu yöndeki eksiklerini gidermek gerekmektedir. Kritik noktaları fark etmede gösterdikleri performans diğerlerinde olduğu kadar iyi değildir. Çalışmada, fark etme süreçlerinde, adayların dikkat etme boyutunda ilgili ya da ilgisiz pek çok farklı öğretimsel detaya odaklanabildiği görülmüştür. (Borko vd., 2008; Erickson, 2011; Sherin ve Star, 2011; Sherin, Russ, vd., 2011; Star vd., 2011; Star ve Strickland, 2008). En çok dikkat ettikleri noktaları anlamlandırmada, o durumun arka planda neye dayandığını yorumlamada ve nedenini açıklamada zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Çünkü sürecin tamamı göz önünde bulundurulduğunda bu aşamaya yönelik yapılan yorumların oldukça az olduğu dikkat çekmektedir. Karar verme aşamasına yönelik oldukça yorum yaptıkları ve fikirlerini paylaşmaktan çekinmedikleri sonucuna ulaşılmıştır. Fakat bazı önerilerinde neden öyle olmasını istediklerine yönelik gerekçelerin sunulmadığı, eksik ya da ilgisiz olduğu görülmüştür. Matematiksel fark etmenin özellikle anlamlı matematiksel fark etmenin öğretmen adayları açısından kolay olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Literatürde yer alan çeşitli çalışmalar sadece öğretmen adayları açısından (Erickson, 2011; Star vd., 2011; Star ve Strickland, 2008; van Es ve Sherin, 2002) değil öğretmenler açısından da önemli matematiksel detayları fark etmenin zor olduğunu vurgulamaktadır (Choy, 2015).

Bu çalışmada üç nokta teorik çerçevesinden sadece öğretmen adaylarının anlamlı matematiksel fark etme becerilerini analiz etme kısmında faydalanılmış ve bu perspektifin öğretmen adaylarının matematiksel fark etmelerinin niteliğini değerlendirmede oldukça faydalı olduğu görülmüştür. Choy (2014) ise çalışmasının bütün aşamalarına bu yaklaşımı entegre etmiş ve matematiksel fark etmelerin zengin olabilmesi için bu yaklaşımın kılavuzluğunun faydalı olacağını, fark etme becerilerini geliştireceğini savunmuştur. Fark etme becerilerinin incelenmesi ve mesleki gelişim modellerinin uygulanması sırasında bu yaklaşımın kullanılması önerilmektedir. Bunun yanı sıra, hem iyi bir öğretim sunmak (Choy, 2013) hem de öğretmen ya da öğretmen adaylarının gelişimini sağlamak için fark etme becerileri oldukça önemli ve üzerinde durulması gereken bir konudur (Hand 2012; Mason 2008, 2011; Santagata vd., 2007; Sherin vd. 2011; Star ve Strickland 2008; van Es 2011). Bu nedenle öğretmen adaylarının matematiksel fark etme becerilerinin artırılmasına ve bunun için uygun ortamların sağlanmasına ihtiyaç vardır. Bu noktada, bu çalışmanın planlama aşamasındaki matematiksel anlamda yapılan paylaşımlar, dersin öğretimi ve tartışma aşamasındaki matematiksel fark etmeler göz önünde bulundurulduğunda mesleki gelişim modellerinden faydalanarak bu becerinin geliştirilebileceği düşünülmektedir. Bu çalışmaya benzer araştırmalar farklı branşlardaki öğretmen adaylarıyla ve öğretmen adaylarının yanı sıra öğretmenlerle yapılabilir. Bu çalışmadaki işbirliğine dayalı paylaşımın etkisi göz önünde bulundurulduğunda, tecrübeli öğretmenler ile tecrübesi sınırlı öğretmen adayları bir

araya getirilerek ders imecesi gibi mesleki gelişim modelleri kapsamında fark etme becerilerinin gelişimine yönelik uygulamalar yürütülebilir. Benzer şekilde, bu tarz uygulamalar okul deneyimi ve öğretmenlik uygulaması gibi öğretmen adaylarının mesleki gelişimlerine yönelik derslere entegre edilerek hem derslerin daha sistematik hale gelmesi hem de öğrencilerin bu derslerden daha fazla verim alması sağlanabilir.

## KAYNAKLAR

- Baki, M. (2012). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiği öğretme bilgilerinin gelişiminin incelenmesi: Bir ders imecesi (lesson study) çalışması. *Yayımlanmamış Doktora Tezi*, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, Türkiye.
- Baş, S. (2013). An investigation of teachers' noticing of students' mathematical thinking in the context of a professional development program. *Unpublished Doctoral dissertation*, Retrieved from <http://etd.lib.metu.edu.tr/upload/12616772/index.pdf>.
- Berliner, D. C. (2001). Learning about and learning from expert teachers. *International Journal of Educational Research*, 35(5), 463-482.
- Berliner, D. C., Stein, P., Sabers, D. S., Clarridge, P. B., Cushing, K. S., & Pinnegar, S. (1988). Implications of research on pedagogical expertise and experience in mathematics teaching. In D. A. Grouws ve T. J. Cooney (Eds.), *Perspectives on research on effective mathematics teaching* (pp. 67-95). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Borko, H. (2004). Professional development and teacher learning: Mapping the terrain. *Educational Researcher*, 33(8), 3-15.
- Borko, H., Jacobs, J., Eiteljorg, E., & Pittman, M. E. (2008). Video as a tool for fostering productive discussions in mathematics professional development. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 417-436. doi: 10.1016/j.tate.2006.11.012.
- Breyfogle, M. L., & Herbal-Eisenmann, B. A. (2004). Teacher education: Focusing on students' mathematical thinking. *The Mathematics Teacher*, 97(4), 244-247.
- Bryk, A. S. (2009). Support a science of performance improvement. *The Phi Delta Kappan*, 90(8), 597-600.
- Burns, M. (2005). Looking at how students reason. *Educational Leadership*, 63(3), 26-31.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., & Franke, M. L. (1996). Cognitively guided instruction: a knowledge base for reform in primary mathematics instruction. *The Elementary School Journal*, 97(1), 3-20.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Portsmouth, N.H.: Heinemann.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Carter, K., Cushing, K. S., Sabers, D. S., Stein, P., & Berliner, D. C. (1988). Expert- novice differences in perceiving and processing visual classroom information. *Journal of Teacher Education*, 39, 25-31.
- Chamberlin, M. T. (2005). Teachers' discussions of students' thinking: Meeting the challenge of attending to students' thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(2), 141-170. doi:10.1007/s10857-005-4770-4.
- Choy, B. H. (2013). Productive mathematical noticing: What it is and why it matters. In V. Steinle, L. Ball ve C. Bardini (Eds.), *Proceedings of 36th annual conference of Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 186-193). Melbourne, Victoria: MERGA.
- Choy, B. H. (2014). Teachers' productive mathematical noticing during lesson preparation. In Nicol, C., Liljedahl, P., Oesterle, S., ve Allan, D. (Eds.) *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38* (pp. 297-304). Vancouver, Canada: PME.
- Choy B. H. (2015). The focus framework snapshots of mathematics teacher noticing, *Unpublished Doctoral dissertation*, Retrieved from <https://researchspace.auckland.ac.nz/docs/uoa-docs/rights.htm>

- Clements, D. H., & Stephan, M. (2003). Measurement in Pre-K to grade 2 mathematics. In D. H. Clements, J. Sarama veamp; A.-M. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics: standards for pre-school and kindergarten mathematics education* (pp. 299-317). Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Creswell, J. W. (1998). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Darling-Hammond, L., & Richardson, N. (2009). Teacher learning: What matters? *Educational Leadership*, 66(5), 46-53.
- Davis, E. A. (2006). Characterizing productive reflection among preservice elementary teachers: Seeing what matters. *Teaching and Teacher Education*, 22(3), 281-301. doi:10.1016/j.tate.2005.11.005
- Erickson, F. (2011). On noticing teacher noticing. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, ve R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 17-34). New York: Routledge.
- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In Douglas A. Grouws (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147-164). New York: Macmillan.
- Fernandez, C., Cannon, J., & Chokshi, S. (2003). A US-Japan Lesson Study collaboration reveals critical lenses for examining practice. *Teaching and Teacher Education*, 19(2), 171-185. doi: 10.1016/s0742-051x(02)00102-6.
- Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Fennema, E. (2001). Capturing teachers' generative change: A follow-up study of professional development in mathematics. *American Educational Research Journal*, 38(3), 653-689.
- Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Understanding teaching and classroom practice in mathematics. In J. Frank K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 225-256). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Goldsmith, L. T., & Seago, N. (2011). Using classroom artifacts to focus teachers' noticing. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, ve R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 169-187). New York: Routledge.
- Goldsmith, L. T., & Seago, N. (2013). *Examining mathematics practice through classroom artifacts*. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson.
- Hand, V. (2012). Seeing culture and power in mathematical learning: Toward a model of equitable instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1-2), 233-247. doi:10.1007/s10649-012-9387-9.
- Hiebert, J., Morris, A. K., Berk, D., & Jansen, A. (2007). Preparing teachers to learn from teaching. *Journal of Teacher Education*, 58(1), 47-61. doi: 10.1177/0022487106295726.
- Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Linda, L., & Battey, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 258-288.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., Philipp, R. A., & Schappelle, B. P. (2011). Deciding how to respond on the basis of children's understandings. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, ve R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 97-116). New York: Routledge.
- Kazemi, E., Elliot, R., Mumme, J., Carroll, C., Lesseig, K., & Kelly-Petersen, M. (2011). Noticing leaders' thinking about video cases of teachers engaged in mathematics tasks in Professional development. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, ve R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 188-203). New York: Routledge.
- Kullberg, A., Runesson, U., & Martensson, P. (2013). The same task? – different learning possibilities. In C. Margolinas, J. Ainley, J. B. Frant, M. Doorman, C. Kieran, A. Leung, M. Ohtani, P. Sullivan, D.

- Thompson, A. Watson, ve Y. Yang (Eds.), *Task design in mathematics education. Proceedings of ICMI Study 22* (pp. 615-622). Oxford.
- Lampert, M. (2009). Learning teaching in, from, and for practice: What do we mean? *Journal of Teacher Education*, 61(1-2),21-34. doi: 10.1177/0022487109347321
- Lester, F. K., Jr. (Ed.). (2007). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Charlotte, NC: Information Age.
- Lewis, C., Friedkin, S., Baker, E., & Perry, R. (2011). Learning from the key tasks of lesson Study. In O. Zaslavsky ve P. Sullivan (Eds.), *Constructing knowledge for teaching secondary mathematics* (pp. 161-176). US: Springer.
- Lewis, C., Perry, R., & Hurd, J. (2009). Improving mathematics instruction through lesson study: a theoretical model and North American case. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12(4), 285-304. doi: 10.1007/s10857-009-91027.
- Lewis, C., Perry, R., & Murata, A. (2006). How should research contribute to instructional improvement? The case of lesson study. *Educational Researcher*, 31(3), 3-14.
- Mapolelo, D. C. (1999). Do pre-service teachers who excel in mathematics become good mathematics teachers? *Teaching and Teacher Education*, 15, 715-725.
- Martin, W. G., & Strutchens, M. E. (2000). Geometry and measurement. In E. A. Silver veamp; P. A. Kenney (Eds.), *Results from the seventh mathematics assessment of the national of educational progress* (pp. 193-234). Reston, VA: NCTM.
- Martin, J. D. (2007). Fourth graders concurrently investigating perimeter, area, surface area, and volume. *Unpublished Doctoral Dissertation*, Retrieved from [http://media.proquest.com/media/pq/classic/doc/1742044591/fmt/ai/rep/NPDF?\\_s=pUlxgI3BswQEDyvYtmlwL9qDK%2Fg%3D](http://media.proquest.com/media/pq/classic/doc/1742044591/fmt/ai/rep/NPDF?_s=pUlxgI3BswQEDyvYtmlwL9qDK%2Fg%3D).
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.
- Mason, J. (2008). Being mathematical with and in front of learners: Attention, awareness, and attitude as sources of difference between teacher educators, teachers and learners. In B. Jaworski ve T. Wood (Eds.), *Handbook of mathematics teacher education: Vol. 4. The Mathematics teacher educator as a developing professional* (pp. 31-56). Rotterdam, The Netherlands: Sense.
- Mason, J. (2009). Teaching as disciplined enquiry. *Teachers and Teaching*, 15(2),205-223. doi: 10.1080/13540600902875308
- Mason, J. (2010). Attention and intention in learning about teaching through teaching. In R. Leikin ve R. Zazkis (Eds.), *Learning through teaching mathematics: Development of teachers' knowledge and expertise in practice* (pp. 23-47). New York: Springer.
- Mason, J. (2011). Noticing: Roots and branches. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, ve R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 35-50). New York: Routledge.
- Miller, K. F. (2011). Situation awareness in teaching: What educators can learn from video-based research in other fields. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, ve R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 51-65). New York: Routledge.
- Murata, A. (2010). Teacher learning with Lesson Study. In P. Peterson, E. Baker, ve B.McGaw (Eds.), *International Encyclopedia of Education* (Third Ed.) (pp. 575-581). Amsterdam: Elsevier.
- Murata, A. (2011). Introduction: Conceptual overview of lesson study. In L. C. Hart, A. S. Alston, ve A. Murata (Eds.), *Lesson Study research and practice in mathematics education* (pp.1-12). Netherlands: Springer.
- Park, S., & Oliver, S. (2008). Revisiting the conceptualization of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as Professional research. *Research in science Education*, 38, 261- 284.

- Santagata, R., & Angelici, G. (2010). Studying the impact of the lesson analysis framework on preservice teachers' abilities to reflect on videos of classroom teaching. *Journal of Teacher Education*, 61(4), 339-349. doi: 10.1177/0022487110369555
- Santagata, R., Zannoni, C., & Stigler, J. W. (2007). The role of lesson analysis in pre-service teacher education: An empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(2), 123-140.
- Seidel, T., & Stürmer, K. (2014). Modeling and measuring the structure of professional vision in preservice teachers. *American Educational Research Journal*. doi: 10.3102/0002831214531321.
- Schifter, D. (2001). Learning to see the invisible: What skills and knowledge are needed to engage with students' mathematical ideas? In T. Wood, B. S. Nelson, ve J. Warfield (Eds.), *Beyond classical pedagogy: Teaching elementary school mathematics* (pp. 109-134). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associate, Inc.
- Schoenfeld, A. H. (2011). Noticing matters. A lot. Now what? In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, ve R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 223-238). New York: Routledge.
- Sherin, B., & Star, J. R. (2011). Reflections on the study of teacher noticing. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, ve R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 66-78). New York: Routledge.
- Sherin, M. G., Jacobs, V. R., & Philipp, R. A. (2011). Situating the study of teacher noticing. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, ve R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 1-13). New York: Routledge.
- Sherin, M. G., Russ, R. S., & Colestock, A. A. (2011). Accessing mathematics teachers' in-the-moment noticing. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, ve R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 79-94). New York: Routledge.
- Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2005). Using video to support teachers' ability to interpret classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 13, 475-491.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Smith, M. S. (2001). *Practice-based professional development for teachers of mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics Inc.
- Sommer, R. & Sommer B. B. (1991). *A practical guide to behavioural research: tools and techniques*. Oxford University Press: San Francisco.
- Star, J. R., Lynch, K., & Perova, N. (2011). Using video to improve preservice mathematics teachers' abilities to attend to classroom features. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, ve R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 117-133). New York: Routledge.
- Star, J. R., & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(2), 107-125. doi: 10.1007/s10857-007-9063-7
- Stigler, J., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: The Free Press.
- Timperley, H., Wilson, A., Barrar, H., & Fung, I. (2007). *Teacher professional learning and development: Best evidence synthesis iteration*. Wellington, New Zealand: Ministry of Education.
- van Es, E. (2011). A framework for learning to notice students' thinking. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, ve R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 134-151). New York: Routledge.



- van Es, E., & Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretation of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571-596.
- van Es, E., & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 244-276. doi: 10.1016/j.tate.2006.11.005
- White, A. L., Jaworski, B., Agudelo-Valderrama, C., & Gooya, Z. (2012). Teachers learning from teachers. In M. A. K. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, ve F. K. S. Leung (Eds.), *Third international handbook of mathematics education* (pp. 393-430). New York: Springer.
- Wood, T., Cobb, P., & Yackel, E. (1991). Change in teaching mathematics: a case study. *American Educational Research Journal*, 28(3), 587-616.
- Yang, Y., & Ricks, T. E. (2012). How crucial incidents analysis support Chinese lesson study. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 1(1), 41-48. doi: 10.1108/20468251211179696
- Yang, Y., & Ricks, T. E. (2013). Chinese lesson study: Developing classroom instruction through collaborations in school-based teaching research group activities. In Y. Li ve R. Huang (Eds.), *How Chinese teach mathematics and improve teaching* (pp. 51-65). New York: Routledge.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (5. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yoshida, M. (2005). An overview of lesson study. In P. Wang-Iverson ve M. Yoshida (Eds.), *Building our understanding of lesson study* (pp. 3-14). Philadelphia: Research for Better Schools.

## *The Quality of Prospective Teachers' Mathematical Noticing in the Context of Lesson Study*

Pınar GÜNER<sup>iii</sup>, Didem AKYÜZ<sup>iv</sup>

Mason defines the action of noticing as a discipline and emphasizes that mathematical noticing is heart of all mathematical practices. Noticing is a process which provides teachers to increase their knowledge on teaching and learning and to learn from their own implementations by examining them. Mathematical noticing that is focus of professional development studies and teacher training programs in the recent period is seen as a necessary component to be successful in mathematics teaching. It includes paying attention to noteworthy events, making sense of this situations and deciding how to response in order to develop instruction. Researchers admit that this skill has important role in improving students' mathematical thinking by teachers. Therefore, investigation of teachers' skills of mathematical noticing as teachers plan how to teach lesson, practice the lesson plan and evaluate the lesson after teaching is important. According to Hiebert, Morris, Berk and Jansen four fundamental skills need to be gained by teachers so as to learn while teaching. These are determination of the learning aims for instruction, observation of how students learn during lesson, interpretation of students' learning considering teaching strategies and making suggestions. Yang and Ricks offer three point framework which includes key point, difficult point and critical point for development of noticing skills. The abilities of noticing these points are accepted as in direct proportion to professional development. Many studies show that teachers learn from students' mathematical thinking in their class through professional development models such as lesson study. Mathematical noticing is not a skill only teachers need to gain but also prospective teachers should have this skill because teachers and prospective teachers who have not enough experience and have difficulties in focusing on students and noteworthy events. Hence, many research shows need for further studies in order to reveal what prospective teachers notice in the interaction of teaching and learning and how they make sense of these interactions.

There is need for studies which include investigation of mathematical noticing in planning, teaching and discussing phases together, namely, reflecting the process of lesson study since research mostly investigated noticing in planning or discussion phases. Therefore, it was aimed to examine mathematical noticing of prospective teachers elaborating what they focused and how they made sense of important mathematical points in the context of lesson study. Thus, the purpose of this study was to determine whether prospective teachers' mathematical noticing were productive or not as well as to examine their mathematical noticing. The problem statement of the research is as the following:

How is the quality of prospective elementary mathematics teachers' mathematical noticing in the context of lesson study?

Case study was used to conduct this research and it occurred with the participation of four senior prospective elementary mathematics teachers. Data was obtained from the planning, teaching and discussing phases of first cycle of lesson study implementation which consisted of four cycles towards the objective of teaching perimeter, area and surface area and took place eight weeks. Prospective teacher endeavored to determine how to teach the objective of "calculate the perimeter of polygons and forms different figures which have particular perimeter" in the context of lesson study. The process was conducted in accordance with the steps of professional development model and all phases were recorded through video camera. Data collection tools were transcripts from video recordings, observations, interviews and students' written documents. The role of researcher was nonparticipant

---

<sup>iii</sup> İstanbul Üniversitesi, pınar.guner@istanbul.edu.tr, ORCID: 0000-0003-1165-0925

<sup>iv</sup> Orta Doğu Teknik Üniversitesi, dakyuz@metu.edu.tr, ORCID: 0000-0003-3892-8077

observer and taking some fieldnotes in this process. Video recordings were transformed to transcripts and used in data analysis. In accordance with the purpose, mathematical noticing of prospective teachers was analyzed in each of lesson study model's three essential phases which are planning, teaching and discussing.

In data analysis, content analysis was used and an approach which was created by Choy and based on combination of three steps of noticing and three point framework was utilized. In research, it was found that mathematical noticing of prospective teachers varied in different phases of lesson study model, their individual mathematical noticing were less productive in general and lesson study model had positive effects on the development of productive mathematical noticing. In addition, prospective teachers' noticing of key and difficult points from three important mathematical points were good but they had difficulties in making sense of the reasons of difficult points. Besides, their mathematical noticing were not good in determining critical points as well as the other two points. Therefore, there is need for developing the mathematical noticing skills of prospective teachers and providing appropriate environments for it. Similar studies should be conducted with different prospective teachers and also teachers. When the effect of collaboration in this study was considered, practices can be conducted to develop mathematical noticing skills in the context of professional development models drawing experienced teachers and inexperienced prospective teachers together. Furthermore, such implementations may be integrated into the lessons like school experience and teaching practice so that both lessons becomes more systematic and the students get more efficiency from these lessons.

**Keywords:** *Mathematical noticing, Lesson study, Professional development, Prospective teachers*