Research Article
Araştırma Makalesi

JOSS
Akıllı Sistemler Dergisi, 2(1): 16-24, 2023

JOSS
Journal of Smart Systems, 2(1): 16-24, 2023

YEREL SALDIRI KISITLAMALARI ALTINDA AYRIT KAPASİTELİ s-t AKIŞ AĞLARINDA EN KRİTİK p-DÜĞÜMLERİNİN BELİRLENMESİ

Gökhan KARAKÖSE[1,a,*], Elif KARAKÖSE[2,b]

[1]Endüstri Mühendisliği, Mühendislik, Mimarlık ve Tasarım Fakültesi, Bartın Üniversitesi, Bartın, Türkiye
[2]Bartın İl Milli Eğitim Müdürlüğü, Bartın, Türkiye
[a]gkarakose@bartin.edu.tr, ORCID: 0000-0002-4738-2742
[b]elfdarakci@gmail.com.tr, ORCID: 0009-0008-9985-2153
(Geliş/Received: 31.07.2023; Kabul/Accepted: 14.09.2023)

ÖZET

Bu makale, belirli kaynaklar ve hedefler arasındaki engellenen akışı en büyükleyecek şekilde s-t akış ağları için bitişik olmayan p-düğümlerinin optimum şekilde kaldırılmasını içeren yeni bir ağ kırılma problemi sunmaktadır. İlk olarak, literatürdeki en iyi performans gösteren ayrıt kırılması modelini değiştiren dönüştürülmüş model, burada incelenen problemi tam olarak ele almak için sunulmuştur. İkinci olarak, hesaplama iyileştirmeleri uğruna, bu problem için özel olarak tasarlanmış indirgenmiş bir model (yani, önemli ölçüde azaltılmış kısıtlamalara ve değişkenlere sahip model) tanıtılmıştır. İndirgenmiş modelin dönüştürülmüş modele göre üstünlüğü, iyi bilinen nispeten büyük boyutlu ulaşım ağı üzerinde gözlemlenmiştir. Özellikle, indirgenmiş formülasyonun, incelenen ağın tüm düğüm kırılma senaryoları için makul bir süre içinde en iyi bitişik olmayan düğüm kombinasyonlarını döndürdüğü, dönüştürülmüş modelin ise üç saatlik zaman dilimi içinde bile birçok düğüm kırılma senaryosu için en iyi değerleri döndürmekte başarısız olduğu gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Optimizasyon, kritik düğüm tespiti, ağ kırılma, yerel koruma, ayrıt kapasiteli akış ağı.

IDENTIFYING THE MOST CRITICAL p-NODES IN ARC CAPACITATED s-t FLOW NETWORKS UNDER LOCAL ATTACK CONSTRAINTS

ABSTRACT

This paper presents a novel network interdiction problem, the optimal removal of non-adjacent p-nodes for s-t flow networks such that the blocked flow between specific sources and destinations is maximized. First, the transformed model that modifies the recent best-performing arc disrupted model of the literature is presented to exactly address the studied problem here. Second, for the sake of computational improvements, a reduced model (i.e., a model having significantly reducing constraints-and-variables) specifically designed for this problem is introduced. The superiority of the reduced model over the transformed model was observed on the well-known relatively large size network. In particular, it is observed that the reduced formulation returned the best non-adjacent node combinations for all node interdiction scenarios of the examined network within a reasonable amount of time, whereas the transformed model could not return optimal values for many node interdiction scenarios even within the three-hour time frame.

***Sorumlu Yazar (Corresponding Author)**

Atıf (Citation): Karaköse, G., Karaköse, E., “Yerel Saldırı Kısıtlamalari Altında Ayrıt Kapasiteli s-t Akış Ağlarında En Kritik p-Düğümlerinin Belirlenmesi”, Akıllı Sistemler Dergisi, 2(1): 16-24, 2023.

Geliş (Received): 31/07/2023
Kabul (Accepted): 14/09/2023
Yayın (Published): 26/12/2023

Keywords: Optimization, critical node detection, network interdiction, local protection, arc-capacitated flow network.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Karayolu ağlarında trafik atama problemi [1], tedarik zinciri ağlarında minimum maliyetli akış problemi [2], demiryolu ağlarında maksimum akış problemi [3], karayolu ve havayolu ağlarında çok metalı akış problemi [4, 5] literatürde uygulama alanları ile birlikte çalışılan problemlerden bazıları olarak sıralanabilir. Bu tür ağlarda düğümlerin veya ayrıtların (örneğin, kara yollarında kavşaklar ve yollar sırasıyla ağdaki düğümleri ve ayrıtları ifade eder) yokluğu, akışların artan maliyetle alternatif rotalara yeniden yönlendirilmesi, hatta kaynaklar ve hedefler arasındaki tüm yolların tamamen ortadan kalkması nedeniyle akışların kaybedilmesi gibi ağın işleyişine önemli zararlar verebilir.

Bir ağdaki tüm düğümlerin/ayrıtların güvenliğinin sağlanması arzu edilen bir durumdur. Ancak, koruma faaliyetlerini gerçekleştirmek için gerekli personel ve malzeme gibi mevcut kaynaklardaki sınırlamalar nedeniyle bu genellikle mümkün değildir. Bu nedenle, sınırlı kaynakların ağın en kritik bileşenlerine yönlendirilmesi, herhangi bir kesintinin potansiyel olarak yıkıcı etkilerinin azaltılması ve hatta ortadan kaldırılması için önemlidir [6]. Bu makalede, kritik bir düğüm/ayrıt, ağdan kaldırılması durumunda ağ içerisinde önemli miktarda kayıp akış yaratacak düğümü/ayrıtı belirtir. Buna göre, örneğin, kritik bir düğümü korumak, düğümü ortadan kaldırmaktan koruyan ve böylece kayıp akışı en aza indiren önleyici kaynakların konuşlandırılması anlamına gelir.

Bazı ağ bileşenlerini (düğümler/ayrıtlar) ortadan kaldıran bir saldırının ardından, ağ işlevselliği geri kalan parçalar üzerinden sürdürür. Buradaki saldırının ağ üzerinde yaratmış olduğu etki ağda kalan düğümler arasındaki toplam bağlantı [7], maksimum akış [3], en kısa yol [8], seyahat süresi [9], belirli akış çiftleri arasında sağlanan toplam akış [4, 5] gibi farklı ölçütler kullanılarak ağın ilk halindeki durumu ile kıyaslaması yapılarak değerlendirilebilir. Yukarıda bahsedilen çalışmalarda kullanılan yaklaşımlar, sınırlı güvenlik kaynakları altında ağı en yıkıcı olaydan korumak için geliştirilmiştir. Bu tür en kötü duruma hazırlıklı olma senaryosu yaklaşımı, ağ hasarını en üst düzeye çıkaracak şekilde bozmak için bir düğüm kümesi seçmeyi amaçlayan bir saldırganın saldırısı altındaki bir ağ için uygundur. Ancak, böyle bir en kötü durum senaryosunu bilmenin, deprem veya sel gibi doğal olaylardan sonra yıkıntılara karşı planlama yaparken ağı en çok zarar veren senaryoya karşı güvence altına almak isteyen ağ yöneticisi için de yararlı olabilecektir.

Literatürde, bu makaledeki problem ile benzerlik gösteren başka bir problem sınıfı kritik düğüm tespit problemi (KDTP)’ dir. KDTP, düğüm çiftleri arasındaki toplam bağlantının en aza indirileceği şekilde düğümleri silerek ağı büyük ölçüde parçalamayı amaçlar [10]. KDTP’ nin bazı versiyonları terörist ağlardaki bilgi akışının azaltılması veya sağlık ağlarındaki kontaminasyonların yayılmasının hafifletilmesi gibi problemler için kullanılabilir [7]. Örneğin, bir terörist ağında belirli kişiler kontrol altına alınarak ağdaki bilgi akışının azaltılması sağlanabilir. Aynı şekilde, COVID19 gibi virüslerin kişiler arasında hızlı yayılımını engelleme amacıyla sınırlı aşılama kaynaklarının nüfus arasında optimum dağılımı için KDTP' den yararlanılabilir.

Ağlar üzerindeki akışları ele alan en kötü durum yaklaşımları çeşitli çalışmalarda sunulmuştur [4, 5, 11, 12]. Bu çalışmalar içerisinde, Myung ve Kim [12] ağdan kaldırımı maksimum kesintili akışa neden olacak en kritik ayrıt kümesini belirlemek için rota tabanlı bir formülasyon sunmuştur. Matisziw ve Murray [11] aynı problem için tüm potansiyel yolların açık bir şekilde izlenmesi ihtiyacını ortadan kaldıran alternatif bir formülasyon sunmuştur. Sunulan model çözüm süresinde önemli bir azaltma sağlamıştır. Karakose ve McGarvey [5], Matisziw ve Murray [11] tarafından sunulan modeli daha geliştirerek hesaplama süresini daha da azaltmıştır. Ayrıca, aynı çalışmada yazarlar geliştirmiş olduğu modele ağdaki akışı kısıtlayıcı olarak ayrıtların kapasitesi boyutunu dahil ederek literatüre önemli yenilikler getirmiştir. Karakose ve McGarvey [4] ise düğüm kapasiteli akış ağlarında en kritik p düğümü bulmayı amaçlayan formülasyonlar önermiştir.

Bir saldırgan, yerel yerine dağıtık saldırı yaparak, ağın farklı bölgelerindeki taşıma kapasitesi üzerinde eş zamanlı olarak yük oluşturabilir. Ancak bu yük dağıtılmış olduğu için, herhangi bir bölgeye yoğunlaşan anormal bir durum olmadığından tespit edilmesi zorlaşabilir. Bu ise, farklı bölgelerdeki taşıma kapasitelerinin izlenmesini ve anormal değişimlerin tespit edilmesini zorunlu kılar. Saldırganlar, bu şekilde etkilerini daha uzun süre sürdürebilir ve taşıma işlemine zarar verebilir. Dolayısıyla, bir ağ üzerinde bir düğüm koleksiyonuna saldırmak yerine, saldırganın tespit edilme riskini en aza indirgemek veya saldırının ağ üzerinde yaratacağı olası etkiyi artırmak nedeniyle saldırı kaynaklarını ağ üzerinde geniş bir alana dağıtmayı (örneğin, yerel saldırı faaliyetleri gerçekleştirmekten kaçınmak) öngördüğü durumlar olabilir. Bu makalede incelenen bitişik olmayan p-en iyi düğümlerin belirlenmesi problemi bu durumlar için uygun olmaktadır.

Yazarların bildiği kadarıyla, bu makaledeki yerel saldırı kısıtlamaları altında ayrıt kapasiteli s-t akış ağları için en iyi düğümlerin belirlenmesi problemi literatürde ilk kez incelenmiştir. Problemi çözmek için, ilk olarak Karakose ve McGarvey [5] tarafından sunulmuş modeli bitişik olmayan en iyi p-ara düğümler kümesinin kaldırılmasına odaklanarak yeniden formüle edilmiştir. Daha sonra, bu problemi çözmek için etkili olduğu gösterilen yeni bir kısıt ve değişken sayısı azaltılmış formülasyon geliştirilmiştir. Makalenin geri kalanı ise aşağıdaki şekilde düzenlenmiştir. Takip eden Bölüm 2 s-t akış ağlarında maksimum akış kaybına yol açan p en iyi bitişik olmayan ara düğümleri tespit edebilen optimizasyon modellerini içermektedir. Bölüm 3 literatürde bilinen ağlar kullanarak sunulan modellerin nasıl performans sergilediğini gösteren sayısal deneyler içermektedir. Bölüm 4 önemli bulguları kısaca vurgulamakta ve yeni araştırma yönleri önermektedir.

2. MATEMATİKSEL FORMÜLASYONLAR (MATHEMATICAL FORMULATIONS)

G, sırasıyla N ve A ile temsil edilen bir düğümler ve ayrıtlar koleksiyonu içeren yönlendirilmiş bir ağ olsun. I, S ve D sırasıyla ara düğümlerin, hedef düğümlerinin ve kaynak düğümlerinin kümesini göstersin. Ayrıt-kapasiteli s-t akış ağları için yerel saldırı kısıtlamaları (bitişik olmayan p-en iyi düğümleri belirleme) altındaki *Dönüşüm Modeli* (DM) aşağıda sunulmaktadır. Daha spesifik olarak, DM ayrıt kapasiteli akış ağlarında ayrıt kırılma problemi için Karakose ve McGarvey [5] tarafından geliştirilmiş olan KM17c modelini revize ederek ayrıt kapasiteli akış ağlarında düğüm kırılma problemini ele almakta ve bu kırılmanın lokal ölçekte olmamasını garanti edecek bir modeldir. İlk olarak, DM aşağıdaki parametreler ve karar değişkenleri kümesini kullanır:

Parametreler (Parameters):

$d_{st} = \text{kaynak s düğümünden hedef t düğümüne gönderilecek miktar}$

$c_{ij} = \text{ayrıt } \mathrm{i-j'}\text{nin kapasitesi}$

$p = \text{ ağdaki kaldırılması düşünülen düğüm sayısı}$

Karar değişkenleri (Decision Variables):

$$z_{ij} = \begin{cases} 1, \text{eğer i ve j düğümü arasında en az bir rota yoksa} \\ 0, \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{eğer ayrıt } \mathrm{i-j} \text{ ağdan kaldırılırsa} \\ 0, \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, \text{eğer ayrıt } \mathrm{i-j} \text{ üzerindeki akış engellenirse} \\ 0, \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$w_i = \begin{cases} 1, \text{eğer düğüm i ağda kaldırılırsa} \\ 0, \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Dönüşüm Modeli (DM) (Transformed Model):

$$\beth = max \sum_{s\in S, t\in D} z_{st} d_{st} - \sum_{ij\in A} c_{ij}\left(y_{ij} - x_{ij}\right) \quad (1)$$

$$x_{ij} \leq y_{ij} \ \forall ij \in A \quad (2)$$

$$z_{ik} - z_{jk} \leq y_{ij} \ \forall \ i, j, k{:}\, i \in N, \mathrm{k} \in D, ij \in A, i \neq k \quad (3)$$

$$x_{ij} \leq w_i + w_j \ \forall ij \in A \quad (4)$$

$$\sum_{i\in I} w_i \leq p \quad (5)$$

$$w_i + w_j \leq 1 \quad \forall ij \in A \quad (6)$$

$$0 \leq x_{ij}, z_{ij} \leq 1, z_{ii} = 0 \ and \ \ y_{ij}, w_i \in \{0,1\} \quad (7)$$

Yukarıda verilen DM yerel saldırı kısıtlamaları altında düğüm kaldırma problemine odaklanmaktadır ve bu sebeple makale Karakose ve McGarvey [5]' te verilen model KM17c' ye kıyasla önemli değişiklere sahiptir. Bu modeli kısaca açıklamak gerekirse, amaç fonksiyonu (1), p düğümlerinin kaldırılması sonrasında kesintiye uğrayan maksimum akışı tespit etmektedir. Bu engellenen akış miktarını gösteren amaç fonksiyonu değeri hem modellerde hem de hesaplama testlerinde $\beth$ sembolü ifade edilecektir. Kısıt (2) iki durumu içermektedir: (1) $i-j$ ayrıtı kaldırıldığında, o ayrıt üzerindeki akış tamamen durdurulur ve y_{ij} karar değişkeni "1" değerini alır; (2) $i-j$ ayrıtının kaldırılmamasına rağmen ayrıtın kapasitesi akışı idare etmek için yeterli değilse akış yine de engellenebilir ve y_{ij} karar değişkeni "1" değerini alır. Kısıt (3) $s-t$ çiftleri arasında tam bağlantı kopuşunun gerçekleşip gerçekleşmediğini yakalamak için z_{ij}ve y_{ij} karar değişkenlerini kullanır. Hem amaç fonksiyonu (1) hem de kısıt (2) ve (3) yukarıda verilen DM' de ve Karakose ve McGarvey [5]' in KM17c modelinde tamamen aynıdır. Kısıt (4), KM17c' de olmayan yeni eklenen bir kısıttır ve bir düğümün kaldırılması durumunda o düğüme gelen tüm ayrıtların kaldırılacağını garanti eder. Kısıt (5) en fazla p adet ara düğümün aynı anda kaldırılması olarak DM' de olan yeni bir kısıttır. Bu kısıta paralel olarak, Karakose ve McGarvey [5]' in KM17c modelinde en fazla p adet ayrıtın aynı anda kaldırılmasına odaklanmıştır. Burada, ara düğüm akışın üretilmediği veya talep edilmediği, bunun yerine akışın hareketini sağlayan düğüm olduğunu unutmayalım. Yerel saldırı kısıtlaması olan kısıt (6) yine yeni bir kısıtlamadır ve iki komşu düğümün aynı anda kaldırılmamasını sağlar. Son olarak, kısıt (7) karar değişkenlerinin tipini göstermektedir (örneğin, w_i bir ikili (binary) değişkendir).

Önerme 1 (Lemma 1): x_{ij}, z_{ij} değişkenleri DM' nin optimal çözümünde ikili yapısını korur.

Kanıt 1 (Proof 1): Karakose ve McGarvey [5]' in Önerme 1'inden, z_{ij} karar değişkeni KM17c modelinde optimal durumda ya 0 ya da 1 değerini almalıdır. Yine aynı çalışmanın Önerme 2' sinden, x_{ij} karar değişkeni KM17c modelinde optimal durumda ya 0 ya da 1 değerini almalıdır. DM, model KM17c'den yalnızca x_{ij} karar değişkeni ile alakalı (4) ve (6) numaralı kısıtlar açısından farklıdır. Kısıt (6) göz önüne alındığında, w_i+w_j sadece 0 veya 1 değerini alabilir. Buna göre, kısıt (4) ya $x_{ij} \leq 0$ ya da $x_{ij} \leq 1$ olacağından, model KM17c' nin optimal çözümünde x_{ij}ve z_{ij} ikili (0 veya 1) değerler aldığından, DM' de gevşetilmiş x_{ij}ve z_{ij} karar değişkeninin ikili değerler almasını engelleyecek herhangi bir kısıtlama yoktur, dolayısıyla bu değişkenler model DM' de de gevşetilebilir. ■
Yukarıdaki önermenin ispatı ile x_{ij}ve z_{ij} karar değişkenlerinin ikili değişken olarak tanımlanmasına rağmen DM' de esnetilmesi durumda yine aynı yapıyı koruyacağı kanıtlanmıştır. Aşağıda verilen önerme ile birlikte bu makalede ilgilenilen problem ile alakalı yeni bir matematiksel model kurulacaktır.

Önerme 2 (Lemma 2): DM'de x_{ij}' nin $w_i + w_j$ ile değiştirilmesi optimalliği ihlal etmez.

Kanıt 2 (Proof 2): (6) numaralı kısıttan, $w_i + w_j$ yalnızca 0 veya 1 olabilir (ancak 2 olamaz). Önerme 1'den x_{ij}'nin optimal çözümde ikili değerler aldığı göz önüne alındığında:

Durum 2a (Case 2a): Optimal çözümdeki $x_{ij} = 1$ değeri için, DM' nin (4) ve (6) numaralı kısıtlarından, ya $w_i = 1$ ve $w_j = 0$ ya da $w_i = 0$ ve $w_j = 1$ olmalıdır.

Durum 2b (Case 2b): Optimal çözümdeki $x_{ij} = 0$ değeri için, kısıt (4)' te $w_i = 0$ ve $w_j = 0$ olmalıdır ki x_{ij} karar değişkenini 0 değerini almaya zorlasın, aksi halde amaç en büyükleme olduğundan model x_{ij} karar değişkeninin 1 değerini almaya öteler.

İki durumdan x_{ij}' nin tam olarak $w_i + w_j$' ye eşit olduğu açıktır (yani, $x_{ij} = w_i + w_j$). Dolayısıyla, DM' de x_{ij}' yi $w_i + w_j$ ile değiştirmek optimalliği ihlal etmez.■

Önerme 2' den hareketle, her bir ayrıt $i - j$ için tanımlı olan kısıt (2) ve kısıt (4) sırasıyla $w_i + w_j \le y_{ij}$ ve $w_i + w_j \le w_i + w_j$ olmaktadır. Ayrıca y_{ij} ikili değişken olduğunu hatırlayalım. Dolayısıyla, (4) ve (6) kısıtları boşa çıkmaktadır, yani modelin çözüm alanında herhangi bir etki yapmamaktadır. Bu ise aynı problemi daha kısa sürede çözebilecek şekilde (ayrıt kırılması ile alakalı karar değişkenlerine gerek duymaksızın) kısıt ve karar değişkenleri azaltılan bir *İndirgenmiş Model* (IM) oluşturmaktadır. IM' de, DM' nin (4) ve (6) numaralı kısıtları çıkarılmış, DM' deki her x_{ij} karar değişkeni yerine $w_i + w_j$ yazılmıştır. DM ile aynı karar değişkenleri ve parametleri kullanan IM' ye ait amaç fonksiyonu ve kısıtlar aşağıdaki gibidir.

İndirgenmiş Model (IM) (Reduced Model):

$$\beth = max \sum_{s \in S, t \in D} z_{st} d_{st} - \sum_{ij \in A} c_{ij}\left(y_{ij} - w_i - w_j\right) \quad (9)$$

$$w_i + w_j \le y_{ij} \ \forall \ ij \in A \quad (10)$$

$$z_{ik} - z_{jk} \le y_{ij} \ \forall \ i, j, k \colon i \in N, \mathrm{k} \in D, ij \in A, i \ne k \quad (11)$$

$$\sum_{i \in I} w_i = p \quad (12)$$

$$0 \le z_{ij} \le 1, z_{ii} = 0 \ and \ y_{ij}, w_i \in \{0,1\} \quad (13)$$

3. SAYISAL TESTLER (NUMERICAL TESTS)

Sayısal testler Intel i7-11800H 2.3 GHz işlemci, 16 GB RAM ve Windows10 işletim sistemi özelliklerine sahip bir bilgisayarda gerçekleştirilmiştir. Matematiksel modeller (DM ve IM) GAMS platformunda standart CPLEX 12.6.2.0 çözücüsü özellikleri kullanılarak çözülmüştür. Burada, çözücüye ait optimalite boşluğu varsayılan değer olan 10^{-4} yerine sıfır olarak ayarlanıp elde edilen çözümün en iyi çözüm olduğu garanti edilmiştir. Ayrıca maksimum çözüm hesaplama süresi 10,000 saniye (s) olarak ayarlanmış olup, bu süre içerisinde çözülemeyen düğüm kırılma senaryoları hesaplama tablosunun ilgili kısımlarında ">>" ile gösterilmiştir. Bu makalede, lokal koruma kısıtı altında ayrıt kapasiteli akış ağları için düğüm kırılma problemini çözecek DM ve IM karşılaştırılırken, KM17c farklı bir problem olan ayrıt kapasiteli akış ağlarında ayrıt kırılma problemi için tasarlandığından model performans testlerinde yer almamıştır.

Bu çalışma kapsamında modellerin performansı literatürde çok kullanılan ulaşım ağlarından Berlin Friedrichshain Ağı üzerinden test edilmiştir [13]. 224 düğüm ve 523 ayrıttan oluşan Berlin Friedrichshain Ağı' ında 23 adet kaynak/hedef düğümleri ve 201 adet ağ içinde akış hareketliliğine olanak sağlayan ara düğümler mevcuttur. Bu ağda lokal saldırı kısıtı altında engellenebilecek maksimum akış miktarı 11,040.31' dir. Bu miktara ulaşılana kadar tüm olası kırılma senaryolarına Tablo 1' de yer verilmiştir. Tablo 1' de sırasıyla p, ב, DM ve IM sembollerinin kırılan düğüm sayısı, amaç fonksiyonu değeri (engellenen maksimum akış miktarı), Dönüşüm Modeli ve İndirgenmiş Model olduğunu hatırlayalım. p=37 düğüm kırılma senaryosu lokal saldırı kısıtı altında ağda tüm akışı engellediğinden, hesaplama testleri bu noktada sonlandırılmıştır. Bu sebeple Tablo 1 tüm olası kırılma senaryolarını incelediğinden DM ve IM' nin performanslarını yansız bir şekilde karşılaştırmaktadır. Başka bir değişle, sadece bazı kırılma senaryolar üzerinden model performans değerlendirilmesinin yapılması yanlı sonuçlar doğurabilir. Ayrıca, KM17c modeli bu makalede ilgilenen problemden farklı bir problem olan ayrıt kapasiteli akış ağlarında ayrıt kırılma problemini çözmek için tasarlandığından, bu modele ait çözüm sürelerine Tablo 1' de yer verilmediğini gözlemleyebilirsiniz.

Tablo 1 Berlin Friedrichshain Ağı kullanılarak DN ve IM' nin karşılaştırılması (Comparing DN and IM using the Berlin Friedrichshain Network)

		Hesaplama Süresi (s)				**Hesaplama Süresi (s)**	
p	**ב**	**DM**	**IM**	**p**	**ב**	**DM**	**IM**
1	1365.41	9.20	5.07	**21**	10701.79	1188.75	108.37
2	2565.41	156.08	28.84	**22**	10737.80	1241.25	103.17
3	3357.56	575.98	118.03	**23**	10785.80	1979.10	67.07
4	4600.20	850.93	215.08	**24**	10821.81	421.37	80.35
5	5978.89	1431.79	248.92	**25**	10853.98	73.94	27.16
6	7178.89	3793.87	285.75	**26**	10878.39	451.24	85.66
7	7860.29	1757.13	341.56	**27**	10898.58	99.71	16.09
8	8334.72	>>	440.50	**28**	10916.29	402.33	100.81
9	8641.15	>>	687.51	**29**	10934.02	249.88	57.44
10	8902.49	>>	1980.01	**30**	10953.19	>>	220.89
11	9135.20	>>	3810.07	**31**	10973.38	296.40	77.77
12	9453.43	>>	3620.06	**32**	10991.09	1917.39	200.90
13	9712.91	>>	1166.36	**33**	11008.04	8733.03	216.45
14	9955.63	>>	1626.56	**34**	11024.37	7586.52	289.66
15	10112.80	>>	1153.94	**35**	11033.37	>>	500.40
16	10272.54	3061.33	340.80	**36**	11038.15	>>	53.26
17	10423.08	1622.29	502.54	**37**	11040.31	8.27	7.70
18	10528.67	218.33	157.38				
19	10592.81	879.50	60.08				
20	10648.08	667.20	123.40				

*10,000 saniye (s) süre kısıtlaması altında optimum çözümü döndürülemeyen ilgili modelin düğüm kırılma senaryolarına ait çözüm süreleri tabloda ">>" ile gösterilmiştir.

Tablo 1 incelendiğinde, IM, tüm düğüm kırılma senaryolarını üç saatlik zaman dilimi içinde çözerken, DM, 11 adet kırılma senaryosunu bu süre zarfı içinde çözemediği gözlemlenmiştir. Bu düğüm kırılma senaryoları Tablo 1’ de görüldüğü üzere 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 30, 35 ve 36 düğüm kırılma senaryoları olup, bu senaryolara ait optimalite boşluğu sırasıyla %2.70, %3.90, %2.99, %3.47, %2.45, %3.91, %1.48, %1.54, %0.03, %0.06 ve %0.02 olarak tespit edilmiştir. Bu sonuçlara kıyasla, IM’ de en fazla zaman tüketen kırılma senaryoları 11 ve 12 düğüm kırılma senaryolarıyken, bu senaryolara ait çözüm süreleri sırasıyla 3810.07s ve 3620.06s olarak belirlenmiştir. IM’ de diğer kırılma senaryoları incelendiğinde çözüm süreleri bir saatin oldukça altında olduğu gözlemlenmektedir. Yine, Tablo 1 incelendiğinde hiçbir kırılma senaryosu altında DM, IM’ den daha iyi performans göstermemiştir. IM’ ye ait ortalama çözüm süresi 516.61 sn iken, DM’ de çözülemeyen kırılma senaryoları 10,000 s’ de çözüldü varsayımına rağmen ortalama çözüm süresi 4157.32s olduğu gözükmektedir. Yani, yanlı DM kıyaslamasında dahi, IM yaklaşık 8 kat DM’ ye kıyasla daha kısa sürede çözüm üretmektedir. İki modelin birbirine en yakın performans gösterdiği kırılma senaryosu p=37 düğüm kırılma senaryosu iken, en dikkat çekici performans farklılıklarından birisi p=36 düğüm kırılma senaryosunda gözükmektedir. Bu p=36 kırılma senaryosunda IM 53.26s içerisinde optimum sonucu üretirken, DM 10,000s süre içerisinde optimalliği garanti edecek çözümü üretemediği gözlemlenmiştir. Bu ise bu kırılma senaryosunda iki model arasında çözüm performansının 9,946.74s’ den daha fazla olduğu anlamına gelmektedir. Yüzdelik olarak, DM’ nin 10,000s süre zarfında çözüm üretebildiği kırılma senaryoları içerisinde IM tarafından en fazla performans iyileştirilmesi, yaklaşık %98 süre azaltımı (çözüm süresi, 8733.03s’ den 216.45s’ ye düşürülmüştür) ile p=33 düğüm kırılma senaryosunda gözlemlenmiştir. DM’ nin çözüm üretemediği senaryoları kapsam dışına alsak dahi, IM, DM’ ye kıyasla yaklaşık %77 süre azaltımı sağlamıştır.

4. SONUÇ (CONCLUSION)

Bu makale, belirli kaynaklar ve hedefler arasındaki engellenen akışı en büyükleyecek şekilde s-t akış ağları için bitişik olmayan p-düğümlerinin optimum şekilde kaldırılmasını içeren yeni bir ağ kırılma problemi sunmaktadır. Bu problemin çözümü için ilk olarak Karakose ve McGarvey [5] tarafından geliştirilmiş olan KM17c modeli revize ederek DM oluşturulmuştur. Daha sonra, DM üzerinde gerekli düzenlemeler yapılarak, kısıt ve karar değişkeni azaltılmış IM oluşturulmuştur. Bu iki modelin performansı Berlin Friedrichshain Ağı kullanılarak tüm kırılma senaryoları altında yansız bir şekilde değerlendirilmiştir. Hesaplama testleri sonucunda IM, DM’ ye kıyasla çözüm süresinde önemli ölçüde iyileştirme sağladığı gözlemlenmiştir. Bu çalışmada ağdaki bir düğüm setinin önemi, ağdan kaldırılması durumunda oluşan kayıp akış miktarı ile tespit edildiğini hatırlayalım. İleriki çalışmalarda kritik düğüm/ayrıt kümesi tespitinin farklı performans metrikleri (seyahat süresi gibi) kullanılarak yapılması planlanmaktadır.

ÇIKAR ÇATIŞMASI REDDİ

Bu çalışma ile hiçbir şekilde çıkar elde edilmemiştir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Sheffi, Y.. "Urban Transportation Networks", Pretince-Hall, Englewoods Cliffs, 1985.

2. Klein, M.. "A primal method for minimal cost flows with applications to the assignment and transportation problems", Management Science 14(3): 205–220, 1967.

3. Wood, R.K., 1993. "Deterministic network interdiction", Mathematical Computational Modelling 17: 1–18, 1993.

4. Karakose, G. and McGarvey, R.G.. "Optimal K-node disruption on a node-capacitated network", Optimization Letters 13(4): 695-715, 2019.

5. Karakose, G. and McGarvey, R.G.. "Capacitated path-aggregation constraint model for arc disruption in networks", Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review 109: 225-238, 2018.

6. Karakose, G. and McGarvey, R.G.. "Optimal detection of critical nodes: Improvements to model structure and performance", Networks and Spatial Economics 19: 1-26, 2019.

7. Karakose, G. and McGarvey, R.G.. "Node-securing connectivity-based model to reduce infection spread in contaminated networks", Computers & Industrial Engineering 115: 512-519, 2018.

8. Israeli, E., Wood, R.K. "Shortest-path network interdiction", Networks 40(2): 97–111, 2002.

9. Jin, J.G., Lu, L., Sun, L. and Yin, J.. "Optimal allocation of protective resources in urban rail transit networks against intentional attacks", Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review 84: 73-87, 2015.

10. Veremyev, A., Boginski, V. and Pasiliao, E.L.. "Exact identification of critical nodes in sparse networks via new compact formulations", Optimization Letters 8: 1245-1259, 2014.

11. Matisziw, T.C. and Murray, A.T.. "Modeling s–t path availability to support disaster vulnerability assessment of network infrastructure", Computers & Operations Research, 36(1): 16-26, 2009.

12. Myung, Y.S. and Kim, H.J.. "A cutting plane algorithm for computing k-edge survivability of a network", European Journal of Operational Research, 156(3): 579-589, 2004.

13. Transportation Networks for Research Core Team. Transportation Networks for Research. https://github.com/bstabler/TransportationNetworks. Yayın Tarihi Mayıs 1, 2016. Erişim Tarihi Temmuz 29, 2023.