



## 3D sampling of K-Space with Non-Cartesian Trajectories in MR Imaging

Mehmet Sait Dündar<sup>1,2\*</sup>, Kazım Z. Gümüş<sup>3</sup>, Bülent Yılmaz<sup>1,4</sup>

<sup>1</sup>Department of Electrical and Computer Engineering, Abdullah Gul University, 38080, Kayseri, Türkiye

<sup>2</sup>Department of Medical Imaging Techniques, Halil Bayraktar Vocational School of Health Services, Erciyes University, 38140, Kayseri, Türkiye

<sup>3</sup>Radiology Department, College of Medicine, University of Florida, 32209, Florida, U.S.A.

<sup>4</sup>Department of Electrical and Computer Engineering, Gulf University, 7207, Sanad, Bahrain

### Highlights:

- Fast k-space acquisition
- Improved imaging efficiency
- Enhanced image quality

### Keywords:

- MRI;
- 3D
- k-space
- non-cartesian
- trajectory
- concentric shell

### Article Info:

Research Article

Received: 14.12.2023

Accepted: 07.07.2024

### DOI:

10.17341/gazimmfd.1339778

### Acknowledgement:

The authors would like to thank Erciyes University and Siemens Inc. for the IDEA software and FLASH series provided for their research use, and the Scientific and Technical Research Council of Turkey (TÜBİTAK) for their contribution under Project No: EEEAG-114661.

### Correspondence:

Author: Mehmet Sait Dündar  
e-mail:  
msaitdundar@erciyes.edu.tr  
phone: +90 535 410 9166

### Graphical/Tabular Abstract

This study presents an innovative approach to 3D k-space sampling in MR imaging using non-Cartesian concentric shell trajectories. The method involves 32 concentric shells of varying radii, allowing for rapid data acquisition through undersampling techniques. Simulations using IDEA software demonstrate that this approach can fill the k-space in less than one second, a significant time reduction compared to traditional FLASH sequences that can take 3-4 minutes. The concentric shell model enhances imaging efficiency by minimizing artifacts and ensuring uniform k-space filling, leading to higher resolution and faster scans. This technique shows promise for clinical applications, particularly in dynamic imaging scenarios such as acute stroke and pediatric radiology, where speed and precision are critical. As illustrated in Figure A, the concentric shell trajectories enable uniform k-space filling, significantly reducing scan times and improving image quality. These results are based on the simulations conducted with IDEA software.

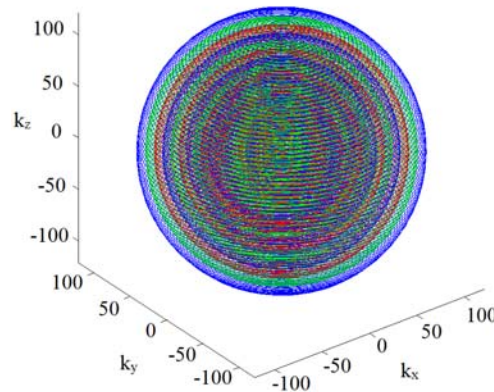


Figure A. Designed 32 concentric shells

**Purpose:** This research aims to develop a novel MRI sequence for 3D k-space sampling using non-Cartesian concentric shell trajectories. The approach seeks to reduce data acquisition time while preserving high image quality, minimizing artifacts, and providing faster imaging for clinical applications such as acute stroke and pediatric radiology.

**Theory and Methods:** The study introduces a new MRI sequence based on 32 concentric shells of varying radii, which efficiently sample the 3D k-space. Incorporating undersampling techniques, the method accelerates data acquisition. Simulations using IDEA software were conducted to model the k-space sampling, with the sequence designed to reduce scan times and fill k-space faster than traditional Cartesian methods.

**Results:** Simulations showed that the concentric shell trajectories could fill the entire k-space in under one second, a significant improvement compared to traditional FLASH sequences that take 3-4 minutes. The method also reduces artifacts and improves image quality by achieving more uniform k-space filling, making it highly effective for dynamic imaging applications.

**Conclusion:** The MRI sequence using concentric shell trajectories significantly reduces scan times while preserving high image quality. It offers clear advantages for clinical applications requiring speed and precision, providing an efficient alternative to traditional sampling techniques. The reduction in artifacts and enhanced image resolution further demonstrate the method's potential in both research and clinical use.



## MR görüntülemeye kartezyen olmayan yörüngelerle K-Uzayının 3 boyutlu örneklenmesi

Mehmet Sait Dündar<sup>1,2\*</sup>, Kazım Z. Gümüş<sup>3</sup>, Bülent Yılmaz<sup>1,4</sup>

<sup>1</sup>Abdullah Gül Üniversitesi, Elektrik ve Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı, 38080, Kayseri, Türkiye

<sup>2</sup>Erciyes Üniversitesi, Halil Bayraktar Sağlık Hizmetleri Meslek Yüksek Okulu, Tıbbi Görüntüleme Teknikleri, 38140, Kayseri, Türkiye

<sup>3</sup>Florida Üniversitesi, Tıp Fakültesi, Radyoloji Anabilim Dalı, 32209, Florida, Amerika Birleşik Devletleri

<sup>4</sup>Gulf Üniversitesi, Elektrik ve Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı, 7207, Sanad, Bahreyn

### Ö N E Ç I K A N L A R

- 3 boyutlu k-uzayı tasarımı
- Kabuk tasarımı ile örnekleme
- Tasarlanan kabuk tasarımı ile simülasyon

### Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 14.12.2023

Kabul: 07.07.2024

DOI:

10.17341/gazimmfd.1339778

Anahtar Kelimeler:

MRG,  
3 boyutlu,  
k-uzayı,  
kartezyen olmayan,  
yörünge,  
iç içe kabuk

### ÖZ

Günümüzde Manyetik Rezonans Görüntüleme (MRG) teknikleri, çoğunlukla iki boyutlu kartezyen örnekleme ile gerçekleştirilmektedir. Bu geleneksel yöntem, görüntü kesitleri arasında boşluk bırakma sorununa neden olabilir ve daha uzun tarama sürelerine yol açar. Üç boyutlu veri elde etme süreci ise, kartezyen olmayan yörüngeler kullanılarak çok daha verimli hale getirilebilir. Kartezyen olmayan yörüngeler, k-uzayını hızlı bir şekilde doldurma kabiliyeti ile duyarlılık artefaktlarını azaltır ve üstün görüntü kalitesi sağlar. Bu çalışmada, farklı yarıçaplara sahip 32 iç içe kabuk yörüngesi kullanılarak, üç boyutlu k-uzayını örnekleyen yenilikçi bir MRG serisi geliştirilmiştir. Bu yöntem, az-örnekleme tekniklerini de içererek veri toplama hızını önemli ölçüde artırmaktadır. Yapılan simülasyonlar, k-uzayının bu yöntemle 1 saniyeden daha kısa sürede doldurulabildiğini göstermektedir. Geleneksel FLASH dizisinin 3-4 dakika sürebildiği göz önüne alındığında, bu yöntemle sağlanan zaman tasarrufu oldukça önemlidir. Ayrıca, iç içe kabuk yörüngeleri, k-uzayını daha düzgün ve hızlı bir şekilde doldurarak toplam tarama süresini de ciddi ölçüde azaltır. Bu yenilikçi yöntem, özellikle hızın kritik olduğu dinamik görüntüleme uygulamalarında, örneğin akut inme gibi acil vakalarda veya pediatrik radyolojide büyük avantajlar sağlamaktadır. Yüksek çözünürlükte ve kesitler arası boşluk bırakmadan yapılan görüntüleme, küçük lezyonların ve ince anatomik detayların daha hassas bir şekilde tespit edilmesine olanak tanıyarak, tamsal doğruluğu artırır.

## 3D sampling of K-Space with Non-Cartesian Trajectories in MR Imaging

### H I G H L I G H T S

- 3D k-space design
- Sampling with shell design
- Simulation with the designed shell model

### Article Info

Research Article

Received: 14.12.2023

Accepted: 07.07.2024

DOI:

10.17341/gazimmfd.1339778

Keywords:

MRİ,  
3D,  
k-space,  
non-cartesian,  
trajectory,  
concentric shell

### ABSTRACT

In modern Magnetic Resonance Imaging (MRI), data acquisition is typically performed using two-dimensional Cartesian sampling, which may cause gaps between slices. Three-dimensional acquisition stimulates the entire imaging volume with a Radio Frequency (RF) pulse and maps the signals onto a three-dimensional k-space. Although Cartesian coordinates are commonly used, non-Cartesian trajectories are preferred for their time efficiency, providing faster k-space filling and reducing susceptibility artifacts. This study introduces an innovative MRI sequence that samples the three-dimensional k-space using non-Cartesian concentric shell trajectories. The method involves 32 concentric shells of different radii and uses undersampling techniques to improve acquisition speed. Simulations using IDEA software showed that the sequence could complete the three-dimensional data acquisition in less than 1 second, a significant improvement over traditional FLASH acquisitions that take 3-4 minutes. These findings present a promising alternative to current MRI practices, offering significant advantages in dynamic imaging, particularly for acute stroke patients or pediatric radiology where speed is crucial. Moreover, the ability to acquire high-resolution images without interslice gaps improves diagnostic accuracy in complex cases involving small lesions or subtle anatomical changes.

\*Sorumlu Yazar/Yazarlar / Corresponding Author/Authors : \*msaitdunar@erciyes.edu.tr, kazim.gumus@jax.ufl.edu, bulentilmazbme@gmail.com / Tel: +90 535 410 9166

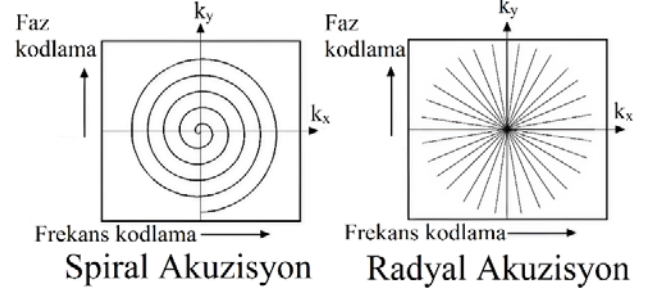
## 1. Giriş (Introduction)

Günümüzde klinik uygulamalarda kullanılan neredeyse tüm manyetik rezonans (MR) cihazlarında, görüntü elde etme süreci, k-uzayının kartezyen yörüngelerle örnekleme yöntemiyle gerçekleştirilmektedir. Bu yaklaşımın tercih edilmesinin temel nedeni, kartezyen örneklemeyle üretilen k-uzayının Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT) kullanılarak verimli bir şekilde ve hızla görüntüye dönüştürülebilmesidir. Ancak, kartezyen yörüngelerle k-uzayının oluşturulması, manyetik rezonans görüntüleme için kullanılan tek yöntem değildir. Kartezyen olmayan yörüngeler kullanılarak da k-uzayı örnekleme süreci, kartezyen yörüngelerle örnekleme sürecine göre daha yavaş ve zor olabilir [2].

Manyetik rezonans görüntüleme (MRG), k-uzayındaki veri noktalarının sayısını azaltarak, yani az-örnekleme yöntemiyle, zaman tasarrufu sağlamak mümkündür. Ancak, bu durumda k-uzayındaki örnekleme noktaları arasındaki mesafenin artması ve Nyquist kriterinin sağlanmaması halinde, görüntüde örtüşme artefaktlarının ortaya çıkması ve görüntü kalitesinin bozulması riski bulunmaktadır. Spiral ve radyal veri elde etme, kartezyen olmayan yörüngelerle k-uzayının örnekleme yöntemleri olarak gösterilebilir (Şekil 1) [3]. Ancak, bu örnekleme yöntemleri tipik olarak iki boyutlu k-uzayını örneklerken, bu çalışmada kullanılan örnekleme modeli, üç boyutlu iç içe kabuk modelidir [4].

K-uzayının üç boyutlu olarak kartezyen yörüngelerle örnekleme zaman alıcı bir süreçtir. Buna karşılık, üç boyutlu kartezyen olmayan yörüngelerle örnekleme, daha az gradyent kullanımı gerektirir ve bu yöntemle k-uzayının daha hızlı elde edilmesi mümkündür. İç içe kabuk modeli, üç boyutlu kartezyen olmayan bir örnekleme modeli olarak tanımlanır. Bu modelde, k-uzayı, iç içe geçmiş küresel yörüngelerle örnekleme ve bu kürelerin merkezi, k-uzayının merkezi olacak şekilde ayarlanır ve küreler periferik olarak genişler (Şekil 2).

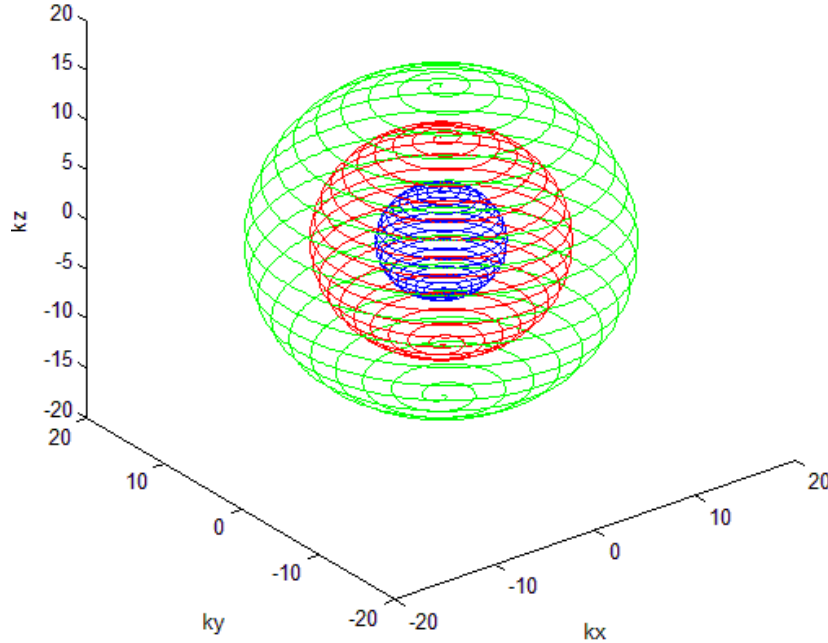
Kartezyen olmayan yörüngelerle k-uzayının üç boyutlu olarak örnekleme, kartezyen yörüngelerle örnekleme sürecine göre daha kısa süre almasına rağmen, bu yöntemle zaman tasarrufu sağlanabilir.



Şekil 1. Kartezyen olmayan veri elde etme örnekleme yöntemleri (Non-cartesian data acquisition samplings)

İki boyutlu ve üç boyutlu yörüngelerde veri alım süresini kısaltmak için tek bir RF (radyo frekansı) puls kullanılabilir. Tüm hacmin tek bir RF pulsuyla uyarılması işlemine "tek çekim" (single shot) adı verilir. İç içe kabuk modelindeki tüm kabuklar, tek çekim yöntemiyle sadece bir RF puls kullanılarak örnekleme ve bu sayede k-uzayı çok hızlı bir şekilde doldurulabilir. Az-örnekleme, k-uzayındaki yörüngelerin örnekleme sayısının azaltılması işlemidir [5]. Örnekleme sayısının azaltılmasıyla, k-uzayına yazılan veri miktarının azalması çekim süresinin hızlanmasına yol açar. Az-örnekleme yapılmasının temel amacı, görüntü kalitesinde kayıplar yaşamadan görüntü elde etme süresini hızlandırmaktır.

Kartezyen yörüngelerle örnekleme yapılmış k-uzayında görüntü yapılandırılması, FFT ile sağlanır. Ancak, FFT yöntemi düzgün dağılmış bir k-uzayı verisine ihtiyaç duyduğundan, kartezyen olmayan yörüngelerle örnekleme yapılmış k-uzayından görüntü yapılandırılması için farklı bir yöntem gereklidir. Bu yöntemlerden biri, kartezyen olmayan yörüngelerle örnekleme yapılmış k-uzayındaki verilerin konvolüsyon yoluyla kartezyen düzlemine taşınması ve ardından FFT



Şekil 2. İç içe kabuk modeli (Concentric shell model)

uygulanmasıdır, bu işleme aynı zamanda "gridding" denir. Gridding, düzgün dağılmamış k-uzayı verilerini bir kartezyen ızgara üzerine yeniden örnekleme içerir [6]. Bu adım, Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT) uygulanmadan önce gereklidir, çünkü FFT, verilerin eşit aralıklarla yerleştirilmesini gerektirir. Gridding, ölçülen veri noktalarını bir konvolüsyon tabanlı süreç kullanarak düzenli bir ızgaraya interpolasyon yaparak düzgünlük sağlar. Bu yöntem, spiral, radyal veya herhangi bir şekilli k-uzayı yörüngesinden gelen verilerin verimli bir şekilde işlenmesini sağlar. Ancak, bu yöntem, interpolasyon hataları oluşturabilir ve bu hatalar, yeniden yapılandırılan görüntünün keskinliğini ve genel kalitesini etkileyebilir. Bu etkileri hafifletmek ve yeniden yapılandırılan görüntülerin doğruluğunu artırmak için aşırı örnekleme ve yoğunluk dengeleme gibi teknikler sıklıkla kullanılır [7].

Görüntü yapılandırması için bir diğer yöntem ise, düzgün dağılmış k-uzayı verisine ihtiyaç duymayan NUFFT (Non-Uniform Fast Fourier Transform) yöntemidir [8]. NUFFT, geleneksel FFT'nin düzgün olmayan verileri doğrudan işleyebilmesi için özel olarak uyarlanmış bir uzantısıdır. Bu yöntem, kartezyen olmayan k-uzayı verilerinin görüntü yapılandırması için daha doğrudan bir yaklaşım sunar, potansiyel olarak hesaplama süresini azaltır ve gridding yöntemine göre verilerin bütünlüğünü daha iyi korur. Bu yöntem, hızın kritik olduğu dinamik görüntüleme ve görüntü kalitesinden ödün vermeden yüksek çözünürlük gerektiren uygulamalarda özellikle avantajlıdır. NUFFT, düzgün dağılmamış verileri verimli bir şekilde görüntü alanına dönüştürmek için gelişmiş matematiksel modeller kullanır. NUFFT denklemi (Eş. 1), k-uzayından görüntü yapılandırması için kullanılır, bu denklemde  $\omega$ , örnekleme frekansını ve  $t$  ise zamanı temsil eder [9].

$$I(x) = \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} S(k) e^{itk\omega x} \quad (1)$$

Bu alanda öncü çalışmalar arasında, sinyal işlemedeki hataları minimum ve maksimum interpolasyon yöntemleriyle azaltmayı hedefleyen Fessler [8] bulunmaktadır. Hargreaves vd. [10], çok boyutlu k-uzayında hızlı görüntüleme için optimal gradyent dalga formları tasarlamışlardır. Lustig vd. [11], çok boyutlu k-uzayında rastgele üretilen yörüngeler üzerinde çalışmış ve ideal gradyent dalga formları oluşturmak için çeşitli hesaplamalar yapmışlardır. King vd. [12], iki boyutlu k-uzayında kartezyen olmayan spiral yörüngelerin optimizasyonu üzerinde çalışmışlardır, bu da TR süresini düşürerek ve gradyent genliğini artırarak k-uzayının kenarlarına daha hızlı ulaşılmasını sağlamıştır.

Shu vd. [13], üç boyutlu iç içe kabuk yörüngeleri kullanarak fantom ve gönüllü denekler üzerinde MRG çalışmaları yapmışlar ve az-örnekleme ile daha hızlı görüntü elde etmişlerdir. Az-örneklemenin neden olduğu küçük artefaktlara rağmen, görüntüleme hızının önemli ölçüde arttığı belirtilmiştir. Artefaktlar, Manyetik Rezonans Görüntüleme (MRG) gerçekte var olmayan veya yanlış gösterilen görüntü özellikleridir. Duyarlılık artefaktları gibi, farklı manyetik özelliklere sahip dokular arasındaki geçişlerde görülen bu artefaktlar, görüntüde istenmeyen bozulmalara yol açabilir. Artefaktlar, tanısal süreci olumsuz etkileyerek yanlış yorumlamalara neden olabilir ve görüntü kalitesini düşürür [14]. Zahneisen vd. [4], fonksiyonel MRG (fMRG) için üç boyutlu k-uzayında iç içe kabuk yörüngeleri tasarlamış ve bu yörüngeleri kullanarak hızlı görüntüleme elde etmişlerdir. Liu vd. [15], Difüzyon Tensör Görüntüleme (DTI) çalışmalarında değişken yoğunluklu spiral yığın yörüngesi kullanarak k-uzayını örneklemişlerdir. Bu yörünge seçimi, k-uzayının merkezini aşırı örnekleyerek hareket artefaktlarını azaltmıştır. Aggarwal vd. [16], 11.7 Tesla manyetik alanda üç boyutlu DTI kullanarak beyin sapı için bir atlas oluşturmuşlar ve bu bulguların Montreal Nörolojik Enstitüsü (MNI) atlası ile uyumlu olduğunu göstermişlerdir.

1042

## 2. Metot (Method)

Bu çalışma, üç boyutlu ve kartezyen olmayan seri geliştirmeyi amaçlamaktadır. Bu amaçla, üç boyutlu tek atışlık kartezyen olmayan yörüngeler kullanılarak in siliko bir örnekleme stratejisi tasarlanmıştır. Bu yaklaşım, sıkıştırılmış algılama alanındaki ilerlemelerden [17] esinlenerek, görüntü kalitesinden ödün vermeden daha hızlı veri toplama imkanı sağlar.

İn siliko örnekleme, fiziksel bir laboratuvar ortamı yerine bilgisayar simülasyonları kullanılarak gerçekleştirilen deneyler için kullanılan bir terimdir. Bu çalışmada in siliko örnekleme, özellikle MRG görüntüleme tekniklerinde kartezyen olmayan yörüngeler kullanılarak k-uzayının nasıl etkili bir şekilde örneklenebileceğini değerlendirmek amacıyla seçilmiştir. Fiziksel deneylere kıyasla daha az maliyetli ve daha hızlı olan bu yöntem, çeşitli parametrelerin sistem üzerindeki etkilerini hızlıca analiz etme imkanı sunar. Ayrıca, in siliko modeller, yeni algoritma ve tekniklerin etkinliğini test etmede ve optimizasyon yapmada, gerçek deneylerden önce teorik doğrulama sağlar. Bu nedenle, karmaşık ve zaman alıcı olan gerçek MRG deneylerinden önce, bu yöntem kullanılarak öncelikli analizler yapılmıştır.

Hızlı veri elde etmeyi kolaylaştıran ve tek atışlık tekniklerle uyumlu olan iç içe kabuk tasarımı, kartezyen olmayan örnekleme için seçilmiştir. İlk adımda, k-uzayındaki yörüngeleri oluşturmak için bir iç içe kabuk modeli tasarlanmıştır (Şekil 3). Bu model, MATLAB ortamında denklem Eş. 2 kullanılarak oluşturulmuştur.

$$\begin{aligned} k_x(t) &= k_R \sin(\theta) \cos(a\theta) \\ k_y(t) &= k_R \sin(\theta) \sin(a\theta) \\ k_z(t) &= k_R \cos(\theta) \end{aligned} \quad (2)$$

Denklemde,  $\theta = \theta(t)$  ile 0'dan  $\pi$ 'ye kadar uzanan kutupsal açı,  $k_R$  ise kürenin yarıçapını temsil etmektedir. Kürenin rotasyon sayısı  $L$ , denklemin  $a = 2L$  bölümünde ifade edilmiştir. Bu denklemin kritik parametreleri, rotasyon sayısını belirleyen  $a$  ve yarıçapı belirleyen  $k_R$  değerleridir.

İzotropik piksel çözünürlüğü ( $N = N_x = N_y = N_z$ ) ile belirlenen belirli bir Görüş Alanı (FOV) değeri için, Nyquist kriterini sağlayan örnekleme,  $\Delta k_{nyquist} = \frac{1}{FOV}$  olarak belirlenmiştir. Bu bağlamda, üç boyutlu yörüngenin iki örnekleme noktası arasındaki boşluk,  $\Delta k$  olarak tanımlanır ve radyal olarak  $\Delta k_{radial} = \Delta k_{nyquist}$  olmalıdır. Kutupsal olarak ise,  $\Delta k_{polar}$ , denklem Eş. 3 ile ifade edilir [4].

$$\Delta k_{polar}(\theta) = |\vec{k}(\theta) - \vec{k}(\theta + 2\pi/a)| = 2k_R \sin(\pi/a) \quad (3)$$

Tam Nyquist örnekleme elde etmek için  $a$  değerinin denklem Eş. 4 ile belirlenmesi gerekmektedir.

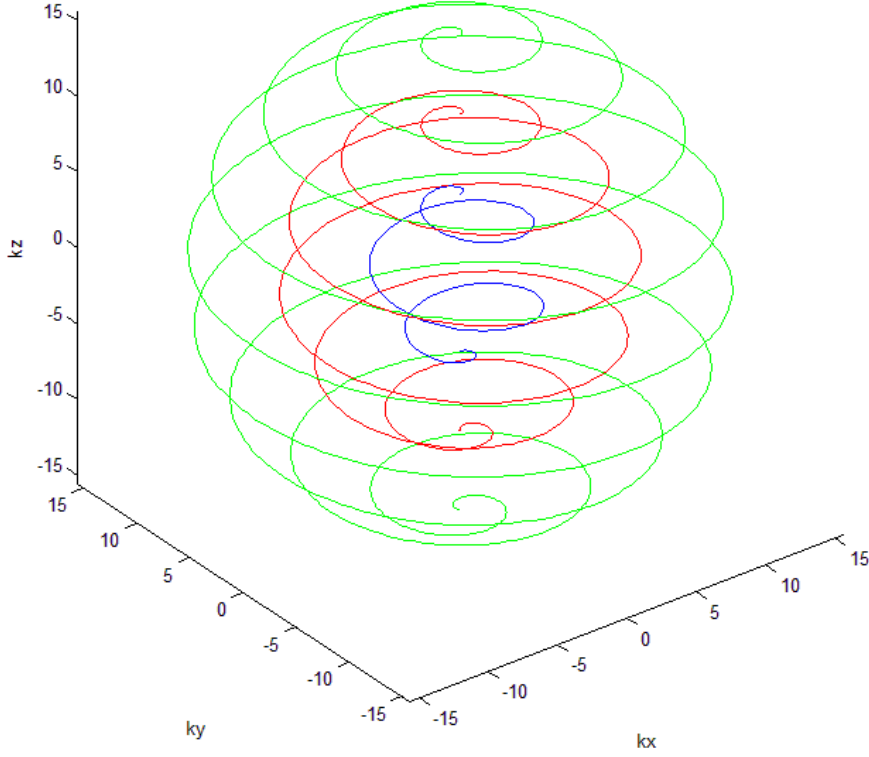
$$a(k_R) = \frac{\pi}{\arcsin\left(\frac{\Delta k_{nyquist}}{2k_R}\right)} \quad (4)$$

Kutupsal yön az-örnekleme için, her bir kabuğun rotasyon sayısını belirleyen  $R_{polar}$  ile ilgili denklem Eş. 5 kullanılmıştır.

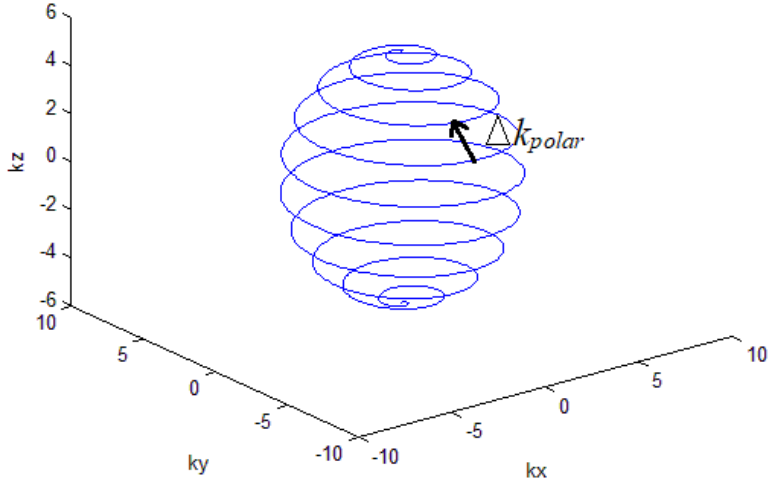
$$a(k_R) = \frac{\pi}{\arcsin\left(\frac{R_{polar} \Delta k_{nyquist}}{2k_R}\right)} \quad (5)$$

İç içe kabukların tasarımının ardından, yörüngelerin gradyentlerini hesaplamak için denklem Eş. 6 uygulanmıştır [10].

$$\int_{t=0}^T g(t) dt = \frac{2\pi}{\gamma} k(t) \quad (6)$$



Şekil 3. Tasarlanan iç içe kabuk modeli (Designed concentric shell model)



Şekil 4. Delta k-polar (Delta k-polar)

Burada, k-uzayındaki yörüngelerin türevinden gradyent değerleri elde edilmiş ve bu gradyentler denklem Eş. 7 ile hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned} g_x(t) &= k_R \frac{2\pi}{\gamma} [\cos(\theta) \cos(a\theta) - a \sin(\theta) \sin(a\theta)] \\ g_y(t) &= k_R \frac{2\pi}{\gamma} [\cos(\theta) \sin(a\theta) - a \sin(\theta) \cos(a\theta)] \\ g_z(t) &= k_R \frac{2\pi}{\gamma} [-\sin(\theta)] \end{aligned} \quad (7)$$

Gradyentin türevi, yetiştirme hızına eşit olduğundan, yetiştirme hızları için denklem Eş. 8 kullanılmıştır.

$$\begin{aligned} s_x(t) &= k_R \frac{2\pi}{\gamma} [(a^2 + 1) \sin(\theta) \cos(a\theta) + 2a \cos(\theta) \sin(a\theta)] \\ s_y(t) &= k_R \frac{2\pi}{\gamma} [(a^2 - 1) \sin(\theta) \sin(a\theta)] \\ s_z(t) &= k_R \frac{2\pi}{\gamma} [-\cos(\theta)] \end{aligned} \quad (8)$$

Erciyes Üniversitesi Çocuk Hastanesi'nde bulunan Siemens marka 1.5T MR cihazında kullanılmak üzere tasarlanan gradyentler, bu cihazın limit değerlerine uygun şekilde belirlenmiştir. Bu cihazın kaldırabileceği maksimum gradyent genliği 43 mT/m, maksimum yetiştirme hızı ise 180 T/m/s'dir. Buna göre, iç içe kabukların

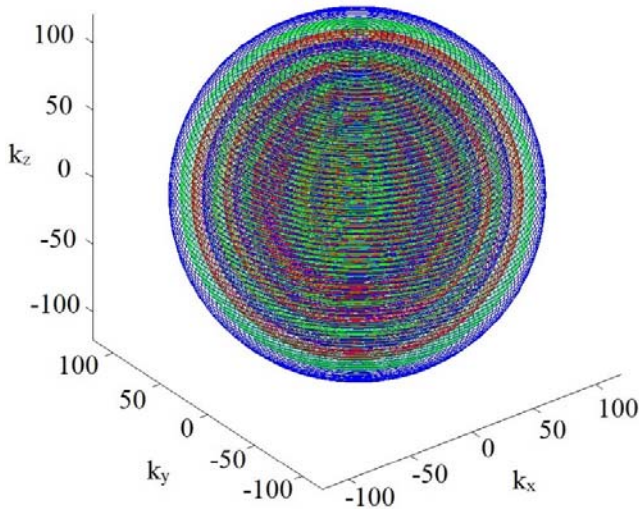


oluşturduğu yörüngeler için maksimum gradyent genlik değeri 35 mT/m ve maksimum yetişme hızı 140 T/m/s olarak hesaplanmıştır. FOV 256 mm olarak kabul edilmiş ve elde edilecek kesitsel görüntünün 64x64 piksel olacağı varsayılmıştır. Buna göre, 32 iç içe kabuk oluşturulmuştur. Bu kabukların gradyentleri, tek çekim için teorik denklemler kullanılarak MATLAB'da hesaplanmış ve sonuçlar bir metin dosyasına kaydedilmiştir.

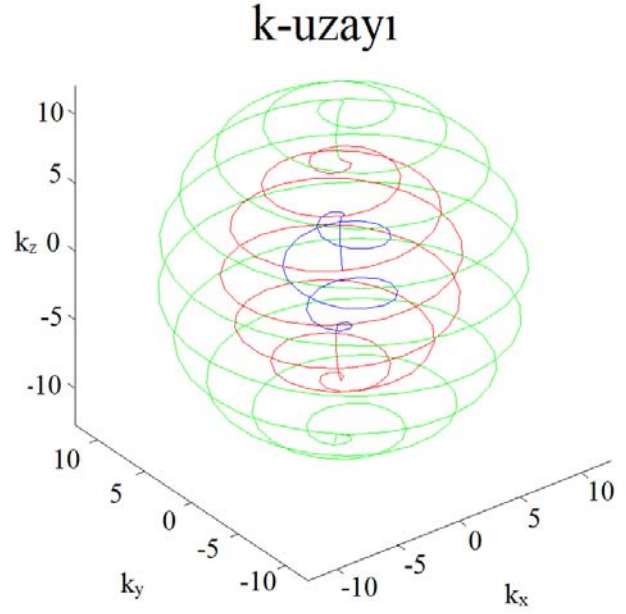
Siemens ile yapılan anlaşma çerçevesinde FLASH serisinin kodları temin edilmiştir. Bu seri, kartezyen örnekleme kullanılmaktadır. FLASH kodunu temel alarak, kartezyen olmayan örnekleme için modifikasyonlar yapılmıştır. Ayrıca, MR serilerini simüle etmek için Siemens tarafından sağlanan IDEA yazılımı da kullanılmıştır. FLASH serisindeki kartezyen yörünge sağlayan gradyentler çıkarılarak, MATLAB'te üretilen ve metin dosyasına kaydedilen üç boyutlu kartezyen olmayan yörünge sağlayan gradyentler, C++ dilinde yazılmış FLASH serisine entegre edilmiştir. Tek çekim veri elde edimi için, FLASH serisinin protokolü uygun şekilde modifiye edilmiş ve yeni gradyent dosyası ile uyumlu bir ADC treni oluşturulmuştur. Seri zamanlaması, bu ADC trenine göre düzenlenmiştir. Bu süreçte yoğun C++ programlama çalışması yapılmıştır. Modifiye edilen FLASH serisi, IDEA yazılımı ile simüle edilmiştir. Simülasyon için FOV 256 olarak ayarlanmış, TR değerleri 100 ms ve 30 ms olarak girilmiş, 3 boyutlu bir kesit alınacağı için kesit inceliği 256 mm olarak belirlenmiş ve sapma açısı 15 derece olarak ayarlanmıştır.

### 3. Sonuçlar ve Tartışmalar (Results and Discussions)

Modifiye edilen FLASH serisine entegre edilen ADC treni ile yapılan örnekleme sayısı, gradyent değerlerine bağlı olarak 54,481 olarak belirlenmiştir. Bu örnekleme sayısı ile oluşturulan 32 adet iç içe kabuğun gradyentlerinin üç boyutlu k-uzayındaki yörüngeleri MATLAB aracılığıyla görselleştirilmiştir (Şekil 5) [18]. Görselleştirmede, daha net bir görüntü elde etmek için iç içe kabukların ilk üç katmanı kullanılmıştır (Şekil 6). İç içe kabukların rotasyon sayısını belirleyen a değeri, az-örnekleme için gerekli olan Nyquist değerine ve her kabuğun yarı çapına bağlı olarak değişiklik göstermiştir. Bu değişim, kabukların yarı çapı arttıkça rotasyon sayısının da artmasına neden olmuştur. İç içe kabuklardaki bu geçişler, Z gradyentindeki anlık ters yönlü yüksek genlikli pulslarla sağlanmıştır.



Şekil 5. Tasarlanan 32 adetten oluşan iç içe kabuk (Designed 32 concentric shells)



Şekil 6. Tasarlanan iç içe kabukların içteki ilk 3 kabuğu (First three layers of the concentric shells)

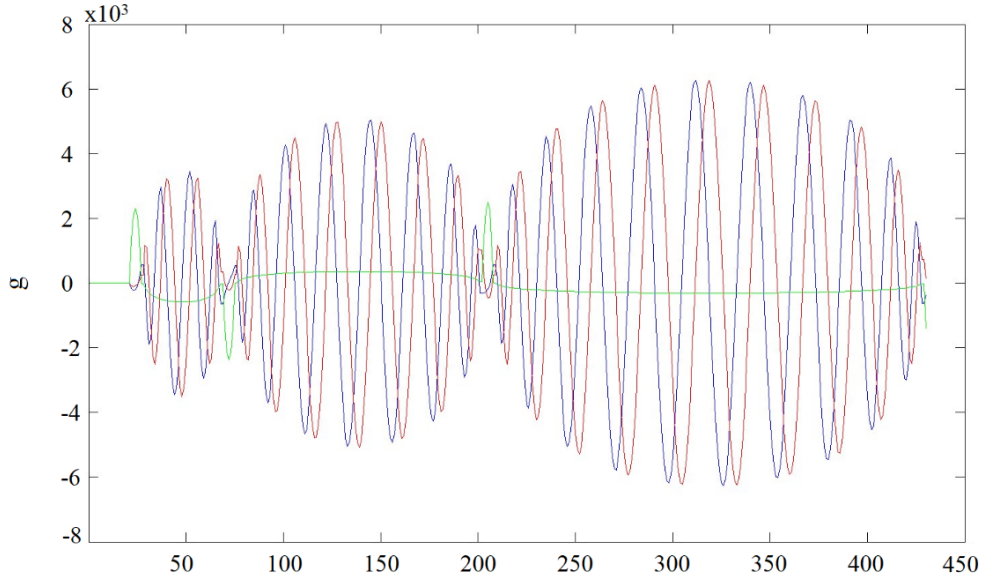
İlk üç kabuğu oluşturan bütün gradyentlerin eş zamanlı gösterimi Şekil 7'de sunulmuştur; burada X gradyanı mavi, Y gradyanı kırmızı ve Z gradyanı yeşil renkte gösterilmiştir.

Tasarlanan 32 adet iç içe kabuğun k-uzayındaki en dış katmanının görüntüsü Şekil 8'de verilmiştir. IDEA'da simüle edilen bu gradyentler ile istenen sonuçlar elde edilmiş (Şekil 9) ve bu gradyentlerin detaylı görünümü Şekil 10'da gösterilmiştir. Bu görüntülerde sinyalin başlangıç ve bitiş noktaları, her bir kabuğu tanımlamaktadır.

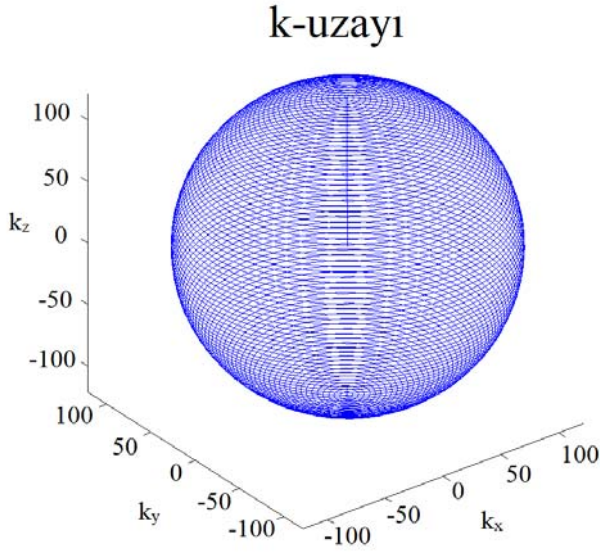
Standart kartezyen olmayan yöntemler olan radyal ve spiral örnekleme ile karşılaştırıldığında, iç içe kabuk yörüngeleri, yüksek hızlı veri toplama ile olağanüstü k-uzayı doldurma verimliliğini birleştirerek belirgin bir avantaj sağlar. Radyal örnekleme, k-uzayının merkezinden dışarı doğru çizgiler halinde veri toplayarak genellikle taramaları 1-2 dakika içinde tamamlar ve bu da kartezyen yöntemlere kıyasla önemli bir zaman tasarrufu sunar [19]. Spiral örnekleme ise merkezden dışarı doğru spiral bir yörünge izler ve genellikle taramaları bir dakikadan daha kısa sürede tamamlar [20]. Her iki yöntem de k-uzayını doldurmada oldukça verimlidir, bu da tarama sürecini hızlandırır ve hızın kritik olduğu dinamik görüntüleme uygulamalarında hareket artefaktlarını en aza indirir [21]. Ancak, bu teknikler, yüksek hızlı veri toplama ile olağanüstü k-uzayı doldurma verimliliğini birleştiren iç içe kabuk yörüngelerimizin verimliliğiyle eşleşmez, bu da standart kartezyen olmayan yöntemlere göre belirgin bir avantaj sunar.

Bu çalışmada geliştirilen üç boyutlu iç içe kabuk modeli ile k-uzayının örneklenmesi yöntemi, geleneksel MRG yöntemlerine alternatif bir yaklaşım sunmakta ve DTG ve fMRG gibi uygulamalarda kullanılabilirliğini göstermektedir. Bu sayede, bu görüntüleme yöntemlerinde hızlı veri elde edimi sağlanabilir ve kesitler arası boşluk olmadan üç boyutlu MRG görüntüsü elde edilebilir.

IDEA yazılımı ile yapılan simülasyonun başarısı, bu yazılımın MRG için gerekli dosyaları üretebilen son yazılım olması nedeniyle, entegre edilen gradyentlerin gerçek MRG testlerinde de başarılı olacağını öngörmektedir.



Şekil 7. İçteki ilk 3 kabuğun bütün gradyentleri (All gradients of the first three inner shells)



Şekil 8. Tasarlanan en dıştaki kabuk (Outermost shell designed)

MRG'de kartezyen olmayan iç içe kabuk yörüngelerinin benimsenmesi, geleneksel görüntüleme yöntemlerinden önemli bir sapma anlamına gelmektedir ve bu yöntemler genellikle kartezyen yörüngeleri kullanmaktadır. Bu çalışmanın yenilikçi yaklaşımı, daha hızlı veri toplama ve potansiyel olarak üstün görüntü kalitesi sağlayarak geleneksel örnekleme yöntemleriyle ilişkili sorunları azaltmaktadır.

Bu çalışmada kullanılan iç içe kabuk yörüngeleri, k-uzayını daha düzgün ve verimli bir şekilde doldurmak üzere tasarlanmıştır. Bu, özellikle yüksek çözünürlük ayarlarında doğrusal kartezyen örneklemenin genellikle bıraktığı boşlukları doldurma yeteneğinden kaynaklanmaktadır. Bu kapsamlı dolun, aliasing artefaktlarını azaltır ve detaylı anatomik çalışmalar için kritik olan mekansal çözünürlüğü artırır. Ayrıca, daha kısa tarama süresi, uzun MRG seanslarında görüntü kalitesini önemli ölçüde bozabilen hareket artefaktlarını en aza indirir.

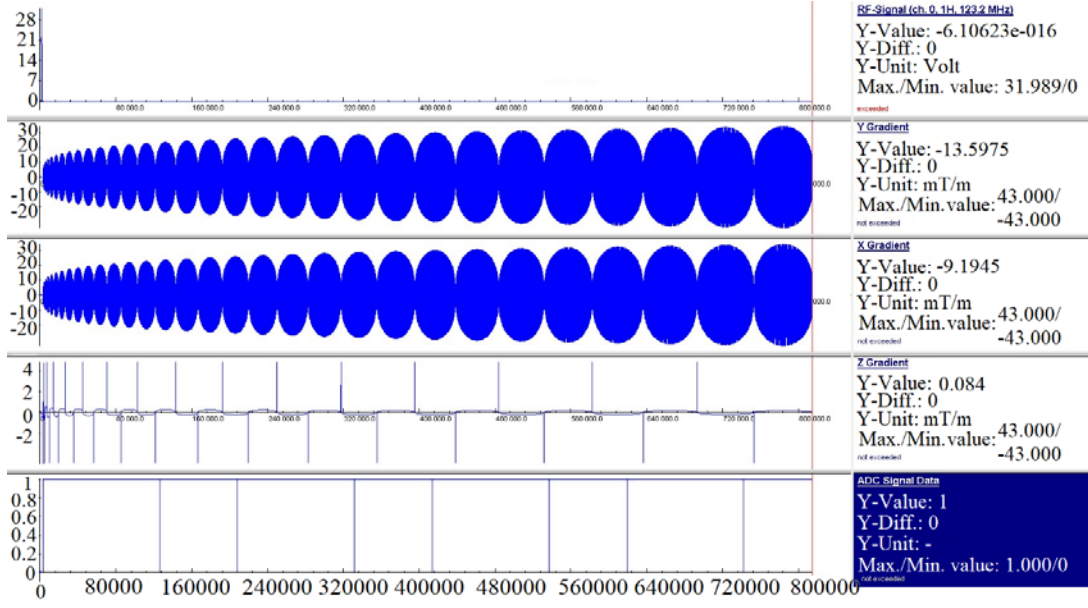
Ancak, kartezyen olmayan örnekleme geçiş, görüntü yeniden yapılandırma karmaşıklıkları getirir. Kartezyen yöntemlerde kullanılan geleneksel Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT), kartezyen olmayan veriler için uygun değildir ve bu nedenle daha hesaplama yoğun algoritmalar olan Non-Uniform Fast Fourier Transform (NUFFT) gibi algoritmaların kullanılmasını gerektirir. Bu algoritmalar etkili olmasına rağmen, hesaplama taleplerini artırır ve düzgün optimizasyon edilmezse yeniden yapılandırma artefaktlarına neden olabilir.

Ayrıca, bu çalışmada NUFFT kullanımının, geleneksel gridding yöntemleriyle ilişkilendirilen çizgisel artefaktları azaltarak daha net ve tutarlı görüntüler sağladığı gösterilmiştir. NUFFT'nin farklı veri örnekleme stratejilerine adaptasyonu, deney tasarımında da esneklik sunarak araştırmacıların veri elde etme hızı ile görüntü kalitesi arasında optimal dengeyi sağlama olanağı sunar.

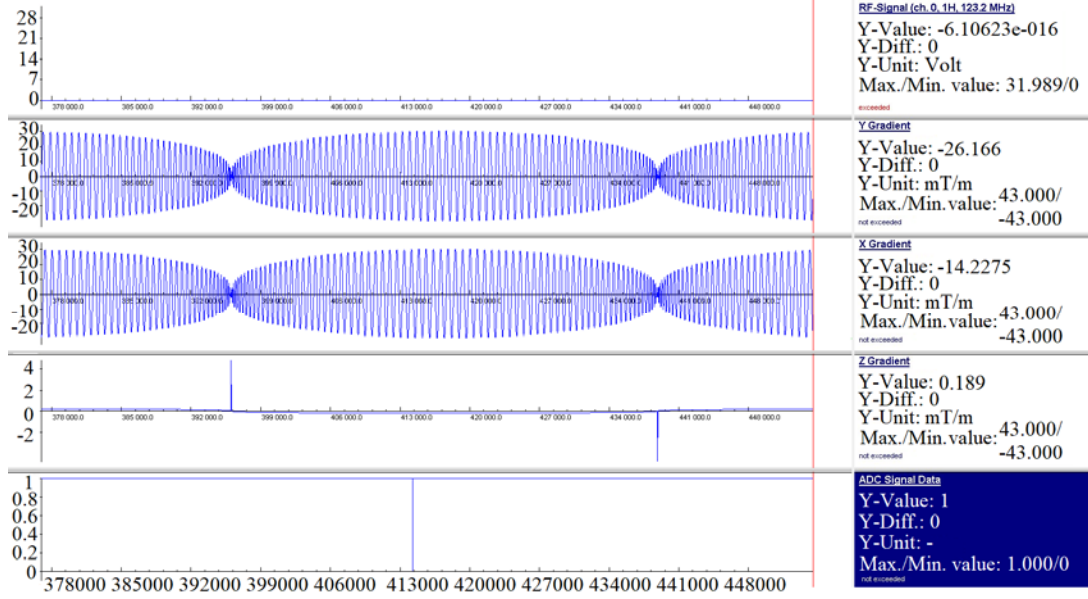
Bu çalışmada gridding ve NUFFT'nin ayrıntılı incelenmesi, kartezyen olmayan yörüngelerin klinik ve araştırma MRG ortamlarında kullanılabilirliğini vurgulamakla kalmaz, aynı zamanda bu tekniklerin daha iyi görüntü kalitesi ve daha hızlı akvizisyon süreleri ile teşhis yeteneklerini artırma potansiyelini de ortaya koyar [22].

Kartezyen olmayan yörüngelerin kullanılmasının en büyük avantajı, hızlı veri elde etme yetenekleridir ve bu durum, zamanın kritik olduğu klinik ortamlarda, örneğin akut inme hastalarının görüntülenmesinde veya hasta hareketinin sorun olduğu pediatrik radyolojide oldukça faydalıdır. Ayrıca, kesitler arası boşluk olmadan yüksek çözünürlüklü görüntüleme sağlama yeteneği, küçük lezyonlar veya ince anatomik değişiklikler içeren karmaşık vakalarda tanısal doğruluğu önemli ölçüde artırabilir.

Bir diğer önemli avantaj, kontrast maddelere maruz kalma riskinin azaltılmasıdır. Daha hızlı tarama süreleri, kontrast kullanımının daha verimli olmasına izin vererek yeterli görüntü kontrastını elde etmek için gereken miktarı azaltabilir ve bu da özellikle böbrek yetmezliği olan hastalarda gadolinium bazlı ajanlarla ilişkili nefrojenik sistemik fibrozis (NSF) riskini azaltır [23]. Bu avantajlara rağmen, dikkate alınması gereken birkaç sınırlama vardır. Yörünge tasarımının



Şekil 9. Elde edilen gradyentin IDEA'da simüle edilmiş hali (Simulated gradient in IDEA)



Şekil 10. Oluşturulan gradyentin yakından görünümü (Close-up view of the generated gradient)

karmaşıklık ve hızlı gradyent anahtarlama yeteneğine sahip sofistike donanım gereksinimi, bu tekniklerin yaygın olarak benimsenmesini sınırlayabilir. Ayrıca, görüntü yeniden yapılandırması için gerekli özel yazılımlar tüm klinik ortamlarda kolayca bulunamayabilir ve bu durum rutin klinik kullanımı engelleyebilir.

Ayrıca, kartezyen olmayan yörüngelerin gradyent kusurlarına ve sistem dengesizliklerine duyarlılığı, görüntü bozulmalarına neden olabilir. Bu riskleri azaltmak için sistem uyumluluğunu ve gradyent donanımında hassasiyeti sağlamak önemlidir. Mevcut MRG sistemlerini bu gelişmiş teknikleri destekleyecek şekilde yükseltmenin finansal ve operasyonel etkileri de bazı kurumlar için engelleyici olabilir.

Mevcut teknolojilerle karşılaştırıldığında, kartezyen olmayan yörüngeler, MRG görüntüleme hızında ve kalitesinde önemli bir iyileşme sunar. Ancak, benimsenmesi zorluklarla doludur. Gelişmiş yeniden yapılandırma tekniklerine olan ihtiyaç ve potansiyel donanım yükseltmeleri, hala klinik uygulamalarda yaygın olarak kullanılan ve çeşitli klinik senaryolarda geniş çapta doğrulanmış olan kartezyen yöntemlerin göreceli basitliği ve sağlamlığı ile tezat oluşturur.

Kartezyen olmayan iç içe kabuk yörüngelerinin rutin klinik uygulamalara tam olarak entegre edilmesi için, bu sınırlamaların ele alınması ve bu yaklaşımın uzun vadeli faydalarının doğrulanması için daha fazla çalışmaya ihtiyaç vardır. MRG donanım üreticileri ve yazılım geliştiricilerle iş birliği yapmak, bu tekniklerin operasyonel



gereksinimlerini basitleştirirken faydalarını korumak için kritik öneme sahip olacaktır.

#### 4. Sonuçlar (Conclusions)

Günümüz MRG serilerinde, k-uzayının iki boyutlu olarak örneklenmesi ve kartezyen yörüngelerin kullanılması yaygındır. Üç boyutlu veri elde ediminin en büyük avantajı, kesitler arasında boşluk olmadan görüntüleme olanağı sunmasıdır. Ancak, tüm dokunun uyarılması gerektiğinden, k-uzayının kartezyen yörüngelerle üç boyutlu olarak örneklenmesi zaman alıcı bir süreçtir. Bu çalışmada, yüksek hızlı veri elde etmek amacıyla üç boyutlu k-uzayının kartezyen olmayan yörüngelerle in siliko örneklenmesi gerçekleştirilmiştir. Bu yörüngeler, k-uzayını iç içe kabuklar şeklinde örnekler ve veri elde etme hızını artırmak için az-örnekleme uygulanmıştır.

Bu örnekleme yöntemi, Zahneisen vd. [4] tarafından fMRG için başarıyla uygulanmıştır. Literatür incelemesi, bu örneklemenin henüz yeterince araştırılmadığını göstermektedir. Bu çalışma, çeşitli MRG uygulamaları için temel oluşturabilecek bir üç boyutlu seri geliştirmeyi amaçlamaktadır. Genel olarak, kartezyen olmayan yörüngelerle k-uzayının üç boyutlu olarak örneklenmesine ilişkin çalışmalar sınırlıdır.

K-uzayının iç içe kabuk yörüngeleri ile örneklenmesi, gradyentlerin etkin bir şekilde kullanılmasını sağlar. IDEA yazılımında simüle edilen iç içe kabuk yörüngelerinin gradyentleri ile yapılan seri, toplamda yaklaşık 800 ms yani yaklaşık bir saniye sürmektedir (Şekil 9). Bu, aynı FOV değerlerinde gerçekleştirilen geleneksel bir FLASH çekiminin 3-4 dakika sürmesiyle karşılaştırıldığında önemli bir zaman tasarrufu sağlamaktadır [17]. Bu verimlilik, k-uzayını daha düzgün ve hızlı bir şekilde doldurma yeteneğine sahip olan iç içe kabuk yörüngelerinin benzersiz özelliğinden kaynaklanmaktadır ve bu da toplam tarama süresini azaltır.

#### Teşekkür (Acknowledgement)

Bu araştırma, şahsım Mehmet Sait Dünder'ın yüksek lisans tezi sırasında elde edilen bulgular temelinde gerçekleştirilmiştir [24].

Çalışmanın başarısı, Erciyes Üniversitesi ile Siemens A.Ş. arasındaki iş birliği sayesinde sağlanmıştır. Bu bağlamda, araştırma amaçlı kullanımımıza sunulan IDEA yazılımı ve FLASH serisi için Siemens A.Ş.'ye derin minnettarlık sunarım.

Ayrıca, bu çalışmanın parçası olduğu tez çalışmasının maddi destekçisi olan Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu'na (TÜBİTAK) Proje No: EEEAG-114661 kapsamında sağladıkları katkı için teşekkür ederim. Bu maddi destek, araştırmanın ilerlemesi ve sonuçlandırılmasında kritik bir rol oynamıştır.

Son olarak, bu çalışma sürecinde bana mentorluk yapan Prof. Dr. Semra İçer'e şükranlarımı sunuyorum.

#### Kaynaklar (References)

1. Glover G. H., Pauly J. M., Projection reconstruction techniques for reduction of motion effects in MRI, *Magnetic Resonance in Medicine*, 28 (2), 275-289, 1992.
2. Nishimura D. G., Time-of-flight MR angiography, *Magnetic Resonance in Medicine*, 14 (2), 194-201, 1990.

3. Pipe J. G., Menon P., Sampling density compensation in MRI: rationale and an iterative numerical solution, *Magnetic Resonance in Medicine*, 41 (1), 179-186, 1999.
4. Zahneisen B., et al., Single shot concentric shells trajectories for ultra fast fMRI, *Magnetic Resonance in Medicine*, 68 (2), 484-494, 2012.
5. Schweser F., Deistung A., Lehr B. W., Reichenbach J. R., Differentiation between diamagnetic and paramagnetic cerebral lesions based on magnetic susceptibility mapping, *Medical Physics*, 37 (10), 5165-5178, 2010.
6. Jackson J. I., Meyer C. H., Nishimura D. G., Macovski A., Selection of a convolution function for Fourier inversion using gridding (computerised tomography application), *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 10 (3), 473-478, 1991.
7. Rettenmeier C. A., Maziero D., Stenger V. A., Three dimensional radial echo planar imaging for functional MRI, *Magnetic Resonance in Medicine*, 87 (1), 193-206, 2022.
8. Fessler J. A., Sutton B. P., Nonuniform fast Fourier transforms using min-max interpolation, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 51 (2), 560-574, 2003.
9. Jacobson J. I., Effect of weak magnetic fields on biological systems, *International Journal of Neuroscience*, 67 (1-4), 125-126, 1992.
10. Hargreaves B. A., Nishimura D. G., Conolly S. M., Time-Optimal Multidimensional Gradient Waveform Design for Rapid Imaging, *Magnetic Resonance in Medicine*, 51 (1), 81-92, 2004.
11. Lustig M., Kim S. J., Pauly J. M., A fast method for designing time-optimal gradient waveforms for arbitrary k-space trajectories, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 27 (6), 866-873, 2008.
12. King K. F., Foo T. K. F., Crawford C. R., Optimized gradient waveforms for spiral scanning, *Magnetic Resonance in Medicine*, 34 (2), 156-160, 1995.
13. Shu Y., Riederer S. J., Bernstein M. A., Three-dimensional MRI with an undersampled spherical shells trajectory, *Magnetic Resonance in Medicine*, 56 (3), 553-562, 2006.
14. Pipe J. G., Menon P., Sampling density compensation in MRI: rationale and an iterative numerical solution, *Magnetic Resonance in Medicine*, 41 (1), 179-186, 1999.
15. Liu C., Bammer R., Kim D. H., Moseley M. E., Self-navigated interleaved spiral (SNAILS): Application to high-resolution diffusion tensor imaging, *Magnetic Resonance in Medicine*, 52 (6), 1388-1396, 2004.
16. Aggarwal M., Zhang J., Pletnikova O., Crain B., Troncoso J., Mori S., Feasibility of creating a high-resolution 3D diffusion tensor imaging based atlas of the human brainstem: A case study at 11.7T, *Neuroimage*, 74, 117-127, 2013.
17. Lustig M., Donoho D., Pauly J. M., Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging, *Magnetic Resonance in Medicine*, 58 (6), 1182-1195, 2007.
18. Gümüş K., Dünder M. S., Şenol S., Bilgen M., Shell trajectory sampling of k-space in magnetic resonance imaging, *Journal of Biotechnology*, 231, 104, 2016.
19. Rosenzweig S., Holme H. C. M., Wilke R. N., Voit D., Frahm J., Uecker M., Simultaneous multi-slice MRI using cartesian and radial FLASH and regularized nonlinear inversion: SMS-NLINV, *Magnetic Resonance in Medicine*, 79, 2057-2066, 2018.
20. King K. F., Optimized gradient waveforms for spiral scanning, *Magnetic Resonance in Medicine*, 34 (2), 156-160, 1995.
21. Freitas A. C., Comparison of Cartesian and Non-Cartesian Real-Time MRI Sequences at 1.5T to Assess Velar Motion and Velopharyngeal Closure during Speech, *PLoS One*, 11 (4), e0153322, 2016.
22. Liang Z. P., Lauterbur P. C., Principles of Magnetic Resonance Imaging: A Signal Processing Perspective, Wiley-IEEE Press, 2000.
23. Prince M. R., et al., Incidence of nephrogenic systemic fibrosis at two large medical centers, *Radiology*, 248 (3), 807-816, 2008.
24. Dünder M. S., İçer S., MR Görüntülemeye QSM Yöntemi Uygulaması ve Kartezyen Olmayan Yörüngelerle 3 Boyutlu K-Uzayının Örneklenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kayseri, Türkiye, 2017.

