

SAĞLIK HİZMETLERİNDE VERİ ZARFLAMA ANALİZİ VE MODELLERİ

Şeyda Çavmak¹

Özet

İşletmeler hedef ve amaçlarına ulaşabilmek için mevcut girdilerini, üretim teknolojisi yardımıyla çıktılara dönüştürmektedirler. Gerçekleşen bu üretim süreci içerisinde işletmeler, rekabet koşulları altında mevcut kaynaklarını etkin kullanmak zorundadırlar. Süreç içerisinde tüm işletmeler için birden çok karar noktası vardır. Karar vericiler için bu noktaların etkinliklerini belirleyebilmek ve kararlarını bu noktaların etkinlik skorlarına göre verebilmek önem arz etmektedir. Çünkü karar vericiler için etkinlik sıralamasının bilinmesi ve etkinliği daha az birimler için etkinlik artırıcı faaliyetlerin gerçekleştirilmesi bütünün etkinliği açısından önemlidir. Fakat karar vericiler için çoklu girdi ve çoklu çıktının aynı anda değerlendirilmesiyle hangi karar birimlerinin etkinliklerinin düşük olduğunun tespiti oldukça zordur. Bu doğrultuda geliştirilen veri zarflama analizi, işletmelerin kaynaklarını ne derece etkin kullandıklarını, aynı sektörde faaliyet gösteren ve benzer üretim gerçekleştiren firmalar ile karşılaştırmalı olarak ölçümlenebilmektedir. Çalışmamızda, sağlık hizmetleri alanında da uygulanabilecek veri zarflama analizi modelleri ayrıntılı olarak tartışılacaktır.

Anahtar Kelimeler: Veri Zarflama Analizi, Sağlık Hizmetleri, Etkinlik Ölçümü, Etkinlik Modelleri

Abstract

Production is a process which gains outputs by using inputs with technology. Companies aims to make their profit maximum in this process. So, there is an obligation to use resources effectively under the competitiveness. There are many producing point for companies. But the most important thing is that determine the efficiency of these points and make decision about which point will be selected as production point. In case of multiple inputs and outputs, it is harder to determine the which points have lower efficiency scores. Data Envelopment Analysis(DEA) is a method that make companies and researches able to detect the how efficiency their production process compared to other companies in the same or different sector. It is a useful tool which helps the managers and companies to make their decisions and supervise the resources of the company. In our study, the models of DEA which can be used in measuring the efficiency of healthcare services will be discussed.

Keywords: Data Envelopment Analysis, Healthcare Services, Measuring Efficiency, Models of Efficiency.

VERİ ZARFLAMA ANALİZİ

Veri zarflama analizi (VZA), matematiksel temelli ve parametrik olmayan bir etkinlik ölçüm yöntemidir. Farrell'in (1957), çalışmalarında tek girdili ve tek çıktılı etkinlik ölçüm yöntemi olarak önerilmiştir. Farrell'in

¹ S.S. Sanitas Magisterium Eğitim Kooperatifi, seydaaky@gmail.com

önerdiği bu yöntem bir kısım yazarlar tarafından kabul görmüştür. Farrell'ın çalışmalarının devamı olarak Boles (1966), ve Afrait (1972) üretim sınırının belirlenmesi için matematiksel programlama temelli bazı önerilerde bulunmuşlardır. Fakat bu öneriler fazla dikkat çekmemiştir. 1978 yıllarına gelindiğinde ise Farrell'ın önerdiği etkinlik ölçüm teorisinden hareketle Charnes, Cooper ve Rhodes tarafından veri zarflama analizi geliştirilmiştir. Veri zarflama analizi için geliştirilen ilk yöntem ölçeğe göre sabit getiri varsayımı altında CRR modeli olarak adlandırılmıştır. Daha sonra CRR modeline konvekslik kısıtını ekleyen BCC modeli, ölçeğe göre değişken getiri varsayımı altında geliştirilmiştir. Veri zarflama analizi için geliştirilen bu model Banker, Charnes ve Cooper tarafından ortaya atılmıştır. Charnes, Cooper ve Rhodes tarafından ortaya konulan yöntem ölçek etkinliği ve teknik etkinlik ölçümünü gerçekleştirirken, Banker, Charnes ve Cooper tarafından ortaya atılan yöntem ise sadece teknik etkinlik ölçümünü gerçekleştirmektedir (T. Coelli, 1996). Girdiye ve çıktıya yönelik olarak geliştirilen bu iki yöntem, veri zarflama analizinin sonuçları değerlendirme ve yorumlama kabiliyetini attırmıştır. Bunun yanı sıra uygulama hacmini de genişletmiştir. Veri zarflama analizi, gözlem kümeleri içerisinde en az girdi ile en çok çıktıyı üreten ve etkinlik sınırını oluşturan karar verme birimlerini belirler. Karar verme birimleri, belirli girdileri belirli çıktılara dönüştürmekten sorumlu olan işletme, işletme içi departman ve ya ekonomik kuruluşlar olarak tanımlanabilmektedir. Veri zarflama analizi, etkinlik sınırını referans kabul ederek, karar verme birimlerinin etkinlik düzeylerini bu sınıra göre radyal olarak ölçmektedir. Ayrıca çoklu girdi ve çoklu çıktı değişkenlerini doğrusal programlama modelleri ile kullanarak gözlem kümeleri için tek bir etkinlik skoru elde etmektedir. Söz konusu olan girdi ve çıktılar karar verme birimlerinin bulunduğu sektöre göre farklı üretim araçlarından meydana gelmektedir. Karar verme birimlerinin kaynakları ne kadar etkin kullandığını ölçümleyen veri zarflama analizi, en iyi performansın etkinlik skorunu '1' olarak değerlendirmektedir. Diğer karar verme birimlerinin etkinlik skorları 0 ile 1 arasında farklılık göstermektedir. Dolayısıyla sınır altında kalan gözlemler, 1'den küçük negatif olmayan değerler almaktadır (Cooper, Seiford ve diğ., 2006).

Veri zarflama analizi, karar verme birimlerinin etkinsizliğini ortaya koyarken, etkinliğe sebep olan kaynakları da ortaya koyabilmektedir. Bu durum işletmeler açısından strateji belirlemede önem arz etmektedir. Çünkü karar vericiler etkin olmayan birimler üzerinde, girdi ve çıktı miktarlarında yapılacak arttırma veya azaltma işlemlerine kolaylıkla karar verebilecektir. Dolayısıyla bu yöntem sayesinde, tüm karar verme birimleri etkin sınırı tarafından zarflanmış olacaktır.

VERİ ZARFLAMA ANALİZİ UYGULAMA ALANLARI

Veri zarflama analizi uygulama alanları, iç ve dış rekabet gücü olan finans, üretim ve hizmet sektörlerinin her bir birimini kapsamaktadır. Yöntem kamu ve özel sektör ayrımı yapmaksızın bugüne dek sağlık hizmetleri, bankalar, imalat sektörü, eğitim alanları, yönetim performans değerlendirmeleri, kamu kurum ve kuruluşları, restoranlar ve toptancılar dâhil olmak üzere birçok farklı alanda uygulanmaktadır. Yöntem uygulamaları aynı hedeflere sahip işletmelerin etkinliklerini görel olarak ölçümlemek amacıyla kullanılmaktadır. Çoklu girdi/çıktı temeline dayanan bu yöntem, ilk olarak kar amacı olmayan kamu kurum ve kuruluşlarında uygulama alanı bulurken daha sonraları kar amacı olan hizmet ve üretim işletmelerinde de uygulama alanı bulmaktadır. Üretim ve hizmet sektörlerinde özellikle işletmeler arasında etkinliğin karşılaştırmalı olarak ölçülmesinde yaygın kullanım alanı bulmaktadır. Veri zarflama analizinin, kullanım alanı geniş olmasına karşın ülkemizde genellikle akademisyenler tarafından gerçekleştirilen yöneylem ve iktisat alan araştırmaları ile sınırlı kalmıştır. Son yıllara

baktığımızda ise; bankacılık ve sağlık sektöründe kullanımı yaygınlaşmaktadır. Ülkemizde ilk olarak yöntemin karmaşık gelen yapısı, uygulamaya temel olacak veri setine ulaşmanın zorluğu ve özellikle kamu kurumlarında veri alt yapısının bulunmaması gibi nedenler yöntemin uygulama alanını daraltsa da son yıllarda geliştirilen paket programları veri zarflama analizinin yaygınlaşmasında büyük yarar sağlamaktadır. Geliştirilen bu paket programları yardımıyla işletmeler; hedef ve amaçlarını, etkin çalışma alanlarını, stratejilerini belirlemede ve zaman içerisinde etkinlik değişimlerini gözlemleyebilme ile kaynak aktarımını doğru sağlama konuların da avantaj elde etmişlerdir (Yeşilyurt, 2009).

Hastanelerin etkinliklerinin ölçülmesinde, veri zarflama analizi diğer ekonomik yöntemlere kıyasla daha iyi sonuçlar vermektedir. Sherman (1984) ve Ehreth'in (1994) yılında yapmış oldukları çalışmalar bu tezi doğrular niteliktedir. Hastane, hastane departmanları ve tıbbi bakım merkezlerinde uygulanan veri zarflama analizine ilişkin bir örnek aşağıda açıklanmaktadır.

Veri zarflama analizine ilişkin ilk çalışma David Sherman tarafında gerçekleştirilmiştir. Sherman, doktora tezi olarak yaptığı bu çalışmada 15 hastanenin cerrahi ve muayene bölümlerini değerlendirmektedir. Araştırmacı veri zarflama analizini ile elde ettiği değerlendirme sonuçlarını daha sonra farklı istatistikî yöntemlerle de elde etmiş ve iki yöntem arasında karşılaştırma yapmıştır. Performans değerlemenin gerçekleştirildiği bu çalışmada veri zarflama analizinin daha etkili sonuçlar ortaya koyduğunu bir makale şeklinde sunmuştur. Grosskopf ve Valdmanis tarafından gerçekleştirilen bir çalışmada ise kamu hastanelerinde etkinlik ve mülkiyet biçimi arasındaki ilişki incelenmiştir. Mülkiyet biçimi; kar amacı olan hastaneler ve kar amacı gütmeyen hastaneler olmak üzere iki grup şeklinde tanımlanmıştır. Değerlendirmesi gerçekleştirilen 82 hastane için tanımlanan girdiler; poliklinik oda sayısı, hekim sayısı, diğer sağlık personel sayısı ve net duran varlıklardır. Çıktılar ise; yatan hasta sayısı, ameliyat sayısı, acil servis hasta sayısı ve tedavi edilen hasta sayısı olarak sıralanmıştır. Araştırma sonucuna göre, kar amacı olan hastaneler daha etkin çalışmaktadır (Sherman, 1984).

VERİ ZARFLAMA ANALİZİ UYGULAMA AŞAMALARI

Veri zarflama analizinin ilk aşaması, Charnes, Cooper ve Rhodes tarafından gerçekleştirilen bir çalışmayla ortaya konulan ve birbiri ile karşılaştırmalı olarak etkinlik ölçümü yapılacak karar verme birimlerinin seçilmesidir. Karar verme birimleri, belirli girdileri belirli çıktılara dönüştürmekten sorumlu olan işletme, işletme içi departman veya ekonomik kuruluşlar olarak tanımlanabilmektedir. Karar verme birimlerini seçerken; birimlerin aynı görev ve amaçları yerine getirmesine, aynı pazar şartlarında çalışıyor olmasına ve birimlerin homojen yapıda olmasına yani girdi ve çıktılarının benzer olmasına dikkat edilmesi gerekmektedir. Çünkü karar verme birimlerinin seçilmesi, veri zarflama analizinin ilk adımı olmasının yanı sıra sonuçların geçerliliği ve doğruluğu açısından da çok önemlidir. Bunun yanı sıra değerlendirmeye alınacak olan karar verme birimlerinin sayısı da gerçekleştirilecek araştırmanın güvenilirliği açısından önem arz etmektedir (Bowlin, 2000). Fakat karar verme birimlerinin sayısının belirlenmesinde farklı görüşler mevcuttur. Dyson ve ark. göre; karar verme birimlerinin sayısı, girdi ve çıktı sayısının en az iki katı olmalıdır. Cooper ve ark. göre ise; n adet karar verme birimi, m adet girdi ve s adet çıktı olmak üzere, $n \geq \max(m, s, 3 \cdot (m + s))$ şeklindedir. Veri zarflama analizi gerçekleştirilirken gözlem kümesinde yeteri kadar karar verme birimi yer almadığında, serbestlik derecesi problemi ile karşılaşmaktadır. Serbestlik derecesi problemi, karar verme birimlerinin sayısının sabit kaldığı buna karşın girdi ve çıktılarının sayısının arttığı durumlarda yaşanmaktadır. Bu durum veri zarflama analizinin

ayırım yapma gücünün azalmasına ve çok sayıda karar verme biriminin etkin çıkmasına neden olmaktadır. Diğer taraftan, karar verme birimlerinin sayılarının çok olması da homojenliği olumsuz yönde etkileyebilmektedir. Çünkü analizle ilgisi olmayan dışsal faktörlerin model yapısı içerisinde yer alarak sonuçları etkileme olasılığı artmaktadır. Dolayısıyla karar verme birimlerinin sayısının, toplam girdi ve çıktı sayılarına yaklaştığı modellemelerde sonuçlar yorumlanırken dikkatli olunması gerekmektedir (Yolalan, 1993).

Veri zarflama analizinin ikinci aşaması girdi ve çıktı değişkenlerinin seçilmesidir. Karar verme birimlerinin seçilmesinin ardından, girdi ve çıktı faktörlerinin tanımlanması gerekmektedir. Karar verme birimlerinin çalışmaları sonucunda elde ettikleri değerler çıktı, çıktıları elde ederken sahip olunan spesifik özelliklerde girdi olarak tanımlanmaktadır. Dolayısıyla girdi/çıktı değişkenlerinin seçimleri amaca göre farklılık gösterebilmektedir. Gerçekleştirilecek olan veri zarflama analizinin sonuçları, kullanılan girdi ve çıktı faktörlerine bağlıdır. Bu nedenle anlamlı sonuçlar elde edebilmek ve yöneticiler tarafından kabul görülecek analizler yapabilmek için yeterli sayıda ve etkili değişken seçimlerinin yapılması gerekmektedir. Analiz sürecinde girdi ve çıktı faktörlerinin sayılarında değişiklik gerekiyorsa (artış veya azalış), karar verme birimlerinin sayılarında da değişiklik yapılmalıdır. Çünkü kullanılan modele çok sayıda girdi ve çıktı eklenmesi, analizin etkin ve etkin olmayan karar verme birimlerini ayırıştırma yeteneğini azaltacaktır. Bunun sonucunda artış gösteren girdi ve çıktı miktarı ile birlikte karar verme birimlerinin etkinlik düzeyleri artacaktır. Dolayısı ile analizi gerçekleştirilen karar verme birimlerinin etkinlik düzeyleri gerçeği yansıtmayacaktır (Dyson, Allen ve diğ., 2001).

Veri zarflama analizinde üçüncü aşama ise, araştırmada kullanılacak veri setinin elde edilmesi ve güvenilirliğidir. Her bir karar verme birimi için veri setine eksiksiz ulaşmak gerekmektedir. Eksik olan veriler için analizden ya karar verme birimi çıkartılır ya da o karar verme birimi için başka girdi ve çıktı faktörleri tanımlanır. Aynı durum verilerin güvenilirliğinden şüphe duyulması halinde de geçerlidir. Fakat veri zarflama analizinde herhangi bir karar verme biriminin analizden çıkartılması diğer karar verme birimlerinin de etkinlik değerlerini değiştirmektedir. Dolayısıyla analiz başlangıcında güvenilirliği sağlamak amacıyla, girdi ve çıktı olarak kalitesi yüksek olan veri setinin kullanılması önem arz etmektedir (Karahana ve Özgür, 2011).

Veri setinin elde edilmesi ve güvenilirliği aşamasından sonra gelen dördüncü aşama da model seçimi ve etkinliğin ölçülmesidir. Belirli problemler karşısında oluşturulmuş, veri zarflama analizi yönteminde kullanılan birçok model vardır. Temelde iki grupta toplanan bu modeller girdiye yönelik ve çıktıya yönelik olmak üzere sınıflandırılmaktadır. Araştırmacılarının adı ile anılan modeller CCR (Charnes, Cooper ve Rhodes) ve BCC (Banker, Charnes ve Cooper) olarak adlandırılmıştır. Veri zarflama analizi model seçimi gerçekleştirilirken kontrol noktası girdiler üzerinde ise model girdi odaklı, çıktılar üzerinde ise model çıktı odaklı olarak tercih edilmektedir. Modellere ilişkin daha detaylı bilgiler ilerleyen bölümde sunulacaktır. Model seçiminin ardından gerçekleştirilecek olan adım göreceli etkinlik ölçümüdür (Doutmos ve Cohen, 2014). Karar verme birimlerinin göreceli etkinlikleri 0 ile 1 arasında değer almaktadır. Analiz sonucunda oluşan 1 değeri karar verme birimleri açısından etkinliği ifade etmektedir. Oluşan diğer etkinlik skorları ise etkinsizliği ifade etmektedirler. Veri zarflama analizinde karar verme birimlerinin girdi ve çıktı faktörleri incelenerek, en iyi performansa sahip olanları ile etkinlik sınırı oluşturulmaktadır. Etkinlik sınırı üzerinde yer almayan tüm noktalar etkinsiz olarak kabul edilmektedir. Veri zarflama analizinin göreceli etkinlik ölçümü iki aşamada aktarılabilmektedir. Bunlardan ilki gözlem kümeleri içerisinde, en az girdi kullanarak en çok çıktıyı üreten ‘en

iyi gözlemleri' tespit etmektir. İkincisi ise; seçilen en iyi gözlem kümesini referans olarak kabul edip, etkin olmayan gözlemlerin belirlenen sınıra olan uzaklıklarını radyal olarak ölçümlemektir.

Veri zarflama analizinin son aşaması ise, sonuçların değerlendirilmesidir. Karar verme birimleri için tüm girdi ve çıktılar göz önünde bulundurularak detaylı bir değerlendirme gerçekleştirilir. Karar verme birimleri açısından bulunduğu endüstri dalında durum değerlendirmesi yapılır. Fakat gerçekleştirilen durum değerlendirmesi sadece karşılaştırılan karar verme birimlerine göre yapılmaktadır (Karahan ve Özgür, 2011).

VERİ ZARFLAMA ANALİZİNDE KULLANILAN MODELLER

Veri zarflama analizinde, girdi ve çıktı ağırlıklarına göre karar verme birimlerinin kendi etkinlik derecelerini en çoklayacakları birçok model vardır. Her model ölçeğe göre getiri durumlarına göre teorik gelişim süreci içerisinde girdi yönelimli ve çıktı yönelimli olarak farklılaşmaktadır. Girdi yönelimli yaklaşımlar, 'Çıktı miktarını sabit tutarak girdilerin orantısal olarak ne kadar azaltılabilir?' olduğunu araştırırken, çıktı yönelimli yaklaşımlar da, 'Girdi miktarını sabit tutarak çıktı miktarlarının orantısal olarak ne kadar artırılabilir?' olduğunu araştırmaktadır (Kutlar ve Babacan, 2008). Veri zarflama analizlerinde hangi tür modelin kullanılması gerektiği ise genel olarak araştırmanın kapsamına ve kullanılan varsayımlara göre değişmektedir. Bu doğrultuda araştırmamız içerisinde veri zarflama analiz modelleri, ölçeğe göre getiri durumlarına göre iki grupta incelenmektedir. Birincisi, 1978 yılında Charnes, Cooper, Rhodes (CCR) tarafından yapılan araştırma sonucunda ortaya konulan ve Ölçeğe Göre Sabit Getiri varsayımına dayanan CRS (Constant Return to Scale), ikincisi ise, Banker, Charnes ve Cooper (BCC) tarafından geliştirilen ve Ölçeğe Göre Değişken Getiri varsayımına dayanan VRS (Variable Return to Scale)'dir (Cooper, Seiford ve diğ., 2006).

CHARNES, COOPER, RHODES MODELİ

Charnes, Cooper ve Rhodes tarafından geliştirilen, ölçeğe göre sabit getiri varsayımına dayanan model doğrusal programlama temellidir. CRS varsayımı kapsamında model toplam etkinlik ölçümü gerçekleştirmektedir. Model içerisinde etkin olmayan kaynaklar belirlenmekte ve bu kaynakların miktarları hakkında bilgi elde edilebilmektedir. CRS modelinin temelinde çoklu girdi ve çoklu çıktı durumlarını kapsayacak sanal girdi ve sanal çıktı kavramları kullanılmaktadır. Sanal girdi üretilen tüm çıktıların ağırlıklı toplamına eşittir. Ağırlıklı toplam içerisinde yer alan bu ağırlıklar, karar verme birimlerinin maksimizasyon probleminde seçim değişkenleri içinde yer almaktadırlar. Kurulan CRS modelinin 'n' kez çözülmesi sonucunda girdi ve çıktı ağırlıkları elde edilmektedir. Ayrıca n kez çözülme sonucunda etkinlik sınırı da elde edilmektedir. Sabit getiri varsayımı altında oluşturulan bu etkinlik sınırı, optimal ölçekte faaliyet gerçekleştiren karar verme birimleri için geçerli kabul edilmektedir. Göreli etkinlik kriteri olarak değerlendirilen bu sınır üzerinde en az bir tane karar verme biriminin yer alacağı da düşünülmektedir (Cooper, Li ve diğ., 2001).

VZA modelinde, I kadar karar verme birimi için N adet girdi ve M adet çıktı var ise, i'inci karar verme birimi için girdi vektörü x_i , çıktı vektörü de q_i olarak tanımlanmaktadır. Modelde tüm I karar verme birimlerinin verileri, $N \times I$ girdi matrisi X ve $M \times I$ çıktı matrisi Q ile ifade edilmektedir. Veri zarflama analizini

anlatmanın en kolay yolu oran formundan geçmektedir. Her bir firma için girdiler üzerindeki çıktının oranının elde edilmesi amaçlanmaktadır. Bu durum aşağıdaki formül ile ifade edilmektedir.

$$u^r q_i / v^r x_i \quad 2.1$$

Formülde u çıktı ağırlığını gösteren MxI vektörünü, v ise girdi ağırlığını gösteren NxI vektörünü göstermektedir. Optimal ağırlık, aşağıdaki matematiksel formülün çözülmesi ile elde edilmektedir (T. J. Coelli, Rao ve diğ., 2005).

Amaç fonksiyonu:

$$\max_{u,v} = \left(\frac{u^r q_i}{v^r x_i} \right) \quad 2.2$$

Kısıt:

$$u^r q_i / v^r x_i \leq 1 \quad 2.3$$

Her karar verme birimi için $J= 1,2,3,\dots,I$,

$$u, v \geq 0 \quad 2.4$$

Formülde, i'inci firmanın etkinliğini maksimize edecek u ve v değerlerinin bulunmasını sağlamaktadır. Formüle getirilen kısıt ile etkinlik skorunun 1'e eşit veya 1'den küçük olmasını zorunlu kılınmaktadır. Fakat bu durum sonsuz sayıda çözümün doğmasına yol açmaktadır. Bu durumu engellemek için formüle yeni bir kısıt eklenmektedir (T. Coelli, 1996).

$$v^r x_i = 1 \quad 2.5$$

Bu kısıt bize aşağıdaki formülü sunmaktadır.

$$\max_{\mu,v} (\mu^r q_i) \quad 2.6$$

Kısıt:

$$v^r x_i = 1 \quad 2.7$$

$$\mu^r q_i - v^r x_i \leq 0 \quad J = 1,2, \dots, I \quad 2.8$$

$$\mu, v \geq 0 \quad 2.9$$

Farklı bir doğrusal programlama modeli belirtmek üzere, u ve v'nin μ ve v olarak değişimi gerçekleştirilmektedir. Bu form doğrusal programlama modelinin çarpan (multiplier) formu olarak bilinmektedir. İkili doğrusal programlamanın kullanılması ile bu problemin eş değer zarf formunun oluşturulması aşağıdaki formül ile elde edilmektedir (Ramanathan, 2003).

$$\min_{\theta, \lambda} \theta, \quad 2.10$$

Kısıt:

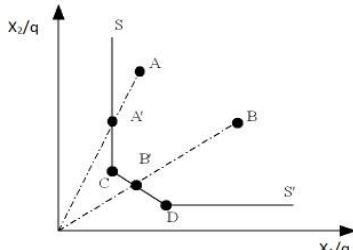
$$-q_i + Q\lambda \geq 0 \quad 2.11$$

$$\theta x_i - \lambda \geq 0 \quad 2.12$$

$$\lambda \geq 0 \quad 2.13$$

Formüle θ sayısal değeri, λ sabitinin $I \times 1$ vektörünü ifade etmektedir. Oluşturulan zarflama formu, çarpan formuna göre birkaç kısıtlama içermektedir. Bu yüzden genellikle tercih edilen çözüm formudur ($N+M < I+1$). Burada θ değeri, i. firmanın etkinlik skorundan elde edilmektedir. Farrell'e göre, $\theta \leq 1$ 'dir. Dolayısıyla 1 sınır üzerindeki teknik olarak etkin firmayı ifade etmektedir. Doğrusal programlama formu her firma için çözümlidir. Dolayısıyla θ değeri her firma için ayrı ayrı elde edilmektedir (T. Coelli, 1996).

Non-parametrik sınır analizinin parçalı doğrusal programlama formu olan veri zarflama analizi, etkinlik ölçümünde bazı zorluklara sebep olabilmektedir. Burada karşılaşılan problem, parçalı doğrusal sınırların eksnelere paralel gitmesinden kaynaklanmaktadır. Bu durum çoğunlukla non-parametrik yöntemlerde görülmektedir. Parametrik yöntemlerde bu problem ile nadir olarak karşılaşılmaktadır. Karşılaşılan bu problemi açıklayabilmek için Şekil 6'dan faydalanılacaktır.



Şekil 6: Etkinlik Ölçümü ve Girdi Slackleri (T. Coelli, 1996)

Şekilde problemi açıklayabilmek için, etkin olan C ve D firmaları ile etkin olmayan A ve B firmalarını incelenmektedir. Farrell tarafından etkin olmayan A ve B firmaları için etkinlik oranları sırasıyla OA'/OA ve OB'/OB olarak ölçülmektedir. Şekilde girdi fazlası olan A ve B firmaları için kullandıkları girdi miktarlarının azaltılması durumunda aynı oranda çıktıyı sağlayıp sağlayamayacakları sorgulanmaktadır. Bu durum literatürde 'girdi slacks' olarak bilinmektedir. Aynı zamanda çıktı slacks durumu da daha fazla girdinin veya çoklu çıktının bulunduğu durumlarda ortaya çıkmaktadır. Bazı yazarlar veri zarflama analizi içinde, hem Farrell' in ölçümünün hem de sıfır olmayan girdi ve çıktı slacklerinin, daha doğru bir teknik etkinlik göstergesi için dikkate alınması ve rapor edilmesi gerektiğini belirtmektedir. Eğer;

$$Q\lambda - q_i = 0 \quad 2.14$$

Şeklinde ise, i. firmanın çıktı slacki 0 olacaktır. Aynı şekilde;

$$\theta x_i - \lambda = 0 \quad 2.15$$

Şeklinde ise girdi slacki 0 olacaktır. Bu durum girdiye yönelik CRR etkinliği üzerinde detaylı olarak açıklanacaktır (T. J. Coelli, Rao ve diğ., 2005).

GİRDİYE YÖNELİK CRR MODELİ

Girdiye yönelik CRR modeli, çıktı miktarını değiştirmeden var olan çıktı miktarına ulaşmak için girdi miktarının ne kadar azaltılması gerektiğini araştırmaktadır. Bir veri zarflama analizinde m tane girdi ve s tane

çıktısı olan n tane karar verme birimi var ise, j'inci karar verme birimi için i'inci girdi miktarı $X_{ij} \geq 0$ ve j'inci karar verme birimi için r'inci çıktı miktarı $Y_{rj} \geq 0$ olmak üzere; karar verme birimlerini maksimize edecek çıktı/girdi oranının kesirli VZA modeli:

$$Enb \frac{u_1 y_{1k} + u_2 y_{2k} + \dots + u_s y_{sk}}{v_1 x_{1k} + v_2 x_{2k} + \dots + v_m x_{mk}} = Enb \frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ik}} \quad 2.16$$

Formülde, k. karar verme biriminin r. çıktıları ve i. girdileri için vereceği ağırlıklar sırasıyla u_r ve v_{ik} olarak gösterilmektedir (Charnes, Cooper ve diğ., 1978).

Kısıt:

$$Enb \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad 2.17$$

$$u_r \geq 0; r = 1, \dots, s \quad 2.18$$

$$v_{ik} \geq 0; i = 1, \dots, m \quad 2.19$$

Denklemler 2.17'de formüle eklenen kısıt, her bir karar verme biriminin etkinlik skorunun 1'i geçmemesi sağlamaktadır. Denklemler 2.18 ve 2.19 da eklenen kısıtlar ise, girdi ve çıktı ağırlıklarının negatif olmasını engelleyen kısıtlardır. Denklemler içerisinde yer alan semboller:

Enb : En büyükleme,

v_i : k. karar verme birimleri tarafından i. girdiye verilen ağırlık,

u_r : k. karar verme birimleri tarafından r. çıktıya verilen ağırlık,

Y_{rk} : k. karar verme birimleri tarafından üretilen r. çıktı,

X_{ik} : k. karar verme birimleri tarafından kullanılan i. girdi,

Y_{rj} : j. karar verme birimleri tarafından üretilen r. çıktı,

X_{ij} : j. karar verme birimleri tarafından kullanılan i. girdi,

n : karar verme birim sayısı olarak tanımlanmaktadır (Cvetkoska, 2011).

Buraya kadar tanımladığımız modelin doğrusal programlama temelinde çözülebilmesi için Cooper ve ark. 1962' de $\sum_{i=1}^m v_i X_{ik} = 1$ dönüşümünü yapmışlardır. Dönüşüm sonucu modelin amaç fonksiyonu:

$$Enb \sum_{r=1}^s u_r Y_{rk} \quad k = 1, \dots, n \quad 2.20$$

Kısıtlayıcıları:

$$\sum_{r=1}^s u_r k Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_{ik} X_{ij} \leq 0; j = 1, \dots, n \quad 2.21$$

$$\sum_{i=1}^m v_{ik} X_{ik} = 1 \quad 2.22$$

$$u_r k \geq 0; r = 1, \dots, s \quad 2.23$$

$$v_{ik} \geq 0; i = 1, \dots, m \quad 2.24$$

Şeklinde ifade edilmektedir. Ölçeğe göre sabit getiri varsayımı altında geliştirilen girdi yönelimli CRR modeli, göreceli toplam etkinliği ölçmektedir. Veri zarflama analizi modelleri, doğrusal programlama modelleri gibi primal ve dual formlarda ifade edilebilmektedir. Dual model, primal modele göre önemli yönetsel bilgiler sağladığından daha çok tercih edilmektedir. Dualite kuramı gereği primal modelde enbüyükleme yapıldığı için bunun duali olarak enküçükleme yapılmaktadır. Girdiye yönelik primal CRR modelinin duali denklem 2.25'de gösterilmektedir (Ramanathan, 2003).

$$\text{Enk } \theta_k$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_{jk} X_{ij} \leq \theta_k X_{ik} \quad 2.25$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_{jk} Y_{rj} \leq Y_{rk} \quad 2.26$$

$$\lambda_{jk} \geq 0 \quad 2.27$$

Girdiye yönelik CRR modelinin max-slack çözüm elemanları θ^* , λ^* , s^- , s^+ olarak tanımlanmaktadır. Max-slack çözümü $s^- = 0$ ve $s^+ = 0$ ise çözüm zero-slack olarak adlandırılmaktadır. Bu durumda $\theta^* = 1$ 'dir ve girdi miktarında fazlalık ya da çıktı miktarında eksiklik olmadığı için karar verme birimleri etkindir. Dolayısıyla $\theta^* < 1$ ve s^- veya s^+ slackleri sıfıra eşit değil ise karar verme birimleri etkin değildir. Karar verme birimlerinin etkinliği için θ^* ve slacklerin sıfıra eşit olması zorunludur. Gerçekleştirilen çözümlerin ve dönüşümler çıktıyla yönelik CRR modeli için de yapılabilmektedir (Cooper, Li ve diğ., 2001).

BANKER, CHARNES VE COOPER MODELİ

Ölçeğe göre sabit getiri modeli, yalnızca tüm karar verme birimlerinin optimal ölçekte faaliyet gösterdiği durumlar için gerçekçi bir varsayım olarak kabul edilmektedir. Fakat eksik rekabet koşulları, finansal kısıtlamalar, devlet müdahalesi ve benzeri durumlar, karar verme birimlerinin optimal ölçekte faaliyette bulunmasını engelleyebilmektedir. Bu durumun aksine Banker, Charnes ve Cooper; ölçeğe göre sabit getiri varsayımına dayanan CRS modelinin genişletilmiş bir halini, Ölçeğe Göre Değişken Getiri (VRS) varsayımı için önermektedir. CRS doğrusal programlama modelinin lineer olarak çözümüne dışbükeylik (convexity) kısıtının eklenmesi ile oluşan VRS modelinin lineer olarak çözümü aşağıda gösterilmektedir.

Amaç fonksiyonu:

$$\min_{\theta, \lambda} \theta$$

Kısıtlar:

$$y_i + F\lambda \geq 0, \quad 2.28$$

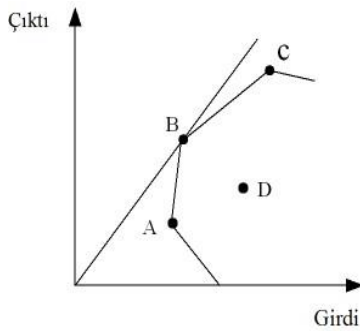
$$\theta_{xi} - X\lambda \geq 0, \quad 2.29$$

$$N1'\lambda = 1 \quad 2.30$$

$$\lambda \geq 0, \quad 2.31$$

CRS modeline benzer olan VRS model çözümünü de iki aşamada gerçekleştirmektedir. Birinci aşamada, θ minimize edilmektedir. İkinci aşamada ise optimum karar değer eşitliğini sağlamak için girdi fazlalıkları ve çıktı eksiklikleri maksimize edilmektedir. Ölçeğe göre değişken getiri durumunu dikkate alan VRS modeli, CRS modelinden farklı olarak etkinlik skorlarını, teknik etkinlik ve ölçek etkinliği olarak vermektedir. Karar verme birimlerinin etkinliğini, ölçek etkinliği ve teknik etkinlik olarak ikiye ayıran bu model, etkin olmayan karar verme birimlerinin etkisizliklerinin; ölçek etkisizliğinden mi yoksa faaliyet etkisizliğinden mi kaynaklandığını tanımlamaktadır (T. Coelli, 1996). Ayrıca modele eklenen bu kısıt sayesinde karar verme birimleri için ölçeğe göre getiri türleri de belirlenebilmektedir. Buna göre; modelin çözümü sonucunda j. karar verme birimi için hesaplanan λ_j 'lerin toplamı birden büyük ise; karar verme birimi ölçeğe göre azalan getiriyi, λ_j 'lerin toplamı birden küçük ise; karar verme birimi ölçeğe göre artan getiriyi ve λ_j 'lerin toplamı sıfır ise; karar verme birimi ölçeğe göre sabit getiriyi ifade etmektedir.

CRS ve VRS modelleri arasındaki bir diğer farklılık ise; VRS modeli ile etkinliği incelenen k. karar verme biriminin amaç fonksiyonu içerisinde yer alan ve çıktıya ilişkin ağırlıkları ifade eden w_k 'nin serbest işaretli değişkene olarak modelde yer verilmesidir. Bu serbest işaretli değişken ve kısıtlar sayesinde model şekil 7'da görüldüğü gibi doğrusal yapıdan konveks yapıya dönüşmektedir.



Şekil 7: VRS ve CRS Modelleri İçin Etkinlik Sınırı (T. Coelli, 1996)

Şekilde CRS ve VRS modelleri için etkinlik sınırı A, B, C ve D karar verme birimleri ile birlikte incelenmektedir. CRS modeli için etkinlik sınırı; orijin ile B noktasını birleştiren doğru iken, VRS modeli için; A, B ve C noktalarını içeren parçalı konveks yapıdır. Bu konvektik yapı özelliğinden dolayı VRS modelinde ölçeğe göre değişken getiri özelliği söz konusudur. Dolayısıyla şekilde AB doğru parçası; ölçeğe göre artan getiriyi, B noktası; ölçeğe göre sabit getiriyi ve BC doğru parçası; ölçeğe göre azalan getiriyi ifade etmektedir. Ayrıca CRS modeline göre; B noktası etkin iken, VRS modeline göre; A, B ve C noktaları etkindir. VRS modelini de girdiye yönelik ve çıktıya yönelik olarak incelemek mümkündür (Algın, 2014).

GİRDİYE YÖNELİK BCC MODELİ

Banker, Charnes ve Cooper tarafından ölçüğe göre değişken getiri varsayımı altında geliştirilen modelin girdiye yönelik primal ve dual formlarının matematiksel gösterimi aşağıda yer almaktadır.

Enk θ_k

$$\theta_k X_{ik} - \sum_{j=1}^n \lambda_{jk} X_{ij} \geq 0 \quad 2.32$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_{jk} Y_{rj} \geq Y_{rk} \quad 2.33$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_{jk} = 1 \quad 2.34$$

$$\lambda_{jk} \geq 0 \quad 2.35$$

Girdiye yönelik BCC modelinin duali:

$$\text{Enb } \sum_{r=1}^s u_r Y_{rk} - u_k \quad 2.36$$

$$\sum_{i=1}^m v_i X_{ik} = 1 \quad 2.37$$

$$\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} - u_k \leq 0 \quad 2.38$$

$$u_r, v_i \geq 0, u_k \text{ serbest} \quad 2.39$$

Karar verme birimlerinin görece olarak teknik etkin olması için primal modelde amaç fonksiyonunun değerinin $\theta_k^* = 1$ olması, dual modelde ise, $\theta_k^* = 1, s_i^- = 0$ ve $s_r^+ = 0$ olması gerekmektedir. Etkinsizlik durumları için ise; primal modelde $\theta_k^* < 1$ ve dual modelde $\theta_k^* < 1, s_i^- \neq 0$ ve $s_r^+ \neq 0$ 'dir (Behdioğlu ve ÖZCAN, 2009).

SONUÇ

Bu çalışmada, sağlık hizmetleri etkinlik ölçümü sürecinde kullanılacak yöntemlerden biri olan veri zarflama analizi (VZA) ve türleri üzerinde durulmuştur. Veri zarflama analizi non-parametrik bir yöntemdir. VZA karşılaştırmalı olarak hesaplamalar yapmaktadır. Karar verme birimleri arasında yapılan kıyaslama sonucu, etkinlik eğrisi üzerinde kalan birimler "1" değerini alır. Diğer karar verme birimleri de görece performanslarına yönelik olarak 0-1 arasında değerler alırlar. "1" skoru tam etkinliği ifade etmektedir. Veri zarflama analizi süreci, konu belirleme, karar verme birimlerinin seçimi, girdi ve çıktıların belirlenmesi, veri setinin güvenilirliğinin denetlenmesi, veri zarflama modelinin belirlenmesi ve analizin gerçekleştirilmesi aşamalarından oluşmaktadır. Özellikle girdi ve çıktıların belirlenmesi aşaması analiz için hayati önem sahiptir. Yanlış çıktıların veya girdilerin belirlenmiş olması, çalışma sonuçlarının yanlış yorumlanmasına ve dolayısıyla işletmelerin yanlış kararlar vererek zarara uğramalarına sebep olabilmektedir. Özellikle işlem maliyetlerinin çok yüksek olduğu sağlık sektöründe, teorik temelin yanlış kurulması, analiz sonucunda sayısal değerlerden başka hiçbir şeyin elde edilememesine sebep olabilir. Dolayısı ile çıktı olarak beklenen değişkenin ne olduğuna iyi karar verilmelidir. SGK ödemeleri ile ayakta duran ülkemiz hastanelerinde çıktıların hangi faktörlerin etkisi ile şekillendiği her

zaman göz önünde tutulmalıdır. Örneğin bir hastanın uzun süreler yatmış olması, yatılan gün sayısını arttıracaktır. Ancak yatılan gün sayısının beklenen çıktı olarak ele alınması, bu süreçte mantıklı bir analizi mümkün kılmamaktadır. Bu durumda yatak devir hızı ile analiz yapmak, daha gerçekçi sonuçların elde edilmesini sağlayacaktır.

KAYNAKLAR

- Algın, D. O. (2014). Veri Zarflama Analizi ile Göreli Etkinliklerin Karşılaştırılması: Türkiye'deki İllerin Kültürel Göstergelerine İlişkin Bir Uygulama. *Yönetim ve Ekonomi: Celal Bayar Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 21(2).
- Behdioğlu, S., ÖZCAN, A. G. G. (2009). Veri zarflama analizi ve bankacılık sektöründe bir uygulama. *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 14(3).
- Bowlin, W. F. (2000). An analysis of the financial performance of defense business segments using data envelopment analysis. *Journal of Accounting and Public Policy*, 18(4), 287-310.
- Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429-444.
- Coelli, T. (1996). Centre for efficiency and productivity analysis (CEPA) working papers. *Department of Econometrics University of New England Armidale, Australia*.
- Coelli, T. J., Rao, D. S. P., O'Donnell, C. J., Battese, G. E. (2005). *An introduction to efficiency and productivity analysis*: Springer Science & Business Media.
- Cooper, W. W., Li, S., Seiford, L. M., Tone, K., Thrall, R. M., Zhu, J. (2001). Sensitivity and stability analysis in DEA: some recent developments. *Journal of Productivity Analysis*, 15(3), 217-246.
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., Tone, K. (2006). *Introduction to data envelopment analysis and its uses: with DEA-solver software and references*: Springer Science & Business Media.
- Cvetkoska, V. (2011). *Data Envelopment Analysis Approach and Its Application In Information and Communication Technologies*. Paper presented at the HAICTA.
- Doumpos, M., Cohen, S. (2014). Applying data envelopment analysis on accounting data to assess and optimize the efficiency of Greek local governments. *Omega*, 46, 74-85.
- Dyson, R. G., Allen, R., Camanho, A. S., Podinovski, V. V., Sarrico, C. S., Shale, E. A. (2001). Pitfalls and protocols in DEA. *European journal of operational research*, 132(2), 245-259.
- Karahan, A., Özgür, E. (2011). *Hastanelerde performans yönetim sistemi ve veri zarflama analizi*: Nobel Yayın Dağıtım.
- Kutlar, A., Babacan, A. (2008). Türkiye'deki kamu üniversitelerinde CCR etkinliği-ölçek etkinliği analizi: DEA tekniği uygulaması.
- Ramanathan, R. (2003). *An introduction to data envelopment analysis: a tool for performance measurement*: Sage.

- Sherman, H. D. (1984). Hospital efficiency measurement and evaluation: Empirical test of a new technique. *Medical care*, 22(10), 922-938.
- Yeşilyurt, C. (2009). Türkiye'deki İktisat Bölümlerinin Göreceli Performanslarının Veri Zarflama Analizi Yöntemiyle Ölçülmesi: KPSS 2007 VERİLERİNE DAYALI BİR UYGULAMA. *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 23(4).
- Yolalan, R. (1993). İşletmelerde Göreceli Etkinlik Ölçümü. *MPM Yayınları*, Yayın(483).