

# Matematik ile Sanatın İlişkilendirilmesi: Mandala Desenlerinin Simetri Öğretiminde Kullanımı<sup>1</sup>

Merve ATASAY<sup>2</sup>

Abdulkadir ERDOĞAN<sup>3</sup>

## Özet

Matematik ve sanatın ilişkilendirilmesi bağlamında, bu çalışmada mandala desenlerinin 7. sınıfta simetri konularının öğretiminde nasıl kullanılabileceği araştırılmıştır. Tamamı mandala desenlerinin incelenmesi üzerine kurulu, yansıma ve dönme simetrisi konularına yönelik 6 saatlik bir ders planı hazırlanmıştır. Hazırlanan ders planı, Eskişehir merkezinde yer alan bir ortaokulda 7.sınıfa devam eden 20 öğrenciye uygulanmıştır. Uygulama haftalık iki ders saati şeklinde üç haftada tamamlanmıştır. Çalışmanın verileri uygulama boyunca araştırmacı tarafından tutulan gözlem notları, öğrenci etkinlik kağıtları, öğrencilerin ilgili konuları ne derece öğrendiklerine yönelik hazırlanan konu kavrama testi ve uygulama sonunda öğrencilerin genel izlenimlerini öğrenmek ve matematikle sanatı ilişkilendirip ilişkilendiremediklerini öğrenmek için hazırlanan bir mini anket aracılığıyla toplanmıştır. Toplanan veriler betimsel yöntemle analiz edilmiştir. Çalışmanın bulguları mandala desenlerinin kullanımının öğrencilerin yansıma ve dönme simetrisini öğrenmelerinde ve matematikle sanatı ilişkilendirmelerinde etkili olduğunu göstermiştir.

**Anahtar sözcükler:** matematik, sanat, mandala, simetri, 7. Sınıf

## 1. Giriş

Matematiğin sanatla olan ilişkisi Pisagor'un sayılara yüklediği anlamlara, notlardaki ahengi matematiksel oranlarla ifade etmesine kadar uzanmaktadır. Tarihsel süreçte süsleme sanatı, Fibonacci sayı dizisi ve altın oranın keşfi ile daha da belirginleşen bu ilişki 1900'lü yıllarda fraktalların keşfiyle, ardından bilgisayar uygulamalarıyla yeni bir boyut kazanmış ve pek çok araştırmacının ilgi odağı haline gelmiştir. Bugün, matematiğin özellikle mimari, süsleme sanatı, resim, heykel, müzik gibi farklı sanat alanlarında kullanımlarını içeren birçok çalışma olduğu görülmektedir (Örn. Bakım, 2014; Çakmak, 2011; Onat, 2010; Bergil, 2009; Marino, 2008; Wichmann, 2008; Bora, 2002; Koç, 1995).

Matematik ve sanat ilişkisinin matematik öğretimine, özellikle yapılandırmacı yaklaşımın geniş oranda öğretim programlarında benimsendiği 2000'li yıllarda, yansıtılmaya çalışıldığı görülmektedir. Matematik öğretiminde, öğrencilerin matematiği kullanabilmelerinin, yeryüzündeki oluşumlarda ve yapılarıdaki matematiği keşfetmelerinin, matematiksel dil ve sembolizmin estetik boyutunu fark etmelerinin matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirmelerine ve matematiği daha iyi öğrenmelerine yardımcı olacağına inanılmaktadır. King (2010), "Matematik Sanatı" isimli meşhur eserinde matematiğin estetik yönünü vurgulamakta ve matematikçilerin denklemlerde görmek istedikleri güzellik algısını açıklamaktadır. Hickmann ve Huckstep (2003) de matematikçilerde olan estetik algısını öğrencilerde oluşturabilmek için matematik eğitiminde sanata yer vermek gerektiğini savunmaktadırlar. Hickman ve Huckstep (2003), matematiğin sanat olarak öğretilmesiyle öğrencilerin problem çözmede daha yaratıcı olacaklarını ve kavramları daha iyi anlamlandırabileceklerini belirtmektedirler.

Gerek matematikle sanatı ilişkilendiren çalışmalarda gerekse matematik öğretimiyle sanatın ilişkilendirilmesine yönelik yapılan çalışmalarda özellikle simetri konusunun ön plana çıktığı ve sanat eserlerindeki ahengin, düzenin ve güzelliğin simetri ile elde edildiği vurgulanmaktadır. Sanat eserlerinde yer alan simetri; uyumu, düzeni, parçaların birbirine benzeşmesini ve dengeyi içermektedir. Sanat eserlerinde kullanılan simetri, matematiksel olarak bütün ile parçalar arasında veya parçaların birbirleri arasında bir düzeni ve oranı ifade etmektedir.

Matematiksel anlamda simetri bir geometrik dönüşümün sonucu olarak ortaya çıkmaktadır. Bir matematikçi olan Stewart (2007, s. ix) simetriyi şu şekilde yorumlamaktadır: "Simetri bir sayı veya şekil değildir, ama bir nesneyi hareket ettirmenin yolu olan dönüşümün özel bir türüdür. Eğer bir nesne dönüşüme uğradıktan sonra aynı gözüküyorsa, o zaman ilgili dönüşüm bir simetridir." Daha formal bir tanım ile Aksoy ve Bayazit (2014, s.191) simetriyi "bir geometrik şeklin veya matematiksel cismin esasını ve özelliklerini muhafaza ederek yansıma, döndürme ve öteleme hareketleri altında aynı/farklı düzlemde/uzayda yeniden konumlandırılması eylemidir" şeklinde tanımlamıştır. Tanımlardan da anlaşılacağı gibi, sanat eserlerinde yer alan simetrisinin oluşturulması için bir motif, yapı veya şeklin bir geometrik dönüşüme uğramış olması gerekmektedir. Bu anlamda sanat eserlerinde yer alan simetri ile matematiksel olarak tanımlanan simetrisinin aynı şeyleri ifade ettiği söylenebilir.

<sup>1</sup>Bu çalışmanın bir kısmı, 28-30 Eylül 2016'da Trabzon'da gerçekleşen 12. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

<sup>2</sup>Sorumlu Yazar: Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi, [atasaymerve@gmail.com](mailto:atasaymerve@gmail.com)

<sup>3</sup>Doç. Dr., Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği, [abdulkadirerdogan@anadolu.edu.tr](mailto:abdulkadirerdogan@anadolu.edu.tr)

Aksoy ve Beyazıt (2014, s. 197,198) öğrencilerin simetri kavramlarını öğrenirken global düzeyden analitik-sentetik düzeye doğru gelişimsel olarak belirli düşünme yaklaşımlarından geçtiklerini belirtmişlerdir. Bu düzeyler sırasıyla şunlardır: Bir geometrik nesneyi bir bütün olarak düşünmeyi ve açı, uzaklık gibi referanslar kullanmadan tamamen görsel olarak simetriyi bulmayı içeren *global düzey*; bir nesnenin bütün parçalarının simetriğini tek tek açı ve uzunluk referanslarına göre bulmayı içeren *yarı analitik düzey*; bir nesnenin sadece kritik noktalarının (köşe ve merkez noktası gibi) simetriğinin bulunmasını içeren *analitik düzey*; son olarak sistematik şekilde bir nesnenin simetriğini bir dönüşüm fonksiyonu olarak düşünüp bulmayı içeren *analitik-sentetik düzey*dir. Araştırmacılar, öğrencilerin bir sonraki düzeye ilerlemelerini sağlamak ve desteklemek için etkinliklerin somuttan soyuta geçişi sağlayacak şekilde planlanması gerektiğini vurgulamışlardır. Kaplan ve Öztürk (2014) 2.-8. sınıf öğrencilerinin simetri konusunu anlamadaki düşünme düzeylerini belirlemek ve düzeyler arası geçişte yaşadıkları zorlukları incelemek amacıyla yaptıkları çalışmada bu görüşü destekler sonuçlara ulaşmışlar ve sınıf seviyesi arttıkça öğrencilerin global düzeyden analitik-sentetik düzeye doğru geçiş yaptıklarını tespit etmişlerdir.

Köse (2012) öğrencilerin bir şeklin doğruya göre simetrisini belirlemelerini etkileyen koşulları şeklin karmaşıklığı, simetri doğrusunun eğik, yatay ya da dikey olması, şeklin simetri doğrusu ile kesişmesi, şeklin simetri doğrusuna olan uzaklığı ve arasındaki açı, çizim yapılan kağıdın düz ya da kareli olması şeklinde sıralamıştır. Bu koşulların farklı şekillerde yer aldığı örneklerle öğrencilerin doğruya göre simetri çizme becerilerinin ve deneyimlerinin artırılacağı savunulmaktadır. Köse ve Özdaş (2009) Cabri dinamik geometri yazılımını kullanarak 5. sınıf öğrencilerinin geometrik şekillerin simetri eksenlerini belirlemelerine yönelik yaptıkları çalışmada, öğrencilerin ilk olarak dikey, ardından yatay ve eğik simetri doğrularını belirlediklerini; simetri doğrusu ile oluşan parçaların eşliğine ve şekillerdeki köşe noktalarının simetri doğrusuna eşit uzaklıkta olmasına dikkat ettiklerini; bununla birlikte paralelkenarın çeşitli simetri eksenlerini belirleyerek paralelkenarın simetrik olduğunu düşündüklerini göstermişlerdir. Karadeniz, Baran, Bozkuş ve Gündüz'ün (2015) ilköğretim matematik öğretmen adaylarıyla yaptıkları çalışmada da paralelkenarın simetri ekseninin belirlenmesinde benzer hataların yapıldığı tespit edilmiştir.

Simetri konularının öğretiminde yaşanabilecek kavram yanlışlarını azaltmak ve öğrencilerin simetri kavramını daha iyi anlamalarını sağlamak için ders içerisinde uygulanacak etkinliklerin önemli bir rolü vardır. Bulut, Boz ve Yavuz (2016) Milli Eğitimin ücretsiz dağıttığı 7. sınıf ders kitaplarında dönüşüm geometrisi konusunun nasıl ele alındığını inceledikleri çalışmalarında kitaplardaki etkinliklerin yetersiz olduğunu ve geliştirilmesi gerektiğini şu cümlelerle vurgulamaktadırlar:

“...Ancak akıl yürütme, iletişim ve psikomotor becerilerinin, öğretim programında önem verilmesine rağmen, kitaplarda ele alınmasında bazı eksiklikler bulunmaktadır. Bundan dolayı ders kitapları, öğrencilerin bu becerilerinin gelişimine katkı sağlayabilecek düzeyde değildir. Oysa hem öğrencilere hem de öğretmenlere hitap eden ders kitaplarında öğrencilerin bu becerilerini geliştirmeye yönelik kaliteli çalışmalar bulunması gerekmektedir” (s.1187).

Matematik tarihinin matematik eğitiminde kullanımına yönelik çalışmaların önem kazanmasıyla öğretim programlarında da sanatla matematiğin ilişkilendirilmesine yönelik bazı tavsiyeler yer almakta ve bazı ders kitaplarında bu yönde birkaç örnek veya etkinliğe rastlanmaktadır. Örneğin Milli Eğitim Bakanlığı'nın (MEB) dağıttığı bir 7. sınıf ders kitabında simetriye girişte Çırağan Sarayı ve Dolmabahçe Sarayından örnekler bulunurken, süsleme konusunda da Anadolu Selçuklu desenlerine yer verilmiştir (Sezer, 2013). Diğer bir 7. sınıf ders kitabında (Bağcı, 2015) ise simetri konularını sanat ile ilişkilendirmek için M.C. Escher'in eserlerinden örnekler sunulmuştur. Ancak ders kitaplarındaki bu tarz kullanımların çoğunlukla öğrencileri konuya motive etmek amacıyla kullanıldığı, ilgili kavramları keşfetmeyi sağlayacak bir etkinlik olarak sunulmadığı görülmektedir (Bulut, Boz ve Yavuz, 2016; Erdoğan, Eşmen ve Fındık, 2015).

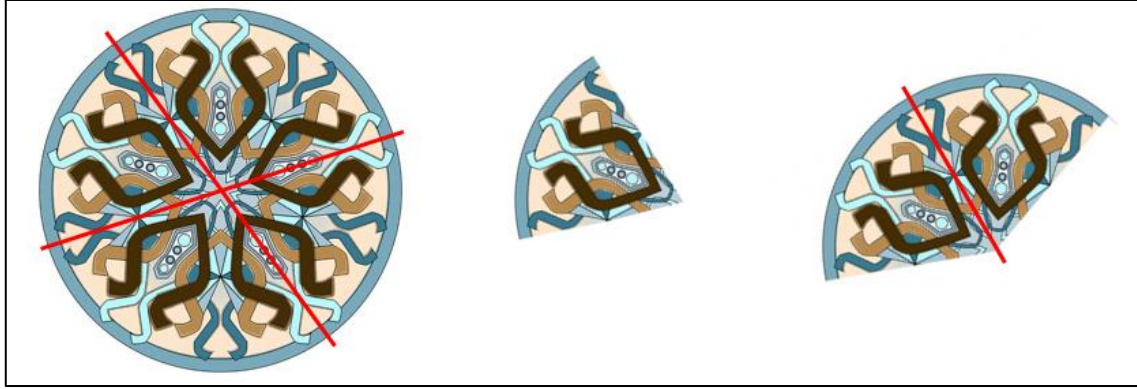
Son zamanlarda popülerliği artan mandala sanatı, on bin yıllık bir geçmişe dayanan, Hint kültüründe doğduğu sanılan, metafizik ve meditasyon amacıyla kullanılan bir sanattır (Snowden, 2012). Mandala, Sanskritçe bir kelime olup “büyülü daire” anlamına gelmektedir. Mandalalar genellikle daire şeklindedirler ve en önemli özellikleri merkezden başlanarak genişleyen daireler şeklinde bir düzen izlenerek çizilmeleridir (Dahlke, 1998). Jung (2006) bir psikanalist olarak mandalalar üzerine çok çalışmış ve mandalaları bireyin kendini tanıması ve geliştirmesi için bir araç olarak görmüştür. Ülkemizde de son zamanlarda mandala sanatını içeren her yaşa uygun boyama kitapları oldukça yaygınlaşmış ve mandala oluşturmayı öğretmek üzere dersler verilmeye başlanmıştır.

Mandala desenleri incelediğinde, simetrik oluşumları ve düzenleri içerdiği görülmektedir (Marino, 2008; Dahlke, 1998; Jung, 1972). Mandala desenlerinin oluşturulmasında cetvel, pergel gibi temel geometrik çizim araçları kullanılmaktadır. Bir mandala deseninin oluşturulmasından bir kesit Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1. Mandala deseninin oluşturulmasında pergel ve cetvel kullanımı

Mandalanın bir parçası kullanılarak yansıma ve döndürme hareketleri ile mandalının tamamı oluşturulabilmektedir. Bu bakımdan mandala desenlerini yansıma ve dönme simetrilerini içeren bir süsleme olarak kabul etmek de mümkündür. Bununla ilgili bir örnek Şekil 2’de gösterilmektedir. Mandalayı oluşturan en küçük birim belirlenerek, bunun döndürülmesi (Şekil 2’ye göre mandalının merkezinden 72° sağa) veya yansıtılması ile (şeklin bittiği doğru boyunca) şeklin tamamının oluşturulabileceği görülmektedir.



Şekil 2. Mandala desenlerinin geometrik dönüşümler sonucu oluşumu

Mandala desenlerinin simetrik özellikleri ve simetri konularının öğretiminde benimsenen yaklaşımlar ve karşılaşılan sorunlar beraberce ele alındığında, mandala desenlerinin incelenmesini ve oluşturulmasını içeren bir matematik dersinin öğrencilerin simetri konularını daha iyi anlamlandırmalarına katkı sağlayacağı, akıl yürütme, iletişim ve psikomotor becerilerinin gelişimini destekleyeceği ve matematikle sanatı ilişkilendirmelerine imkan tanıyacağı düşünülmektedir.

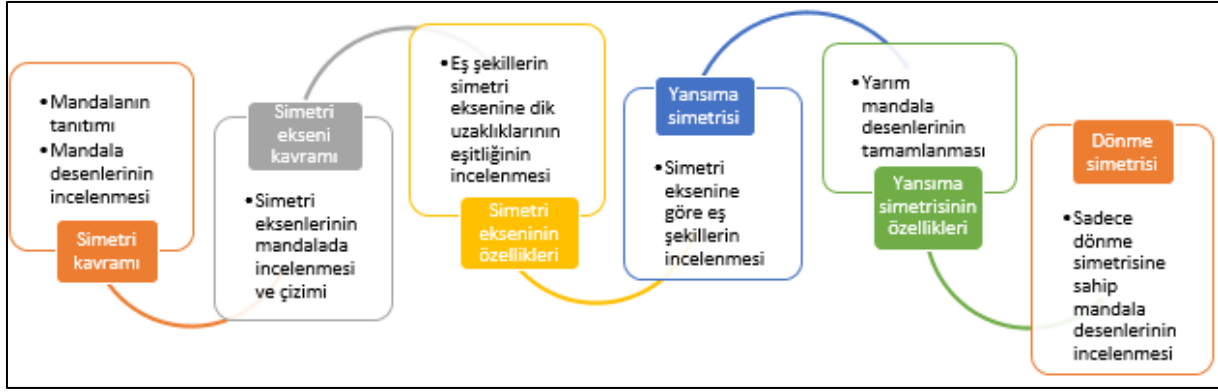
Bu bağlamda, bu çalışmanın temel amacı simetri konularının öğretiminde mandala sanatının kullanıldığı bir derste öğretme-öğrenme sürecinin nasıl gerçekleştiğini belirlemektir. Çalışmada ayrıca mandala desenleri kullanarak ele alınan simetri konularını öğrencilerin ne derece öğrenebildiklerini ve matematik ile sanatı ilişkilendirip ilişkilendiremediklerini tespit etmek amaçlanmaktadır.

Bu çalışmada mandala sanatının bir motivasyon ögesi olarak kullanılması yerine ilgili kazanımların gerçekleştirilmesi için temel araç olarak kullanılması hedeflenmiştir. Diğer yandan, mandala sanatının popülaritesine, simetri konularının öğretimi ve matematikle sanatın ilişkilendirilmesi için barındırdığı potansiyele rağmen yapılan literatür incelemesinde bu tarz bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu nedenlerle çalışmanın önemli olduğu ve alan yazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

## 2. Yöntem

Mandala sanatının simetri konularının öğretiminde nasıl kullanılabilceğinin araştırıldığı bu çalışma nitel araştırma yaklaşımlarına göre tasarlanmıştır. Bir öğretim deneyimi kapsamında, simetri konularının öğretiminde mandala desenlerinin kullanılarak uygulanan bir dersin hem süreci hem de sonuçları incelenmek istenmiştir. Bu amaçla mandala desenlerinin kullanımını içeren, üç haftalık bir ders planı hazırlanmıştır. Bu plan, her hafta iki ders saatini içeren, seçmeli zeka oyunları dersinde bir araştırmacı tarafından uygulanmıştır. Araştırmanın katılımcılarını Eskişehir merkezindeki bir ortaokulda, ikinci yarı dönemde zeka oyunları dersine devam eden 7. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Dersteki sınıf mevcudu 23 kişi olup üç hafta boyunca düzenli olarak derse devam eden 20 öğrenci araştırmaya dahil edilmiştir. Uygulama matematik derslerinde simetri konularının öğretimine başlanmadan önce gerçekleştirilmiştir.

Üç haftalık ders planının hazırlanmasında öğrencilerin hazır bulunuşluklarına ve öğretecek kavramların sırasına dikkat edilmiştir. Ancak öğrencilerin simetri konusundaki hazır bulunuşluk düzeyleri tam olarak bilinmediğinden ders planı, derslerin ilerleyişine göre bazı değişiklikler yapılabilecek esneklikte hazırlanmıştır. Örneğin bazı etkinliklerde öğrencilerin muhtemel hataları öngörülerek etkinliklerin seyrinin nasıl değiştirilebileceği önceden belirlenmiştir. Aşamalı ve basitten karmaşığa doğru simetri kavramlarının ele alınışını içeren ders planı şekil 3’de verilen adımlar izlenerek hazırlanmıştır.



Şekil 3. Ders planının hazırlanmasında izlenen aşamalı yaklaşım.

Şekil 3’de görüldüğü gibi derslerin planlanmasında; etkinliğin/etkinliklerin yapılması, bunun sonucunda bir kavramın veya özelliğin keşfedilmesi/fark edilmesi ve sonrasında söz konusu kavramın veya özelliğin belirgin şekilde ele alınması şeklinde bir yol izlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin birbirleriyle olan etkileşimini sağlamak için 2-4 kişilik gruplar oluşturulmuş ve sınıf içi tartışmalara yer verilmiştir. İlk hafta özellikle renkli mandala desenleri verilerek simetritelerin daha iyi fark edilmesi sağlanmaya çalışılmıştır. Ders planının son hali Ek 1’de verilmiştir.

Matematik dersi öğretimi programı kazanımları incelendiğinde, simetri konusunun 7. sınıfta “dönüşüm geometrisi” başlığı altında yer aldığı, daha önceki sınıflarda simetri konusuyla ilgili olarak eş şekiller ve simetri eksen kavramlarının yer aldığı görülmektedir. (MEB, 2013; MEB, 2015).

Yedinci sınıfta öteleme ve yansıma simetrisi başlığı altında yer alan kazanımlar şunlardır (MEB, 2013, s.30,31):

- 7.3.4.1. Düzlemsel şekilleri karşılaştırarak eş olup olmadıklarını belirler ve bir şekle eş şekiller oluşturur.
- 7.3.4.2. Düzlemde nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin öteleme altındaki görüntülerini çizer.
- 7.3.4.3. Ötelemede şekil üzerindeki her bir noktanın aynı yön ve büyüklükte bir dönüşüme tabi olduğunu ve şekil ile görüntüsünün eş olduğunu keşfeder.
- 7.3.4.4. Düzlemde nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin yansıma sonucu oluşan görüntüsünü oluşturur.
- 7.3.4.5. Yansımada şekil ile görüntüsü üzerinde birbirlerine karşılık gelen noktaların simetri doğrusuna olan uzaklıklarının eşit ve şekil ile görüntüsünün eş olduğunu keşfeder.
- 7.3.4.6. Düzlemsel bir şeklin ardışık ötelemeler ve yansımalar sonucunda ortaya çıkan görüntüsünü oluşturur.

Kazanımlar incelendiğinde 7. sınıfta eş şekiller, öteleme ve yansıma simetrisi kavramlarına yer verildiği ve öteleme ve yansıma simetrisinin özelliklerinin kazandırılmasının amaçlandığı görülmektedir. Bir önceki öğretim programında (MEB, 2009) 7. sınıfta dönme dönüşümüne de yer verilmekteydi. Öğrenciler dönüşüm geometrisi konusunu öğrenmeden önce çember ve daire, eş şekiller ve simetri eksen konularını öğrendikleri için yansıma ve dönme dönüşümünü öğrenmedeki hazır bulunuşluklarının sağlandığı söylenebilir. Mandala desenleri de dairesel yapıları sebebiyle yansıma ve dönme dönüşümlerini içermektedir, fakat öteleme dönüşümü sağlıklı bir şekilde uygulanamamaktadır. Sonuç olarak, hem öğrencilerin hazır bulunuşluklarının yeterli olduğu düşünülerek hem de mandala desenlerinin simetrik özelliklerinin bütüncül olarak ele alınmasını sağlamak için hazırlanan ders planına dönme dönüşümü de dahil edilmiştir.

Uygulama boyunca kullanılan mandala desenleri internet üzerinden araştırılmış ve uygun görülenler simetri yapılarına göre sınıflandırılmıştır. Ders planının uygulanması sırasında ilk olarak mandala desenlerinin görselleri akıllı tahta kullanılarak tüm sınıfa sunulmuştur. Sunumda gerekli görüldüğü yerlerde, mandala deseninin Şekil 2’de gösterildiği gibi farklı oluşumları ve dönme hareketi animasyonları kullanılmıştır. Dersin başında öğrencilere boyama yapmaları ve çizimlerinde kullanmaları için renkli boyama kalemleri, cetvel ve gönye dağıtılmıştır. Ayrıca A5 ve A4 boyutunda çıkartılmış mandala desenleri sırasıyla dağıtılmıştır. Bir örnek tahtada gösterildikten sonra öğrencilere dağıtılan farklı mandala desenlerinde ne yapmaları istendiği söylenmiş, öğrencilerin çizimleri bittiğinde sınıfça tartışılmış ve etkinlik bitiminde de mandala desenleri geri toplanmıştır. Öğrencilerin grupça ve bireysel olarak çalışmalarına imkan verilmiştir. Etkinlikler boyunca öğrencilere mümkün olduğunca az müdahale edilmiş, sadece yönergeyi yerine getirmeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin etkinlik boyunca yaptıkları hakkında doğru-yanlış şeklinde dönütler verilmemiş, öğrencilerin yöntemlerini sınıf içerisinde açıklamalarını ve tartışmalarını sağlamak amacıyla sorular yöneltilmiştir. Dersin öğretmeni sınıfın kontrolünü sağlamak amacıyla uygulama boyunca sınıfta kalmıştır.

Ders sürecinde yaşananlar, tespit edilen tüm önemli noktalar araştırmacı tarafından dersin sonunda not edilmiştir. Gözlem notlarında araştırmacının etkinliği nasıl sunduğuna, öğrencilerin etkinlik boyunca verdiği tepkileri ve davranışlarına, ayrıca ders sonunda yapılan sınıf içi tartışmaların seyrine yer verilmiştir. Her öğrencinin kendine bir takma ad belirleyerek çalışma kağıtlarına yazmaları ve etkinlik içerisinde yaptıklarını da kağıtlara not etmeleri istenmiştir. Böylece öğrencilerin çalışma kağıtlarında yaptıklarını kendi ifadeleriyle açıklamaları sağlanmıştır.

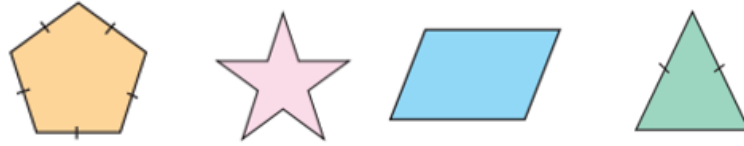
Uygulama sonunda öğrencilerin dönüşüm geometrisini ne kadar öğrendiklerini ölçmek amacıyla 4 sorudan oluşan bir konu kavrama testi uygulanmıştır. Doğru ve yanlış ifadelerin belirlenmesinin, kaç simetri eksenini ve kaç dönme simetrisi olduğunun belirlenmesinin ve verilen bir doğruya göre yansımanın çizilmesinin istendiği sorular, kazanımlar göz önünde bulundurularak hazırlanmış ve MEB'in dağıttığı ders kitaplarında bulunan sorulardan uyarlanmıştır. Konu kavrama testinde yer alan sorular ve bunların değerlendirilmelerinin nasıl yapıldığı aşağıda açıklanmıştır.

Soru 1: Aşağıdaki ifadelerin başına doğru olanlara "D", yanlış olanlara "Y" yazınız.

- ( ) Biçimleri eş ve ölçüleri eşit olan şekillere eş şekiller denir.
- ( ) Simetrik iki şekli birleştiren doğru parçası, simetri eksenine paraleldir.
- ( ) Yansıma simetrisinde şeklin ve görüntüsünün yansıma doğrusunu dik uzaklıkları eşittir.
- ( ) Yansıma simetrisi sonunda şeklin boyutu değişmez, yönü değişir.
- ( ) Dönme simetrisinde şeklin boyutu değişir.

Bu soru doğru yanlış ifadelerin belirlenmesini içeren bir soru olup, MEB'in (Bağcı, 2015, s.315) dağıttığı güncel matematik kitabından uyarlanmıştır. Sorudaki birinci madde aynen kitaptan alınırken, ikinci madde öğrenciler için biraz daha sadeleştirilerek verilmiş, son üç madde de uygulamada yer alan yansıma ve dönme simetrilerinin özelliklerini içerecek şekilde sunulmuştur. Sunulan ifadelerin cevapları sırasıyla D, Y, D, D, Y şeklinde belirlenmiştir ve bu şekilde yanıtlayan öğrencilerin cevapları "doğru", yanıtlanmayanların ise "yanlış" olarak kodlanmıştır.

Soru 2: Aşağıda verilen şekillerden simetrik olanların simetri eksenlerini çiziniz.



Düzgün beşgen, yıldız, paralelkenar ve ikizkenar üçgenin simetri eksenlerinin belirlenmesini içeren bu soru ve kullanılan şekiller MEB'in (Sezer, 2013, s.120,121) matematik kitabından alınmıştır. Referans alınan kitapta düzgün beşgen ve yıldız şekillerinin dönme simetrilerinin olup olmadığı sorulmaktadır, ancak simetri eksenlerinin belirlenmesi mandala desenleriyle yapılan sınıf etkinlikleriyle benzerlik gösterdiğinden, bu şekilde sorulması uygun görülmüştür. Bu sorudaki öğrenci çizimleri "tam", "eksik" ve "yanlış" olarak kodlanmıştır (Tablo 1). Paralelkenarın simetri eksenini olmadığından ve ikizkenar üçgenin sadece bir tane simetri ekseninin olmasından dolayı iki şekil sadece "tam" ve "yanlış" olarak kodlanmıştır.

Tablo 1

Konu kavrama testi soru 2'nin kodlama tablosu

Öğrenci çizimi örnekleri	Değerlendirme	Kodlama
	Tüm simetri eksenleri doğru bir şekilde çizilmiştir.	Tam
	Düzgün beşgen ve yıldızın beş simetri eksenini de yer almamaktadır.	Eksik
	Simetri eksenleri doğru bir şekilde belirlenememiş veya paralelkenara simetri eksenini çizilmiştir.	Yanlış

Soru 3: Aşağıda verilen şekillerden dönme simetrisine sahip olanlarını belirleyiniz ve dönme açılarını yazınız.


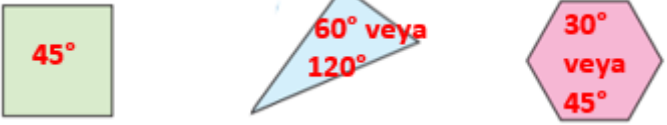


Bu soruda kare, çeşitkenar üçgen ve düzgün altıgenin dönme simetrilerinin belirlenmesi ve varsa dönme açılarının yazılması istenmektedir. Bu soruda kullanılan şekiller MEB'in (Sezer, 2013, s.120,121) matematik kitabından alınmıştır. Söz konusu kitapta sunulan şekillerin dönme simetrisinin olup olmadığı sorulmakta,

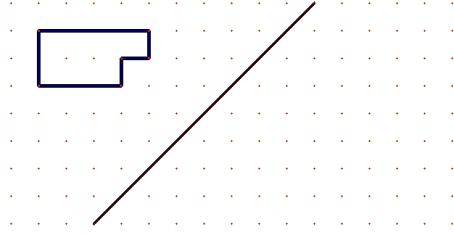
dönme açısı sorulmamaktadır. Sınıf etkinlikleri içerisinde dönme açısının belirlenmesi de yer aldığı için sorulması uygun görülmüştür. Bu sorunun değerlendirilmesinde dönme simetrilerinin belirlenmesi “doğru” veya “yanlış” olarak kodlanmıştır. Öğrenci cevaplarına göre kodlamanın nasıl yapıldığı Tablo 2’de sunulmaktadır.

Tablo 2

Konu kavrama testi soru 3’ün kodlama tablosu

Öğrenci yanıtı örnekleri	Değerlendirme	Kodlama
	Karenin dönme açısı $90^\circ$ , düzgün altıgenin dönme açısı $60^\circ$ ve çeşitkenar üçgenin dönme simetrisinin olmadığı ya da açısının $0^\circ$ veya $360^\circ$ olarak belirtilmiştir.	Doğru
	Dönme açıları doğru bir şekilde belirlenememiştir.	Yanlış

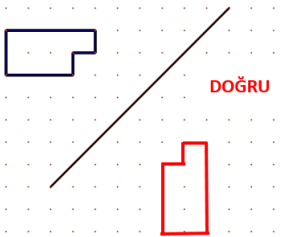
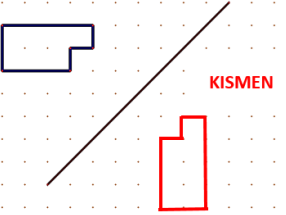
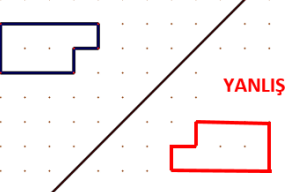
Soru 4: Aşağıda verilen şeklin simetri doğrusuna göre yansımısını çiziniz.



Bu soru ise verilen bir şeklin eğik simetri eksenine göre simetriğinin çizimini içermektedir. Soruda yer alan şekil MEB’in (Bağcı, 2015, s.308) matematik kitabında yer alan örneğin biraz daha sadeleştirilmesiyle oluşturulmuştur. Sorunun değerlendirilmesinde çizimler “doğru”, “kısmen” ve “yanlış” olarak kodlanmıştır. Çizimlerin kodlanmasına örnekler Tablo 3’te verilmektedir.

Tablo 3

Konu kavrama testi soru 4’ün kodlama tablosu

Öğrenci çizimi örnekleri	Değerlendirme	Kodlama
	Şeklin doğruya göre yansımaları tam ve doğru olarak çizilmiştir.	Doğru
	Çizim bir iki doğru parçasının yansıtılması için doğru çizilmiş, ancak diğer kısımlarının tahmini çizilmesiyle hatalı çizilmiş veya bir iki nokta kaydırılarak çizilmiştir.	Kısmen
	Çizim tamamen hatalı çizilmiş, öteleme, dönme gibi farklı simetriler uygulanmıştır.	Yanlış

Konu kavrama testine ek olarak, öğrencilerin dersle ilgili duygu ve düşüncelerini almak, matematik ve sanatı ilişkilendirip ilişkilendiremediklerini belirlemek amacıyla 7 açık uçlu sorudan oluşan bir mini anket uygulanmıştır. Bu ankette yer alan sorular şu şekildedir:

1. Katıldığınız dersle ilgili duygu, düşünce ve eleştirilerinizi yazar mısınız?
2. Sizce bu ders simetri konusunu öğrenmenizi sağladı mı?
3. Simetri konularının mandala sanatı ile ilişkilendirilerek öğretilmesi konusunda ne düşünüyorsunuz?
4. Bu derse katılmadan önce matematik ve sanatın ilişkilendirilebileceğini düşünüyor muydunuz? Neden?
5. Bu derse katılmadan önce matematik ve sanatı ilişkilendirdiğiniz bir durum olmuş muydu? Olduysa ne olduğunu yazınız.
6. Bu derse katıldıktan sonra matematik ve sanatın ilişkilendirilebileceğini düşünüyor musunuz? Neden?
7. Simetri konusu dışında matematik ve sanatı ilişkilendirebileceğiniz başka konular olabilir mi? Hangi konular olabileceğini yazınız.

Öğrencilerden toplanan etkinlik kağıtları, konu kavrama testi ve anket sonuçları betimleyici analiz yöntemi kullanılarak analiz edilmiş ve kendi içlerinde benzer görülen yanıtlar arasında bir sınıflama yapılmıştır. Uygulama boyunca öğrencilerin etkinlik kağıtları, dağıtıldıkları sraya göre ve amaca göre gruplanmıştır. Bu gruplama içerisinde öğrencilerin yaptıkları benzer çalışmalar (benzer çizimler, kullanılan benzer ifadeler veya yöntemler) aynı sınıflama içerisinde dahil edilecek şekilde sınıflanmıştır. Bu sınıflamalar öğrenci davranışlarının nasıl ve neler olduğunu betimleyici nitelikte olup, öğrencinin doğru-yanlış yaptığını içermemektedir. Araştırmacı tarafından tutulan gözlem notları ise bulguları desteklemek ve uygulamanın seyrinin nasıl gerçekleştiğini tespit etmek amacıyla kullanılmıştır.

Konu kavrama testinde yer alan soruların birer doğru cevabı bulunmaktadır. Bu sorularda yapılan yanıtların nedenleri yorumlanmaya çalışılmıştır. Açık uçlu soruların yer aldığı ankette ise verilen yanıtlara göre bir sınıflama yapılmıştır. Benzer ifadeler içeren yanıtlar veya benzer amaçlar için yazılmış ifadeler aynı sınıfa dahil edilmiştir.

Bu analizler ve sınıflamalar iki araştırmacı tarafından ayrı ayrı yapılmış ve daha sonra sonuçlar karşılaştırılmıştır. İki araştırmacı tarafından da benzer görülen sınıflamalar kabul edilmiş, farklı olanlar ise fikir birliğine varılarak bir sınıflama içerisinde dahil edilmiştir.

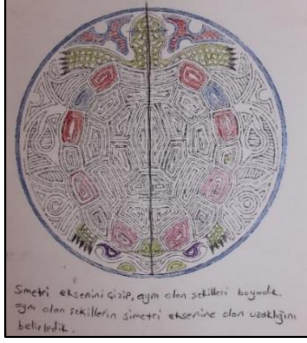
### 3. Bulgular

Çalışmanın bulguları “uygulama sürecine yönelik bulgular”, “konu kavrama testi bulguları” ve “anket bulguları” olmak üzere üç başlık altında incelenmiştir.

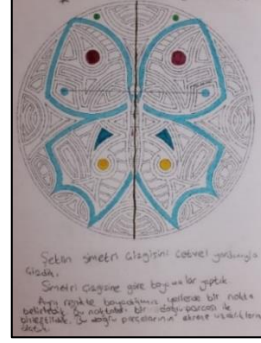
#### 3.1. Uygulama Sürecine Yönelik Bulgular

Uygulamanın ilk haftasında mandala sanatı, tarihsel süreciyle, taşıdığı anlamla ve mandala desenlerinin incelenmesiyle tanıtılmış ve derse giriş olarak öğrencilerin dikkatini çekmeyi başarmıştır. Tahtaya yansıtılan bir mandala deseninin incelenmesiyle, belirli düzenler ve birbirine eş şekiller içerdiğinin öğrenciler tarafından fark edilmesi sağlanmıştır. Öğrencilerden desenin simetrik olduğu ve iki eş parçaya ayrılabilirdiği yorumu gelmiştir. Bunun üzerine simetri kavramının tanımı yapılmıştır.

Öğrenciler 3-4 kişilik 6 gruba ayrılmış, her gruba bir simetri eksenine sahip birer renksiz mandala desenleri dağıtılarak incelemeleri istenmiştir. Mandala deseninin simetri eksenini belirlemeye çalışırken 3 grup üst üste katlama yöntemini kullanırken (Şekil 4), diğer 3 grup şeklin orta noktalarına karar vererek cetvel yardımıyla simetri eksenini çizmiştir (Şekil 5). Öğrencilerden sonrasında belirledikleri simetri eksenine göre simetrik gördükleri yapıları aynı renge boyamaları ve bir doğru parçası ile bu simetrik yapıları birleştirmeleri istenmiştir. Şekil 4 ve 5’te görüleceği gibi öğrenciler desenlerin içerisinde yer alan canlı motiflerini belirleyerek simetrik yapıları boyamışlardır. Cetvel yardımıyla ölçme yapılarak, simetrik yapıların simetri eksenine eşit uzaklıkta olduğunu fark etmeleri sağlanmıştır. Neden eşit uzaklıkta oldukları sorulduğunda ise “simetrik oldukları için” cevabı alınmıştır. Buradan simetri eksenini “bir yapıyı iki eş parçaya ayıran doğru parçası” olarak tanımlanmış ve simetrik yapılara eşit dik uzaklıkta bulunduğu vurgulanmıştır.



Şekil 4. Katlayarak simetri eksenini çizme

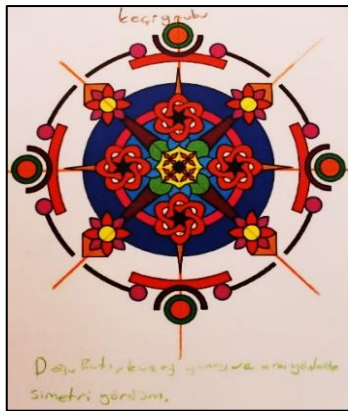


Şekil 5. Cetvel kullanarak çizme

Tahtaya yansıtılan bir mandala deseniyle ilgili olarak (Şekil 6) bir öğrenci, desenin üç simetri eksenine sahip olduğunu hemen söylemiş, buna nasıl karar verdiği sorulduğunda ise “desenin merkezindeki yapıya bakarak” karar verdiğini belirtmiştir. Bunun üzerine öğrencilere üç simetri eksenine sahip mandala desenleri dağıtılmamış, onun yerine 4 ve 5 simetri eksenine sahip renkli mandala desenlerinden her gruba birer tane dağıtılmış, simetri eksenlerinin kaç tane olduğunun belirlenmesi ve çizilmesi istenmiştir. Gruplar simetri eksenlerini belirlerken 4 simetri eksenine sahip desende (Şekil 7), mandala deseninin merkezindeki yapıya dikkat ettiklerini belirtirken, 5 simetri ekseninde ise desenin (Şekil 8) kollarına (Örneğin, yıldız şeklinin kollarına) dikkat ettiklerini, bunları iki eş parçaya ayıracak şekilde çizdiklerini belirtmişlerdir. Dört simetriye sahip desenin incelenmesinde bir grup, simetri eksenlerini yönlerle ilişkilendirerek “doğu, batı, kuzey, güney ve ara yönlerde simetri gördüm” şeklinde ifade etmiştir (Şekil 7).



Şekil 6. Üç simetri eksenine sahip mandala



Şekil 7. Dört simetri ekseninin çizimi



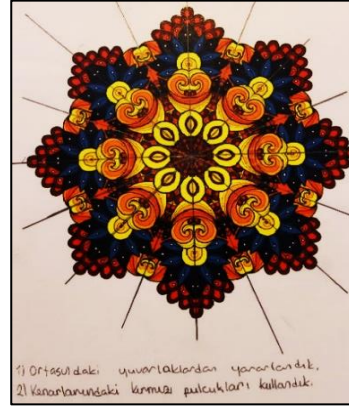
Şekil 8. Beş simetri ekseninin çizimi

Bunun üzerine, gruplara 6 ve 8 simetri eksenine sahip mandala desenleri dağıtılarak simetri eksenini belirlerken dikkat ettikleri kısımları tüm sınıfla paylaşımları istenmiştir. Böylece öğrenciler, simetri eksenine karar verirken verilen desenin yapısına göre ya merkezine baktıklarını ya da desenin kolları olarak ifade ettikleri dış kısma baktıklarını ifade etmişlerdir. İki grup simetri eksenini hem merkezine hem de dışındaki yapıya dikkat ederek çizdiklerini belirtmiştir (Şekil 9 ve 10). Örneğin bir grup bunu (şekil 9), “6 tane simetri eksenine var. Tam ortasından ve dışında olan sarı üçgenlerle 6 tane simetri oluşur” şeklinde ifade etmiştir.





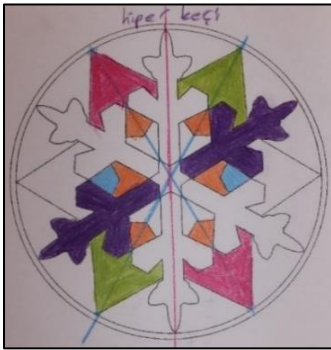
Şekil 9. Altı simetri ekseninin çizimi



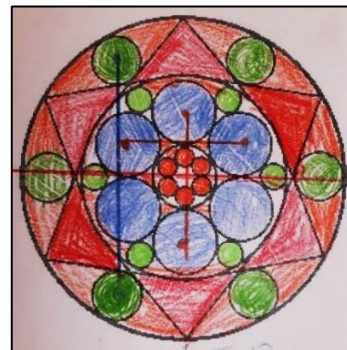
Şekil 10. Sekiz simetri ekseninin çizimi

Uygulamanın ilk haftasında gözlemlenen bir zorluk, öğrencilerin simetri eksenlerinin sayısını belirlerken bir simetri eksenini iki simetri ekseninde saymaları olmuştur. Bunun nedeninin öğrencilerin simetri eksenini bir doğru parçası olarak değerlendirmek yerine, doğru parçasının her iki ucunu dikkate alarak aynı doğruyu iki ayrı simetri eksenine gibi saymaları olduğu tespit edilmiştir. Dört simetri eksenine varken bunu 8 simetri eksenine olarak ifade eden öğrenciler de olmuştur. Bu yanlış, gruplar içerisindeki tartışmalarla, grup içerisindeki arkadaşları tarafından düzeltilmiştir.

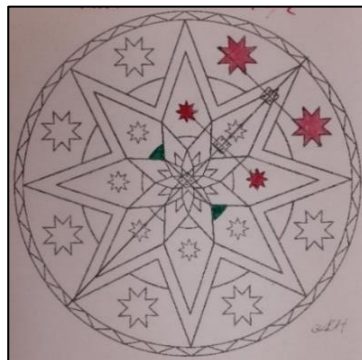
İkinci haftanın ilk dersinde öğrencilerin her birine birer renksiz mandala deseni dağıtılmış ve bireysel olarak bir tane simetri eksenine çizmeleri istenmiştir. Bu simetri eksenine göre simetrik olan üç yapıyı aynı renge boyamaları ve bir doğru parçası ile birleştirmeleri istenmiştir. Beş öğrenci dışında tüm öğrenciler doğru bir şekilde çizerken, bu 5 öğrenci belirledikleri simetri eksenine göre simetrik şekilleri belirlerken yanlış renklendirmişler (Şekil 11) ve şekilleri birleştiren doğru parçalarını yanlış veya eksik çizmişlerdir (Şekil 12). Simetri ekseninin çizilen bu doğru parçalarına eşit uzaklıkta olduğu ve bunların dik olarak kesiştikleri cetvel ve gönye yardımıyla incelenmiştir (Şekil 13). Böylece yanlış yapan öğrencilerin de yanlışlarını fark etmeleri sağlanmıştır. Buradan hareketle, simetri ekseninin bir yansıma doğrusu olduğu ve bu doğruya göre simetrisinin noktanın dik uzaklığının belirlenmesiyle bulunabileceği açıklanmış ve doğruya göre simetrisinin yansıma simetrisi olduğu özellikleriyle vurgulanmıştır.



Şekil 11. Simetrik şekilleri yanlış renklendirme



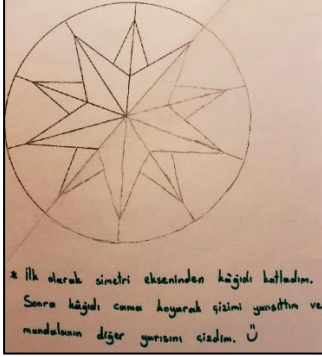
Şekil 12. Simetrik şekilleri yanlış birleştirme



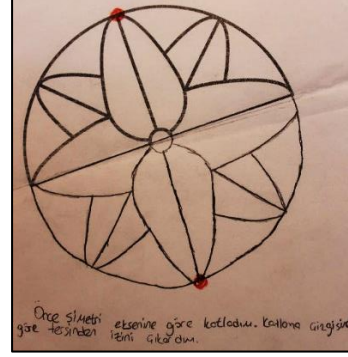
Şekil 13. Eksenin simetrik şekillere dik olması

Sonrasında öğrencilere çizgisiz kağıt üzerine yarım olarak basılan ve kağıda göre eğik simetri eksenine sahip mandala desenleri dağıtılmış ve bunları tamamlamaları istenmiştir. Öğrencilerin bu mandalaları tamamlamak

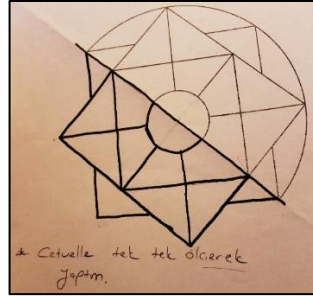
için üç farklı yöntem geliştirdikleri görülmüştür. On öğrenci mandalayla simetri eksenini boyunca katlayıp cama yaslayarak yansımalarını çizmişlerdir (Şekil 14). Beş öğrenci, yine mandalayla katlayarak başlamış, yarım desenin üzerinden kalemle geçerek arkasına çıkan yansımalarını çizerek deseni tamamlamışlardır (Şekil 15). Geriye kalan 5 öğrenci ise cetvel kullanarak ve doğru parçalarının eşit uzunlukta olmasına dikkat ederek deseni tamamlamışlardır (Şekil 16). Öğrencilerin çizimleri büyük oranda doğru olmasına rağmen, çizimlerini sezgisel bir yöntemle yaptıkları ve yansıma simetrisinin özelliklerine dikkat etmedikleri için, bu özelliklerin vurgulanmasına imkan verecek şekilde, yarım mandala desenlerinin kareli kağıt üzerine basılmasına ve üçüncü hafta bu etkinliğin bir kez daha yapılmasına karar verilmiştir.



Şekil 14. Cama koyarak yansımalarını çizme

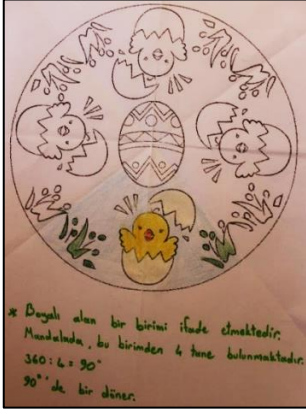


Şekil 15. Katlayarak yansımalarını çizme

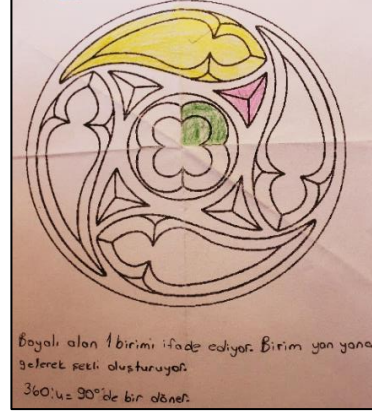


Şekil 16. Cetvel kullanarak çizme

İkinci ders öğrencilere sadece dönme simetrisine sahip mandala desenleri dağıtılmış ve nasıl bir simetrisinin olduğu sorulmuştur. Öğrenciler herhangi bir simetri eksenini belirleyemedikleri için simetri olmadığını söylemişlerdir. Bunun üzerine simetri tanımı hatırlatılıp, yapıların eş olmasını sağlayan düzenliliklere simetri denildiği vurgulanmıştır. Sadece dönme simetrisine sahip bir mandala deseninin tahtaya yansıtılması ve animasyon ile döndürülmesi sonucu görüntünün değişmediği gösterilmiştir. Öğrenciler de kendi mandalalarını döndürerek görüntünün belli aralıklarla kendini tekrarladığını fark etmişlerdir. Burada ne kadar döndürdüklerinde aynı görüntüyü elde ettikleri veya bir tam turu tamamlayana kadar kaç kere aynı görüntüyü gördükleri sorularak, dönme açısını belirlemeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Öğrenciler simetrik yapıların kaç tane olduğuna dikkat etmişlerdir. Bunun üzerine değişmeyen bir dönme birimi belirlemeleri istenmiş ve öğrenciler bu birimleri daire dilimi şeklinde belirleyip, boyamışlardır (Şekil 17). Öğrencilerden 7'si daire dilimini katlayarak belirlerken diğerleri merkezden geçen çapları çizerek belirlemişlerdir. Üç öğrenci dönen şekillere dikkat etmiş, bir daire dilimi şeklinde belirlemek yerine dönen şekilleri belirtmişlerdir (Şekil 18).



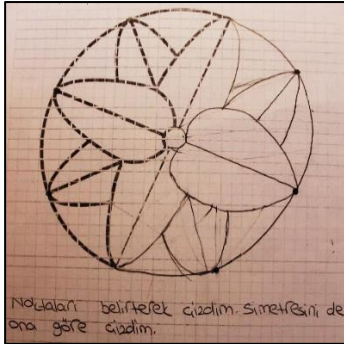
Şekil 17. Dönme biriminin belirlenmesi



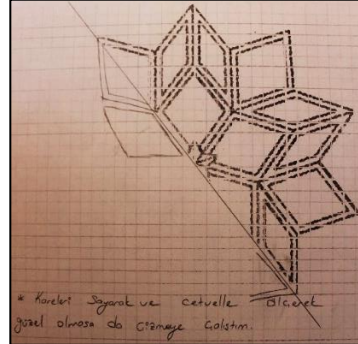
Şekil 18. Daire dilimi şeklinde belirlenmemesi

Öğrenciler belirlenen daire diliminin kaç tane olduğundan yararlanarak ve 360 dereceyi daire dilimi sayısına bölerek daire dilimleri arasındaki dönme açısını belirlemişlerdir. Çember konusunu yeni gördükleri için öğrencilerin dönme açısını belirlemede zorlanmadıkları görülmüştür. Ancak 3 öğrenci çalışma kağıdı üzerine desenin kaç derecelik dönme açısına sahip olduğunu belirtmemiştir. Belirlenen dönme birimini, daire dilimi açısı kadar döndürülmesiyle bir sonraki birimin elde edilebileceği ve bunun tekrarlanmasıyla bütün bir mandalanın oluşturulabileceği tartışılmıştır. Bunun sonucunda dönme simetrisi, dönme merkezi ve dönme açısıyla tanımlanmıştır.

Üçüncü hafta yarım mandala desenleri kareli kağıda basılarak dağıtılmış ve bu sefer öğrencilerden katlama yöntemini kullanmadan çizimleri istenmiştir. Bir öğrencinin yine katlama yöntemini kullandığı ve bir öğrencinin de camdan yansıtarak çizdiği belirlenmiştir. Bir öğrenci hiçbir çizim yapmazken, iki öğrenci de noktalara dikkat ederek yani noktaları yansıtarak çizdiklerini belirtmişlerdir (Şekil 19). Bunların dışındaki diğer öğrenciler kareleri sayarak veya cetvel ile ölçerek uzunlukların eşit olmasına dikkat ettiklerini belirtmişlerdir. Bu öğrencilerden beşi çizimlerini tamamlayamamıştır ve bu öğrencilerin üçü aynı desene sahip mandalayı çizmeye çalışmışlardır (Şekil 20).

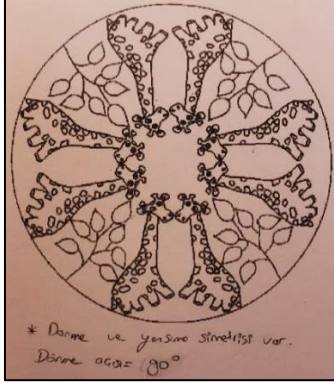


Şekil 19. Noktaları yansıtarak çizme

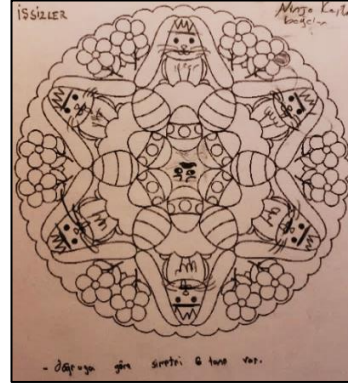


Şekil 20. Çizilemeyen mandala deseni

Sonraki aşamada öğrencilerden ikili gruplar halinde çalışmalarını istenerek, her gruba yansıma ve dönme simetrisinin birlikte bulunduğu mandala desenleri dağıtılmıştır. Bu mandala desenlerinin incelenmesi ve içerisinde bulunan simetrilerin belirlenmesi istenmiştir. Dönme simetrisi var ise kaç tane ve açısının ne olduğu, yansıma simetrisi içinse kaç tane olduğunun belirlenmesi ve yazılması istenmiştir. Yedi grup yansıma ve dönme simetrilerini tam ve doğru bir şekilde belirlerken, iki grup bazı simetrileri eksik ve bir grup bazı simetrileri yanlış belirlemiştir. Bunların birinde dönme açısı doğru belirlenmiş ancak yansıma simetrisinin olduğu söylendiği halde kaç tane olduğu belirtilmemiştir (Şekil 21). Diğerinde ise sadece doğruya göre simetriler belirlenmiştir (Şekil 22). Diğer bir grupta dönme açısı yanlış belirlenmiş ve “yansıma açısı” şeklinde ifade edilmiş, yansıma simetrisi ise belirlenmemiştir (Şekil 23).



Şekil 21. Yansıma simetrisi belirlenmemiş



Şekil 22. Dönme simetrisi belirlenmemiş

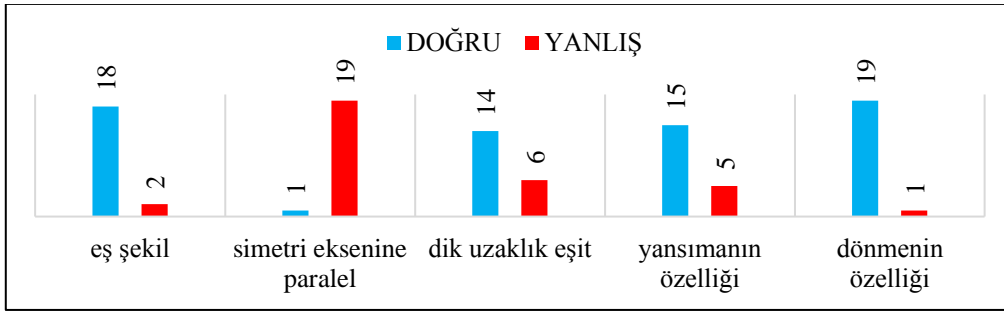


Şekil 23. Yanlış ifadelerin kullanımı

Üçüncü haftanın ikinci dersi öğrencilere konu kavrama testi ve anket dağıtılmış, uygulamaya katıldıkları için teşekkür edilerek ders sonlandırılmıştır.

### 3.2. Konu Kavrama Testi Bulguları

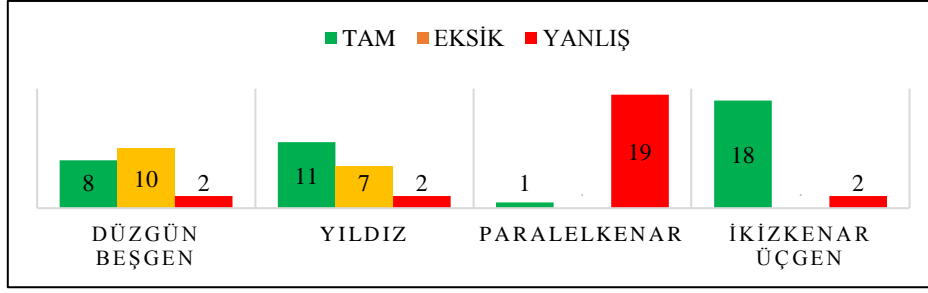
Konu kavrama testinin ilk sorusuna yönelik bulgular Şekil 24'te gösterilmektedir.



Şekil 24. Birinci soruya verilen yanıtların doğru yanlış sayısı

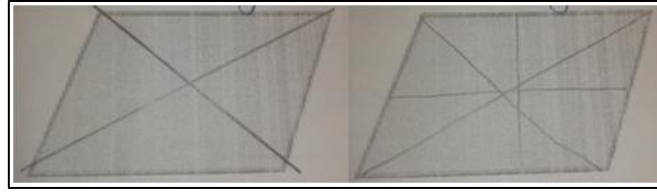
Şekil 24 incelendiğinde, 1. ve 5. ifadelerin doğruluğunu belirlemede öğrenci başarısının oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Öğrencilerin 18'inin eş şekillerin özelliğiyle ilgili birinci ifadeyi doğru değerlendirdiği görülmektedir. Benzer şekilde 19 öğrencinin dönmenin şeklin boyutunu değiştirdiği ifadesinin yanlış olduğunu belirterek 5. ifadeyi doğru değerlendirdiği görülmektedir. Öğrencilerin başarısı yansıma simetrisinin özellikleri ile ilgili diğer ifadelerde kısmen düşüş göstermektedir. Yansıma simetrisinin şeklin boyutunu koruyup yönünü korumadığı ile ilgili 4. ifadeyi 15 öğrenci doğru değerlendirirken, yansıma simetrisi altında simetrik şekillerin yansıma doğrusuna eşit uzaklıkta olduğu ile ilgili 3. ifadeyi 14 öğrenci doğru değerlendirmiştir. Öğrencilerin en çok yanlışya düştükleri ifade 2. ifadedir. Öğrencilerin simetrik şekilleri birleştiren doğru parçasının simetri eksenine dik olduğunu bilmeleri beklenen bu ifadede 19 öğrenci "simetri eksenine paraleldir" ifadesini doğru kabul ederek soruyu yanlış cevaplamışlardır.

İkinci soruda öğrenci çizimlerine yönelik bulgular Şekil 25'te sunulmaktadır.



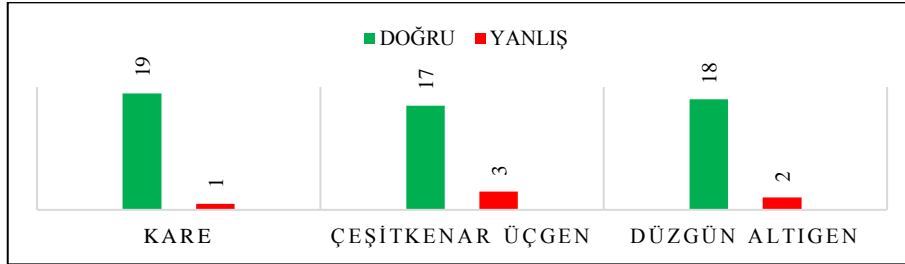
Şekil 25. İkinci sorudaki çizimlerin analizi

Beş simetri eksenini içeren ilk iki şekil düzgün beşgen ve yıldızın simetri eksenlerinin belirlenmesinde sırasıyla 8 ve 11 öğrenci beş simetri eksenini de doğru ve eksiksiz belirleyebilmiş, 10 ve 7 öğrenci ise sadece bir veya iki tane simetri eksenini doğru bir şekilde çizebilmiştir. Son şekil olan ikizkenar üçgenin tek simetri eksenini 18 öğrenci doğru biçimde belirlemiştir. Paralelkenarın yer aldığı üçüncü şeklin belirlenmesinde ise yalnızca bir öğrenci simetri eksenini belirterek soruyu doğru cevaplamıştır. Diğer öğrenciler paralelkenarın simetri eksenine sahip olduğunu düşünmüştür. Bu öğrenciler paralelkenarın köşegenlerini oluşturan doğruları veya dikdörtgende olduğu gibi, paralel kenarların orta noktalarını birleştiren doğruları simetri eksenini olarak belirtmişlerdir (Şekil 26).



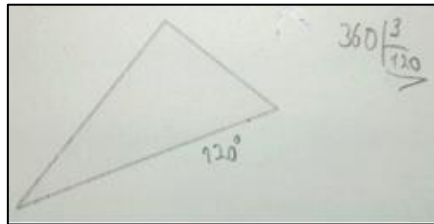
Şekil 26. Paralelkenarın simetri ekseninin belirlenmesine örnekler

Üçüncü soruda öğrencilerin yanıtlarına ilişkin bulgular Şekil 27’de gösterilmektedir.



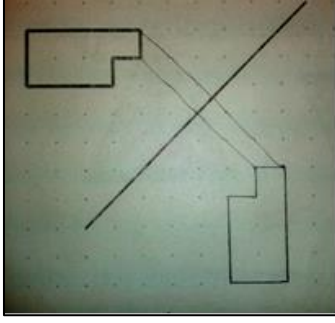
Şekil 27. Üçüncü soruya verilen yanıtların analizi

Şekil 27 incelendiğinde, karenin dönme açısını 19, çeşitkenar üçgenin dönme açısını 17 ve düzgün altıgenin dönme açısını 18 öğrencinin doğru belirlediği görülmektedir. Karenin dönme açısını yanlış belirleyen öğrenci bu açıyı  $45^\circ$  olarak, düzgün altıgenin dönme açısını yanlış belirleyen iki öğrenci bu açıyı  $30^\circ$  ve  $45^\circ$  olarak belirlemişlerdir. Dönme simetrisi olmayan çeşitkenar üçgen için ise üç öğrenciden biri  $60^\circ$ , ikisi ise  $120^\circ$  dönme açısının olduğunu düşünmüşlerdir (Şekil 28).

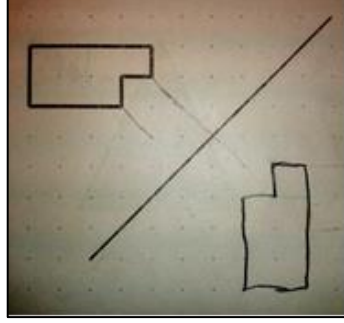
Şekil 248. Çeşitkenar üçgenin dönme açısını  $120^\circ$  olarak belirleme

Son soruda öğrencilerden verilen bir şeklin eğik bir doğruya göre yansımalarını çizmeleri istenmiştir. Öğrenci çizimleri incelendiğinde sekiz öğrencinin şeklin yansımalarını doğru çizdikleri görülmüştür (Şekil 29). Üç öğrencinin çizimi, şeklin bir veya iki kenarı doğru bir şekilde yansıtılıp, şeklin diğer kısımlarının tahmini olarak çizildiğinden dolayı kısmen doğru olarak değerlendirilmiştir (Şekil 30). Dokuz öğrencinin çizimlerinde ise hiçbir

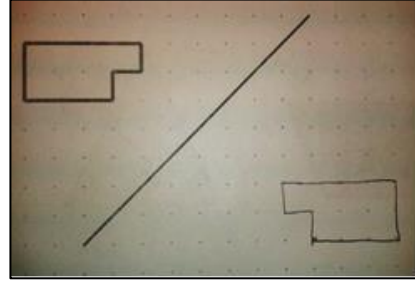
noktayı doğru yansıtamadıklarından ve dönme, öteleme gibi diğer simetrileri içeren çizimler yapmadıklarından dolayı tamamen yanlış olarak değerlendirilmiştir (Şekil 31).



Şekil 259. Doğru çizime örnek



Şekil 30. Kısmen çizime örnek



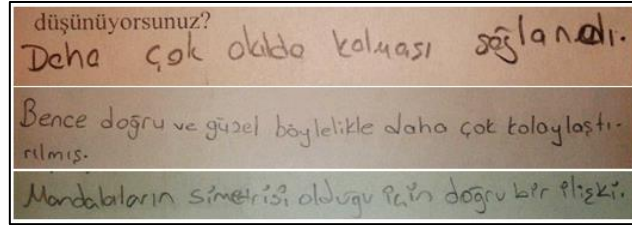
Şekil 31. Yanlış çizime örnek

### 3.3. Anket Bulguları

Anketin ilk sorusu katıldıkları dersle ilgili olarak duygu, düşünce ve eleştirilerini almaya yöneliktir. On dört öğrenci dersin eğlenceli olduğunu, üç öğrenci derste zorlandığını, üç öğrenci ise derste yeni bilgiler öğrendiklerini ifade etmişlerdir.

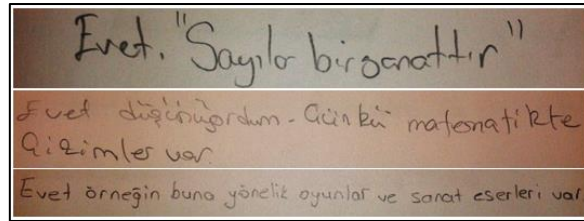
İkinci soruda bu dersin simetri konusunu öğrenmelerini sağlayıp sağlamadığı sorulmuştur. On sekiz öğrencinin cevabı olumlu olurken, iki öğrenci konuyu daha önceden bildikleri için herhangi bir fayda sağlamadığını ifade etmişlerdir.

Simetri konularının mandala sanatı kullanılarak öğretilmesi konusunda ne düşündüklerinin sorulduğu üçüncü soruda bir öğrenci mandalayla sevmediğini, biri karışık bulduğunu belirtmiştir. On sekiz öğrenci ise simetri konuları ile ilişkili olduğunu ve bu konuları öğrenmek için akılda kalıcı bir yöntem olarak gördüklerini ifade etmişlerdir (Şekil 32).

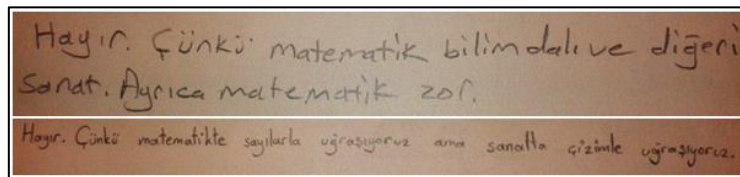


Şekil 32. Anketin üçüncü sorusuna verilen yanıtlara örnekler

Bu derse katılmadan önce matematikle sanatın ilişkilendirilebileceğini düşünüp düşünmediklerinin sorulduğu dördüncü soruda ise on bir öğrenci düşündüklerini çünkü matematiğin de bir sanat olduğunu, oyunların ve sanat eserlerinin matematiği içerdiğini belirtmişlerdir (Şekil 33). Dokuz öğrenci ise daha önce böyle bir ilişki üzerinde düşünmediklerini çünkü matematiğin sayılarla, sanatın ise çizimlerle uğraştığını ve matematiği zor bir bilim dalı olarak düşündüklerini ifade etmişlerdir (Şekil 34).



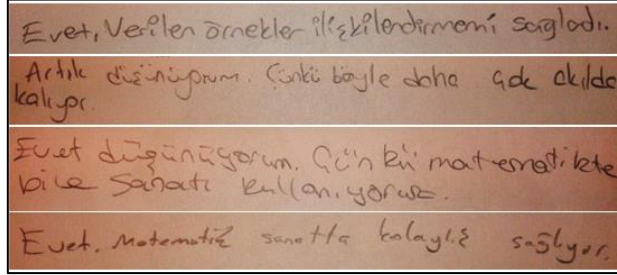
Şekil 263. Olumlu cevap örnekleri



Şekil 34. Olumsuz cevap örnekleri

Matematik ve sanatı daha önce ilişkilendirdikleri bir durum olup olmadığının sorulduğu beşinci soruda ise beş öğrenci origamiyi örnek olarak verirken, diğer öğrenciler olmadığını belirtmişlerdir.

Bu dersin sonunda matematik ve sanatın ilişkilendirilebileceğini düşünüp düşünmediklerinin sorulduğu altıncı soruya bir öğrenci dışında bütün öğrenciler olumlu cevap vermişler ve bunu aşağıdaki türden açıklamalarla ifade etmişlerdir (Şekil 35).



Şekil 275. Anketin altıncı sorusuna verilen yanıtlara örnekler

Son soruda ise matematiğin başka hangi konularında sanat ile ilişkilendirme yapılabileceği sorulmuş, 15 öğrenci ölçme, oran, açılar, çokgen gibi konularda matematiğin mimari, origami gibi sanat dallarıyla ilişkilendirebileceğini ifade etmişlerdir.

#### 4. Tartışma

Uygulama sürecinde mandala desenleri kullanılarak öğrencilerle simetri eksenlerini belirleme, yansıma simetrilerini çizme ve dönme simetrilerinin açılarını belirleme üzerine birçok etkinlik yapılmıştır. Bu etkinlikler, MEB (2013) ortaokul matematik dersi öğretim programında önerilen şekilde, keşfetmeye dayalı olarak, öğrencilerin gruplar halinde ve bireysel olarak çalışmalarına imkan verecek şekilde bir ders planı olarak tasarlanmıştır. Ders planının hazırlanmasında ilk olarak MEB programlarında (2009, 2013, 2015) simetri öğretimi için yer alan kazanımlar ve bu kazanımların sıralamaları incelenmiştir. Bunlara uygun olarak mandala desenleri seçilmiştir. İlk derste mandalanın ne olduğu ve mandala desenlerinin oluşturulması hakkında öğrencilere kültürel ve tarihsel bilgi verilmiş, böylece öğrenciler mandala desenleri hakkında ön bilgiye sahip olmuşlardır. İlk mandala desenleri özellikle renkli mandalalardan seçilmiştir. Bunun amacı ise öğrencilerin mandalaların simetrik yapısını daha kolay fark etmelerini sağlamak ve sanatsal olarak güzellik algısını oluşturmaktır. Uygulama sınıfında akıllı tahta yer aldığı için etkileşimli bir sunum hazırlanmıştır. Bu sunumda ders planıyla uyumlu olacak şekilde çeşitli mandala desenlerinin resimlerine yer verilmiş, yarım ve çeyrek mandalanın simetri ekseninden yansımayla bütün bir mandalayla oluşturduğu ve dönme sonucu görüntüsünün değişmediğini göstermek amaçlı çeşitli animasyonlar kullanılmıştır. Kullanılan bu sunum da öğrencilerin ilgisini çekmekte ve mandala desenleri içerisindeki söz konusu simetriyi fark etmelerinde etkili olmuştur.

Mandala desenleri ile çalışmaya eş şekiller ve simetri eksenleri gibi kavramlarla başlanmış ve böylece öğrencilerin hazır bulunuşlukları göz önünde bulundurularak yansıma ve dönme simetrilerine yumuşak bir geçiş yapılmıştır. Simetri öğretimine yönelik böyle bir geçişi Aksoy ve Bayazıt (2014) da öğrencilerde yaşanabilecek kavram yanlışlarını önlemek amacıyla önermektedir.

Mandala desenlerinde simetri eksenlerinin belirlenmesi konusunda öğrenciler çok zorlanmamış, eş şekillerin ortasından geçecek ve şekilleri ortadan ikiye bölecek şekilde simetri eksenlerini çizmişlerdir. Mandala desenleri dairesel yapıları gereği birçok simetri eksenine sahiptirler. Bu bağlamda simetri ekseninin sadece yatay ve dikey bir yapıya sahip olmadığı, her şekilde çizilebileceğinin vurgulanması açısından mandala desenlerinin kullanımı önemli olmuştur. İlk örneklerde öğrenciler katlama yöntemini kullanırlarken sonraları desenlerin yapısına göre de simetri eksenlerini belirledikleri gözlemlenmiştir. Simetri eksenini belirlerken desenin yapısına göre, öğrenciler desenin merkezine veya kollarına dikkat etmişler, çizimlerini yaparken belirlenen bu yapıların orta noktalarını kullanmışlardır. Bu anlamda öğrencilerin mandala desenleri üzerinde simetri eksenlerini belirlemeye çalışırken bütünü düşünen global düzeyden parçalara ve noktalara odaklanan analitik düzeye (Aksoy ve Bayazıt, 2014) doğru bir geçiş yaptıkları söylenebilir. Böyle bir geçiş uygulama sonunda bir kazanım olarak öğrencilerden beklenen bir geçiştir. Mandala desenlerinde yer alan simetrik yapılar (merkezde ve kollarda bulunan) bu geçişin daha kolay ve yumuşak olmasını sağlamıştır.

Ders planı hazırlanırken öğrencilerin çizim yapmalarını gerektiren etkinliklerin olmasına da önem verilmiştir. Bu etkinlikler yarım mandala desenlerinin tamamlanması olarak belirlenmiştir. Ancak bu etkinlik esnasında düz kağıdın kullanılması ve kimi mandala desenlerinin çizilmesinin zor olması nedeniyle zorluklar yaşanmıştır. İkinci hafta yarım mandala desenleri düz kağıda çıkartıldığı için öğrenciler katlama ve desenlerin camda yansımalarını çizme yöntemini geliştirmişlerdir. Öğrencilerin zorlandıkları bir durumda yansımanın biraz da fiziksel bir özelliğini kullanarak böyle bir yöntem geliştirmeleri de değerli görülmektedir. Bu etkinliğin tekrarı üçüncü hafta kareli kağıtlara yarım mandala desenlerinin çıkartılmasıyla yapılmıştır. Bu etkinlikte de mandala desenlerinin eğik eksen boyunca kesilmiş olmasından ve sunulan desenlerin karmaşıklığından kaynaklanan

zorluklar yaşanmıştır. Eğik eksende yansıma çizimi ve düz kağıdın kullanımındaki zorluklara ilişkin bulgular alan yazındaki ilgili çalışmalarda daha önce vurgulanmıştır (Köse, 2012). Ayrıca bu durum Aksoy ve Bayazıt'ın (2014) aktardığı gibi öğrencilerin gelişimsel düzeylerinden de kaynaklanmış olabilir. Öğrencilerin aynı desene sahip yarım mandalaları tamamlayamamalarından da anlaşılacağı gibi, mandala desenlerinin zorluğunun bu çizimleri etkilediği söylenebilir. Yarım mandala desenlerinin tamamlanması etkinliği öğrencilerin çizim becerilerini geliştirmesi açısından değerli görülmüştür. Fakat etkinlikte kullanılacak mandala desenlerinin daha dikkatli seçilmesi ve bunların kareli kağıtlara basılmış olması önemlidir.

Dönme simetrisinin öğretimi yapılacak hafta sadece dönme simetrisine sahip mandalalar sunulmuştur. Öğrenciler dönme simetrisini içeren desenlerde yansıma simetrisini göremeyince simetri olmadığını düşünmüşlerdir. Simetrinin tanımının hatırlatılması ve dönme simetrisine sahip mandala deseninin tahtada döndürülerek yansıtılması sonucunda dönme simetrisine kolay ve etkili bir geçiş yapılmıştır. Dönme birimlerinin belirlenmesinde büyük oranda sıkıntı yaşanmamıştır. Kimi öğrenciler dönme birimini belirlemek yerine dönen aynı şekilleri belirtmişlerdir (Şekil 18). Bu durum mandala desenlerinin karışıklığından da kaynaklanmış olabilir. Öğrencilerin bu yaklaşımları da doğru olarak değerlendirilebilir. Dönme açılarından belirlenmesi sırasında öğrenciler, tam açı olan  $360^\circ$ 'yi dönen birimlerin sayısına bölmüşler ve dönme açısını belirlemişlerdir. Böylece dönme açıları, belirlenen daire dilimi şeklindeki dönme biriminin iç açısına eşit çıkmıştır. Bu durum simetri ile daire konusunun bütünleştirilmesinde mandalanın aracı bir rol oynadığını göstermektedir. Ayrıca bu durum mandalanın dairesel yapısı ve belirlenen birim ile tüm mandalanın oluşturulmak istenmesiyle ilişkilidir. Öğrencilerin dönme açısını veya dönme birimlerini belirlemelerinde mandala desenlerinin kolaylık sağladığı gözlemlenmiştir. Bu etkinlikte dikkat edilmesi gereken en önemli nokta sadece dönme simetrisine sahip olan, simetri eksenlerinin çizilemeyeceği mandala desenlerinin kullanılmasıdır. Böylece öğrenciler yansıma simetrisi ile dönme simetrisi arasındaki farkı daha iyi anlayabileceklerdir.

Yansıma ve dönme simetrisinin birlikte bulunduğu mandalaların incelenmesinde öğrencilerin yansıma simetrisini bulma konusunda zorlanmadığı, ancak dönme simetrisini belirlemede (şekil 22) veya ifade etmede (şekil 23) zorlandığı görülmüştür. Simetri kavramının küçük yaşlardan itibaren simetri eksenine bağlı olarak öğretiliyor olması, öğrencilerin yansıma simetrisini daha çabuk kavramasını ve benimsemesini sağlıyor olabilir. Bu nedenle öğrenciler tarafından yansıma simetrisinin belirlenmesinin dönme simetrisinin belirlenmesine göre daha kolay olduğu düşünülebilir. Ayrıca, uygulama esnasında simetri eksenini ve yansıma simetrisi çalışmalarına daha fazla yer verilmiş olması ve dönme simetrisinin sadece ikişer farklı mandala deseni üzerinde incelenmiş olmasının bunda etkisi olduğu düşünülmektedir. Bu nedenle her etkinlik için daha fazla sayıda ve daha farklı özellikleri içeren çeşitli mandala desenlerinin kullanılmasının daha etkili olacağı düşünülmektedir.

Uygulama süreci sonunda mandala desenlerinin kullanıldığı bir simetri dersinin öğrencilerin konuları öğrenmesine etkisinin görülmesi amacıyla, öğrencilerin konuyla ilgili karşılaşılabilecekleri sorulara benzer sorulardan oluşan bir konu kavrama testi uygulanmıştır. Konu kavrama testinin sonuçları incelendiğinde ise öğrencilerin belli durumlar dışında büyük bir oranda başarı gösterdikleri söylenebilir. İlk soruda simetrik yapıları birleştiren doğrunun simetri eksenine paralel olması ifadesinin “doğru” olarak kabul edilmesinin ya ifadenin tam anlaşılmasından ya da paralellik konusunda öğrencilerin yeterli bilgisinin olmadığından kaynaklandığı düşünülebilir. Uygulama sürecinde simetrik şekillerin simetri eksenine dik olduğu vurgulanmıştır. Paralellikle ilgili bir tanımlama veya örnek verilmemiştir. Öğrenciler ifadede yer alan “paralellik” ile “diklik” durumlarını karıştırmış veya soruyu tam olarak okumamış olabilirler. Böyle bir karışıklığın yaşanmaması için sınıf etkinlikleri esnasında simetrik yapıların simetri eksenine dik olduğunun araştırması öğrenciler ile farklı örnekler üzerinden defalarca yapılabilir. Bu uygulama esnasında bir mandala deseni üzerinde cetvel ve gönye kullanılarak öğrencilerle araştırma yapılmış, sınıf tahtasına çizilerek gösterilmiştir.

İkinci soruda en sık karşılaşılan hata olan paralelkenarın simetri ekseninin olduğu düşüncesine, benzer birçok çalışmada rastlanmıştır. Cabri programının kullanıldığı bir çalışmada (Köse ve Özdaş, 2009) ve öğretmen adaylarıyla yapılan bir çalışmada (Karadeniz vd., 2015) büyük bir çoğunluk paralelkenarın simetri eksenlerini belirlemeye çalışmıştır. Öğrencilerin paralelkenarın simetri ekseninin olduğunu düşünmelerinin sebebi paralelkenarın iki eş parçaya ayrılabilmesidir. Ancak bu parçalar köşegenlerine veya karşılıklı kenarların orta noktalarından çizilen doğrulara (Şekil 26) göre birbirinin simetrisi değildir. Bu çalışmada öğrencilerin simetri eksenini belirlemek için başvurduğu bir yöntem mandala desenini ikiye katlama yöntemidir. Öğrenciler paralelkenarın simetrik olup olmadığını en azından, katlama yöntemini kullanarak deneyimleyebilirlerdi. Oysa hiçbir öğrencinin bu soruyu yanıtlarken bu yöntemle başvurmadığı görülmüştür. Bu durum öğrencilerin etkinlik ortamında ve “test” ortamında farklı davrandıklarının bir göstergesi veya paralelkenarın şekil olarak mandala desenlerine göre daha basit ve tanıdık bir şekil olmasından dolayı bu yöntemle başvurma ihtiyacı hissetmeden soruyu çabukça cevaplamalarının bir sonucu olarak düşünülebilir. Böyle bir yanılmanın öğrencilerde oluşmasını önlemek veya gidermek amacıyla ders esnasında paralelkenarın çeşitli yerlerinden katlanarak simetri eksenine sahip olmadığını gösterilmesi gerekebilir.

Üçüncü sorudaki üçgenin çeşitkenar olduğu, testin uygulanması sırasında birkaç kez vurgulanmış olmasına rağmen üç öğrenci tarafından eşkenar üçgen gibi düşünülerek “ $120^\circ$  dönme açısı var” şeklinde yanıtlanmıştır. Bu durum söz konusu üçgenin kare ve düzgün altıgen ile aynı soruda verilmiş olmasından, kare ve düzgün altıgenin



sırasıyla 4 ve 6 dönme simetrisine sahip olmasından kaynaklanmış olabilir. Bu durum öğrencilerin şeklin simetrik olup olmamasından çok, köşe sayısı ile dönme açısı arasındaki ilişkiyi genellemelerine neden olmuş olabilir (dört kenara sahip çokgende dört tane dönme simetrisi, altı kenara sahip çokgende altı, üç kenara sahip çokgende de üç tane dönme simetrisi, gibi). Öğrencilerin bu şekilde yanlış genellemeler yapmalarını önlemek amacıyla, ders esnasında düzgün olmayan şekillerin de dönme simetriterinin incelenmesi uygun olabilir.

Dördüncü soruda verilen eğik doğruya göre yansımanın çizimi de Köse'nin (2012) çalışmasının sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Burada kısmen doğru çizim yapan öğrencilerin dikkatsiz ve aceleci davrandıkları söylenebilir. Öğrenciler şekli bir bütün olarak düşünmüş veya sadece bir iki noktasını yansıtarak geri kalanını sezgisel olarak çizmişlerdir. Bu durum da öğrencilerin gelişimsel düzeyleriyle ilgili hataları olarak görülebilir (Aksoy ve Bayazit, 2014). Uygulama boyunca öğrenciler katlama yöntemini çok sık kullanırken, sorudaki çizimi yaparken veya sonrasında kontrol amaçlı olarak hiç katlama yapmamışlardır. Bu da öğrencilerin serbest bırakıldığında problem çözümü için farklı yöntemler geliştirirken, hep alıştıkları tarzda sorularla karıştırdıklarında ise klasik yöntemden ayrılmadıkları şeklinde yorumlanabilir.

Öğrencilere uygulanan mini anketten elde edilen bulgular, öğrencilerin dersi ilgi çekici ve eğlenceli bulduklarını ve dersin simetri konularını öğrenmelerine katkı sağladığını düşündüklerini göstermektedir. Öğrencilerin yarısı dersten önce matematik ve sanatı ilişkilendirmediklerini ifade ederken, dersten sonra ilişkilendirmeye başladıklarını belirtmişlerdir. Bu ifadeler sonucunda derste bolca kullanılan mandala desenlerinin incelenmesinin, tartışılmasının ve çizilmesinin öğrencilerin matematik ve sanatı ilişkilendirmeleri üzerine olumlu bir etkisi olduğu düşünülebilir. Diğer yandan, öğrencilerin uygulama boyunca derse aktif bir şekilde katıldıkları gözlemlenmiştir. Dersin öğretmeni de öğrencilerin ilgisinin ve motivasyonlarının yükseldiğini belirtmiştir. Öğrenciler tenefüslerde dahi mandala desenleri üzerinde çalışmaya devam etmişlerdir. Bu bulgular, planlanan dersin öğrencilerin ilgi ve motivasyonlarını arttırdığı, simetri konularının daha etkin bir biçimde öğretilmesine ve matematikle sanatın ilişkilendirilmesine olanak tanıdığı şeklinde yorumlanabilir.

## 5. Sonuç ve Öneriler

Üç hafta süren ve toplamda 6 ders saatini kapsayan uygulamaya genel olarak bakıldığında öğrencilerin ilgi ve motivasyonlarının yüksek olduğu, birçok tartışma ve yoruma katıldıkları görülmüştür. Tamamı mandala desenlerinin incelenmesi üzerine kurgulanan, aşamalı ve esnek bir biçimde hazırlanan ders planları sayesinde yansıma ve dönme simetrisi ve ilgili kavramlar rahatlıkla ele alınabilmiştir. Öğrencilerin tamamı kendilerine verilen görevleri yerine getirmek için istekli davranmış ve bu görevleri büyük oranda başarı ile yerine getirmişlerdir. Konu kavrama testinin sonuçları birkaç özel durum dışında, konunun öğrenciler tarafından kavrandığını, anket sonuçları ise derslerin ilgi çekici ve etkili olduğunu, matematikle sanatı ilişkilendirme imkanı sunduğunu göstermiştir.

Sonuç olarak, mandala desenlerinin incelenmesi üzerine kurulu bir ders planının matematik dersi öğretimi programında yer alan yansıma ve dönme simetrisi konularına girişte etkin bir yaklaşım olarak kullanılabileceği görülmüştür.

Bu ders planını daha etkin kılmak için simetri öğretimi boyunca kullanılacak mandala desenlerinin basit ve sade olmasına özen gösterilmesi gerektiği düşünülmektedir. Mümkün olduğunca geometrik şekillerin bulunduğu, karmaşık olmayan desenler seçilebilir ve mandala desenleri kullanılacak amaç doğrultusunda öğretmen/araştırmacı tarafından çizilebilir. Böylece mandala desenlerinin karmaşıklığından kaynaklanan zorluklar en aza indirgenebilir. Diğer yandan, bu veya benzer bir ders planı belirli bir kuramsal yaklaşım çerçevesinde geliştirilerek ve uygulanarak daha etkin bir öğretim gerçekleştirilebilir.

Bu çalışma kapsamında hazırlanan ders planı toplamda 6 ders saatini kapsamaktaydı. Oysa öğretim programı, söz konusu konuların öğretimi için (dönme simetrisi hariç, ama öteleme simetrisi dahil) 20 ders saati öngörmektedir. Daha çok mandala desenlerinin incelenmesi, yarım desenlerin tamamlanmasına yönelik daha fazla çalışma yapılması, öğrencilerin pergel ve cetvel kullanarak verilen kısıtlamalar altında (örneğin, 4 simetri eksenli olan bir mandala deseni oluşturunuz, gibi) kendi çizimlerini oluşturmalarına imkan tanınması, dinamik geometri programları veya özel yazılımlar kullanarak mandala desenleri oluşturulması gibi çalışmalarla ders içeriği rahatlıkla zenginleştirilebilir. Böylelikle, hem öğrencilerin ilgili konuları daha iyi kavramaları hem de matematikle sanat ilişkisini daha iyi keşfetmeleri sağlanabilir.

## **Linking mathematics with art: Using mandala patterns for the teaching of symmetry**

### **Extended Abstract**

In art, symmetry is generally considered as balance, proportionality, similitude of parts each with other and related to structure adjustment. Symmetry is not only an indicator of beauty in art objects, but also a significant subject of mathematics. Mandala, with its attractive circular patterns, has been considered as an object of art and a mean of relaxation and therapy. We suppose that the use of mandala patterns, which has generally symmetric structures with reflection and rotation, could be an effective way to introduce symmetry subjects and to link mathematics with art. In recent years, although mandala art has become very popular, it was observed that no study carried out with the purpose of its use in mathematics teaching, especially for the teaching of symmetry subjects. It is considered that the study with this purpose could contribute to the literature.

The study was conducted with 20 seventh grade students in Eskişehir, to whom symmetry subjects have not yet introduced. A lesson plan exclusively based on the use of mandala patterns was prepared to introduce reflection and rotation symmetries. The courses were completed, two hours a week, by three weeks. The data of the study was collected through observation notes taken by a researcher during the courses, students' worksheets, a symmetry test in order to know to what extent students learnt symmetry subjects and a mini-survey in order to determine whether or not students could link mathematics with art. The data was analysed with a descriptive method.

During courses, students were given several worksheets with mandala patterns related to the concepts of symmetric figures, symmetry axis, reflection and rotation symmetries. Students could easily determine symmetry axis of mandala patterns that have two, three, four, six and eight symmetry axis. They had difficulty in completing half-mandala patterns according to a sloping reflection line. Rotation symmetry could be easily introduced thank to the circular structure of mandala. The results of the symmetry test showed that students have learned the concept of congruent figures, the characteristics of reflection and rotation symmetries and they could determine symmetry axis and rotation angle of geometric figures. However, the results of the test also showed that students had always difficulty in drawing a reflection according to a sloping line. The findings of the survey demonstrated that students found attractive and motivating an introduction to symmetry concepts using mandala patterns, and that they could link mathematics with art, never imagined before by a half of the students.

Students' difficulty in completing half-mandala patterns and in drawing a reflection according to a sloping reflection line could be explained by students' levels of cognitive development and by the fact that this lesson plan was only made for six hours, although the curriculum envisage about 20 hours for the teaching of the symmetry subject at 7th grade. According to the findings obtained from observation notes, the symmetry test and the survey, it is possible to affirm that using mandala patterns for the teaching of symmetry subjects could foster students' understanding while allowing them to actively participate, and became an effective way to link mathematics with art. We think that this introduction to symmetry subjects could be developed and enriched with the analysis of mandala patterns on computer environment using dynamic geometry software and by allowing students to construct, under some restrictions, their own mandala using ruler and compass.

**Keywords:** Mathematics, Art, Mandala, Symmetry, 7<sup>th</sup> Grade

**Kaynaklar**

- Aksoy, Y. ve Bayazıt, İ. (2014). Simetri kavramının öğrenim ve öğretiminde karşılaşılan zorlukların analitik bir yaklaşımla incelenmesi. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Ed.). *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri*. Ankara: Pegem Akademi.
- Bağcı, O. (2015). *Ortaokul matematik 7 ders kitabı*. Ankara: Tutku Yayıncılık.
- Bakım, S. (2014). *Fibonacci Dizisi ve Altın Oran'ın Müzikte Kullanımının İncelenmesi*. (Yüksek Lisans Tezi). Selçuk Üniversitesi/Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Bergil, M. S. (2009). *Doğada, bilimde ve sanatta altın oran*. İstanbul: Arkeoloji ve Sanat Yayınları.
- Bora, U. (2002). Bilim ve sanatın kesiştiği nokta: Matematik ve müzik ilişkisi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(1), 53-68.
- Bulut, S., Boz, B. ve Yavuz, F. D. (2016). 7. Sınıf matematik ders kitaplarında dönüşüm geometrisi işlenişinin öğretim programları açısından değerlendirilmesi. *İlköğretim Online*, 15(4), 1164-1190. doi: <http://dx.doi.org/10.17051/io.2016.86316>
- Çakmak, M. S. (2011). *Evrenin geometrik şifresi: altın oran, kaos, fraktal, simetri*. İstanbul: Griffin.
- Dahlke, R. (1998). *Sıradışı bir yolculuk dünya'nın mandalaları* (Çev. E. Alnıaçık). İstanbul: Sistem Yayıncılık.
- Erdoğan, A., Eşmen, E. ve Fındık, S. (2015). Ortaokul matematik ders kitaplarında matematik tarihinin yeri: Ekolojik bir analiz. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi* 42, 239-259. doi: 10.15285/ebd.67242
- Hickman, R. and Huckstep, P. (2003). Art and mathematics in education. *Journal of Aesthetic Education* 37(1), 1-12. Doi: 10.1353/jae.2003.0001
- Jung, C. G. (1972). *Mandala Symbolism* (trans. R.F.C. Hull). New Jersey: Princeton University Press
- Jung, C. G. (2006). *Jung'dan seçme yazılar* (Derleyen: Anthony Storr, Çeviren: L. Özşar). Ankara: Dost Kitabevi.
- Kaplan, A. ve Öztürk, M. (2014). 2-8. sınıf öğrencilerinin simetri kavramını anlamaya yönelik düşünme yaklaşımlarının incelenmesi. *Elementary Education Online* 13(4), 1502-1515. doi: 10.17051/io.2014.96600
- Karadeniz, M. H., Baran, T., Bozkuş, F., & Gündüz, N. (2015). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının yansıma simetrisi ile ilgili yaşadıkları zorluklar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education* 6(1), 117-138. doi: 10.16949/turcomat.71538
- King, J. P. (2010). *Matematik sanatı* (19.baskı). Ankara: TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları.
- Koç, S. (1995). Marthart: Matematiksel sanat. *Bilim ve Teknik*, 330, 44-47.
- Köse, N. Y. (2012). İlköğretim öğrencilerinin doğruya göre simetri bilgileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi* 42, 274-286.
- Köse, N. Y. ve Özdaş, A. (2009). İlköğretim 5. sınıf öğrencileri geometrik şekillerdeki simetri doğrularını cabri geometri yazılımı yardımıyla nasıl belirliyorlar?. *Elementary Education Online* 8(1), 159-175.
- Marino, R. (2008). *Geometry in art and design* (Doctoral dissertation). Available from ProQuest database. (UMI No. 3327062)
- MEB. (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8.sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: MEB.
- MEB. (2013). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB.
- MEB. (2015). *İlkokul matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB.
- Onat, E. (2010). *Mimarlık, form ve geometri*. Ankara: Efil Yayınevi
- Polat, S. (2013). Origami ile matematik öğretimi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 10(21), 15-27.
- Sezer, R. (Ed.). (2013). *İlköğretim matematik 7 ders kitabı* (2.baskı). Ankara: MEB.
- Snowden, R. (2012). *Jung kilit fikirler*. (Çev. K. Atakay). İstanbul: Optimist Yayınları.
- Stewart, I. (2007). *Why beauty is truth a history of symmetry*. New York: Basic Books.
- Wichmann, B. (2008). Symmetry in Islamic geometric art. *Symmetry: Culture and Science*, 19(2-3), 95-112.

**Ek.1**

Tablo 1. Simetri konularının öğretiminde mandala sanatının kullanılmasını içeren ders planı

1. Hafta		2. Hafta		3. Hafta	
1. Ders	2. Ders	1. Ders	2. Ders	1. Ders	2.Ders
Mandalanın tanıtımı ve bir örnek üzerinde incelenmesi	Üç simetri eksenine sahip bir mandalanın eksenlerinin çizimi	Mandala üzerinde simetri ekseninin özelliklerinin incelenmesi	Dönme simetrisine sahip mandalaların incelenmesi	Dönme simetrisinin tanımlanması	Konu kavrama testinin ve anketin uygulanması
Simetrinin tanımının yapılması	Dört ve beş simetri eksenli olan mandalalarda eksenlerin çizimi	Simetri eksenli ile simetrik yapıları birleştiren doğru arasındaki açının belirlenmesi	Mandaladaki dönme biriminin dilim olarak belirlenmesi ve boyanması	Eşit açı, uzunluk ve eksen özelliklerine dikkat ederek yansıtılma yapılması	
3-4 kişilik gruplarda bir simetri eksenli mandalanın incelenmesi ve eksenin çizimi	Altı ve sekiz simetri eksenli olan mandalalarda eksenlerin çizimi	Doğruya göre simetri ve yansıma simetrisinin vurgulanması	Daire diliminin açısının belirlenmesi ve böylece dönme açısının tanımlanması	Yansıma ve dönme simetrisinin birlikte bulunduğu mandalaların incelenmesi	
Simetrik yapıların aynı renge boyanması ve eksenin özelliklerinin incelenmesi	Simetri ekseninin belirlenmesinde iki noktaların tartışılması ve özelliğinin vurgulanması	Verilen yarım mandala deseninin tamamlanması	Dönme simetrisinin tanımlanması	Mandalada kaç tane dönme-yansıma simetrisi olduğunun, açılarının- eksenlerinin belirlenmesi	