

## GES ve Bununla Bağıntılı Üretim Fonksiyonları Üzerinde Yapılan Son Uygulamalı Çalışmalar I.

Marc Nerleve (\*)

Arrow, Chenery, Minhas ve Solow (ACMS) birlikte neşrettikleri çalışmalarında günümüzde çok iyi bilinen sabit ikâme elastikiyetli (CES) üretim fonksiyonunu ilk olarak ortaya atarken, ikâme elastikiyetine ait bilgilerin önemli rol oynadığı sahaları da aşağıdaki şekilde açıklamışlardır 1); (1) Bazı modallerin içerdiği belirli büyüme yollarının dengesi veya dengesizliği ikâme elastikiyetinin değerine bağlıdır, örneğin Harrad-Domar modellerinde olduğu gibi, (2) değişen faktör tahsislerinin ticaret paterindeki etkileri ile nisbi faktör fiyatları çeşitli endüstrilerde faktörler arasındaki ikâme elastikiyetle-

rinde meydana gelen değişimin yapısına bağlıdır (2, 3) nihayet, ikâme elastikiyetinin zamanla değişen faktör nisbi paylarındaki geleneksel önemini bu yazarlar (ACMS) tekrar belirtmektedirler. Bu sonucunu konuyu önce Karvis (1959) ele almış ve daha sonra Solow (1964) tarafından derinliğine incelenmiştir. Aggregate üretim fonksiyonlarında başlıca amacın zamanla toplam olarak değişen faktör payı ile output arasındaki bağıntıyı ortaya koymak ve böylece ekonomik büyümeyi anlamak olduğu söylenebilir.

Nelson (1965) üretim fonksiyonundan beklenen bu amaçların CES tipi üretim fonksiyonuyla bağdaşmadığını araştırmış ve iki üretim faktörü esas alındığında toplam outputtaki büyüme oranını aşağıdaki eşitliğin yaklaşık olarak verdiğini göstermiştir.

$$(1) \frac{\dot{V}}{V} = \frac{\dot{A}}{A} + b_0 \frac{\dot{L}}{L} + (1+b_0) \frac{\dot{K}}{K} + \frac{1}{2} b_0 (1-b_0) \frac{\delta-1}{\delta} \left[ \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L} \right]$$

(\*) Yazarın, The Theory and Empirical Analysis of Production'da çıkan «Recent Empirical Studies of The CES and Related Production Functions» adlı makalesi Prof. Dr. Kutlu Y. Zoral tarafından tercüme edilmiştir.

(1) Arrow ve arkadaşları (1961, çalışmanın sonundaki literatüre bak.) CES fonksiyonunu ilk önce bir Rus yazarının ileri sürdüğü iddia edilmediğine göre, bu fonksiyonu İngilizce literatürde yayınlattıranların ACMS olduğu söylenebilir. Bu yazarlar, fonksiyonun ilk önce Solow (1956) ve Swan (1956) tarafından kullanıldığını belirtmektedirler. Whitaker (1964) ise, fonksiyonu ilk defa Dickinson'un 1954'te Review of Economic Studies adlı dergideki makalesinde kullandığını iddia etmektedir. Fonksiyonu kendilerinin bulmuş olduğunu iddia eden Brown ve de Cani'nin iddiaları da doğru olabilir.

(2) Özellikle bak. Minhas (1962)

Bu eşitlikte b, iş gücünün toplam outputtaki payına tekabül etmektedir. Son terim, Cobb - Douglas fonksiyonunun aksine, CES fonksiyonunun büyümede sabit, fakat bire eşit olmayan ikâme elâstikiyetini göstermektedir. Dikkat edilecek olursa, sermaye ve iş gücündeki artış oranı biri birine eşit veya = 1 olduğu zaman, denklemin açıklamaya çalıştığı toplam outputtaki büyüme oranı Cobb - Douglas fonksiyonundaki büyüme oranına dönüşmektedir.

Yukarıdaki eşitlikte  $\frac{\Delta}{A}$ , nörtal teknolojik değişmelerin tesirlerini göstermektedir. Nelson'un a-

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \left( \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \right) (0.03)^2 = \frac{1}{9} - \frac{9}{10000} = -0.0001$$

Böylece, Nelson hangi ikâme elastikiyeti ele alınırsa alınsın, harpten önceki dönemler için iş gücü başına veya iş gücü saatine düşen sermaye artışının, üretimdeki artışın çok az bir kısmını izah ettiği ve bu düşük izah seviyesinin ikâme elastikiyeti için seçilen belirli herhangi bir değerden etkilenmediğini ortaya koymaktadır.

İkâme elastikiyetinin tutarsızlığını iddia eden, Nelson'a üç noktadan itirazla kısmen cevap verilebilir; önce Nelson'un da gözlediği gibi, uzun devrede veya sermaye stokunun iş gücündeki artıştan daha hızla arttığı dönemlerde ikâme elastikiyetinin 1'den farklılığı neticenin tayininde etkin rol oynamamaktadır.

çıkarmak istediği konu şöyle özetlenebilir, «..... kısa devredeki büyüme analizlerinden ve sermaye stokku ile iş gücü artış oranlarının pek farklı olmadığı durumlarda ..... CES modelinin uygulanması ile fazla bir şey elde edilmemektedir.» (1). Örneğin, A.B.D.'de 1947 ile 1960 arasında sermaye stoku, iş gücüne oranla her yıl % 3 daha hızlı artış göstermiştir. İş gücünün nisbi payını üçte iki ve ikâme elastikiyetini de 1 yerine 1/2 farz edersek yıllık büyüme oranı, Cobb - Douglas modeliyle yapılan büyüme oranı tahmininden % 3 daha düşük çıkar, diğer bir ifadeyle fark

maktadır. İkinci yanıt, sonucun geleneksel biçimdeki sermaye ve iş gücü ölçümüne dayanması ve insan sermayesi (human capital) ile ilgili yatırım veya kalite artımında ileri gelebilecek iş gücü ve sermaye stokundaki büyümelere yer verilmemiş olmasıdır. Eğer teknik gelişme sadece sermaye yönü ise ve iş gücündeki artış çok az yahut kalitesinde değişme olmamış ise, geleneksel input ölçüleri iki input arasındaki büyüme oranlarındaki farklılığı bir hayli küçültmektedir. Böylece Nelson'un iddiasını pek desteklemeyen bir durumun ortaya çıkmasına yol açmaktadır. Diğer taraftan insan sermayesine yapılan yatırımlar ve buna paralel

(1) Nelson (1965, p.6)

olarak iş gücü kalitesindeki gelişme, teknik gelişmeyi karşılayacak seviyede olabilir ki, yine Nelson'un belirttiği duruma gelinmiş olur. Varılan neticenin daha çok uygulamalı araştırmayı gerektirdiği söylenebilir, işin başında ikâme elastikiyetinin tartışmasını yapmak ön yargıyı içermektedir. Ve nihayet, analiz sadece toplam output ile inputlar arasındaki bağıntıyla ilgilidir. Toplam outputla birlikte gelir arttığı zaman talebin zaruri mallardan endüstri mal ve hizmetlerine kayması beklenebilir. Endüstri dalları arasındaki faktör ikâme elastikiyeti farklılıkları faktör payındaki belirli artışa ilişkin olarak büyüme oranına tesir etmektedir (1). İkel maddeler üretimindeki ikâme elastikiyetinin yüksekliği, sanayi ve hizmetler kesimindeki düşük elâstikiyet talepteki değişimle birleşince, son yıllarda gelişmiş ülke ekonomilerinde gözlenen şekliyle iş gücünün sanayi dalları arasında yeniden tahsisine yol açmaktadır. Ancak, üçüncü kesimdeki teknik değişimde hatalı bir gözlem yapılmış ise, veya iş gücü ile sermaye arasında ikâme elastikiyetinin artmasına sebep olabilen etkenleri ortadan kaldıran güçler var ise, toplam ikâme elastikiyeti düşer ve iş gücü ile sermaye stoku artış oranları arasındaki çok küçük bir farklılık ekonomik büyümeye yansıtılmış olur.

Bu açıklamadan sonra, Nelson'un inandırıcı önerilerine rağmen,

ikâme elastikiyetinin ekonomik büyüme ile ilişkisiz olmadığı sonucuna varılabilir. Özellikle sanayi dalları arasında ikâme elastikiyetindeki farklılıklar gelişmenin oranını ve biçimini temelinden etkilemektedir. Bunun yanı sıra, ikâme elastikiyetinin çok önemli rol oynadığı sayısız uygulamalı meseleler vardır. Bunlar hakkında daha önceleri birçok şeyler söylenmiştir ve bu meseleler çok iyi bilinmektedir. Burada özellikle ikâme elastikiyetinin ölçülmesiyle ilgili uygulamalı araştırmalar ele alınacaktır.

Gelecek sayfalarda, son yılların zaman ve yatay kesit verilerine dayalı CES ve bununla ilişkili fonksiyonlarla yapılan bir seri araştırmaya değinilecektir. Bu sürecin başlıca bulgusu, yapılan araştırmalardan elde edilen sonuçların birbirinden farklı olduğudur. Ele alınan zaman serisinde ve meseleyi ele alıştaki en küçük varyanslar bile elastikiyet tahminlerinin aşırı derecede farklılığına yol açmaktadır. Bu farklılıkların birçoğunda küçük müansların varlığı görülürken, farklılıkların bir kısmı kullanılan verilerdeki sapmadan ötürü ortaya çıkmaktadır. Bunlara ek olarak simultane eşitlikler problemi doğmaktadır. Bu meseleler, geleneksel kâr - maksimizasyonunun yapısı Kmenta (1964) ve Maddala - Kadan (1965) ile bir aggregate modelin çatısı içinde tartışılmıştır. Diğer taraftan, sapmalı teknolojik değişimin tanımı yapılmakta ve üniter ol-

(1) Bak, Arrow ve arkadaşları (1961, p. 241)

mayan ikâme elâstikiyeti tartışılmaktadır. Diamond ve Mc Fadden'in (1965) imkânsızlık teoriminin, David ve Van de Klundert'in (1965) son senelerdeki çalışmalarını çürütmediğine ilerde değinilecektir. Dhrymes ile Kurz (1964) ve Mc Fadden (1965) tarafından elektrik enerjisi sektöründeki CES fonksiyonu uygulamalarına ve bu fonksiyonu geliştiren ve güçlendiren çalışmalarına bu araştırmada yer verilmemiştir. Ayrıca, bu araştırmayı tamamladıktan sonra elimizde geçen D.M.O.' Neill'in yayınlanmamış çalışması da burada tartışılmıyacaktır.

#### **Yatay Kesit Verilerine Dayalı Araştırmalar**

ACMS'in 1961 yılındaki yayınlarından sonra, yatak kesit verilerine dayalı CES ve bununla ilgili üretim fonksiyonlarının tahmini-ne yönelik birçok çalışmalar yapılmıştır. Minhas (1960-63), Arrow ve arkadaşlarının (1961) ortaya attıkları yurt içi CES fonksiyonlarına ait verileri ve bu çalışmada kullanılan metodu derinliğine incelemiş, bu bulgu ve verilere göre yaptığı tahminler Arrow ve arkadaşlarının-kine benzer çıkmıştır. Fuchs (1963) aynı tip regresyonları, az gelişmiş ülkeler için (0), gelişmiş ülkeler için (1) değeriyle ifade ettiği gölge değişkenlerini de kullanarak hesaplanmıştır. ACSM den esinlenmeden, Minasian (1961) eyaletlerin 1957 yılına ait yıllık imalât araştırmaları verilerini kullanarak, ABD'nin iki basamaklı imalât endüstri-

sindeki ücret seviyesinde, birim iş gücünün katma değerinin logaritmik regresyonlarından hareketle iş gücü ile sermaye arasındaki ikâme elastikiyetini tahmin etmiştir. Solow (1964) 1956'da aynı paraleldeki verilere göre yine aynı endüstri gurubu için bir seri elâstikiyetler çıkarmıştır. Lui ile Hildebrand (1965) eyaletlerin 1957 yılı istatistik vecibesini kullanarak CES üretim fonksiyonu da dahil olmak üzere bir seri üretim fonksiyonu tahminleri yapmışlardır. Bu araştırmada bedenî ve fikrî iş gücü ayrı ayrı ele alınmıştır. Dhrymes (1965) 1957 yılının vesilesiyle iki - kararındaki endüstri gurubu için CES fonksiyonundan türettiği iki değişik denklemin hesabını yapmış ve bu denklemlerden ikâme elâstikiyetlerini tahmin etmiştir. Dhrymes'in tahminini yaptığı aynı paraleldeki elâstikiyetler birbirinden önemli seviyede farklıdır. Nihayet, Muraraştırmaları örnek alarak, bir araştırma yapmışlardır. Bu araştırmanın sonuçları Minasian, Solow ve Lui - Hilderband'ın araştırma sonuçları ile mukayese edilebilecek niteliktedir. Arrow ve arkadaşları (1961) Amerika Birleşik Devletleri ile Japonya'nın iki basamaklı endüstri verilerini kullanarak, mukayese elverişli bir araştırma yapmışlardır.

Sözü edilen belli başlı araştırmaların bulguları tablo 1'de gösterilmiştir. Arrow ve Muratta'nın bulguları tablo 2'de verilmiştir. Tablo 11'de zaman ve yatay kesit verileri-

TABLO : 1

**İMALAT ENDÜSTRİSİNDE SERMAYE ve İŞGÜCÜ ARASINDAKİ  
İKAME ELASTİKLİYETİNİN YATAY - KESİT TAHMİNLERİ**

Endüstri	Arrow ve ar kadaş ları (1961)	Fuchsa (1963) (a)	Minasian (1961)	Solow (1964)	Lui-Hildebrand (1965) <sup>b</sup>		Dhrymes (1965) <sup>c</sup>	
					Tüm İşgücü	Üre tim- deki İşgücü	1. Reg resyo na göre ikame elasti klyeti	2. Reg resyo na göre ikame elasti- klyeti
Gıda ve benzeri mallar			0.58 (.16)	0.69 (.22)	2.15 <sup>d</sup>	1.23 <sup>d</sup>	.560 (.122)	0.972 (.132)
Süt ürünleri	0.72 (.07)	0.99 (.08)						
Meyva ve sebze konservesi	0.86 (.08)	1.09 (.10)						
Hububat ve un değirmeni malları	0.91 (.10)	1.32 (.17)						
Fırıncılık malları	0.90 (.07)	1.07 (.11)						
Şeker	0.78 (.12)	0.90 (.18)						
Sigara	0.75 (.15)	1.22 (.21)	3.46 (.52)	1.96 (.30)				
Çırcır fabrika- ları malları			1.58 (.35)	1.27 (.15)	1.65	2.08	.676 (.115)	1.033 (.153)
Eğirme ve dokuma	0.81 (.07)	0.98 (.10)						
Örgüt fabrikaları	0.79 (.06)	0.95 (.08)						
Elbise ve bununla ilgili mamüller				1.01 (.13)	1.43	2.38 <sup>d</sup>	.538 (.134)	1.029 (.181)
Kereste ve odun mamülleri	0.86 (.07)	1.08 (.14)	0.94 (.11)	0.99 (.09)	1.00	0.91	.779 (.076)	1.101 (.111)

Devam ediyor

Tablo 1'in devamı

Mobilya ve müstemilâti	0.89 (.04)	1.04 (.09)	1.09 (.23)	1.12 (.11)	0.92 <sup>d</sup>	0.96 <sup>a</sup>	.696 (.079)	1.394 (.060)
Kâğıt hamur, kâğıt ve mamûlleri	0.97 (.10)	0.91 (.18)	1.60 (.35)	1.77 (1.01)	1.06 <sup>d</sup>	0.72 <sup>d</sup>	.203 (.062)	0.638 (0.78)
Basın ve yayın	0.87 (.06)	1.02 (.09)		1.02 (.21)			.681 (.125)	1.106 (.061)
Kimya ve malları				0.14 (.95)	1.24	0.88	.309 (.096)	1.030 (.063)
Temel kimya	0.83 (.07)	1.11 (.10)						
Çeşitli kimya	0.90 (.06)	1.06 (.09)						
Hayvanî nebati yağlar	0.84 (.09)	1.06 (.18)						
Petrol ve kömür malları			-0.54 (1.06)	1.45 (.71)	Hesaplanmamıştır		.113 (.111)	1.311 (.083)
Lâstik mallar			0.82 (2.29)	1.48 (.88)	1.44	1.39	.403 (.088)	1.037 (.144)
Deri ve mamûlleri	0.86 (.06)	0.98 (.10)	0.96 (.29)	0.89 (.27)	0.79	0.93	.508 (.149)	1.126 (1.117)
Taş, kil ve cam mamûlleri			0.59 (.25)	0.32 (.46)	1.28 <sup>d</sup>	1.44 <sup>d</sup>	.401 (.110)	0.887 (.077)
Kil malları	0.92 (.10)	0.66 (.20)						
Cam	1.00 (.08)	1.27 (.10)						
Seramik	0.90 (.04)	1.08 (1.13)						
Çimento	0.92 (.15)	1.31 (.22)						
Ham petrol malları			0.92 (.24)	1.87 (1.25)	0.99 <sup>d</sup>	1.00 <sup>d</sup>	.095 (.061)	0.968 (.136)
Demir ve çelik	0.81 (.05)	0.76 (.11)						
Demir olmayan metaller	1.01 (.12)	0.94 (.20)						

Devam ediyor

Tablo 1'in devamı.

Metal mamûller	0.90 (.09)	1.01 (.17)	0.80 (.29)	0.70 <sup>d</sup>	0.45 <sup>e</sup>	.401 (.135)	0.950 (.149)	
Elektriksiz makinalar			0.31 (.21)	0.64 (.45)	0.60 <sup>d</sup>	0.44 <sup>e</sup>	.121 (.071)	0.245 (.702)
Elektrik makinaları	0.87 (.12)	1.03 (.21)	1.26 (.33)	0.37 (.54)	0.79 <sup>d</sup>	1.10 <sup>d</sup>	.194 (.109)	0.620 (.350)
Ulaşım ekipmanı			2.04 (.49)	0.06 (.82)	2.01 <sup>d</sup>	1.91 <sup>d</sup>		
Alet edevat				1.59 (.15)	1.24 <sup>e</sup>	1.65 <sup>d</sup>		

- (a) Ülkeler guruplara ayrılmıştır; birinci gurup için + 1, ikinci gurup için 0 değişkeni kullanılmıştır. 1. gurup ülkeler: A.B.D., Kanada, Yeni Zelanda, Avustralya, Danimarka, Norveç, İngiltere, İrlanda, Porto Riko, 2. gurup ülkeler: Kolombiya, Brezilya, Meksika, Arjantin, Salvador, Rodezya, Irak, Seylan, Japonya, Hindistan.
- (b) Katma değerde sermayenin payı 1957'de hesaplanmıştır. Bak; metod ve neticeler için Tablo 4-6.
- (c) Regresyon I, bir ünite iş gücünün katma değerinin ücret oranı üzerinden logaritmik regresyondur. Regresyon II, bir ünite sermayenin katma değeri ile sermayenin getiri oranının logaritmik regresyondur; eyalet verileri 1957 imalat sayımları.
- (d) Regresyonda sermaye-İş gücü katsayısı kendi standart hatasının aşağı yukarı üç katıdır.
- (e) Sermaye-İş gücü oranının katsayısı kendi standart hatasının aşağı yukarı üç katıdır.

ne göre bulunan sonuçlar, daha detaylı ve kolayca kavranabilecek biçimde, gösterilmiştir.

Derinliğine bir açıklamadan sonra anlamlandırılması gereken Lui-Hildbrand'ın bulgularına geçmeden önce, Arrow ve arkadaşları (1961), Fuchs (1963), Arrow-Murrata ve bunların yanısıra Minasian (1961), Solow (1964) ve diğer araştırmacıların bulgularının mukayesesi ni yapabiliriz.

Arrow ve arkadaşlarının, üç basamaklı endüstrileri için yapılan karşılaştırmalar multicolinearity problemiyle yüklüdür. Birinci araştırmacının bulguları 1950-1955 yıllarının değişik devrelerine ait dokuz ayrı ülkenin imalat kesimine ait verilere dayanmaktadır. İkinci karşılaştırma ise, iki ülkenin input-output çalışmalarından elde edilen verilerden yararlanılarak yapılmıştır (1). Fuchs (1963) çeşitli ülkele-

(1) Bak, Minhas (1960-63, p. 24-25 mimeo version) ile Arrow ve arkadaşları (1961, p. 239).

**Tablo : 2. İki - Basamaklı İmalât Sanayii İçin İkame Elâstikiyetinin Ülke-  
lerarası Verilere Göre Tahmini, Murata - Arrow (1965)\***

Endüstri	1953 - 56 verilerine göre				1957 - 58 verilerine göre			
	Tahmin temeli				Tahmin temeli			
	Ücret seviyesi üzerinden birim iş gücünün ilâve katma değerinin logaritmik regresyonu	Birim İstihdamın katma de- ğeri üye- rinden ücret se- viyesinin logaritmik regresyonu	Serbesti R <sup>2</sup> derecesi		Ücret seviyesi üzerinden birim iş gücünün ilâve katma değerinin logaritmik regresyonu	Birim İstihdamın katma değerli üzerinden ücret sevi- yesinin logaritmik regresyonu	R <sup>2</sup> Serbesti derecesi	
Gıda ve meşrubat	.722 (.054)	.799 (.075)	.903	19	.725 (.054)	0.801 (.074)	.906	19
Tekstil	.793 (.049)	.851 (.062)	.932	19	.827 (.069)	0.931 (.084)	.888	18
Elbise, çorap ve hazır tekstil mamûlleri	.660 (.067)	.775 (.102)	.851	17	.804 (.043)	0.841 (.054)	.956	16
Kedeste mamûl- leri ve mobilye	.818 (.068)	.920 (.083)	.890	18	.919 (.074)	1.025 (.080)	.896	18
Kâğıt ve kâğıt mamûlleri	.904 (.050)	.955 (.055)	.947	18	.788 (.061)	0.874 (.078)	.901	18
Baskı ve yayın	.836 (.075)	.951 (.090)	.879	17	.926 (.063)	0.999 (.068)	.927	17
Deri ve deri mamûlleri	.711 (.059)	.801 (.083)	.888	18	.699 (.050)	0.761 (.072)	.919	17
Lâstik mamûlleri	.829 (.058)	.869 (.069)	.933	15	.768 (.108)	1.000 (.137)	.768	18
Kimya petrol ve kömür	.838 (.050)	.887 (.060)	.946	16	.834 (.087)	0.988 (.104)	.844	17
Taş, kil, cam	.847 (.046)	.896 (.054)	.945	20	.859 (.051)	0.920 (.060)	.934	20
Ham metaller	.856 (.066)	.943 (.077)	.909	17	.873 (.063)	0.946 (.072)	.923	16
Emtal mamûlleri	.917 (.052)	.970 (.056)	.945	18	.922 (.069)	1.011 (.076)	.912	17

**Kaynak :** Döviz kurları Year Book of Labor Statistics 1963 den alınmıştır. International Labor Organisation, Genova 1963. Katma değer (ülke parasıyla), ücretler ve iş gücü ödemeleri (ülke parasıyla), istihdam miktarı, The growth of World Industry, 1938 - 1961, den alınmıştır. United Nations, 1963.

(a) Verileri kullanılan ülkeler şu listeden seçilmiştir : Avustralya, Belçika, Danimarka, Salvador, Filandiya, Hindistan, Irak, İrlanda, Japonya, Lüksemburg, Meksika, Yeni Zelanda, Norveç, Pakistan, Filipin, Portekiz, Porto Riko, Singapur, İsveç, Birleşik Arap Cumhuriyeti, İngiltere ve A.B.D.

(b) Yaklaşık Standart hatalar Taylor serisinin açılımına dayanmaktadır; bak L.R. Klein, A Textbook of Econometrics, Evanston, 111. 1953. p. 258.



rin endüstri verilerini kullanmıştır, ancak ülkeleri iki grupta toplarken aralarındaki farklılıkları aksettiren gölge değişkeni de kullanarak yeni bir regresyon hesaplanmıştır.

1. Grup	2. Grup
A.B.D.	Kolonbia
Kanada	Brezilya
Yeni Zellanda	Meksika
Avusturalya	Arjantin
Danimarka	Salvador
Norveç	Güney Rodezya
İngiltere	Irak
İrlanda	Seylan
Portoriko	Japonya
	Hindistan

Bu gruplandırmaya dikkatle bakıldığında Japonyanın 2. grupta, Portoriko'nun 1. grupta yer almasının uygun düşmediği görülür. Gruplandırma yapılırken ekonomik gelişmişlik farklılıklarının göz önünde bulundurulması gerekirdi. Dikkat edilecek olursa, kil mamûlleri hariç, demir ve çelik dışındaki metal mamûller sanayiinde ikâme elâstikiyeti tahminleri daha önce Arrow ve arkadaşları tarafından (1961 hesaplanandan farklı olup daha yüksektir; sadece iki halde (cam ve demir - çelik) tahminlerin önemli derecede 1'den farklı oldukları söylenebilir. CES fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılırsa;

$$(2) \quad y = \gamma [\delta x^{-p} + (1+\delta)]^{-1/p}$$

Bu denklemde  $y$ =iş gücünün katma değeri,  $x$ ≡ sermaye —iş gücü oranıdır. Arrow ve arkadaşları

(1961) tarafından tahmini yapılan denklem ise;

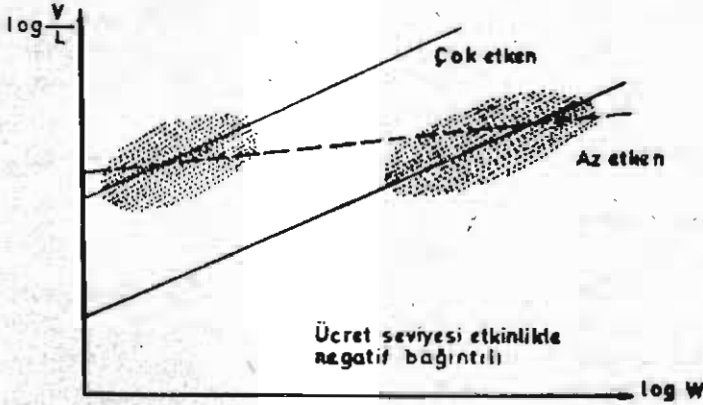
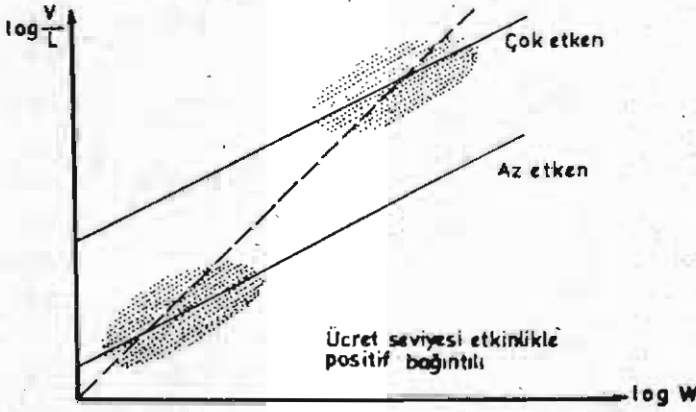
$$(3) \quad \log y = \frac{1}{1-p} \log \gamma^{-p} + \frac{1}{1+\delta} \log w$$

Fuchs'un geliştirdiği şekilde, (3) denklemde sabit katsayı ülkelerin gelişmişlik durumuna göre sistematik olarak değişmektedir. Bununla beraber, Furhs'un hesaplamalarında üzerinde önemle durulması gereken garip bir netice doğmaktadır. Gelişmiş ülkeler için kullanılan gölge değişken 1'dir, diğeri 0 dir ve az gelişmiş ülke grubuna aittir. Bu değişkenler için tahmin edilen katsayılar regresyon denklemlerinde çoğunlukla negatiftir. Yapılan gruplandırmanın ekonomik etkinliği aksettirdiği kabul edilecek olursa, ki böyle olması gerekir, gelişmiş ülkelerde bir iş gücü ünitesinin belli bir ücret seviyesindeki katma değerinin daha düşük seviyede gerçekleştiği izlenimini vermektedir. Fuchs, böyle bir sonucun nedenini gelişmiş ülkelere kıyasla az gelişmiş ülkelerde gözlenen ücret seviyesinin gerçek iş gücü maliyetini aksettirmemesi ile izah etmektedir. Bundan ötürü gözlenen ücret oranı (gerçek ünite iş gücü maliyeti değil) ekonomik etkinlikle negatif korelasyon

göstermektedir. Şekil 1'in alt kısmındaki grafikte gösterildiği gibi, elde edilen negatif değer ikâme elâstikiyetinin de düşük çıkmasına yol açmaktadır. Gerçekte ekono-

mik etkinlikler arasında bariz farklılıkların var olması beklenmeyebilir. Fuchs'un elde ettiği netice, ücret seviyelerindeki gözlem hatalarından ileri gelebilir.

Şekil:1 - Değişen etkinliklerin ikâme elâstikiyet tahminlerine tesiri



Daha gerçekçi bir yaklaşımla konu ele alınırsa etkinlik farklılıkları ile gözlenen ücret seviyeleri arasında pozitif bağıntının bulunduğu düşünülebilir. Bu durumda, Şekil 1'in üst kısmında gösterildi-

ği gibi, ikâme elâstikiyetinin yüksek bir tahmini ortaya çıkar. Etkinlikteki farklılıkları test etmek için ACMS dört endüstrinin ve beş ülkenin (ABD, Kanada, İngiltere, Japonya, ve Hindistan) sermaye ve

rilerini kullanmışlardır (1). ACMS etkinlik parametresi ile ücret seviyesi arasındaki bağıntının kaba tahminlerine göre aradaki bağıntının pozitif olduğunu iddia etmişler ve ücrete göre elâstikiyetinin yaklaşık 0.3 olduğunu ileri sürmüşlerdir. ACMS,  $\delta$  ile  $W$  (ücret seviyesi) arasındaki sabit elâstikiyete dayanarak,  $\log v/L$  nin (ünite iş gücünün katma değeri)  $\log W$ 'ye göre hesaplanan regresyon denklemindeki  $\log W$ 'ye ait regresyon katsayısından, ikâme elâstikiyetini bulmada bir düzeltme faktörü  $\delta$  çıkarmaya çalışmışlar (2).  $b$  regresyon katsayısı ve  $e$ 'de  $W$ 'ye göre  $\delta$  nın elâstikiyeti farzedildiğinde,

$$(4) \quad \delta = \frac{b - e}{1 - e} \text{ olmaktadır.}$$

Oldukça, ücretler ile etkinlik arasında yüksek bir korelasyon varsa ikâme elâstikiyetinin tahmini 1'e yaklaşan biçimde sapmalıdır. Bu durum Şekil 1'in üst yapısında gösterilmiştir.

Arrow ve Muratta'nın (1965) elde ettiği neticeler, Solow'un (1964) mamûllerinin sınıflandırılmasında kapsam genişledikçe ikâme elâstikiyetinin büyüme temayülü gösterdiği iddiasına ışık tutmaktadır (3). Tablo 3'te ACMS nin üç-basamaklı endüstrilere ait bul-

guları ile aynı endüstrileri kapsayan Arrow ve Muratta'nın bulguları mukayese edilmiştir. Tablodan da anlaşılacağı üzere, sınıflandırmadaki hassasiyet neticeye çok az tesir etmektedir. Daha dar anlamda tarif edilen endüstri grubunda ikâme elâstikiyeti biraz yüksek çıkmaktadır. Bu durumda Solow'un çok yerinde iddialarını kesin olarak reddetmek mümkün değilse de, onun iddia ettiği temele dayanan farklılıklar üzerinde durmayacağız.

Minasian (1961), Solow (1964), ve Lui ile Hildebrand (1965) 1956 ve 1957 yıllarının imalât sanayiye ait verileri kullanmışlardır. Solow bölgesel verileri birleştirerek kullanıyor, diğerleri eyaletlerin verilerinden hareketle ikâme elâstikiyetini araştırmaya çalışıyorlar. Lui-Hildebrand'ın bulguları CES fonksiyonunun özel bir hali için tahmin edilmiştir. Bu nedenle öncelikle Minasian ve Solow'un bulguları ele alınacaktır. Bu iki araştırma arasındaki en önemli fark, Solow'un bulgularını bölgelere ait aggregate verilerden elde etmesi, Minasian'ın ise eyaletlerin adet bakımından daha fazla olan verilerinden yararlanmasıdır. Diğer bir farklılık da araştırmaların değişik yıllara ait olmasıdır. Minasian ekonomik durgunluğun görüldüğü 1957 yılı verilerini, Solow ise ekonominin normal

(1) Arrow ve arkadaşları (1961, p. 235)

(2) Arrow ve arkadaşları (1961, p. 237)

(3) Solow (1964, p. 118) «genel olarak dar kapsamda ele alınan endüstri için tahmin edilen ikâme elâstikiyeti küçüktür. Endüstriler bir arada ele alma temayülü arttıkça elâstikiyetin büyüdüğü görülüyor.»

**Tablo : 3. İki ve Üç Basamaklı Endüstri Sınıflandırması Halinde İkâme Elâstikiyetlerinin Karşılaştırılması**

Endüstri	İki-basamaklı Sena- yi neticeleri tah- min aralığı, Murata- Arrow	Üç-basamaklı Sa- nai neticeleri tah- min aralığı, Arrow ve arkadaşları
	(1965)	(1961)
Gıda ve benzeri mallar; sigara	.72—.73	.72—0.91
Tekstil	.79—.83	.79—0.81
Apparel	.66—.80	
Kereste ve mamûleri	.82—.92	.86—0.89
Kâğıt	.79—.90	.97
Baskı ve Yayım	.84—.93	.87
Kimyevî maddeler kömür, v.s.	.83—.84	.83—0.90
Lâstik v.s.	.77—.83	
Deri, v.s.	.70—.71	.86
Taş, Kil, Cam	.85—.86	.92—1.00
Ham metaller	.86—.87	.81—1.01
Metal mamûleri	.92	.90

şartlar içinde bulunduğu 1956 yılı verilerini kullanmıştır (1). Bu ne-

denle bazı durumlarda bulgular ara-  
sında önemli farklılıklar çıkmıştır :

**İkâme elâstikiyeti**

Endüstri	İkâme elâstikiyeti	
	Minasian	Solow
Tütün mamûleri	3.46	1.96
Petrol ve Kömür	—0.54	1.45
Lâstik ve plâstikler	0.82	1.48
Ham metaller	0.92	1.87
Makinalar	0.31	0.64
Elektrikle çalışan makinalar	1.26	0.37
Ulaşım araçları	1.04	2.04

(1) Gordon (1961. p. 492-501) «1956 yılı başlarında ekonomi tam kapasiteye yakın bir seviyede bulunuyordu, dayanıklı mallar endüstrisinde bazı dar boğazlar görülmeye başlanmıştır...» (p. 494). «Endüstri kesiminde fiyatlar artıyor... ücretler ekonominin bütün kesimlerinde hızla yükseliyor» (p. 496) «... 1957 nin başlarından itibaren endüstri malları üretiminde artış sağlanamıyor; ekonomi bir dönüm noktasına girmiştir, ve aynı yılın ikinci yarısında kümûlâtif daralmalar başlamıştır» (p. 496). «1957 yılının ilk yarısında bir seri deflasyonist güçler işlemeye başlamıştır. Endüstrinin dayanıklı mallarına ait siparişler azalmaktadır... Bu deflasyonist gücü geçici bir süre için kırmak maksadıyla tüketicilerin hizmetler ve tüketim malları harcamalarını arttırmaya devam edilmiştir...» (p. 497). «... Kısaca, 1957 nin ortalarından sonra gerileme çok hızlanmıştır; GSMH da, endüstriyel üretimde ve istihdamdaki gerileme (kısa olmakla beraber) İkinci Dünya Savaşından beri karşılaşılanlardan daha şiddetli olmuştur». Dayanıklı mallara, fabrika ve ekipmana yapılan harcamalar hızla düşmüştür». (p. 497-98).

Yukarıda sıralananların dışındaki endüstrilere ait bulgular tutarlılık göstermektedir. Bulgular arasındaki farklılıklar verilerin bölge seviyesinde farklı şekilde bütünleştirmesinden ve yahut 1956 yılındaki tam kapasitede çalışma ile 1957 yılındaki tam kapasiteden yararlanamamadan ileri gelen farklılıklardan doğmaktadır. Verileri bütünleştirmede bölge kapsamının tayini neticeye tesir etmektedir. Çünkü değişik mal bileşimlerine dayanan neticeler karşılaştırılmış olmaktadır. Böylece sayım bölgesi ile eyaletin bütünü için nasıl bir heterojenlik varsa, aynı durum verileri bütünleştirmedeki seviye farkından da ortaya çıkmaktadır. Örneğin, lâstik ve plâstiklere ait sanayi grubunda Delaware ile Ohio'nun mukayesesi yapılırken Delaware'de geniş çapta plâstik, Ohio'da ise lâstik sanayinin ağır bastığı görülmektedir. Tabiiyle bölgeler belirtilirken yapılan bütünleştirmeler bu nev'i farklılıkları daha belirsiz hale sokmakta ve bölgeler arasında daha homojen mal bileşimlerini ortaya çıkarmaktadır. Böylece, Solow ve Minasianın birbirini tutmayan tahmin farklılıklarının sanayii lokalize etmedeki seviye farklılığından ileri geldiği düşünülebilir, ancak bu yöntemle neticelerin özel paternini izah etmek mümkün değildir. Aynı şekilde, dayanıklı mallar kesiminde görülen 1957 dönümlüğünden hareketle bulgular arasındaki farklılıkları izah etmek imkânı bulunmamaktadır. Ele alı-

nan iki ayrı devrede elektrikle işleyen makinalar üreten sanayi grubunu karşılaştırmak mümkün değil. Belki «Yiyecek ve benzeri mamüller» grubu karşılaştırılabilir. Ancak, «Tütün mamüllerinde» büyük farklılıklar varken, neden «ağaç ve kereste» grubunda farklılık yok? suali akla geliyor. Anlaşılan sistemde bir çok uyumsuzluklar var olduğu zaman küçük fakat önemli değişimler neticelerde belirgin farklılıklara yol açmaktadır.

Leontief (1964) Minhas'ın araştırmasını özetlediği yazısında şöyle diyor (s. 343 - 44) :

«Minhas ..... tek bir değişken üzerindeki varsayımdan hareket etmiştir ..... ünite iş gücünün katma değeri random hata konusudur, ücret seviyesi ise değildir. Araştırmacı, regresyon doğrularının eğimini tayinde ücret seviyesinin müşahade edilen büyüklüklerinden etkilenen hatalara da yer vermiştir ..... tahmin edilen bütün elâstikyetler kaçınılmaz şekilde büyük çıkmıştır. Nitekim Minhas tarafından incelenen 24 endüstriden 23 ünde ikame elâstikyeti bir çok durumlarda pek az farkla 1'den küçük çıkmıştır :

Değişik ülkelerde, belirli bir sanayinin bir ünite outputu için istihdam edilen işçilerin adedi ile onlara aynı sanayide ödenen ücret seviyeleri arasındaki ..... 1'den küçük ikame elâstikyetinin ifade ettiği ters oranlar tamamen başka şekilde izah edilebilir. Dünyanın bir

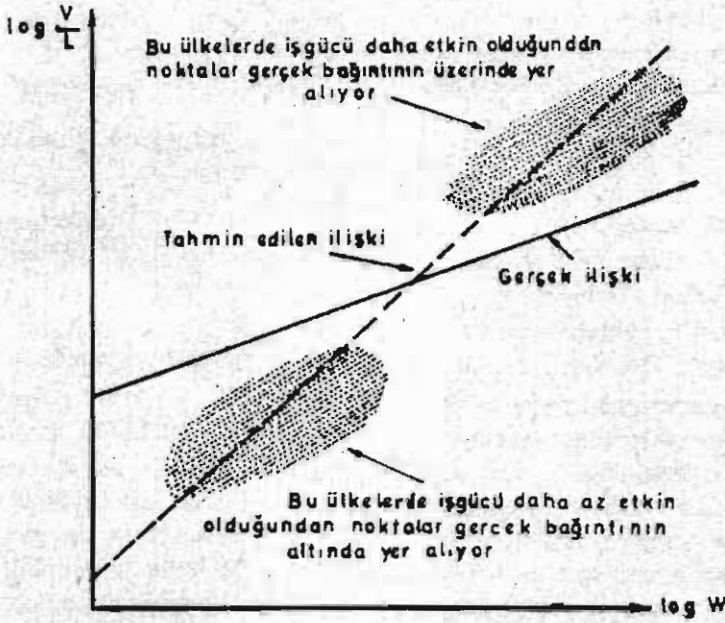
bölümündeki yıllık erkek - iş gücünün, dünyanın diğer bir bölümündeki yıllık iş gücüne eşit olacağı varsayımı ..... tartışılabilir.

«Minhas'ın tahminini yaptığı elâstikiyet ..... iş gücü ile serma-

ye arasındaki ikameyi ..... ölçmüyor, aksine iş gücünün değişik kaliteleri arasındaki ikameyi ..... ölçüyor».

Leontief'in işaret ettiği özellik Şekil 2'de gösterilmiştir.

Ülkeler arası verilerde tahmin edilen CES üretim fonksiyonundaki muhtemel sapmanın gösterilişi



Ş e k i l : 2

Leontief'in iddiasına göre, yüksek ücret seviyesinde bulunan ülkeler emeği daha etkin kullanan ülkelerdir, ve bu ülkelerin sanayii için hesaplanan ikame elâstikiyeti 1'e yakındır. Ülkeler arasındaki işgücü kalite farklılığı, bir ülkenin eyaletleri veya bölgeleri arasındaki işgücü kalitesi farklılıklarından çok daha fazla değişkenlik gösterir. Bu nedendir ki, Solow ve Minasian'

in hesapladıkları ikame elâstikiyetleri Arrow ve Murata'nın (1965) tahmin ettikleri ikâme elâstikiyetlerinden daha küçüktür, hattâ daha önce belirttiğimiz gibi, Arrow (1961) ve Minhas'ın tahminlerinde bile küçük farklılıklar bulunmaktadır. Bu açıklamalara rağmen mesele'nin özü aydınlanmış değildir. «Taş, kil ve cam» sanayii grubu için Minasian ve Solow'un tahmin ettik-

leri ikâme elâstikiyeti Arrow ve Muratta'nın elde ettikleri değerden şüphe doğuracak derecede küçüktür. Diğer sanayii gruplarına ait bulguları da karşılaştırmak gerekirdi, ancak «gıda ve benzeri mallar» ve «kimyasal maddeler» gruplarının tertibinde Arrow ve Muratta birinci guruba tütünü, ikinci gruba da «petrol ve kömürü» sokmuşlardır. Böylece, bu gruplarda Solow ve Minasian'ın bulguları Arrow ve Muratta'nın elde ettiği neticelerin içinde kalmaktadır. Arrow ve arkadaşlarının araştırmasında yapılan A.B.D. - Japonya karşılaştırmasında bulgulardaki inhiraf daha azdır. Tekrar belirtmek gerekirse, beklenen farklılıkların müşahade edilenlere yaklaşmadığı söylenebilir.

Solow (1964) meseleye aşağıdaki izahla ışık tutuyor (s: 118), ... ACMS'nin kullandığı ilk müşahadeler, ücret seviyeleri yüksek olan ABD ve Kanada ile ücret seviyesi bakımından son sıralarda yer alan Seylan, Hindistan ve Irak'ın da dahil olduğu bir ülkeler listesinden elde edilmiştir. Bu durumda endüstri gruplarında ücret seviyeleri arasındaki fark çok büyük olmakta, en yüksek seviyedeki ücretler düşük seviyedeki ücretlerin on yahut yirmi katına erişmektedir. Benim yaptığım bölgeler arası örneklemede ücret seviyelerindeki varyanslar daha düşüktür. Hiçbir sanayii grubunda en yüksek ücret, en dü-

şük ücretin üç katından fazla değildir, ve çok defa aradaki fark daha da küçük çıkmaktadır.

Ancak, bölgeler ve eyaletler yatay kesit verilerine dayalı araştırmalardaki ücret varyanslarının az olması, daha çok yüksek standart hataları izah etmektedir. Bu izah şeklinin yüksek tahmin edilen ikâme elâstikiyetini açıkladığını söylemek hayli güçtür.

Mc Kinnon yayınlanmamış bir etüdünde meseleye yeni bir izah tarzı getirmeye çalışıyor ve ikâme elâstikiyetindeki farklılıkların mal fiyatlarının sistematik varyansyondan ileri geldiğini belirtiyor (1)

Bütün yatay kesit çalışmalarında nakdi ücretlerin değiştiği farzedilirken, ülkeler ve bölgeler arasında nihayi mallara ait fiyatların sabit kaldığı varsayımı korunmuştur. Tabiatıyla, böyle bir durum sermayenin getiri oranındaki varyansların varlığını belirtmektedir. Gerçi A.B.D. gibi bir ülkenin içinde böyle varyasyonlara rastlanmaz. Ancak, Minhas (1960 - 63) ele aldığı beş ülkenin (A.B.D., Kanada, İngiltere, Japonya, ve Hindistan) imâlât sanayiinde sermayenin ortalama getiri oranında çok az bir varyasyon olduğunu, sanayi dallarında ise ülkeler arasında getiri oranlarının önemli şekilde farklı olduğunu göstermiştir. Bu durumda, ülkeler arasında mal fiyatlarının sabit olduğu hipotezini kabul ediyoruz,

(1) Aynı şekilde bir açıklamayı V. Smith'de (1963) ileri sürüyor, ancak araştırıcı konuyu derinliğine incelememiştir.

A.B.D. içinde ise hipotezi reddediyoruz. Bunun sebebi iki basamaklı sanayi esas alındığında ülkeler arası mal— bileşimlerinde farklılığın azalması, bölgeler arası ihtisaslaşmanın ileri olduğu A.B.D.'de ise bu farklılığın artmasıdır. (Hiç şüphesiz, bu izahın ülkeler arasında mal fiyatlarının farklılık göstermediği anlaşılmalıdır. Ülkeler arasında mal fiyatlarının farklı olduğunu doğrulayan bir dizi vakıa vardır. Burada, A.B.D. içinde yapılan araştırma sonuçlarıyla ülkeler arası verilere dayalı araştırma sonuçları arasındaki farklılıkların nedenini iki - basamaklı sanayi de mal fiyatlarının ülkeler arasına oranla ülke içinde daha çok değişkenlik gösterdiği ve bunun da ülke içinde iki - basamaklı sanayideki mal bileşiminde görülen değişkenlikten ileri geldiği hipoteziyle açıklanmaya çalışılmaktadır).

$$(5'') \quad \log \frac{PV}{L} = a \pm b \log pw - (b-1) \log p$$

Eğer gerçek ikâme elâstikiyeti 1'den küçükse, log katsayısının pozitif olması gerekir. log W ile log p arasında pozitif korelasyon varsa,

$$(6) \quad E(\text{est } b-b) = (1-b) \frac{\text{Cov} [\log PW, \log P]}{\text{var } \log P}$$

$$= (1-b) \frac{\text{var} [\log P] \pm \text{cov} [\log w, \log p]}{\text{var} [\log P]} \quad 1 \text{ dir.}$$

Bu nedenle, gerçekte reel ücretle fiyatların logaritmik dönüşümleri negatif korelasyonlu olmadık-

Solow ve Minasian'ın, parasal değeri esas alarak elde ettikleri yüksek ikâme elâstikiyetlerinin izahını yaparken nakdî ücretlerin fiyatlarla ilişkili olduğunu varsaymak yeterlidir. Solow araştırmasında,

$$(5) \quad \log \frac{V}{L} = a \pm b \log W$$

eşitliğinin tahminini yapmaya çalışıyor. Bu eşitlikte V gerçek katma değeri, W de reel ücret seviyesini göstermektedir. Bununla beraber, yukarıdaki denklemin yerine Solow,

$$(5') \quad \log \frac{PV}{L} = a' + b' \log pw$$

eşitliğin tahminini yapmaktadır. Tahmine esas olarak (5) nolu denklemin yerine (5') alınması aşağıdaki eşitlikten — (b-1) log p teriminin çıkarılması demektir.

log p'nin ihmalî log P W'nin eğitimi artırıcı yönde sapmalıdır. Gerçekten sapma (bias)

ça, tahmini yapılan ikâme elâstikiyeti büyüğe doğru sapmalıdır demektir. Nitekim, Minasian İş gücü



payının logaritmik regresyonunu ücret seviyesi üzerinde tahmin etmeye çalışıyor ve böylece aynı tartışmalar sürüp gidiyor. Neticede, tartışmalar ülke içi ve ülkeler arası araştırma neticeleri arasındaki farklılıkların sebebini açıklayacak duruma geliyor (1).

Tablo 1'in son iki sütunu Dhrymes (1965) tarafından elde edilen bulguları göstermektedir. Bu sütunlardan birincisindeki bulgular, 1957 yılı ücret seviyesi üzerinden bir iş gücünün eyaletlerdeki katma değerinin logaritmik regresyonuna dayanmaktadır. 1957 yılında hemen hemen aynı tip verileri kullanarak Minasian tarafından elde edilen bulgularla karşılaştırıldığında aralarında önemli farklılıkların var olduğu görülmektedir. Örneğin, Minasian'ın kâğıt hamuru, kâğıt ve mamülleri endüstrisi için tahmin ettiği  $\delta$  değeri Dhrymes'in tahmininden aşağı yukarı sekiz kat büyüktür. Aynı şekilde ham metaller için yaptığı  $\delta$ 'nın tahminini de Dhrymes'inkinden on kat daha büyüktür. Bunun yanı sıra, Minasian'ın lâstik mamülleri için yaptığı tahmin Dhrymes tahmininin ancak iki katıdır. Aradaki bu farklılıkların tek izah yolu araştırmacıların kullandıkları temel serilerde küçük varyansların bulunmasıdır denilebilir.

Tablonun son sütununda, ser-

mayenin getiri oranına (bakiyelere göre hesaplanmıştır) göre sermaye stokunun (muhasabe değeri esas alınmıştır) bir ünitesinin katma değerine ait logaritmik regresyonundan elde edilen Dhrymes'in ikame elastikiyeti bulguları gösterilmiştir. Bu tahminler alışıla gelen metodlarla yapılan tahminlerden yüksektir. Elde edilen bu neticelerin yüksek olması sermaye stokunun ölçülmesindeki hatalardan da ileri gelebilir. Dhrymes bu farklılıkları standart tahmin formülündeki sabit getiri hipotezi ve serbest rekabetin testi ile ilgili meselelere bağlamaktadır. Ancak, ikame elastikiyetleri arasındaki farklılıkların izahı için böyle karmaşık ve gelişmiş testlere ihtiyaç olup olmadığı münakaşa edilebilir.

Lui ile Hildebrand'ın elde ettikleri neticelerde, Brunon'un (1962) yayınlanmamış çalışması da bir hayli enteresandır. Bu araştırmalara göre bir üretim fonksiyonunu ne Cobb - Douglas, ne de onun genelleştirilmiş şekli olan CES dir, üretim fonksiyonu özel durumlar da her ikisini içermektedir.

Lui ile Hildebrand'ın yaptıkları, sermaye - işgücü oranı yanı sıra ünite işgücünün katma değerini izah eden ücret seviyesini içeren

(1) Eisner'in Solow'a ait tahmindeki büyüğe doğru sapmayı izah şekli burada yaptığımız tartışmaların paralelindedir. Ancak Eisner, konuyu «devamlı» ve «geçiş» diye nitelendirdiği terimlerle daha genel bir açıdan ele almaktadır. Solow'un eleştirisi için bak (1964, p. 128 - 37).

logaritmik bağıntıyı uygulamaktadır. Böylece,

$$Y = \frac{V}{L} \quad X = \frac{K}{L}$$

olarak alınıyor, üretim fonksiyonu da  $V = F(K,L)$  şeklinde belirleniyor. Bu fonksiyonun aşağıdaki biçimde birinci mertebeden homojen olduğu farzedilebilir;

$$V = LF \left( \frac{K}{L}, 1 \right) = Lf(X)$$

yahut

$$y = f(X)$$

ücret seviyesinin (W), iş gücünün marjinal hasılasına eşit olduğu farzedilirse (output fiyatı sabit tutulduğunda),

$$W = y - X f' \text{ olur.}$$

Buradan, Lui ve Hildebrand'ın uyguladıkları denkleme ulaşılır;

$$(7) \quad \log y = \log a + b \log \left( y - x \frac{dy}{dx} \right) + g \log a$$

Bilindiği üzere  $g = 0$  varsayımı, yukardaki eşitliği CES fonksiyonuna götürür. Bruon'un yolu takip edilerek, (7). eşitliğin integrali alınırsa bahsi edilen üretim fonksiyonuna geçilebilir :

(7). eşitlik aşağıdaki gibi yapılabilir,

$$y = a \left( y - x \frac{dy}{dx} \right)^b x^g$$

buradan

$$y = a \left( y^2 \frac{dz}{dx} \right)^b x^g$$

eşitliği elde edilebilir. Eşitlikte,  $z = a/y$  dir. Bu eşitlik bazı işlemlerden sonra

$$X \frac{dX}{dx} = a \frac{Z}{Z} \frac{dZ}{dz}$$

şeklinde yazılabilir. Bunun integrali alınırsa,

$$\frac{X^{(1-g-b)/b}}{(1-g-b)/b} = \frac{1/b}{a} \frac{Z^{(1-2b)/b}}{z} + C$$

elde edilirk ki bu eşitlikte C integralin sabitesidir. Bu son eşitlikte  $z = a/y$  değeri yerine konulursa ve eşitlik basitleştirilirse nihayi denkleme varılabilir.

$$(8) \quad y = \left[ \frac{\beta x^{-p} + \alpha x^{-mp}}{1-b} \right]^{-1/p}$$

$$\text{buradan, } \rho = \frac{b}{1-b}$$

$$m = \frac{g}{1-b}$$

$$a = \frac{(1-b-g) a^{1/b}}{-c(1-b)}$$

$$\beta = \frac{a^{1/b} b}{a^{1/b} b} \text{ dir.}$$

Dikkat edilecek olursa (8). eşitlik,  $m = 0$  olduğundan kesin bir şekilde CES fonksiyonunun formülünü vermektedir ve bu durum sadece  $g = 0$  halinde geçerlidir. Diğer bir ifadeyle tahmini yapılan eşitliğe sermaye - işgücü oranı girmediği zaman neticeye ulaşılmaktadır.

Bruno fonksiyonu (8) için ikame elastikiyetini bulmada aşağıdaki formülde yer alan türevlerin bulunup yerine konması yeterlidir;

$$(9) \quad \delta = - \frac{f'(f - x f')}{x f f''}$$

(8). eşitliğin türevi alınarak,

$$f' = y^{1+p} [\beta x^{-(1+p)} + \alpha m X^{-(1+mp)}]$$

eşitliği elde edilir, bu da

$$(10) \quad f - x f' = y - y^{1+p} [\beta x^{-p} + \alpha m x^{-mp}]$$

şeklinde yapılabilir.  $f - x f'$  = işgücünün marjinal hasılatı eşitliği var sayılıp, (8). denklemin mertebesi  $-p$ 'ye yükseltilir ve  $y^{1+p}$  ile çarpılırsa ,

$$y = y^{1+p} [\beta x^{-p} + \alpha x^{-mp}]$$

elde edilir. Bu, (10). denklemde yerine konulduğunda

$$(11) \quad W = y^{1+p} \alpha (1-m) x^{-mp}$$

olur, ki bu başlangıçta ele alınan formun bir başka şekli olarak aşağıdaki eşitliği ifade etmektedir.

$$(11) \quad \text{Log } y = \frac{-1}{1+p} \log \alpha (1-m) + \frac{1}{1+p} \log w - \frac{mp}{1+p} \log x$$

Bu denklemin ikinci kez türevi alınırsa,

$$(12) \quad f'' = (1+p) \frac{f'}{x f} [x f' - f] + (1-m) p x m y^{1+p} x^{-(2+mp)}$$

$$= - (1+p) \frac{f'}{x f} w + p m w x^{-2} \text{ olur.}$$

(10) ve (12). denklem değerleri (9). formülde yerlerine konulduğunda,

$$\delta = \frac{f'w}{\left[ (1+p) \frac{f'}{x f} w - p m w x^{-2} \right] x f} = \frac{1}{(1+p) - p m \frac{f}{x f}}$$

elde edilir. Diğer taraftan,  $f = w - x f'$  olduğundan,

$$\begin{aligned} \frac{f}{x f'} &= \frac{w}{x f'} + 1 = \frac{w}{K} + 1 = \frac{W L/V}{r k/v} + 1 = \frac{S_L}{S_K} + 1 \\ &= \frac{S_L + S_K}{S_K} = \frac{1}{S_K} \end{aligned}$$

dir, ve bu eşitlikte  $S_K =$  sermayenin payını ifade etmektedir. Bu son eşitliğin değeri (13) de yerine konulduğunda aşağıdaki basit formülle ulaşılır;

$$(13) \quad \delta = \frac{1}{1 + p - \frac{pm}{S_K}}$$

Tablo 4 de Lui-Hildebrand'ın hesapladıkları regresyonların özeti verilmiştir. Tablo 5 ile 6 da Solow'un verdiği sermayenin payına ait rakamlarla birlikte, bu regresyonlara (14). formülün uygulanması ile elde edilen ikame elastikiyetine ait bulgular detaylarıyla gösterilmiştir. İki sebepten ötürü

bu bulguları direkt olarak mukayese etmek mümkün değildir. Birinci sebep, bulguların 1957 yılından ziyade 1956 daki durumu belirtmeleri, ikinci sebep bulguların sadece ücretlerin nisbi paylarına dayanması, üretimde çalışan tüm işçilerin esas alınmamış olmasıdır. Bu nedenle tablo 5 deki hesaplamaların küçük bir hata ihtiva ettikleri söylenebilir. Bununla beraber Solow'un bulduğu rakamların kullanılması temelde her hangi bir zorluğa yol açmamaktadır.

Eğer  $p \geq 0$  ve  $m \geq 0$  ise ikame elastikiyeti, (7.) eşitliğine göre tahmini yapılan log w'ye ait katsayıdan büyük olacaktır :

**Tablo : 4. İki-başamaklı Endüstriler İçin Lui - Hildebrand (1965 Regresyonlarının Özeti**

Endüstri	Tüm iş gücü			Sadece üretimde çalışanlar				
	b	g	R <sup>2</sup>	N	b	g	R <sup>2</sup>	N
Gıda ve benzeri mallar	0.407 (.177)	.6446 (.139)	.548	35	0.282 (.144)	.430 (.148)	.464	35
Çırcır fabrikaları malları	0.975 (.175)	.160 (.109)	.695	18	1.427 (.299)	.122 (.156)	.641	18
Elbise ve bununla ilgili mallar	1.071 (.263)	.097 (.086)	.669	18	1.094 (.374)	.211 (.102)	.617	18
Odun ve kereste	0.990 (.135)	.002 (.070)	.943	14	0.989 (.165)	-.033 (.090)	.920	14
Mobilya ve müstemilâti	1.258 (.128)	-.154 (.072)	.859	19	1.402 (.177)	-.191 (.102)	.807	19
Kâğıt hamuru, kâğıt ve mamûlleri	0.386 (.322)	.331 (.050)	.730	28	0.298 (.340)	.304 (.069)	.657	28
Kımya ve malları	0.866 (.231)	.201 (.085)	.424	31	0.780 (.254)	.076 (.109)	.309	31
Petrol ve kömür malları	0.180 (.716)	.282 (.244)	.152	18	-.027 (.951)	.309 (.283)	.213	18
Lâstik malları	1.278 (.553)	.018 (.217)	.523	16	1.231 (.286)	-.052 (.132)	.738	16
Deri ve deri mamûlleri	0.890 (.457)	-.050 (.113)	.368	15	0.926 (.528)	.0003 (.118)	.434	15
Taş, kil ve cam mamûlleri	0.539 (.177)	.295 (.065)	.611	25	0.568 (.175)	.309 (.069)	.627	25
Ham metal malları	0.298 (.704)	.321 (.141)	.234	28	0.187 (.683)	.374 (.154)	.250	28
Metal mamûller	0.401 (.207)	.178 (.068)	.336	32	0.189 (.208)	.243 (.080)	.298	32
Makinalar	0.222 (.263)	.258 (.100)	.343	25	0.222 (.226)	.204 (.104)	.262	25
Elektrikli makinalar	0.300 (.210)	.278 (.071)	.4483	22	0.606 (.233)	.202 (.089)	.494	22
Ulaştırma ekipmanı	1.008 (.448)	.214 (.060)	.504	26	0.998 (.545)	.205 (.073)	.441	26
Alet-Edevat	0.601 (.294)	.217 (.116)	.681	12	0.874 (.264)	.196 (.098)	.805	12

N : Müşahade adedi

1957 yılı imalât sayımlarından iki basamaklı endüstri için

$\log V/L = a + b \log w + \log K/L$  şeklindeki regresyondan elde edilen sonuçların özeti.

TABLO 5.

Katma değerde sermayenin payı ve Lui - Hildebrand neticelerine göre sermaye ve toplam istihdam arasındaki ikame elastiklikleri

Endüstri	sermayenin payı a)	$1 \pm p = \frac{1}{b}$	$mp = \frac{g}{b}$	ikame
				elastikliği
(1)	(2)	(3) <sup>b</sup>	(4) <sup>b</sup>	(1957) c)
				(5)
Gıda maddeleri	.55	2.4570	1.0958	2.1524
Tekstil malları	.39	1.0256	0.1640	1.6526
Elbise	.39	0.9337	0.0905	1.4253
Kereste	.36	1.0101	0.0020	0.9955
Mobilya	.42	0.7949	-0.1224	0.9206
Kâğıt hamuru, kâğıt v.s.	.52	2.5906	0.8574	1.0618
Kimyasal maddeler	.66	1.1547	0.2320	1.2450
Lâstik	.45	0.7824	0.0410	1.4465
Deri	.38	1.1235	-0.0561	0.7867
Taş, kil, cam	.51	1.8552	0.5472	1.2783
Ham metaller	.46	3.3557	1.0771	0.9660
İşlenmiş metaller	.42	2.4937	0.4438	0.6959
Makina	.41	4.5045	1.1621	0.5988
Elektrikli makineler	.45	3.3333	0.9266	0.7848
Ulaşım ekipmanı	.43	0.9920	0.2122	2.0060
Aletler	.42	1.6638	0.3610	1.2433

a) Solow'dan (1964, p. 117). Solow, sütundaki verilerin hesaplanmasında kullanılan ücret ödemelerinin nisbipayını vermiştir. Bu hesaplamasında fiilen çalışan toplam iş gücünün payı esas alındığından, muhtemelen sermayenin nisbi payı esas alındığından, muhtemelen sermayenin nisbi payı olduğundan fazla çıkmıştır. Neticede buna dayanılarak hesaplanan ikame elastikliğinde de (mobilya ve deri sanayi hariç) yüksek çıkma temayülü vardır.

b) Lui - Hildebrand'dan (1965, p. 36 - 37)

c) Bu değer, 4. sütunun 2. sütuna bölünmesiyle elde edilen değer 3. sütun değerinden çıkarılması neticesinde elde edilen değer tersidir.

TABLO 6.

Katma değerde sermayenin payı ve Lui - Hildebrand neticelerine göre sermaye ile üretimde çalışan işçiler arasındaki ikame elastikiyetleri

Endüstri	sermayenin payı a)	$1 \pm p = \frac{1}{b}$		ikame elastikiyeti (1957) c)
		(3) <sup>b</sup>	(4) <sup>b</sup>	
(1)	(2)	(3) <sup>b</sup>	(4) <sup>b</sup>	(5)
Gıda maddeleri	.55	3.5460	1.5247	1.2923
Tekstil malları	.39	0.7007	0.0854	2.0760
Elbise	.39	0.9140	0.1928	2.3832
Kereste	.36	1.0111	-0.0333	0.9060
Mobilya	.42	0.7132	-0.1362	0.9639
Kâğıt hamuru, kâğıt v.s.	.52	3.3557	1.0201	0.7174
Kimyasal maddeler	.66	1.2820	0.0974	0.8815
Lastik	.45	0.8123	0.0422	1.3918
Deri	.38	1.0799	0.0003	0.9267
Taş, kil, cam	.51	1.7605	0.5439	1.4409
Ham Metaller	.46	5.3475	1.9999	1.0001
İşlenmiş Metaller	.42	5.2910	1.2857	0.4485
Makinalar	.41	4.5045	0.9189	0.4418
Elektrikli Makinalar	.45	1.6501	0.3333	1.0996
Ulaşım Ekipmanı	.43	1.0020	0.2054	1.0073
Aletler	.42	1.1441	0.2242	1.6499

a) Salow'dan (1964, p. 117)

b) Lui - Hildebrand'dan (1965, p. 38 - 39)

c) Bu değer, 4 sütunun 2. sütuna bölünmesiyle elde edilen değer 3. sütun değerinden çıkarılmasıyla neticesi elde edilen değerdir.

$$(15) \quad y = \log a + b \log w + g \log x$$

$$= \frac{-1}{1 + \rho} \log [(1 - m) \alpha] + \frac{1}{1 + \rho} \log w + \frac{\rho m}{1 + \rho} \log x$$

Eğer, «zahiri ikame elastikiyeti»  $b$ , birden büyükse ( $\rho$  nin negatif değerine ilişkin olarak)  $\log x$ 'in katsayısı da  $m$  negatif olmadıkça negatif olacaktır. Nitekim, gerçek ikame elastikiyeti  $\delta$ ,  $g$  katsayısının negatif, sıfır ve pozitif durumuna bağlı olarak, «zahiri elastikiyet»  $b$ 'den küçük,  $b$ 'ye eşit veya büyük çıkabilir. Birçok hallerde,  $g$ 'nin pozitif olması beklenebilir (Lui-Hildebrand'ın regresyonlarında kereste ve mobilya bir istisna etkil ediyor). Bu basit hesaplama,  $\log x$ 'in eğimi ne olursa olsun düzeltilmiş elastikiyetin elde edilmesine yarayabilir. Yuarıda verilen elastikiyet formülü, sermayenin payı arttıkça ikame elastikiyetinin genellikle düştüğünü göstermektedir.

$\rho$ 'nin değeri pozitif olduğu zaman, ki bu durumda  $\log w$ 'nin eğimi birden küçüktür, (15). Denklem  $\log y$ 'nin sadece  $\log w$ 'ye ait katsayısının  $\log w$ 'nin gerçek eğiminden daha yüksek çıkarmaya yöneldiğini göstermektedir. Çünkü, ücretler ile sermaye - işgücü oranı arasında pozitif bir korelasyon varsa bu eğim yukarıya doğru sapmaktadır. Bu durumda  $\log w$ 'nin eğimi  $x$ 'nin gerçek değerinin olduğundan küçük çıkmasına yol açmaktadır. Böylece, Bruno fonksiyonunun uygun bir model olduğu kabul edilirse, sermaye - işgücü oranının ihmali ile birbirinin tesirini yok eden iki tesiri bir araya getirdiği neticesine varılır. Gerçekten, sermaye - işgücü oranı hesaplamaya sokulduğunda ikame elastikiyeti çoğunlukla  $\log w$ 'nin eğiminden daha büyük çıkmaktadır. Birçok hallerde, Lui - Hildebrand regresyonu Solow ve Minasian'ın elde ettikleri ikame elastikiyetlerinden daha büyük değerlerin çıkmasına yol açmaktadır. Asıl üzerinde durulması gereken konu, kullanılan verilerdeki ve hesaplamaya dayanarak olan denklemlerdeki çok küçük değişmelerin sonuçları bu derece nasıl farklılaştırabildiğidir.

Lui - Hildebrand'ın elde ettikleri neticelerin böylesine büyük bir değişiklik göstermesini Griliches ve Mieszkowski akla yakın bir şekilde açıklamaya çalışmışlardır. Bunlara göre, eğer gerçek ilişki Cobb - Douglas tipinde ise,

$$V = a K^{\alpha} L^{1-\alpha}$$

dir ve  $K/L$  ile  $w$  arasındaki ilişki log - linear bağıntıyla belirlenebilir,

$$\log w = \log a' + \alpha \log \frac{K}{L}$$



bu eşitlikte  $a' = (1 - \alpha)$  dir. Bu durumda, gerçek ilişki Cobb - Douglas şeklinde olduğunda  $\log w$  ile  $K/L$  arasında çok açık bir multicollinearity beklenebilir. Böyle bir multicollinearity varsa her iki değişken için hesaplanan standart hataların oldukça büyük çıkmasına yol açılır. Nitekim, hesaplanan standart hatalar büyüktür.

Bu kısımda tartışmasını yaptığımız araştırmaların sonuçları tablolar da özetlenmiştir. Sonuçlardaki farklılıklar dikkati çekmektedir. Bu tutarsızlıkların bazılarını burada izah etmeye çalıştık. Açıklamalarımızı tamamlayan, sapmaların kaynaklarını belirleyen tartışmalara ilerde Maddala ve Kadane (1965) ile Kmenta'nın (1964) çalışmalarına yer vereceğimiz makalenin ikinci kısmında değinilecektir. Araştırmalarda bir çok yönde tesiri görülen faktörler çatışmakta, gözlemlerde ve tahminlerde farklılıklara yol açmaktadır. Bu kâsedeki karmaşık tad, Alis'in Harikalar Ülkesinde tattığı kadar hoş olmasa gerek.