Trakya Eğitim Dergisi
Cilt 14, Sayı 1
Ocak 2024, 408-426

Trakya Journal of Education
Volume 14, Issue 1
January 2024, 408-426

ISSN: 2630-6301
Doi: 10.24315/tred.1377278

Geliş Tarihi: 17.10.2023

Yayına Kabul Tarihi:10.11.2023

Araştırma Makalesi/
Research Article

MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ BİREYSEL VE GRUP İLE MATEMATİKSEL MODELLEME SÜREÇLERİNDEKİ ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARI ARASINDAKİ ETKİLEŞİMLER*

INTERACTIONS BETWEEN PROSPECTIVE MATHEMATICS TEACHERS' SOLUTION APPROACHES IN INDIVIDUAL AND GROUP MATHEMATICAL MODELING PROCESSES

Fadime ULUSOY[1], Seda Nur BİNGÖL[2], Nurşen OLGUN[3]

ÖZ: Bu çalışma, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme deneyimi sürecinde bireysel ve grupça ürettikleri matematiksel yaklaşımları ve bu yaklaşımlar arasındaki etkileşimleri anlamayı amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda, çalışmada nitel bir araştırma deseni olan içiçe geçmiş çoklu durum çalışması yöntemi benimsenmiştir. Çalışmaya 40 ilköğretim matematik öğretmeni adayı katılmıştır. Öğretmen adayları ilk olarak bireysel ardından dörder kişilik gruplarda çalışmıştır. Veriler, modelleme problemi için yapılan yazılı bireysel çözümler, grup çözümleri, grup çalışma süreci ses kayıtları, grup çalışması sonrası yansıtıcı raporlar aracılığıyla elde edilmiştir. Veri analizinde bireysel ve grupça üretilen matematiksel çözümler iki ayrı durum olarak düşünülerek karşılaştırmalı analizler yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar, öğretmen adaylarının bireysel olarak bir modelleme etkinliğini düşünürken verilen durumu verilen gerçek yaşam bağlamı içinde incelemek yerine geometrik olarak akıllarına gelen klasik yollara başvurduklarına işaret etmiştir. Diğer taraftan, öğretmen adaylarının bireysel çözümleri grup ile birlikte çalıştıklarında farklı hale gelmiştir. Özellikle gruptaki bireylerin çözüm yaklaşımlarındaki varyasyon ya da daha makul çözümün varlığı grubun nihai kararı ile birlikte tüm grup üyelerinde fikir değişimlerine neden olmuştur.

Anahtar sözcükler: Bireysel çalışma, grup çalışması, matematiksel modelleme, modelleme etkinliği, öğretmen adayı

ABSTRACT: This study aimed to understand the mathematical approaches that prospective teachers produced individually and as a group during their mathematical modeling experience, and the interactions between these approaches. For this purpose, embedded multiple case study method was adopted. Forty prospective middle school mathematics teachers participated in the study. The prospective teachers first worked individually and then in groups of four on a mathematical modeling activity. The data were obtained through written individual solutions for the modeling problem, group solutions, audio recordings of the group work process, and reflective reports after the group work. In data analysis, mathematical solutions produced individually and as a group were considered as two separate cases and comparative analyzes were made. The results regarding the individual solution approaches produced for the modeling problem indicated that the prospective teachers, when considering a modeling activity individually, resorted to the classical ways that came to their minds geometrically, instead of examining the given situation in a real-world context. However, the individual solutions of the prospective teachers became different when they worked with the group. In particular, the variation in the solution approaches of the individuals in the group or the existence of a more reasonable solution caused a change of opinion in all group members together with the final decision of the group.

Keywords: Individual working, group working, mathematical modeling, model eliciting activity, prospective teacher

Bu makaleye atıf vermek için:
Ulusoy, F., Bingöl, S. N. & Olgun, N. (2024). Matematik öğretmeni adaylarının bireysel ve grup ile matematiksel modelleme süreçlerindeki çözüm yaklaşımları arasındaki etkileşimler, *Trakya Eğitim Dergisi, 14*(1), 408-426.

Cite this article as:
Ulusoy, F., Bingöl, S. N. & Olgun, N. (2024). Interactıons between prospective mathematics teachers' solution approaches in individual and group mathematical modeling processes. *Trakya Journal of Education, 14*(1), 408-426.

* Bu çalışma, TÜBİTAK 2209-A Üniversite Öğrencileri Araştırma Projeleri Destekleme Programı 2022 yılı 1. Dönem kapsamında 1919B012204909 numara ve "Matematik Öğretmeni Adaylarının Bireysel ve Grup ile Matematiksel Modelleme Sürecindeki Matematiksel Yaklaşımları" başlıklı proje kapsamında destelenmiştir.
[1] Doç. Dr., Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu/Türkiye, e-mail: fadimebayik@gmail.com, ORCID: 0000-0003-3393-8778
[2] Yüksek lisans öğrencisi, Kastamonu Üniversitesi, Türkiye, e-mail: sedanurbingol59@gmail.com, ORCID: 0009-0004-6811-6541
[3] Mezun lisans öğrencisi, Kastamonu Üniversitesi, Türkiye, e-mail: nursenolgun1@gmail.com, ORCID: 0009-0006-4763-4563

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Recent educational reforms have been focused on the establishment of strong relationships between real life and mathematics. In recent years, modeling activities have gained importance in addition to problem solving in establishing these relationships. In this context, many countries have included teaching and learning mathematical modeling as an important competency in educational standards and curricula (Borromeo-Ferri, 2018; Chan, 2008; Lingefjärd, 2006; Yu & Chang, 2011). In order for students to build bridges between real life and mathematics, it is possible for teachers to provide an environment for them to make these transitions. However, some teachers hesitate to use modeling activities because of their lack of knowledge, the variation of open-ended answers to modeling activities, and the low predictability of the process (Blum & Borromeo-Ferri, 2009). In order to provide prospective teachers with mathematical modeling competencies and to develop these competencies, appropriate content in undergraduate programs can be transformed into teaching and learning opportunities. In this respect, the aim of this study is to compare and contrast the mathematical approaches developed by prospective mathematics teachers in group work during the solution process of a modeling problem with the individual models developed by each prospective teacher. In this direction, this study focused on the following research questions:

1. What are the mathematical solution approaches that prospective middle school mathematics teachers produce individually and in groups while solving mathematical modeling problems?
2. What are the relationships between the groups' mathematical solution approaches and individual solution approaches of prospective teachers in the modeling process?

It is thought that this study will make important contributions to the literature in the following aspects. First of all, comparing individual models with group models has very important roles on prospective teachers' intellectual processes. Sharing individual solutions with the group helps to see to what extent and with what kind of mathematical language prospective teachers convey their solutions to their peers (Sevinç & Melek, 2020). In addition, discussing these solutions in the group allows the factors that guide the group to reach a final decision to emerge in the context of modeling. Therefore, this study may make it possible to understand and develop the mathematical products produced individually as well as understanding the mathematical processes of the group during the modeling activity. In addition, this research is important for developing prospective teachers' individual modeling competencies in a teamwork environment. The development of these competencies can make significant contributions to making teacher education more qualified.

Method

This study was designed as a multiple case study, which is a qualitative research design. Forty prospective teachers studying in the last year of the Middle School Mathematics Teacher Education program (Grades 5-8) of a state university in Turkey. The context of the study was the Modeling in Mathematics Teaching course. In order for prospective teachers to gain experience in mathematical modeling, the Straw Bale Activity, which is frequently used in the literature, was preferred (Borromeo-Ferri, 2007). In order to collect the main data of the study, the " Pack them in!" activity developed by Swetz and Hartzler (1991) and translated into Turkish by Erbaş et al. (2016) was used. These activities were first applied individually. Then, in groups of three or four, the group members reached a final solution by examining the solution approaches. The solution approaches of the participants were analyzed according to content analysis and the themes determined according to the literature.

Findings

When the individual solution approaches are examined, it is seen that 14 (35%) prospective teachers tried to solve the modeling problem through area/volume by establishing a relationship between the volume of canned food cans and the volume of storages. On the other hand, it is seen that 20 (50%) prospective teachers made storage selection by thinking in a straight array format. In this arrangement, a tank can hold less canned food compared to the compression arrangement. Finally, only 6 (15%) prospective teachers tried to solve the problem using the compressive stacking approach. Although this approach to solving the problem provides the most profitable choice, it was presented by very few prospective teachers.

When the solution approaches of the groups are analyzed, it is seen that five groups chose storage 2 with the compressive stacking approach, while the other five groups chose Storage 3, which is larger and more expensive, with the straight stacking approach. A detailed analysis of Table 3 and the qualitative data in the group solutions revealed that the individual solution approaches of the group members were highly influential in the group decision. In other words, the group decision was generally one of the group members' solutions. In particular, if the group has compressive array as the solution approach, the group's final decision for the solution of the modeling problem is also compressive array, even if the other group members use different approaches. If the group had a flat array approach instead of a compressive array approach, the final decision of the group was in favor of the flat slice, even if the group members used the volume/area approach. Only one group (Group 8) solved the problem using an approach that was different from the individual solution approaches of the group members. On the other hand, the members of Group 10, in which all group members agreed, soon accepted the correctness of their solution and did not attempt an alternative solution approach.

Discussion and Conclusion

Individual approaches were n ot sufficient for the prospective teachers to see the steps (such as verification and interpretation) that they could not pay attention to and had difficulty in the modeling process. However, the results of the study showed that the individual solutions of the prospective teachers became different when they worked with the group. Group solutions generally consisted of clearer and simpler solutions with traces of individual solution approaches (Lesh & Fennewald, 2010; Lesh & Yoon, 2007). In this study, the fact that the prospective teachers solved the modeling problem first individually and then with a group made it easier to follow their solution approaches, the interactions and changes between these approaches.

GİRİŞ

Bilim ve teknolojideki karşı konulamaz hızlı değişimler ülkelerin vatandaşlarından olan beklentilerinde de değişimlere neden olmaktadır. Gelişen dünyanın hızına ayak uydurabilmek için, sadece bilginin kendisine sahip olmaktan ziyade, bilgiyi problem çözmede kullanma yeteneğinin genellikle daha önemli olduğu düşünülmektedir. Bir ülkenin vatandaşlarını bu yeterlilik açısından yetiştirebilmesi, eğitim politikası ve öğretim yaklaşımı ile doğrudan ilişkilidir. Bu bağlamda son zamanlarda birçok ülkenin eğitim politikalarında birtakım değişiklikler yaptığı gözlemlenmektedir (Figazzolo, 2009). Bu anlamda, ülkemizde de birçok eğitim reformu gerçekleşmiştir. Son yıllarda yapılan ilköğretim ve ortaöğretim sınav içerikleri, ders kitapları ve hatta öğretmen yetiştirme programlarında değişimler gerçekleşmiştir.

Yapılan reformların temelinde gerçek yaşam ile matematik arasında güçlü ilişkilerin kurulmasına yer verilmiştir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018; Yüksek Öğretim Kurulu [YÖK], 2018a). Bu ilişkilerin kurulmasında da son yıllarda problem çözmeye ek olarak modelleme aktiviteleri önem kazanmıştır. Özellikle matematik eğitiminde matematiksel modellemenin öğretim süreçlerine dahil edilmesine yönelik çalışmalar ilköğretimden lisans seviyesine kadar eğitim-öğretim seviyelerinin her kademesinde öne çıkmaktadır (Borromeo-Ferri, 2018; Tropper, Leiss ve Hänze, 2015). Bu kapsamda, birçok ülke eğitim standartlarında ve öğretim programlarında matematiksel modellemenin öğretilmesine ve öğrenilmesine önemli bir yeterlik olarak yer ayırmıştır (Borromeo-Ferri, 2018; Chan, 2008; Lingefjärd, 2006; Yu ve Chang, 2011). Matematiksel modelleme, gerçek hayattaki problemlerin matematiksel terimler kullanılarak matematik diline çevrilmesi süreci olarak tanımlanmaktadır (Cheng, 2001). Gerçek yaşam durumlarının matematikleştirildiği, çözüldüğü ve değerlendirilerek doğrulandığı bir döngüyü içeren matematiksel modelleme sürecinde kullanılan matematiksel görevler (problemler) açık uçludur (Haines ve Crouch, 2010). Geleneksel sözel problemlerin problem çözücülerin problem çözme stratejilerini yeterince geliştirmediğini iddia eden birçok çalışma mevcuttur (ör., Blum ve Niss, 1991; English ve Watters, 2004; Henn, 2007; Lesh ve Doerr, 2003). Diğer taraftan, açık uçlu ve rutin olmayan yapısıyla matematiksel modelleme etkinlikleri öğrencileri kalıplaşmış cümle yapılarını anlamanın ötesine götürerek sosyal ve eleştirel bakış açısıyla gerçek yaşam durumunu sorgulamayı gerektirir. Bu sayede, öğrenciler kendi öğrenmelerini kontrol eder, geliştirir ve matematiksel düşünme becerilerini destekler (Berry, 2002; Fox, 2006). Ayrıca matematiksel modelleme etkinliklerinin tek bir çözüm yolu ya da tek bir doğru cevabı yoktur (English, 2006; Kertil, 2008).

Matematiksel modelleme etkinlikleri her ne kadar öğretim programlarına entegre edilse de öğretmenler bu etkinliklere derslerinde uygulama süreçlerinin zorluğu ya da nasıl uygulama yapacaklarını bilememeleri nedeniyle istenilen seviyede yer vermediklerini belirtmektedir (Blum, 2015; Blum ve Borromeo-Ferri, 2009). Matematiksel modelleme etkinlikleri açık, karmaşık ve gerçekçi problemler içerdiği için (Maaβ, 2006) modelleme süreçleri açık-uçlu bir yaklaşım ve belirsizlik içeren durumları kapsar. Bazı öğretmenler hem bilgi eksiklikleri hem de modelleme etkinliklerine gelecek açık-uçlu cevap varyasyonu ve süreçteki tahmin edilebilirliğin düşüklüğü yüzünden modelleme etkinliklerini kullanmaktan çekinmektedir (Blum ve Borromeo-Ferri, 2009). Diğer bir neden olarak da Borromeo-Ferri ve Blum (2013) materyal, zaman ve değerlendirme süreç ögelerinin öğretmenlerin matematiksel modellemeye sınıflarında yer vermelerine engel teşkil edebileceğini belirtmektedir.

Öğretmen Eğitiminde Modelleme

Öğrencilerin gerçek yaşam ile matematik arasında köprüler kurabilmesi öğretmenlerin onlara bu geçişleri yapmaları için ortam sağlamalarıyla mümkün olabilmektedir. Etkili bir matematiksel modelleme sürecinin oluşturulması öğretmenlere birçok sorumluluk yükler (Borromeo-Ferri, 2018). Çünkü bir matematik öğretmeninin matematiksel modelleme süreçlerini yürütmesi için gereken bilgi ve birikim geleneksel formda bir dersi ele alırken gereken bilgi ve birikime göre farklılık gösterir (Blum ve Borromeo-Ferri, 2009; Lingefjärd ve Meier, 2010; Zawojewski, Lesh ve English, 2003). Geleneksel bir öğretim sürecinde öğretmenden yol gösterici, yönetici, görev belirleyici, cevap verici roller üstenmeleri beklenir. Fakat matematiksel modelleme sürecinde bunlardan farklı olarak öğretmenlerden kolaylaştırıcı, danışman, yönetici ve öğrencileri takip eden rolleri de üstlenmeleri beklenir (Burkhardt, 2006; Lingefjard, 2006). Benzer bir rol farklılığı öğrenciler için de mevcuttur. Örneğin, Burkhardt (2006) modelleme sürecinde öğretmenlerin sahip olması gereken bazı becerileri (i) öğrencilerin öğretmenden onay beklemeden kendi fikirlerinin doğruluğuna karar vermede sorumlu hissetmelerini sağlamak, (ii) öğrencilerin soruyu baştan sona çözebilmeleri için onlara güven ve destek sunmak, (iii) öğrencilere stratejik anlamda rehberlik sunmak ve (iv) öğrencilerin yol alması için tamamlayıcı sorular sormak olarak açıklamıştır. Benzer olarak, matematiksel modelleme sürecinde öğrencilerin de keşfedici, açıklayıcı ve yönetici rolleri üstlenebilmesi gerekir.

Modelleme sürecinin gerekleri düşünüldüğünde, öğretmenlerin matematiksel modelleme ile ilgili yetkinlik kazanmaları ve bu yetkinliklerini geliştirmelerine fırsatlar verilmelidir. Fakat yapılan çalışmalar, öğretmen adaylarının lisans eğitim süreçlerinde matematiksel modellemeyle alakalı yeterli deneyime sahip olamadıklarını göstermektedir (Aydın Güç ve Baki, 2019; Blomhoj ve Kjeldsen, 2006; Türker, Sağlam ve Umay, 2010). Ayrıca yapılan bazı araştırmalar öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının matematiksel model ve modellemeyle alakalı kavram yanılgılarına sahip olduklarını ya da kavramsal bilgi eksiklikleri olduğunu göstermektedir (Abramovich, 2013; Akgün, Çiltaş, Deniz ve Işık, 2013; Anhalt ve Cortez, 2015; Blum ve Borromeo-Ferri, 2009; Deniz ve Akgün, 2017; Jung, Stehr ve He, 2019).

Öğretmen adaylarına matematiksel modelleme yetkinliklerini kazandırma ve bu yetkinlikleri geliştirmek için lisans programlarındaki uygun içerikler öğrenme ve öğretme fırsatlarına dönüştürülebilir. Ülkemizde Yüksek Öğretim Kurumu'nun 2018 yılında yenilediği İlköğretim Matematik Öğretmenliği lisans programında zorunlu bir alan eğitimi dersi olarak Matematik Öğretiminde Modelleme içeriğine ilk kez yer verilmiştir. Bu durum, öğretmenlerin okullarda eğitim-öğretim faaliyetlerini gerçekleştirmeye başlamadan önce matematiksel modelleme yeterliklerinin kazandırılmasına duyulan ihtiyaca açık olarak işaret etmektedir.

Modellemede Bireysel ve Ekip Çalışması

Modelleme sürecinde üretilen matematiksel modelin yapısını tüm yönleriyle vurgulamak için bazı araçların kullanılmasına gerek vardır. Aksi takdirde, modeller öğrencilerin zihinlerinde kalır ve açığa çıkamaz. Bu nedenle, modeller, resimler, semboller, tablolar, diyagramlar, grafikler ve sözel ifadeler gibi çeşitli çoklu gösterimlerle açığa çıkarılır (Lesh ve Doerr, 2003). Modellemenin açık uçlu ve çoklu çözüm ve stratejiye izin veren yapısı ise ortaya çıkan bireysel modellerin akranlar ile paylaşılarak alternatiflerin görülmesini elzem kılmıştır. Başka bir deyişle, öğrenciler matematiksel durumları farklı şekillerde anlamlandırma ve anlayışlarını akranları ile paylaşma konusunda cesaretlendirilmeye ihtiyaç duymaktadır (Lesh ve Doerr, 2003). Bu bakımdan, ekip çalışması modelleme sürecini tetikleyen ve destekleyen önemli bir kaynaktır.

Alan yazındaki çalışmalar, katılımcıların modelleme süreçlerini çoğunlukla grup çalışma sürecinde ortaya çıkan ürünlere dayalı incelemektedir. Bu çalışmalarada modelleme etkinlikleri sürecinde ekip ile birlikte çalışmanın öğrencilerin çok yönlü düşünme becerilerini desteklediği belirtilmektedir (ör., Sevinç ve Melek, 2020; Zawojewski, Lesh ve English, 2003). Fakat ekip çalışması ile bireysel çalışmanın birlikte ele alındığı bir modelleme sürecinde ortaya çıkan bireysel ve grup çözüm yaklaşımları arasındaki etkileşimleri nasıl olduğu hakkında kaynak sayısı çok sınırlıdır (ör., Sevinç ve Melek, 2020). Modelleme etkinliklerinde grupça çalışılmasının bu denli sık olmasının nedeni, modelleme sürecinde farklı yaklaşımların kullanılması, geliştirilmesi ve revize edilmesi gerektiği için bu süreçlerin ekip çalışmasıyla daha etkin ve kolay olmasıdır (Lesh ve Fennewald, 2010; Lesh ve Yoon, 2007). Fakat sadece ekip ile çalışma sürecinde ekipteki her bir bireyin de bir modelleme etkinliğini çözmek için nasıl matematiksel yaklaşımlar sergilediğini incelemek kolay değildir. Bu noktada, bireysel çalışmalardaki farklılıkları katılımcılar açıkça göstermeyebilirler (ör., Sevinç ve Melek, 2020). Modelleme etkinlikleri, öğrencilere düşüncelerini farklı matematiksel durumlarda bireysel olarak anlamlandırmaları ve bu düşünceleri akranlarıyla paylaşmaları için önemli fırsatlar sunar (Lesh ve Doerr, 2003). Modelleme sürecinde üretilen bireysel çözümler öğrencilerin düşüncelerini anlamak adına çok önemlidir. Bu yüzden, grup çalışması sırasında oluşabilecek bireysel modelleri ortaya çıkarmaya ve ekip çalışmasının bireysel modellerden nasıl etkilendiğini anlamaya yönelik matematik eğitimi çalışmalarına ihtiyaç vardır. Bu çalışma, bu ihtiyaca cevap verme adına ortaya çıkmıştır.

Araştırmanın Amacı ve Önemi

Bu araştırmanın amacı, matematik öğretmen adaylarının bir modelleme probleminin çözüm sürecinde grup çalışması ile geliştirdikleri matematiksel yaklaşımlar ile her bir öğretmen adayının geliştirdiği bireysel modelleri karşılaştırarak ortaya çıkarmaktır. Bu doğrultuda, şu araştırma sorularına cevap aranmaktadır:

1. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme problemini çözerken bireysel ve grupça ürettikleri matematiksel çözüm yaklaşımları nasıldır?
2. Modelleme sürecinde öğretmen adaylarının grupça ürettikleri matematiksel çözüm yaklaşımları ile bireysel çözüm yaklaşımları arasındaki ilişkiler nasıldır?

Bu araştırmanın şu açılardan alan yazına önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir. İlk olarak, bireysel modellerin grup modeli ile karşılaştırılmasının öğrencilerin düşünsel süreçleri üzerinde oldukça önemli rolleri vardır. Bireysel çözümlerin grup ile paylaşılması öğrencilerin akranlarına çözümlerini ne derece ve nasıl bir matematiksel dil ile aktardığını görmeye yardımcı olur (Sevinç ve Melek, 2020). Ayrıca bu çözümlerin grupta ele alınması, grubun nihai bir karara varmasına yön veren etmenlerin modelleme bağlamında ortaya çıkmasını sağlar. Bu nedenle, bu çalışma modelleme etkinliği sürecinde grubun matematiksel süreçlerini anlamanın yanında kişilerin bireysel olarak ürettikleri matematiksel ürünleri anlamayı ve geliştirmeyi mümkün kılabilir. Ayrıca bu araştırma, öğretmen adaylarının bireysel modelleme yeterliklerini ekip çalışması ortamında geliştirmek için önem taşır. Bu yeterliklerin gelişimi ise öğretmenlik eğitiminin daha nitelikli hale gelmesine önemli katkılar sunabilir.

YÖNTEM

Bu çalışma, nitel bir araştırma desenine sahiptir. Özel olarak, çalışmanın yöntemi, durum çalışması türlerinden *içiçe geçmiş çoklu durum desenidir* (Yin, 1984). İçiçe geçmiş çoklu durum deseninde ele alınan birden fazla durum vardır. Ayrıca ele alınan her bir durum da kendi içinde alt birimlere ayrılarak çalışılmaktadır. Bu çalışmada öğretmen adaylarının modelleme sürecindeki sundukları farklı matematiksel yaklaşımlar durumlar olarak ele alınmıştır. Ayrıca bu çalışmada, her bir durum kendi içinde bireysel ve grupça sunulan matematiksel yaklaşımları içerdiği için bu çözüm yaklaşımları alt birimler olarak ele alınmıştır. Çalışmada kullanılan yöntemde belirtildiği gibi çoklu durumlar ve alt birimler arasındaki etkileşimler sunularak durumlar arası karşılaştırmalara yer verilmiştir.

Katılımcılar ve Bağlam

Çalışmaya, Karadeniz Bölgesi’nde yer alan bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında son sınıfta öğrenim gören 40 öğretmen adayı katılmıştır. Katılımcılar, 28 kız ve 12 erkek öğrenciden oluşmuştur. Bu öğretmen adayları iki şube şeklinde ayrılmıştır. Dersi alan öğretmen adayları, geometri ve ölçme öğretimi ve sayıların öğretimi gibi önemli matematik eğitimi alan derslerini ve Geometri, Analitik Geometri gibi önemli matematik pür derslerini tamamlamış kişilerden oluşmuştur. Öğretmen adaylarının tamamı çalışmaya gönüllü olarak katılmıştır. Çalışmanın bağlamını *Matematik Öğretiminde Modelleme* dersi süreci oluşturmuştur. Matematik Öğretiminde Modelleme dersi Yüksek

YÖK'ün 2018 yılındaki reformları kapsamında İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı'nın sekizinci yarıyılında okutulmak üzere belirlenmiş alan eğitiminde zorunlu bir derstir. Bu dersin kapsamı, YÖK tarafından şu şekilde açıklanmaktadır:

"*Matematiksel modelleme ve problem çözme; matematik öğretiminde modeller ve modelleme süreci; modelleme döngüsü (problemi tanımlama, manipülasyon, tahmin ve doğrulama), model geliştirme basamakları; model geliştirme prensipleri; modelleme etkinliklerinin matematik sınıflarında uygulanması ve öğretmenin rolü; matematiksel modelleme etkinlikleri hazırlama ve öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinin izlenmesi*." (YÖK, 2018b, s.13)

Bu ders kapsamında, öncelikle matematiksel model ve modelleme kavramlarının neler olduğu, matematiksel modelleme ile ilgili alanyazında geliştirilen teroiler ele alınmıştır. Bu sayede, öğretmen adaylarının modelleme kavramının kapsamını anlamalarına yardımcı olunmuştur. Daha sonra ders dönemi boyunca çeşitli modelleme etkinlikleri ile öğretmen adaylarının modelleme becerilerine odaklanılmıştır. Diğer yandan, YÖK'ün ders tanımında belirttiği tüm hususlar uygun haftalarda yer verilerek ele alınmıştır.

Veri Toplama Araçları

Verilerin toplanması sürecine geçmeden önce öğretmen adaylarına matematiksel modellemenin ne olduğu kuramsal olarak tanıtılmıştır (Hafta 1). Bir sonraki hafta ise bir modelleme etkinliği, öğretmen adaylarının matematiksel modellemenin doğasını anlamaları ve modelleme yapma adına deneyim yaşamaları için kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının matematiksel modellemede deneyim kazanmaları için alan yazında sıklıkla kullanılan Saman Balyası Etkinliği tercih edilmiştir (Borromeo-Ferri, 2007) (Bkz. **Hata! Başvuru kaynağı bulunamadı.**). Bu modelleme etkinliği birçok farklı nedenden ötürü tercih e dilmiştir. Bu etkinliğin kullanılmasının nedenlerinden ilki, daha önceki uygulamalardan elde edilen bilgilere göre öğretmen adaylarının çoğunun ailesinin kırsal kesimde yaşıyor olmasıdır. Çoğu öğrencinin ailesinin tarım ile uğraşması ya da tarım yapılan kırsal alanlarda yaşaması onların saman balyasının şekli ve benzeri birçok unsura tanıdık olmasını sağlamıştır. İkincisi, öğretmen adaylarının etkinlikte gereken matematiksel ve geometrik bilgi bakımından yeterli donanıma sahip olmasıdır. Çünkü öğretmen adayları lisans süreci boyunca Geometri, Analitik Geometri ve Geometri ve Ölçme Öğretimi gibi alan dersleri kapsamında çember, alan, çevre ve trigonometri gibi konulara ve bu konuların öğretim süreçleri ile ilgili bilgilere sahip olmuşlardır. Üçüncüsü, saman balyası etkinliği alan yazında kabul görmüş ve neredeyse tüm öğrenme seviyeleri için uygunluğu tespit edilmiş bir modelleme etkinliğidir (Greefrath, Hertleif ve Siller, 2018; Hıdıroğlu, 2017; Ledezma, Font ve Sala, 2022; Stillman, Brown ve Czocher, 2020; Tekin-Dede, 2019). Diğer bir tercih nedeni de bu modelleme etkinliği bireysel olarak uygulama yapmaya izin veren bir karmaşıklık seviyesine sahiptir. Çünkü yapılan çalışmalarda çeşitli sınıf seviyelerinde öğrenim gören öğrencilerin bu etkinliği bireysel olarak uygun şekilde çözebildikleri görülmüştür. Ayrıca etkinliğin bilgi kısmının nispeten kısa olması, etkinliği çözecek kişilerin etkinliğin içerdiği matematiksel kavramlara tanıdık olması ve ortaya çıkacak muhtemel çözüm yaklaşımları da etkinliğin bireysel olarak ele alınabilecek karmaşıklıkta olduğuna işaret etmektedir.

Yandaki şekilde en alt sırada 5 saman balyası bulunmaktadır. Bir üst sıraya geçildiğinde her defasında bir saman balyası eksilmektedir. En üstte bir saman balyası kaldığına göre tüm yığının yüksekliği ne kadardır? En iyi tahmininizi yapınız ve neden o sayıyı tahmin ettiğinizi matematiksel işlemler ile açıklayınız. Düşüncelerinizi detaylı yazınız.

Şekil 1. Saman balyası modelleme etkinliği (Borromeo-Ferri, 2007, s. 2084)

Çalışmanın asıl verilerini toplamak için Swetz ve Hartzler (1991) tarafından geliştirilen ve Erbaş vd. (2016) tarafından Türkçe'ye çevrilen "Nasıl Depolayalım?" (Şekil 2) etkinliği kullanılmıştır. Bu etkinlik de Saman Balyası etkinliği gibi çember, daire gibi geometri ve alan ve hacim gibi ölçme kavramlarını işe koşmayı gerektirmektedir. Etkinliğin bu kavramları kullanmayı gerektirdiği Erbaş vd.'nin (2016) kitabında sunduğu örnek çözüm yaklaşımları ve bu etkinliği kullanan çalışmalardaki öğrenci çözümlerinden görülmüştür. Çözüm yaklaşımlarında hangi geometrik kavramların nasıl ele alınabileceği veri analizi bölümünde de sunulmuştur. Ayrıca "Nasıl Depolayalım?" modelleme etkinliği de alan yazında sıklıkla kullanılan bir etkinliktir (Aydogan-Yenmez vd., 2017; Aydogan-Yenmez vd., 2018). Fakat bu kullanımlarda katılımcıların modelleme yeterlikleri ya da başka bileşenler incelenmiştir. Bu çalışmada ise bu modelleme etkinliği kapsamında katılımcıların matematikleştirme süreçlerinin ürünü olarak bireysel ve grupça ortaya koydukları çözüm yaklaşımlarına odaklanılmıştır.

Nasıl depolayalım?

Tablo 1. Depoların boyutları ve aylık kira bedelleri

Genişlik (Cm)	Uzunluk (Cm)	Aylık Kira Bedeli (TL)
110	110	100
110	220	150
110	330	200

Konserve üretimi yapan bir firma, ürettiği silindir şeklindeki konserve kutularını saklamak için kısa süreli depoya ihtiyaç duymaktadır. Firma bunu mümkün olan en az maliyetle yapmak istemektedir. Saklanmak istenen dik dairesel silindir şeklindeki konserve kutularının her biri 10 cm yarıçapında ve 30 cm yüksekliğindedir. Firma, 175 konserve kutusunu 2 ay süreyle depolamayı planlamaktadır. Firmanın depolama yapabileceği 3 farklı boyutta depolama dolabı mevcuttur. Her biri 100 cm yükseklikte olan bu depolama dolaplarının taban kenarlarının ölçülerine göre kiralama maliyetleri yandaki tabloda gösterilmektedir.

1. Siz firma sahibi olsaydınız maliyeti en aza indirmek için hangi depolama dolabını, hangi şekilde kullanırdınız?
2. Firma daha sonraki üretimlerde farklı sayılarda konserve kutularını depolamaya ihtiyaç duyabilir. Bunun için, firmanın hep aynı tür depolama dolaplarını kullanması uygun olur mu? Ne önerirsiniz? Not: Kutuların depolarda dik konumda durması depoların güvenliği açısından önemlidir.

Şekil 2. Nasıl Depolayalım (Erbaş vd., 2016, s.26)

Ayrıca “Saman Balyası” ve “Nasıl Depolayalım?” etkinlikleri modelleme tasarım prensipleri göz önünde bulundurularak bu çalışmada kullanılmak üzere seçilmiştir (Lesh vd., 2000). Çünkü bu etkinlikte, problem doğrudan gerçek hayat durumundan alınmıştır (gerçeklik prensibi) ve problemin cevabı uygun modelin geliştirilmesini gerektirmektedir (model oluşturma prensibi). Öğrenciler, dışarıdan bir yardım olmaksızın (öz değerlendirme prensibi) modeli test ederek, çözümlerinin kullanışlılığını ve rahatlığını değerlendirebilir ve düşüncelerini oluşturup ifade edebilirler (model ifade etme prensibi). Ayrıca oluşturulan model, farklı zamanlarda diğer durumlar için kullanılabilir, genellenebilir (model genelleme prensibi) ve diğer farklı durumları yorumlamak adına kullanılabilir (etkili örnek [prototip] olma prensibi).

Verilerin Toplanması

İlk olarak, araştırma verilerini toplamadan önce öğretmen adaylarının matematiksel modellemede deneyim kazanmaları için Saman Balyası etkinliği uygulanmıştır. Şubeler için sınıflar katılımcıların birbiriyle etkileşime girmeden bireysel olarak çözüm yapmalarına izin veren bir ortam olarak belirlenmiştir. Her bir katılımcıya bir etkinlik kağıdı ve istediği kadar karalama kağıdı verilmiştir. Katılımcılardan yazdıkları hiçbir şeyi silmemeleri istenmiştir. Bunun için, silgilerini kullanmamaları ya da tükenmez kalem kullanmaları önerilmiştir. Katılımcılar etkinlik için isterlerse birden fazla çözüm yapabilmiştir. Tüm katılımcılardan çözümlerini nasıl yaptıklarını detaylı ve yazılı olarak açıklamaları istenmiştir. Çözümlerini tamamlayan katılımcılar çözüm kağıdını araştırmacıya teslim etmiştir. Bu sayede, öğretmen adayları Saman Balyası etkinliği ile modelleme etkinliği çözme deneyimi kazanmıştır. Katılımcıların Saman Balyası etkinliğine verdikleri cevaplar dersin öğretim üyesi tarafından detaylı olarak incelenmiştir. Bu cevaplar içinde belirsiz ya da çok az yazının olduğu cevaplar için katılımcılara geribildirimler verilmiştir. Bu geribildirimler, öğretmen adaylarının modelleme etkinliğinde önemli olan düşünceyi yansıtma eylemlerini asıl modelleme etkinliğinde daha iyi ortaya koymaları için gerçekleştirilmiştir. Bu öğretmen adaylarından cevaplarını daha iyi açıklamaları ve varsa sayısal ve belirsiz olan işlemlerini netleştirmeleri istenmiştir. Saman Balyası Etkinliği öğretmen adayları tarafından bireysel olarak bir ders sürecinde çözülmüştür. Dersin öğretim üyesi çözümleri inceledikten sonra bir sonraki derste öğretmen adaylarının farklı çözüm yolları üzerinde tartışma yapmalarını sağlayan bir ortam oluşturmuştur. Bu sayede, öğretmen adayları bir matematiksel modelleme problemine farklı birçok cevabın gelebileceğini ve farklı varsayımların ulaşılan cevabın gerçek yaşamla ilişkisine olan etkisini görmüştür. Hem de öğretmen adayları bir modelleme etkinliğinde yazılı olarak çözümlerin detaylı biçimde nasıl yansıtılacağını da deneyimlemiştir.

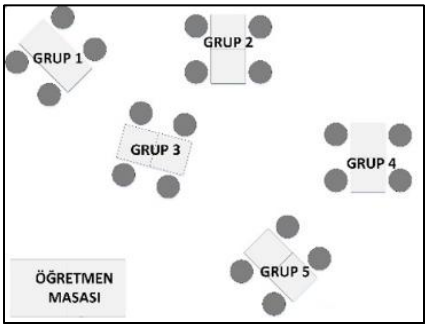
Saman Balyası etkinliğinin tamamlanmasından sonraki hafta asıl etkinliğin uygulanması sürecine geçilmiştir. Bu kapsamda, Nasıl Depolayalım etkinliği (Şekil 2), Saman Balyası etkinliğine benzer şekilde her biri 20 kişi olan iki şubede ilk olarak bireysel olarak uygulanmıştır. Etkinliğin bireysel çözümü sırasında dersin öğretim üyesi sınıfta öğrenciler arasında gezinerek notlar almıştır. Bu süreçte, öğretim üyesi grupların her birini en az iki kez ziyaret etmiştir. Öğretim üyesi bu ziyaretlerinde grupların çalışmalarına herhangi bir müdahalede bulunmamıştır. Her ziyaretinde grupların hangi çözüm yaklaşımı üzerine yoğunlaştıklarını, grup içi etkileşimin doğasını ve hangi bireysel çözümlerin ön planda olduğunu not etmiştir. Bu notlar, çalışma ekibine detaylı veri analizine geçmeden önce (ses kayıtlarını dinlemeden) grupların çalışma süreçleri ile ilgili hızlı veri analizi yapma fırsatı sunmuştur. Etkinlikle ilgili bireysel süreç tamamlandıktan sonra bir sonraki hafta öğretmen adaylarından 1'den 10'kadar her birinden 4 adet sayının yazılı olduğu kâğıtlardan oluşan torbadan bir kâğıt çekmesi istenmiştir. Örneğin 1 numaralı kartın denk geldiği dört öğretmen adayı Grup 1'in üyeleri olmuştur. Böylece çekilen kağıttaki numara öğretmen adayının grubunu göstermiştir. Gruplamanın bu şekilde yapılması, katılımcıların adil olarak gruplara atandığını görmeleri için tercih edilmiştir. Daha önce yapılan çalışmalar, katılımcıların gruplara sevdikleri akranlarla birlikte ya da doğrudan araştırmacının seçerek atamasından ziyade adil ve şans ile atanmasının grup çalışmalarında daha verimli olduğunu ortaya koymaktadır (Liljedahl, 2020). Bu nedenle, gruplama yaparken adil yaklaşım metodu tercih edilmiştir. Grupların isimleri ve katılımcıların kısa adları Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1.

Öğretmen adaylarının grupları ve kısa isim dağılımı

Gruplar	Grup 1	Grup 2	Grup 3	Grup 4	Grup 5
Şube 1	ÖA1–4	ÖA5–8	ÖA9–12	ÖA13–16	ÖA17–20
	Grup 6	Grup 7	Grup 8	Grup 9	Grup 10
Şube 2	ÖA21–24	ÖA25–28	ÖA29–32	ÖA33–36	ÖA37–40

Grup numarasını öğrenen öğretmen adayları bir hafta önce yaptığı bireysel çözümünü araştırmacının masasından alıp grubun numarasının yazılı olduğu alana geçmiştir. Grupların oturum düzeni Şekil 3'teki gibi olmuştur.

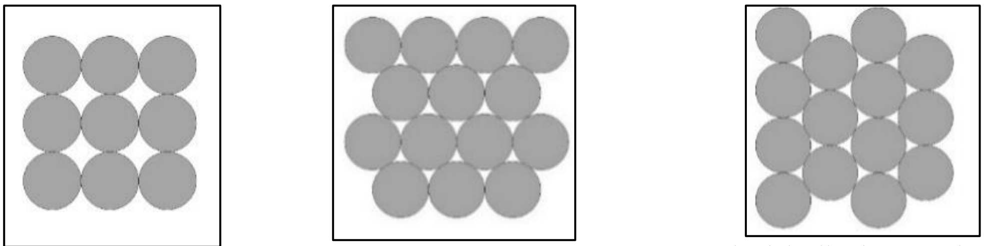


Şekil 3. Sınıfın grup çalışmasındaki oturum düzeni

Grup çalışmasında ilk olarak öğretmen adaylarının birbirinin çözümlerini incelemeleri istenmiştir. Çözümleri inceleme süreçleri ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir. Bazı gruplar ses kaydını telefonlarının kaydetme özelliği ile gerçekleştirmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarından konuşulan önemli noktaları ortaya koymaları adına notlar almaları istenmiştir. Örneğin, grup üyeleri tarafından birinin çözümü eleştirildiyse ve kullanılmak istenmediyse nedeniyle birlikte nasıl bu kararı verdiklerini sıralı olarak numara vererek yazılmıştır. Tüm fikirler paylaşıldıktan sonra ortak bir yaklaşım ortaya koymak için grup çalışmaya devam etmiştir. Grup elemanları yazılan şeyleri sıraya koyarak not almıştır. Katılımcılar fikir birliği ile bir karara vardıktan sonra ortak bir çözüm raporu yazmaları istenmiştir. Bu raporda çözümde neler yaptıkları ve karara nasıl vardıklarını detaylı yazmışlardır. Ayrıca, soruda firma sahibine bir yol göstermeleri istendiği için firma sahibinin anlayacağı dilde bir rapor iletmeleri beklenmiştir. Eğer grupta belirlenen kararı onaylamayan katılımcılar olursa onlardan da niçin grup ile hemfikir olmadığına dair bir ek rapor istenmiştir. Bu sayede bireysel ve grup süreçlerindeki etkileşimler daha net ortaya koyulabilmiştir.

Verilerin Analizi

Verilerin analizi için öncelikle tüm veriler taranarak dijital hale getirilmiştir. Benzer şekilde, tüm ses kayıtları da yazılı döküm haline getirilmiştir. İlk olarak bireysel çalışma analizi için verilerde öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımları analiz edilmiştir. Öğretmen adaylarının matematiksel yaklaşımlarında kullandıkları konserve dizilim çeşitleri alan yazın taraması sonucunda Şekil 4'teki biçimde olabilmektedir (Aydogan-Yenmez vd, 2017; Aydogan-Yenmez vd., 2018; Erbaş vd., 2016).



Şekil 4. Konserve kutularının muhtemel dizilimleri

Dizilim ile yapılan yaklaşımlar *dizilim ile çözüm yaklaşımı* (düz dizilim, sıkıştırarak dizilim ve yön değişimli sıkıştırarak dizilim) olarak isimlendirilmiştir. Bu çalışma kapsamında dolabın hacmi ile konserve kutusunun hacmi arasında ilişkinin kurulabileceği muhtemel bir çözüm yolu daha ortaya çıkmıştır. Bu yaklaşım, öğretmen adaylarının bazılarının bireysel çözümlerinde belirgin olduğu için veriye dayalı ortaya çıkan yeni bir tema olarak kodlama sürecine eklenmiştir. Bu yaklaşımlar ve depolama için seçilen dolaplar ilişkilendirilerek yaklaşımların verilen kararlar üzerinde etkisinin olup olmadığına bakılmıştır.

Grupça yapılan çözümde ise Tablo 2'deki gibi bir yol izlenmiştir. Bu tablo ile öğretmen adaylarının bireysel çözümlerindeki matematiksel yaklaşımlar grupça yapılan yaklaşımla kıyaslanmıştır. Bu noktada öğretmen adaylarının grup çalışma sürecinde yazdığı yansıtıcı raporlar ve grup tartışmalarının ses kayıtlarından yararlanılmıştır. Ayrıca Tablo 2'nin sonuna araştırmacı notları da eklenerek grubun çalışma süreci özetlenmiştir. Grup tartışmalarının transkriptleri ile grubun hangi çözüm yaklaşımlarının üzerinde nasıl düşündükleri diyaloglarla ortaya çıkarılmıştır.

Tablo 2.

Bireysel ve grup çözüm yaklaşımlarını kıyaslanması

Grup numarası	Bireysel çözümler				Grubun çözümü ve kararı
Şube 1-Grup 1	G1-ÖA1	G1-ÖA2	G1-ÖA3	G1-ÖA4	
Kullanılan çözüm yaklaşımı					
Karar verilen depo					
Araştırmacı notları					

Geçerlik, Güvenirlik ve Etik Unsurlar

Bu çalışmada nitel araştırma deseninde geçerlik ve güvenirliği sağlama adına birçok adım atılmıştır. İç geçerlik (inandırıcılık) için veri kaynakları çeşitlendirilmiştir. Bu bağlamda, bireysel çözümler, grup çözümleri, grup yansıtıcı raporu ve grup tartışma ses kayıtları veri kaynakları olarak kullanılmıştır. Ek olarak, öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımlarının çeşitliliğine göre de birçok grup ortaya çıktığı için veri kaynaklarının çeşitlenmesini sağlamıştır. Çalışmada geçerliği ve güvenirliği başka çalışmalarda desteklenmiş bir modelleme etkinliği kullanılmıştır. Bu durum, verilerin kodlanmasında yapılan çalışmalara dayalı ilerlemeye ve daha güvenilir sonuçlar elde etmeye yardımcı olmuştur. Dış güvenirliği arttırmak için de veri toplama süreçleri ve araştırmacının bireysel ve grup çalışmalarındaki rolüne açıkça değinilmiştir. Veriler, dersi veren öğretim üyesi (proje yürütücüsü) ve iki ekip arkadaşı tarafından ortak olarak analiz edilmiştir. Tüm bileşenler için nihai bir fikir birliğine varılana kadar ekipçe tartışmalar yapılmıştır. Bu sayede geçerlik ve güvenirlik desteklenmiştir. Bireysel çözümler ve grup çalışma ürünleri yazılı veriler ve grup tartışma diyaloglarının bir kombinasyonu olarak detaylı biçimde sunulmuştur. Ayrıca bu araştırma için gerekli etik kurul izinleri alınmıştır ve katılımcılar çalışmaya gönüllü olarak katılmıştır. Bu kapsamda, öğretmen adayları çalışma ile ilgili şeffaf biçimde bilgilendirilmiştir. Her bir katılımcıdan bireysel sözel olarak onay alınmıştır.

BULGULAR

İlk olarak, her bir öğretmen adayının bireysel ve bulunduğu grubun ürettiği çözüm yaklaşımları karşılaştırmalı olarak özetlenmiştir Ardından, temsil edici grup çalışma örnekleri ile bireysel ve grupça yapılan modelleme çözüm yaklaşımları arasındaki etkileşimler sunulmuştur.

Bireysel ve Grup Çözüm Yaklaşımlarının Karşılaştırılması

Öğretmen adaylarının kullandığı bireysel çözüm yaklaşımları ve bulundukları grupta karar verilen çözüm yaklaşımı Tablo 3'te sunulmuştur. Tablo 3'te bireysel yaklaşımlar incelendiğinde, 14 (%35) öğretmen adayının konserve kutularının hacmi ile buzdolaplarının hacimleri arasında ilişki kurarak *alan/hacim yoluyla* modelleme problemini çözmeye çalıştıkları görülmektedir. Bu çözüm yaklaşımını kullanan öğretmen adayları silindir şeklindeki konserve kutularının dikdörtgen prizma şeklindeki depolara yerleştirildiğinde oluşacak boşlukları ihmal etmiştir. Diğer taraftan, 20 öğretmen adayının (%50) *düz dizilim* formatında düşünerek depo seçimi gerçekleştirdiği görülmektedir. Bu dizilimde de sıkıştırarak dizilim yapmaya kıyasla bir depo daha az konserve alabilmektedir. Son olarak, sadece 6 (%15) öğretmen adayı *sıkıştırarak dizme* yaklaşımını kullanarak problemi çözmeye çalışmıştır. Bu dizilim ile problem çözme yaklaşımı en hesaplı olan seçimi elde etmeyi sağlamasına rağmen oldukça az sayıda öğretmen adayı tarafından ortaya koyulabilmiştir.

Tablo 3.

Bireysel ve grup çözüm yaklaşımlarının karşılaştırılması

Gruplar	1.kişi	2.kişi	3.kişi	4.kişi	Grup yaklaşımı	Grup kararı
Grup 1	Alan/Hacim	D-Dizilim	D-Dizilim	S-Dizilim	S-Dizilim	Depo 2
Grup 2	Alan/Hacim	Alan/Hacim	D-Dizilim	S-Dizilim	S-Dizilim	Depo 2
Grup 3	Alan/Hacim	Alan/Hacim	Alan/Hacim	S-Dizilim	S-Dizilim	Depo 2
Grup 5	D-Dizilim	S-Dizilim	S-Dizilim	S-Dizilim	S-Dizilim	Depo 2
Grup 8	Alan/Hacim	D-Dizilim	D-Dizilim	D-Dizilim	S-Dizilim	Depo 2
Grup 4	Alan/Hacim	Alan/Hacim	D-Dizilim	D-Dizilim	D-Dizilim	Depo 3
Grup 6	Alan/Hacim	Alan/Hacim	D-Dizilim	D-Dizilim	D-Dizilim	Depo 3
Grup 7	Alan/Hacim	Alan/Hacim	D-Dizilim	D-Dizilim	D-Dizilim	Depo 3
Grup 9	Alan/Hacim	D-Dizilim	D-Dizilim	D-Dizilim	D-Dizilim	Depo 3
Grup 10	D-Dizilim	D-Dizilim	D-Dizilim	D-Dizilim	D-Dizilim	Depo 3

Not. D-Dizilim: Düz dizilim, S-Dizilim: Sıkıştırarak dizilim

Grupların çözüm yaklaşımları incelendiğinde, beş grubun sıkıştırarak dizilim tercihi ile Depo 2 kararı aldığı görülürken, diğer beş grubun ise düz dizilim yöntemi tercih ederek daha büyük ve pahalı olan Depo 3'ü tercih ettikleri görülmektedir. Tablo 3 ve grup çözümlerindeki nitel verilerin detaylı analizi, grup elemanlarının bireysel çözüm yaklaşımlarının grup içinde verilen kararda oldukça etkili olduğunu ortaya çıkarmıştır. Diğer bir deyişle, grup kararı genel olarak grup üyelerinin çözümlerinden biri olmuştur. Özellikle Tablo 3'te görüldüğü üzere eğer grupta çözüm yaklaşımı olarak *sıkıştırarak dizilim* varsa diğer grup üyeleri farklı yaklaşım kullansalar bile grubun modelleme probleminin çözümü için nihai kararı da sıkıştırarak dizilim yaklaşımı olmuştur. Eğer grupta sıkıştırarak dizilim yaklaşımı yerine *düz dizilim* yaklaşımı varsa grubun nihai kararı grupta hacim/alan yaklaşımı kullananlar olsa bile düz dilimden yana olmuştur. Sadece bir grup (Grup 8) grup üyeleri bireysel çözüm yaklaşımlarından farklı olan bir yaklaşım kullanarak problemi çözmüştür. Diğer taraftan, tüm grup üyelerinin aynı fikirde olduğu Grup 10 üyeleri kısa sürede çözümlerinin doğruluğunu kabul ederek alternatif bir çözüm girişiminde bulunmamıştır.

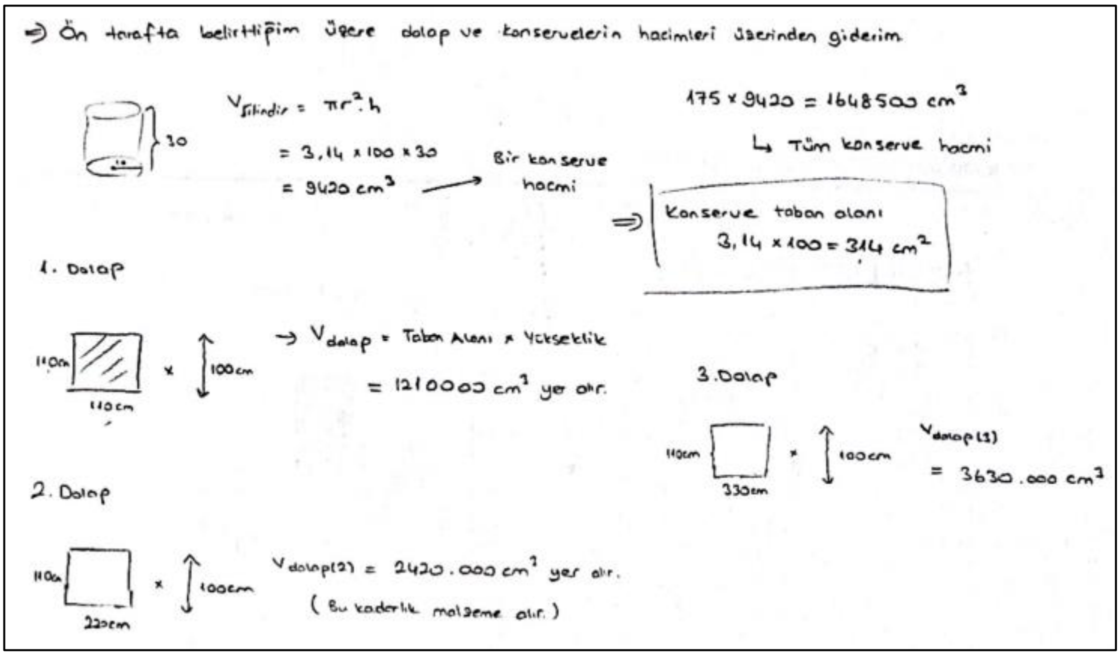
Bireysel ve Grupça Yapılan Çözüm Yaklaşımlarının Etkileşimleri

Bireysel çözümlerin ve grup çalışma süreçlerinin ve bunlar arasındaki etkileşimlerin detaylı anlaşılması adına bireysel ve grup çözümlerindeki çeşitlilik ve verilen grup kararlarındaki farklılıklar göz önünde bulunularak üç grubun çalışması (Grup 2, Grup 8 ve Grup 4) bir sonraki kısımda detaylı olarak ele alınmıştır. Grup 2, bireysel çözümlerde üç farklı çözüm yaklaşımını aynı anda içeren gruplardan biri olduğu için tercih edilmiştir. Bunun yanında, Grup 8, birlikte çalışma sürecinde grup üyelerinin bireysel çözümlerinde olmayan bir çözüm yaklaşımına eriştiği için seçilmiştir. Grup 4 ise sıkıştırarak dizilim yaklaşımının olmadığı grupları temsil etmesi açısından seçilmiştir.

Durum 1: Bireysel Çözüm Yaklaşımlarının Çeşitli Olduğu Durum

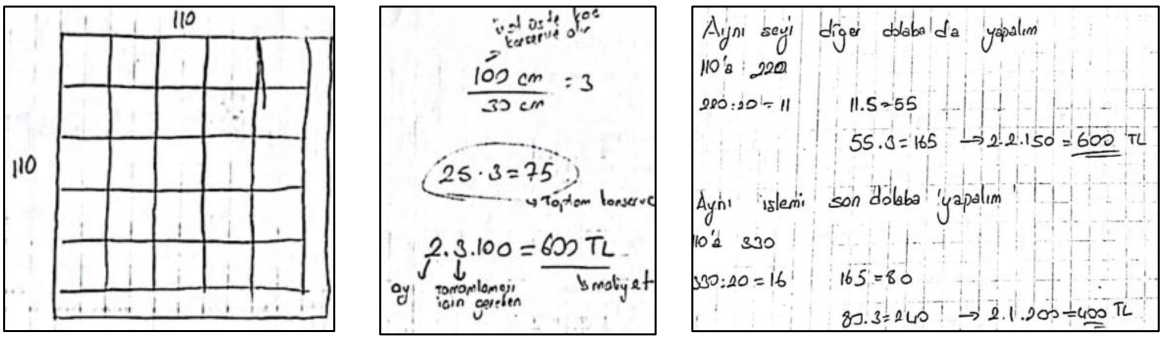
Grup 2 Üyelerinin Bireysel Çözüm Yaklaşımları

Grup 2'deki kişilerin çözümleri incelendiğinde, üç farklı çözüm yaklaşımının olduğu görülmektedir. İki kişi *alan/hacim* ile bir kişi *düz dizilim* ile bir kişi de *sıkıştırarak dizilim* yoluyla problemi çözmüştür. Görüldüğü üzere bu grupta bireysel çözüm yaklaşımları çeşitlilik göstermiştir. Gruptaki öğretmen adaylarından birinin (ÖA6) çözümü Şekil 5'te sunulmuştur.



Şekil 5. ÖA6'nın hacim kullanarak geliştirdiği çözüm yaklaşımı

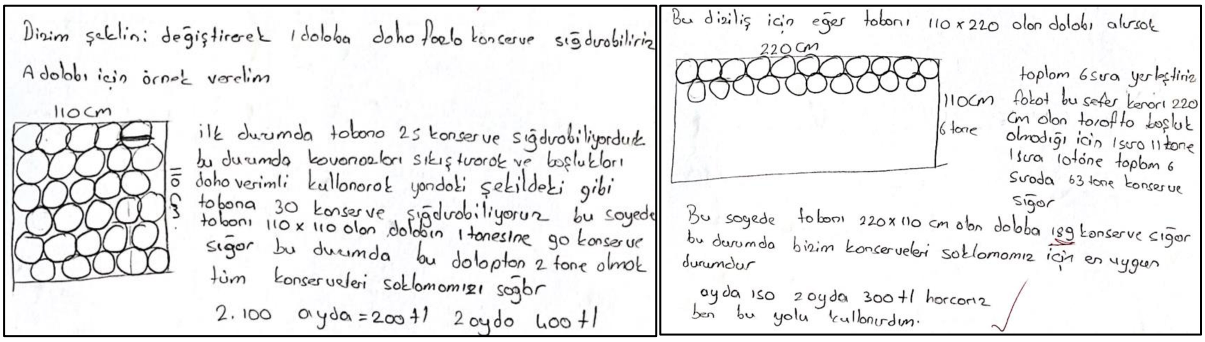
Burada ÖA6 ilk olarak bir konserve kutusunun hacmini hesaplamıştır. Daha sonra 175 konservenin hacmini bularak bunu üç deponun hacmi ile kıyaslamıştır. ÖA6, son kararı olarak da şunu yazmıştır: "*Birinci depo konservelerin toplam hacminden küçüktür. Üçüncü depo ise çok geniş hacimlidir. Bu nedenle bir adet Depo 2 yeterli olacaktır. Aylık 150 TL olduğundan iki ay için 300 TL ödenecektir*." ÖA6'nın çözüm yaklaşımında silindir biçimindeki kutular dizildiğinde bu kutular arasında kalan boş kısımlar ihmal edilmiştir. Bu nedenle, ÖA6 gerçek yaşamda karşılığı olmayan bir alan-hacim çözüm yaklaşımı sergilememiştir. Diğer taraftan, ÖA7 Şekil 6'da sunulan çözümünde depo tabanını konservelerin 20 cm olan çapını düşünerek 20x20 cm²'lik alanlara ayırmıştır (Şekil 6a). Konserve kutularının 30 cm yüksekliğini düşünerek de 3 kat dizeceğini belirtmiştir. Ardından ilk deponun bu şekilde 75 adet konserve alacağını ve Depo 1'den üç tane kullanması gerektiğini belirtmiştir (Şekil 6b). Depo 1 için maliyeti 600 TL olarak bulmuştur. Benzer şekilde, Depo 2 ve Depo 3 için gereken maliyeti de hesaplamıştır (Şekil 6c). Hesaplamaları sonucunda Depo 3'ü kiralamanın daha hesaplı olduğunu belirtmiştir. Sonuç olarak, ÖA7 düz dizilim yaklaşımını kullanmıştır.



(a) (b) (c)

Şekil 6. ÖA7'nin düz dizilim yöntemi ile yaptığı çözüm

Grup üyelerinden ÖA8 ise bireysel çözümünde grup arkadaşlarından farklı olarak *sıkıştırarak dizilim* yöntemini kullanmıştır. ÖA8 önce düz dizilim yöntemi ile problemi çözerek ÖA7 ile aynı sonuca varmıştır. Fakat bireysel çözümünün devamında farklı bir dizilim yöntemi daha denemeye karar vermiştir (Şekil 7). Bu dizilim ile depoya düz dizilim yaklaşımına göre daha fazla konserve sığdığını fark etmiştir. Böylece ÖA8 cevabını doğrulayarak daha hesaplı bir seçim yapmış ve Depo 2'yi seçmiştir.



Şekil 7. ÖA8'in sıkıştırarak dizilim yöntemi ile problem çözümü

Grup 2 Üyelerinin Birlikte Çalışma Süreci

Grup 2 üyelerinin nihai karar verme sürecini yansıtmak için aralarında geçen tartışma diyaloglarından bir kesit sunulmuştur. Bu diyalog incelendiğinde, grup üyelerinin grup çalışması sırasında cevaplarını karşılaştırdıkları görülmektedir. Hacim yaklaşımının makul olmayan yanlarının grupta diğer tür çözüm yaklaşımlarını kullananlar tarafından dile getirildiği dikkat çekmektedir. Özellikle ÖA8'in iki yaklaşımı aynı anda kullanması ve kanıtlar sunması gruptaki elemanların çözümlerine eleştirel gözle bakmalarını sağlamıştır. Ayrıca grupta farklı çözüm yaklaşımlarının bulunması grubun alternatif yollar düşünerek problemi kapsamlı şekilde ele almalarına yardımcı olmuştur.

ÖA6	Ben konservelerin toplam hacmini hesapladım. Sonra bu değer ile depo hacimlerini karşılaştırdım. Depo 2 oldu
ÖA5	Benimki de seni çözümüne benzer şekilde oldu. Ama seninkine bakınca bir işlem hatam var sanırım. Farklı ücret bulmuşum birinde.
ÖA8	Ama hacim hesaplamak için kutuların silindir değil de prizma olması gerekirdi. Bu şekilde arada boşluk kalmaz mı?
ÖA7	Aynen ben de öyle düşündüm. Hatta ben önce hacme baktım ama sonra silindirleri düşünüp boşlukları hesaba kattım. Mesela ben Depo 3 buldum.
ÖA8	Sen bunları düz şekilde dizdin o zaman karelerin arasına?
ÖA7	Evet.
ÖA8	Ben de ilk öyle yaptım. Sonra düşündüm neden iki kutunun arasına diğerini sıkıştırmayayım. Hani Saman Balyası etkinliğinde resimde öyleydi ya.
ÖA7	O benim aklıma hiç gelmedi. Çok değişmez diye düşündüm nasılsa orada da uç kısımlarda boşluk kalıyor.
ÖA5	Daha çok sığar sıkıştırırsak bence de haklı.
ÖA8	İkisini de ayrı hesapladım. Mesela Depo 1 düz dizince 75 konserve alıyor. Sıkıştırarak dizince 90 konserve sığıyor. Epeyce fark etti.
ÖA7	Çok mantıklı.
ÖA6	Hacim çözümü şu anda çok saçma geldi. Benimkinde Depo 1, 120 tane konserve alıyor. Sıkıştırınca bile 90 alıyorsa benim bulduğum değerler çok fazla oluyor.
ÖA8	120 çok zaten, bir kere kenarlarda 10 cm boşluk kalıyor onlar hiç işe yaramıyor zaten sen onları da işin içine katmışsın.

Grup çalışmasında tüm çözümleri tartışan üyeler grup yansıtıcı raporuna aşağıdaki açıklamaları yazmıştır:

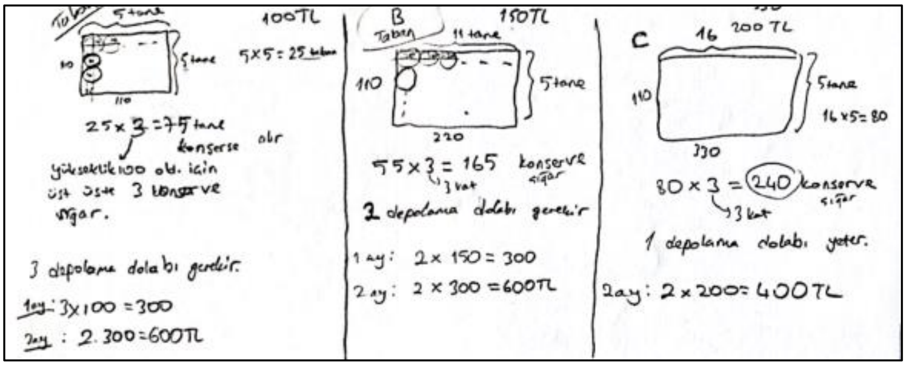
> *"Grupta bir arkadaşımızın çözümünü incelediğimizde kendi çözümlerimizde eksikler olduğunu fark ettik. Bizim çözümlerde konserveler arasındaki boşluklar ihmal edilmiş oluyordu. Ancak seçtiğimiz çözümde bu durum dikkate alınmıştı. Konservelerin düz dizildiği çözüme göre bu dizilimde boşluklar azalmıştır. Hacim üzerinden gidilen çözümlerde ise konserveler arasındaki boşluklar hiç dikkate alınmadığı için o çözümü doğrudan eledik. Arkadaşımızın çözümündeki gibi grupça konserveleri saklamak için daha karlı olan Depo 2'yi seçme kararı aldık."*

Yansıtıcı rapordan da görüldüğü üzere grup çalışması sayesinde Grup 2'deki öğretmen adayları modelleme problemi için daha gerçekçi ve doğrulanabilir bir çözüm yolunu kabul etmiştir. Bu kabul sürecinde, grupta çift çözüm sunan ve gerekçeleriyle açıklayan ÖA8 önemli rol oynamıştır.

Durum 2: Bireysel Çözüm Yaklaşımlarında Olmayan bir Çözüm Yaklaşımının Geliştirildiği Durum

Grup 8 Üyelerinin Bireysel Çözüm Yaklaşımları

Grup 8'de bir öğretmen adayı (ÖA29) Şekil 5'deki çözüme benzer şekilde *alan/hacim* yaklaşımı kullanarak problemi çözerken, diğer üç öğretmen adayı *düz dizilim* yaklaşımı ile çözümünü gerçekleştirmiştir. Düz dizilim ile çözüm yapan ÖA30 her bir deponun kaç konserve alacağını Şekil 8'deki gibi hesaplamıştır. Çözümünün sonunda düz dizilim yöntemine göre 175 konserve için 240 konserve kutusunu tek seferde alan Depo 3'ün kiralanması kararını vermiştir. ÖA30 bu kararını şu cümleler ile açıklamıştır: "*Genişliği 110 cm, uzunluğu 330 cm olan depoyu kiralardım. Bu şekilde 175 konserve tek dolaba sığar. Diğer dolaplarda dolap sayısı artacağı için maliyet daha fazla olur. Bu yüzden 3. depoyu seçerim.*" Sonuç olarak, ÖA30 sıkıştırarak dizilim yapmadığı için daha hesaplı olan Depo 2'yi kiralama yönünde bir karar alamamıştır. Gruptaki diğer iki öğretmen adayı da ÖA30 ile benzer bireysel çözümler sunmuştur.



Şekil 8. ÖA29'un düz dizilim ile yaptığı problem çözümü

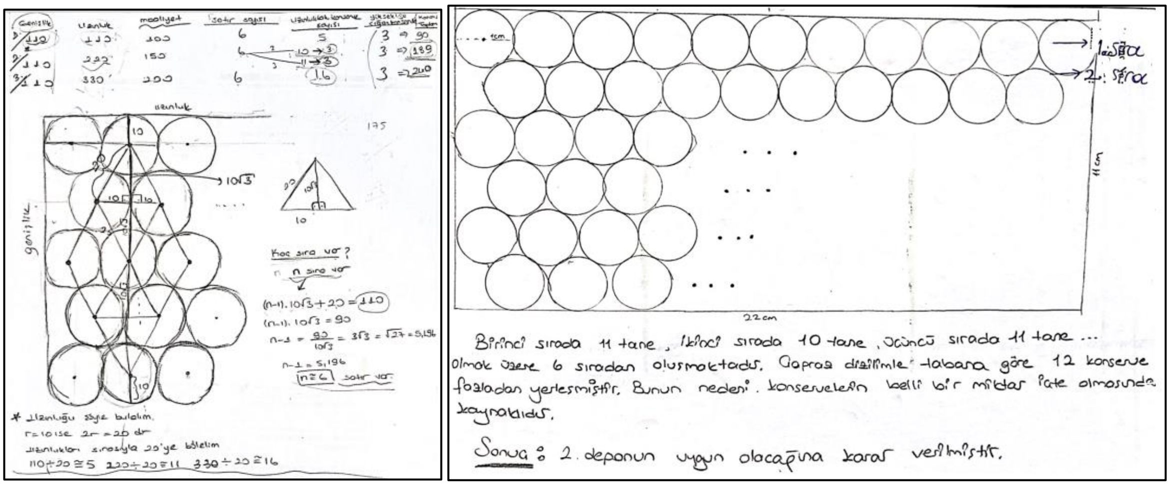
Grup 8 Üyelerinin Birlikte Çalışma Süreci

Grup 8, diğer gruplardan farklı olarak grup üyelerinin bireysel çözümlerinde olmayan bir çözüme erişmiştir. Daha iyi açıklamak gerekirse, Grup 8'deki öğretmen adayları kendi çözümlerinde sıkıştırarak dizilim olmamasına rağmen birlikte çalıştıkları süreçte daha hesaplı olan depoyu seçmeyi sağlayan bu çözüm yaklaşımına erişmiştir. Grup çalışma sürecini yansıtmak için grupta geçen bir diyalog kesiti aşağıda sunulmuştur.

ÖA29	Çözümlerimizi karşılaştıralım mı?
ÖA31	Ben sizden biraz farklı gitmişim. Ben konservelerin toplam hacmi ile depo hacimlerini kıyasladım. Depo 2'yi iyi bir seçenek olarak gördüm. Bir tane Depo 2 yeterli. 150x2=300 TL olur iki ay için.
ÖA30	Ama Depo 2 tüm konserveleri almıyor ki. Ben 165 adet aldığını buldum.
ÖA32	Ben de 165 buldum. İki depo lazım. O zaman 600 TL oluyor.
ÖA29	Sen hacimle gidince şu boşluklar ne oldu? 20 cm çap olunca 20x5=100 cm oluyor tabanda. Dolaptaki 110 cm'nin 10 cm'sine konserve sığmaz ki.
ÖA31	Ben onları ihmal edip kabaca bir hesap yaptım aslında.
ÖA30	Başka bir diziliş şekli olabilir mi acaba?
ÖA32	Aslında aklıma bir şey geldi. Biz yurtta madensularını dolaba düz değil de aralara sıkıştırarak diziyoruz. Daha çok sığıyor gibime geliyor. Onu hiçbirimiz düşünmemişiz.
ÖA30	O dizilişte kaç alıyor bir de onu hesaplayalım bence.
	(Tüm grup üyeleri sıkıştırarak dizilim yöntemiyle hesaplamalar yaptı.)

Grup 8 üyeleri arasında geçen diyalogdan görüldüğü üzere grup üyeleri çözümlerini tartıştıklarında hacim ile boşlukları ihmal eden ÖA29 hatasını fark etmiştir. Diğer taraftan, grup elemanlarından ÖA30'un alternatif bir dizilim arayışı ÖA32'nin günlük yaşamda karşılaştığı durumu (madensuyu örneği) arkadaşlarıyla paylaşmasını sağlamıştır. Böylece grup yeni bir dizilim yolu deneyerek alternatif çözüm geliştirebilmiştir. Grup çalışması sonucunda grup üyeleri Şekil 9'daki gibi bir dizilim ve açıklama ile daha

hesaplı olan seçimin Depo 2 olduğuna karar vermiştir. Grubun birlikte çalışma sürecinde problemi gerçek yaşam ile matematiksel dünya arasında güçlü etkileşimler kurarak çözdükleri görülmektedir. Birçok matematiksel temsil ile çözümlerini destekleme ve doğrulama fırsatı bulmuşlardır.

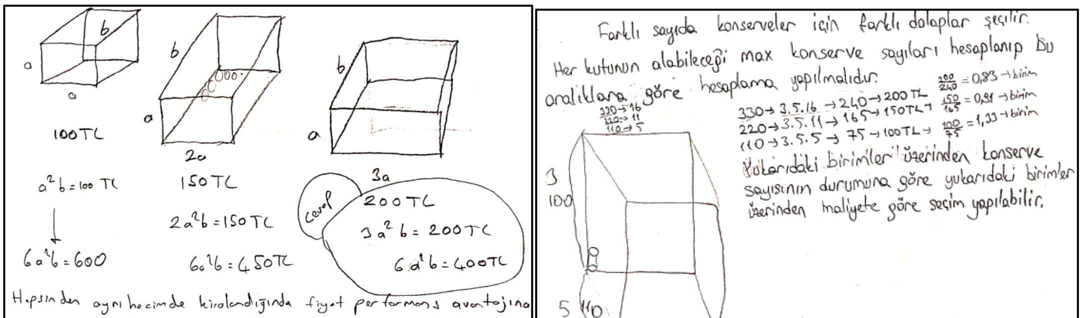


Şekil 9. Grup 8'in sıkıştırarak dizilim yoluyla problem çözümü

Durum 3: Bireysel Çözüm Yaklaşım Çeşitliliğinin Az Olduğu Durum

Grup 4 Üyelerinin Bireysel Çözüm Yaklaşımları

Grup 4'te öğretmen adaylarının ikisi *hacim* ile hesaplama yapmıştır. Diğer iki öğretmen adayı ise *düz dizilim* yoluyla problemi çözmüştür. Tüm çözümlerde öğretmen adayları Depo 3'ün en karlı yol olduğuna karar vermiştir. Öğretmen adaylarından ikisinin (ÖA13 ve ÖA14) yaptığı bireysel çözümler Şekil 10'da sunulmuştur. Şekil 10a incelendiğinde, ÖA13 depo ayrıtlarını a ve b olarak isimlendirdikten sonra depoların hacimlerini a^2b cinsinden hesaplamıştır. Her depodan aynı hacim kiralandığında en ucuz olan deponun seçilmesi gerektiği yönünde bir akıl yürütmüştür. Yani, ÖA13 hacim ile işlemler yaparken 175 adet konservenin durumundan ziyade depoların eş hacimdeki bütçe durumunu düşünerek karar vermiştir. Fakat bu durumda 175 konserve için kaç depo gerektiğini hesaplamamıştır. Diğer taraftan, ÖA14 düz dizilim yaklaşımı ile depoları kaç adet konserve sığacağını hesaplamıştır. Ardından, her bir depoda bir konserveyi saklamanın maliyetini bularak konserveleri Depo 3'te saklamanın daha hesaplı olduğunu belirtmiştir (Şekil 10b).



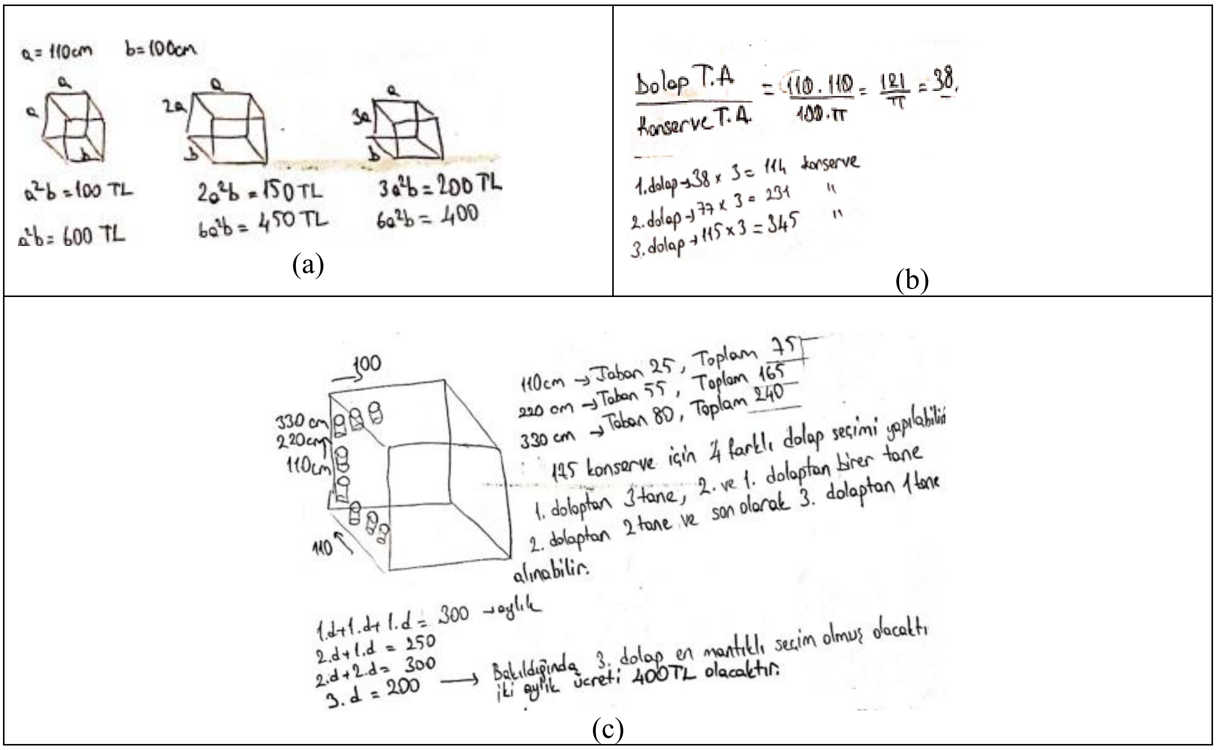
(a) (b)

Şekil 10. (a) ÖA13'ün ve (b) ÖA14'ün bireysel çözümleri

Grup 4 Üyelerinin Birlikte Çalışma Süreci

Bu grup üyeleri de diğerleri gibi öncelikle birbirinin bireysel çözümlerini analiz etmiştir. Hacim ile çözüm yapanların seçilecek depo ile ilgili kararları düz dizilim yapanlarla aynı olsa bile grup içinde düz dizilim yolu kabul görmüştür. Hacim ile yapılan hesaplamalar, hem 175 konservenin kaç dolaba sığacağı maliyeti etkilediği için hem de boşluklar ihmal edildiği için gruptaki kişiler tarafından eleştirilmiştir. Bunun sonucunda, grup kararı grup elemanlarından ikisinin çözüm yolu olan düz dizilim yöntemi olmuştur. Grup 4'ün ortak kararı yansıtıcı raporlarında aşağıdaki gibi olmuştur.

"Yapmış olduğumuz incelemede bir arkadaşımızın (ÖA29) hacim hesabı yaptığını gördük. Bu çözümde birim hacimler üzerinden karşılaştırmaya gidilmiştir. Çözüm şu şekildedir (Bkz. Şekil 11a). Fakat dolapların alabileceği konserve sayıları bu karşılaştırmaya dâhil edilmediği için çözüm eksik kalmıştır. Başka bir arkadaşımız ise çözümünde depoların taban alanları ile konservelerin taban alanlarını ilişkilendirmiştir (Bkz. Şekil 11b) Dolap boyu 100 cm olduğundan 3 sıra dizilebileceğini belirtmiştir. Bu çözümde de alan hesapları yapılırken aradaki boşluklar ihmal edildiği için çözüm eksik kalmıştır. Bu yüzden hacim yerine konserveleri dizmeyi tercih ettik (Bkz. Şekil 11c)"



Şekil 11. Grup 4'ün düz dizilim yoluyla problem çözümü

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu çalışma, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme deneyimi sürecinde bireysel ve grupça ürettikleri matematiksel yaklaşımları ve bu yaklaşımlar arasındaki etkileşimleri anlamayı amaçlamıştır. Modelleme problemi için üretilen bireysel çözüm yaklaşımları ile ilgili sonuçlar, öğretmen adaylarının bireysel olarak bir modelleme etkinliğini düşünürken verilen durumu gerçekçi bir bağlam içinde incelemek yerine geometrik olarak akıllarına gelen klasik yollara başvurduklarına işaret etmiştir. Öğretmen adaylarının aslında geometrik olarak akıllarına gelen klasik yollara başvurmaları çözüme erişmeleri için oldukça önemlidir. Fakat matematiksel modellemenin doğası gereği gerçek yaşamla içiçe olması, çözümlerde sadece bu klasik yollara başvurmanın yeterli olmadığını göstermiştir. Diğer bir deyişle, matematiksel bilgiler gerçek yaşamla gerçekçi bir şekilde ilişkilendirilmediğinde üretilen çözüm modellerinin kısır kaldığı görülmüştür. Elde edilen sonuçlar göstermiştir ki verilen problem durumunda depoların dikdörtgen prizması ve konserve kutularının silindir biçiminde olması depo hacminin tam kapasite kullanılamamasına neden olurken, birçok öğretmen adayı bireysel çözümünde bu durumu düşünmemiştir ya da hacmin tam kapasite kullanıldığını varsaymıştır.

Bireysel yaklaşımlar, öğretmen adaylarının modelleme sürecinde dikkat edemediklerini ve zorlandıkları adımları (doğrulama ve yorumlama gibi) görmeleri açısından yeterli olmamıştır. Fakat araştırma sonuçları göstermiştir ki öğretmen adaylarının bireysel çözümleri grup ile birlikte çalıştıklarında farklı hale gelmiştir. Modelleme etkinliklerinde bireysel ve grup çalışmalarını karşılaştıran bazı çalışmalarda da benzer sonuçlara varılmıştır (Doerr ve Ärlebäck, 2015). Özellikle gruptaki bireylerin çözüm yaklaşımlarındaki varyasyon ya da daha makul çözümün varlığı grubun nihai kararı ile birlikte tüm grup üyelerinde fikir değişimlerine neden olmuştur. Diğer bir deyişle, grupça daha iyi bir çözüme erişmek için grup bireyler tarafından farklı çözüm yaklaşımlarının geliştirilmesi, sunulması ve tartışılması gruptaki bilişsel ve sosyal süreçleri desteklemiştir (Lesh ve Fennewald, 2010; Lesh ve Yoon, 2007; Sevinç ve Melek, 2020).

Çalışmada ilginç olarak sadece bir grupta (Grup 8) grup üyelerinin yaklaşımlardan farklı bir çözüm yaklaşımına erişilmiştir. Bu grupta çözüm yaklaşımının gelişiminde diğer yaklaşımların harmanlanması ön planda olup grup üyelerinin alternatif ve yeni bir çözüm yolu araması etkili olmuştur. Grup sayısı oldukça fazla olmasına rağmen sadece bir grupta grup üyelerinin sergilemediği bir yaklaşımın sergilenmesi modelleme probleminin yapısıyla ya da öğretmen adaylarının grup çalışmalarında bir fikri benimseme eğiliminden kaynaklanabilir (Sevinç ve Melek, 2020; Ulusoy ve İncikabı, 2023). Çünkü bu grup dışındaki diğer dokuz grup gruptaki bireysel yaklaşımlardan birini benimseme yolunu tercih etmiştir. Bu bakımdan, grup çözümleri genel olarak bireysel çözüm yaklaşımlarının izlerini taşıyan daha net ve sade çözümlerden oluşmuştur (Lesh ve Fennewald, 2010; Lesh ve Yoon, 2007).

Grubun benimsediği bireysel çözüm yaklaşımlarında grup üyelerinin diğerleri tarafından sunulan bireysel yaklaşımlardan üstün olanları tercih edilmiştir. Grup üyeleri bir çözüm yaklaşımının diğerine göre üstünlüğünü çözümün akla yatkınlık ve gerçek yaşamdaki geçerliği ile belirleme eğilimi göstermiştir. Bu çalışmada, alan/hacim hesabı ile uygun deponun seçilme yaklaşımı, dizilim yoluyla çözüm sunanlar tarafından gerçek yaşam durumuna aykırı görülerek grupta eleştirilmiştir. Alan/hacim yaklaşımı ile çözüm yapanlar problem durumundaki gerçek yaşam ve matematiksel dünya etkileşimlerini düşünerek yapılan eleştirileri mantıklı bulmuştur. Normalde, grup üyeleri arasında ayrık düşüncelerin olması beklenen bir durumdur. Fakat burada kullanılan modelleme probleminde dizilimsel varyasyon çeşitliliği olsa da bu çeşitliliğin sınırlı olması öğretmen adaylarının grup üyelerinin çözümlerini gördükten sonra daha hesaplı olan depo seçimini yapmalarını kolaylaştırmıştır. Bu sayede, bireysel çözüm yaklaşımları eksik ya da gerçek yaşamla çelişen öğretmen adayları eksiklerini kolaylıkla fark ederek güçlü desteği bulan grup çözüm yaklaşımlarını benimseme yoluna gidebilmiştir.

Bu çalışmada tek grup (Grup 10) olsa da tüm çözüm yaklaşımlarının aynı olmasının grup üyelerini "*herkes aynı çözdüyse çözüm uygundur*" anlayışına ittiği gözlemlenmiştir. Diğer gruplarda en az iki farklı çözüm olması ise grup üyelerini problem çözümünde alternatif yollar olabileceğini anlamalarını sağlamıştır. Ayrıca çözüm yaklaşımlarındaki çeşitlilik, onları hangi çözümünün gerçek yaşam durumuna daha uygun ve genellenebilir olduğunu muhakeme etmeye itmiştir. Bu noktada, gruptaki üyelerinin tümünün çözümünün aynı olduğu versiyonların sayısının çoğaltılarak grup çözüm sürecinde bir kısır düşünme sürecine yol açıp açmadığı gelecek çalışmalarda incelenebilir. Bu durum, esasen öğretmen adaylarının tek başına modelleme etkinliğini çözme yetileri ve akranları ile işbirliği yaparak çözme yetileri arasındaki uzaklıkla ilgili olabilir. Diğer bir deyişle, Vygotsky'nin (1978) sunduğu *yakınsak gelişim alanı* (zone of proximal development) teorisi bireysel ve grup çözümleri arasındaki etkileşimlerdeki farklılıklara sosyal yapılandırmacılık çerçevesinde daha detaylı bir cevap sunabilir. Bu bakımdan, daha kapsamlı bir çalışma ile matematiksel modelleme etkinliklerindeki bireysel ve grupça üretilen çözüm yaklaşımları arasındaki etkileşimler yakınsak gelişim alanı teorisi kapsamında ele alınabilir.

İlgili alan yazında modelleme etkinliklerinin çözüm süreci genel olarak grup çalışmalarıyla yürütülmektedir. Bu nedenle, bu süreçte bireysel çözüm yaklaşımlarının ve düşüncelerini takip etmek zordur. Fakat bu çalışmada, öğretmen adaylarının modelleme problemini önce bireysel ardından grup ile çözmesi onların çözüm yaklaşımlarını, bu yaklaşımlar arasındaki etkileşimleri ve değişimleri takip etmeyi kolaylaştırmıştır. Ek olarak bu süreçlerde öğretmen adaylarından yansıtıcı raporlarla çözümlerini ve düşüncelerini yazılı olarak dokümanlaştırması çözüm yaklaşımlarındaki detayların anlaşılmasına büyük katkı sunmuştur. Yazılı bireysel çözümler, öğretmen adaylarının düşüncelerini grup arkadaşlarına kolay ve kısa sürede iletmesine yardımcı olmuştur. Bu sayede grup üyeleri tüm çözümleri görerek eleştirel ve üretken bir yol izlemeye çalışmıştır. Ek olarak, bireysel çözümlerinin hangisinin grup modeli olabileceği ya da olamayacağı yazılı ürünlerin kıyaslanmasıyla kolaylaşmıştır. Bu yönleriyle, bu çalışmada kullanılan metodik uygulama biçiminin ileriki modelleme çalışmaları için araştırmacılara fikir vereceği düşünülmektedir. Bu tip çalışmalar ile ekip çalışma sürecindeki bireysel farklılıklar keşfedilerek grup çalışma sürecinde uzlaşma olan ve olmayan durumlarda bireylerin rolleri analiz edilebilecektir.

Bu çalışmada her ne kadar önemli bulgular elde edilse de çalışmanın ve araştırmacının özellikle belirdiği bazı sınırlılıklar vardır. Fakat bu sınırlılıklar gelecek çalışmalara yön verebilecek özelliklere sahiptir. Örneğin, bu çalışmada sadece bir modelleme problemindeki çözüm yaklaşımları ve bunlar arasındaki etkileşimler incelenmiştir. Bunun temel nedenlerinden biri çalışmada grup sayısının fazla olması ve sürecin detaylı anlaşılmak istenmesidir. İleriki çalışmalarda birden fazla ve farklı özelliklere sahip (daha açık uçlu) modelleme problemlerinde bireysel ve grup çözüm yaklaşımlarının yapısı incelenebilir. Bu inceleme modelleme problemlerinin grup çalışma sürecinde nasıl cereyan ettiğini anlamaya yardımcı olabilir. Diğer yandan, bu çalışmada gruplardaki öğretmen adayları rasgele atama yoluyla gruplara yerleştirilmiştir. İleriki çalışmalarda bireysel çözüm yaklaşımları sonrasında çözüm çeşitliliğine göre gruplar amaçlı olarak belirlenebilir. Örneğin benzer çözüm yaklaşımları, farklı çözüm yaklaşımları ya da düşük-yüksek başarılı öğretmen adayları temel alınarak gruplamalar yapılabilir. Bu gruplama biçimiyle grup üyelerinin çözüm yaklaşım türlerinin grubun nihai çözüm yaklaşımı üzerindeki etkileri incelenebilir. Bu çalışmada çözüm yaklaşımları ve modelleme adımlarından matematikleştirme üzerine gidilmiştir. Başka bir araştırmada modelleme adımlarındaki grup performansları karşılaştırılarak grupların hangi çözüm yaklaşımlarında modelleme basamaklarında daha iyi performans sergiledikleri ortaya çıkarılabilir.

KAYNAKÇA

Abramovich, S. (2013). Modeling as isomorphism: The case of teacher education. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies: ICTMA 13* (pp. 501–510). New York, NY: Springer.

Akgün, L., Çiltaş, A., Deniz, D., Çiftçi, Z., & Ahmet, I. (2013). İlköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme ile ilgili farkındalıkları. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *12*, 1-34.

Anhalt, C. O., & Cortez, R. (2015). Mathematical modeling: A structured process. *The Mathematics Teacher*, *108*(6), 446-452.

Aydin-Güç, F., & Baki, A. (2019). Evaluation of the learning environment designed to develop student mathematics teachers' mathematical modelling competencies. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*, *38*(4), 191-215.

Aydogan-Yenmez, A., Erbas, A. K., Cakiroglu, E., Alacaci, C., & Cetinkaya, B. (2017). Developing teachers' models for assessing students' competence in mathematical modelling through lesson study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *48*(6), 895-912.

Aydogan-Yenmez, A., Erbas, A. K., Cakiroglu, E., Cetinkaya, B., & Alacaci, C. (2018). Mathematics teachers' knowledge and skills about questioning in the context of modeling activities. *Teacher Development*, *22*(4), 497-518.

Berry, J. (2002). Developing mathematical modeling skills: The role of CAS. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *34*(5), 212–220.

Blomhøj, M., & Kjeldsen, T. H. (2006). Teaching mathematical modelling through project work. *ZDM*, *38*(2), 163-177.

Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In S. J. Cho (Ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education: Intellectual and attitudinal challenges* (pp. 73-96). New York, NY: Springer.

Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of mathematical modelling and application*, *1*(1), 45-58.

Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects—State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational studies in mathematics*, *22*(1), 37-68.

Borromeo-Ferri, R. (2018). Task Competency: For Your Instructional Flexibility. In *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education* (pp. 41-75). Springer, Cham.

Borromeo-Ferri, R., & Blum, W. (2013, February). Barriers and motivations of primary teachers for implementing modelling in mathematics lessons. In *Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8), Antalya, Turkey*.

Burkhardt, H. (2006). Modelling in mathematics classrooms: Reflections on past developments and the future. *ZDM*, *38*(2), 178-195.

Chan, E. C. M. (2008). Using model-eliciting activities for primary mathematics classrooms. *The Mathematics Educator*, *11*(1), 47-66.

Cheng, A. K. (2001). Teaching mathematical modeling in Singapore schools. *The Mathematics Educator*, *6*(1), 63–75.

Dede, A. T. (2019). Arguments constructed within the mathematical modelling cycle. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *50*(2), 292-314.

Deniz, D., & Akgün, L. (2017). Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme yöntemi ve uygulamalarına yönelik görüşleri. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *5*(1), 95-117.

English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, *63*(3), 303-323.

English, L. D., & Watters, J. (2004). Mathematical modeling with young children. In M. J. Høines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceeding of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 335–342). Bergen: IGPME.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Aydoğan Yenmez, A., Şen Zeytun, A., & Şahin, Z. (2016). Nasıl Depolayalım?. *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları* (s. 26). Ankara: Türkiye Bilimler Akademisi.

Ferri, R. B. (2007). Modelling problems from a cognitive perspective. In *Mathematical Modelling* (pp. 260-270). Woodhead Publishing.

Figazzolo, L. (2009). Impact of PISA 2006 on the education policy debate. Paper presented at the *Education International Research Network Fifth Annual Meeting*, Brussels, Belgium.

Fox, J. (2006). A justification for mathematical modeling experiences in the preparatory classroom. *Proceedings of the 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of* Australasia 1,21–228.

Greefrath, G., Hertleif, C., & Siller, H. S. (2018). Mathematical modelling with digital tools—a quantitative study on mathematising with dynamic geometry software. *ZDM*, *50*(1), 233-244.

Haines, C. & Crouch, R. (2010). Remarks on a modeling cycle and interpretation of behaviours. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (ICTMA 13) (pp. 145–154). New York: Springer.

Henn, H.-W. (2007). Modeling in school: Chances and obstacles. *The Montana Mathematics Enthusiast*, *Monograph*, *3*, 125–138.

Hıdıroğlu, Ç. N., & Özkan Hıdıroğlu, Y. (2017). Altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel modellemede oluşturdukları gerçek yaşam problem durumu modelleri. *Ilkogretim Online*, *16*(4), 1702-1734.

Jung, H., Stehr, E. M., & He, J. (2019). Mathematical modeling opportunities reported by secondary mathematics preservice teachers and instructors. *School Science and Mathematics*, *119*(6), 353-365.

Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi* [Investigation of problem-solving skills of mathematics teacher candidates during modeling process]. İstanbul: Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi.

Ledezma, C., Font, V., & Sala, G. (2022). Analysing the mathematical activity in a modelling process from the cognitive and onto-semiotic perspectives. *Mathematics Education Research Journal*, 1-27.

Lesh R. & Yoon C. (2007) What is Distinctive in (Our Views about) Models & Modelling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching?. In: Blum W., Galbraith P.L., Henn HW., Niss M. (Eds.) *Modelling and Applications in Mathematics Education*. New ICMI Study Series, vol 10. Springer, Boston, MA.

Lesh, R. & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a Models and Modeling Perspective on Mathematics Teaching, Learning, and Problem Solving. Lesh, R. & Doerr, H. M. (Eds.), *Beyond Constructivism Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (ss. 3-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R. & Fennewald, T. (2010). Modeling: What is it? Why do it. Lesh, R., Galbraith, P. L., Haines, C. R., & Hurford, A. (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (ss.5-15). Boston, MA: Springer US.

Liljedahl, P. (2020). *Building thinking classrooms in mathematics, grades K-12: 14 teaching practices for enhancing learning*. Corwin Press.

Lingefjärd, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *ZDM*, *38*(2), 96-112.

Lingefjärd, T., & Meier, S. (2010). Teachers as managers of the modelling process. *Mathematics Education Research Journal*, *22*(2), 92-107.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies?. *ZDM*, *38*(2), 113-142.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018). Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar). MEB Yayıncılık. https://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445-MATEMAT%C4%B0K%20%C3%96%C4%9ERET%C4%B0M%20PROGRAMI%202018v.pdf

Sevinç, Ş., & Melek, Z. (2020). Modelleme etkinliğinde matematik öğretmen adaylarının bireysel ve grup gelişiminin incelenmesi. *Başkent University Journal of Education*, *7*(1), 1-19.

Stillman, G., Brown, J., & Czocher, J. (2020). Yes, mathematicians do X so students should do X, but it's not the X you think!. *ZDM, 52*(6), 1211-1222.

Swetz, F., & Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum: A resource guide of classroom exercises.* Reston, VA: NCTM.

Tropper, N., Leiss, D., & Hänze, M. (2015). Teachers' temporary support and worked-out examples as elements of scaffolding in mathematical modeling. *ZDM*, *47*(7), 1225-1240.

Türker, B., Sağlam, Y., & Umay, A. (2010). Preservice teachers' performances at mathematical modeling process and views on mathematical modeling. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *2*(2), 4622-4628.

Vygotsky, L. S. (1978). M*ind in society: the development of higher psychological processes* (M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, & E. Souberman, Eds.) Harvard University Press.

Yin, R. (1984). *Case study research: Design and methods* (1st ed.). Sage Publishing.

Yu, S. Y., & Chang, C. K. (2011). What did taiwan mathematics teachers think of modeleliciting activities and modelling teaching?. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri and G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA* 14 (pp. 147-156). Netherlands: Springer.

Yüksek Öğretim Kurulu [YÖK] (2018a). *Öğretmen yetiştirme lisans programları.* https://www.yok.gov.tr/Documents/Kurumsal/egitim_ogretim_dairesi/Yeni-Ogretmen-Yetistirme-Lisans-Programlari/AA_Sunus_%20Onsoz_Uygulama_Yonergesi.pdf.

Yüksek Öğretim Kurulu [YÖK] (2018b). *İlköğretim matematik öğretmenliği lisans programı*. https://www.yok.gov.tr/Documents/Kurumsal/egitim_ogretim_dairesi/Yeni-Ogretmen-Yetistirme-Lisans-Programlari/Ilkogretim_Matematik_Lisans_Programi.pdf.

Zawojewski, J., Lesh, R., & English, L. (2003). A models and modeling perspective on the role of small group learning activities. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modelling perspective on mathematics problem solving; learning and teaching* (ss. 337–358). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.