

IV. ÇEVİRİLER



ALT SINIF SAYILARININ FARKLI OLMASI HALİNDE KOVARIYANS ANALİZİ (KANTİTATİF GENETİKTE UNSURLARIN TAHMİNİ) ¹

Yusuf Vanlı ²

ÖZET

Bu uygulamalı çalışmada altsınıf sayıları farklı olan iç-içe sınıflama planında kovaryans analizi verilmiştir. Birlikte değişen iki değişkenin (covariables) çarpımlar toplamlarının beklenen değerleri ve kovaryans unsurlarına ait katsayıların elde edilişi gösterilmiştir. Kovaryans unsurları tahmin edilmiş ve bunların genetik değerlendirilmesi yapılmıştır. Kovaryans unsurları kullanılarak fenotipik, genetik ve çevre korelasyonlarının tahmini üzerinde durulmuştur. Genetik çalışmalarda kovaryans analizinin kullanılmasını gösteren rakamlı bir misal verilmiştir.

1. GİRİŞ

Kantitatif genetik uygulamalarında, iki karakter arasındaki ilginin ifadesi olan fenotipik, genetik ve çevre korelasyon katsayıları seleksiyonla elde edilecek birlikte ilerlemelerin (correlated responses) değerlendirilmesinde yararlı olan istatistiklerdir. Bu ilgiler, ayrıca, toplam verimlilikte en yüksek gelişmeyi sağlamak için planlanan ıslah programlarının formüle edilmesinde yardımcı olurlar. Bu korelasyonların tahmininde gerekli olan kovaryans unsurları kovaryans analizinden elde edilebilirler. Bu analiz, varyans analizinde kullanılan metodların bir genellemesinden ibarettir. King ve Henderson (1954) altsınıf sayıları farklı rakamlarda varyans unsurlarının tahminine ait varyans analizini ayrıntılarıyla vermişlerdir.

Fert sayıları eşit kabul edilerek varyans unsuru analizinin kovaryans unsurları analizine teşmil edilmesi, ilk defa, Hazel ve arkadaşları (1943) tarafından gösterilmiştir. Ortogonal olmayan rakamların analizi önemli istatistik bilgileri gerektirir (Henderson, 1953). Kovaryans analizini değişik tipte rakamlara uygulamak için hazırlanmış olan komputer programlarının bugünkü görünümü (Bogyo, 1965'e

(1) Grossman, M. and G.A.E. Gall., 1968. Covariance analysis with unequal subclass numbers:

Component-estimation in quantitative genetics. Biometrics: 24: 49-59.

(2) Atatürk Üniversitesi Ziraat Fakültesi Zootečni Bölümünde Doç. Dr.

bakınız), eğer pratik uygulamaların mümkün olduğu kadar verimli olması isteniyorsa, teoriyi doğru bir şekilde ortaya koyacak kadar bir gayreti gerektirmektedir.

Bu çalışmanın amacı, alt sınıf sayıları farklı rakamlardan fenotipik, genetik ve çevre korelasyonlarını tahmin eden bir metodu ayrıntılarıyla ortaya koymaktır. İncelenen konu yeni olmamakla beraber, verilen ayrıntıların birçok okuyucu için faydalı olacağı ümit edilmektedir.

2. KOVARIYANS UNSURLARININ ANALİZİ

Genetik parametrelerin tahmin edildiği denemeler, genellikle, iç-içe düzenlenir. Bu planda her bir anadan yavrulara ait bir şans örneği elde edilir. Analara ait her bir şans örneği her bir erkek damızlıkla çiftleştirilir. Erkek damızlıklar için elde edilen her bir şans örneği ise, birkaç zaman süresinin her birinde denemeye tabi tutulur. Birlikte değişen değişkenler aynı fert üzerinden ölçülürler. Populasyonda çiftleşmelerin planlı olmadığı ve şansa bağlı seleksiyonun geçerli olduğu kabul edilmektedir.

Böyle bir plana ait modelde bir erkek damızlığın sadece bir zaman süresinde bulunması ve bir dişi damızlığın da sadece bir erkek damızlık ile çiftleşmesi gerekir. İki birlikte değişen değişkenli x_t ($t=1,2$) bir misalin verilmesi halinde analiz edilecek şans değişkenleri modeli,

$$x_{tijkm} = \mu_t + Y_{ti} + S_{ij} + D_{ijk} + E_{tijkm} \dots \dots \dots (1)$$

şeklindedir. Burada,

x_{tijkm} = i'nci yılda j'nci erkek damızlık ile çiftleşen k'nci dişi damızlıktan olma m'nci yavru üzerinden ölçülen iki boyutlu şans değişkenlerini

μ_t = gerçek ortalamaları

Y_{ti} = i'nci yılın etkisini

S_{ij} = j'nci erkek damızlığın etkisini

D_{ijk} = k'nci dişi damızlığın etkisini

E_{tijkm} = kalan etkileri

göstermektedir. Bundan başka,

yıllar, $i = 1, \dots, y$

babalar/yıl, $j = 1, \dots, s_i$

analar/baba, $k = 1, \dots, d_{ij}$

yavrular/ana, $m = 1, \dots, n_{ijk}$

erkek damızlık (baba) içinde yavru sayısı = $\sum_k^{d_{ij}} n_{ijk} = n_{ij}$.

$$\text{yıl içinde yavru sayısı} = \sum_j s_i \sum_k d_{ij} n_{ijk} = n_{i..}$$

$$\text{toplam erkek damızlık sayısı} = \sum_i s_i = s$$

$$\text{toplam dişi damızlık sayısı} = \sum_i \sum_j s_i d_{ij} = d$$

$$\text{toplam yavru sayısı} = \sum_i \sum_j \sum_k s_i d_{ij} n_{ijk} = N$$

ile ifade edilmektedir.

Modeldeki faraziyeler:

(1) Bütün etkilerin ortalamaları sıfırdır ve sabit t'ler arasında karşılıklı ilgiler yoktur.

$$(2) E(Y_{ti}^2) = \sigma_{Yt}^2, E(S_{tij}^2) = \sigma_{st}^2,$$

$$E(D_{tijk}^2) = \sigma_{Dt}^2, E(E_{tijkm}^2) = \sigma_{Et}^2.$$

$$(3) E(Y_{1i}Y_{2i}) = \sigma_{Y1Y2}, E(S_{1ij}S_{2ij}) = \sigma_{S1S2},$$

$$E(D_{1ij}D_{2ij}) = \sigma_{D1D2}, E(E_{1ijkm}E_{2ijkm}) = \sigma_{E1E2}.$$

(4) Yıllar, erkek damızlıklar ve dişi damızlıklar arasında interaksiyon yoktur. Gerçekten bu interaksiyonlar varsa, o takdirde yıl x erkek damızlık interaksiyonu erkek damızlık etkisiyle; yıl x dişi damızlık, erkek damızlık x dişi damızlık ve yıl x erkek damızlık x dişi damızlık interaksiyonları ise, tamamiyle dişi damızlık etkisiyle karışmıştır.

(5) Önem kontrolleri için (tahmin gayesiyle değil) ayrıca bütün etkilerin normal dağılım gösterdiği ve x_1, x_2 'nin normal iki boyutlu değişken olduğu kabul edilmektedir.

Kovaryans analizi tablo 1'de gösterilmiştir. Kovaryans unsurlarını tahmin etmek için düzeltilmemiş çarpımlar toplamının beklenen değerlerini elde etmek gerekir. Düzeltilmemiş genel çarpımlar toplamının beklenen değeri, $E(T)$, yıllar, erkek damızlıklar, dişi damızlıklar ve yavrular üzerinden ferdi müşahadelere çarpımlar toplamının beklenen değeridir.

$$E(T) = E \left[\sum_i \sum_j \sum_k \sum_m (x_{1ijkm} x_{2ijkm}) \right]$$

$$\begin{aligned}
&= E \left[\sum_i \sum_j \sum_k \sum_m (\mu_1 + Y_{1i} + S_{1ij} + D_{1ijk} + E_{1ijkm}) \right. \\
&\quad \left. (\mu_2 + Y_{2i} + S_{2ij} + D_{2ijk} + E_{2ijkm}) \right] \\
&= E \left[\sum_i \sum_j \sum_k \sum_m (\mu_1 \mu_2 + Y_{1i} Y_{2i} + S_{1ij} S_{2ij} + D_{1ijk} D_{2ijk} \right. \\
&\quad \left. + E_{1ijkm} E_{2ijkm} + C.P.^+) \right] \\
&= N_{\mu_1 \mu_2} + N\sigma_{Y_1 Y_2} + N\sigma_{S_1 S_2} + N\sigma_{D_1 D_2} + N\sigma_{E_1 E_2} \dots \dots \dots (2)
\end{aligned}$$

Tablo 1. Kovaryans analizi

Kaynak	S.D	Çarpımlar toplamı	Çarpımlar toplamının ortalaması	Çarpımlar toplamının ortalamasının beklenen değeri
Yıllar (Y)	y-1	Y-C.T.	R	$\sigma_{E_1 E_2} + k_4 \sigma_{D_1 D_2} + k_5 \sigma_{S_1 S_2} + k_6 \sigma_{Y_1 Y_2}$
Babalar (S)/Y	s-y	S-Y	Q	$\sigma_{E_1 E_2} + k_2 \sigma_{D_1 D_2} + k_3 \sigma_{S_1 S_2}$
Analar (D)/S/Y	d-s	D-S	P	$\sigma_{E_1 E_2} + k_1 \sigma_{D_1 D_2}$
Yavrular (hata)	N-d	T-D	M	$\sigma_{E_1 E_2}$
Toplam/a	N-1	T-C.T.	To	$\sigma_{E_1 E_2} + A \sigma_{D_1 D_1} + B \sigma_{S_1 S_2} + C \sigma_{Y_1 Y_2}$

$$\begin{aligned}
a/ : \quad A &= \frac{1}{N-L} \left[N - \frac{\sum_i \sum_j \sum_k n_{ijk}^2}{N} \right]; \quad B = \frac{1}{N-1} \left[N - \frac{\sum_i \sum_j n_{ij}^2}{N} \right] \\
C &= \frac{1}{N-1} \left[N - \frac{\sum_i n_{i..}^2}{N} \right]; \quad C.T. = \text{Düzeltilme katsayısı}
\end{aligned}$$

Yıllara ait düzeltilmemiş çarpımlar toplamının beklenen değeri, E(Y), bir yılda elde edilen müşahade sayısına bölünmüş yıl genel çarpımlar toplamının beklenen değeridir.

$$\begin{aligned}
E(Y) &= E \left[\sum_i \frac{1}{n_{i..}} (x_{1i} \dots) (x_{2i} \dots) \right] \\
&= N_{\mu_1 \mu_2} + N\sigma_{Y_1 Y_2} + \sum_i \left[\frac{\sum_j n_{ij}^2}{n_{i..}^2} \right] \sigma_{S_1 S_2}
\end{aligned}$$

+/ : C.P. = Ana tesirlerin 24 çarpımlar toplamı

$$+ \sum_i \left[\frac{\sum_i \sum_k n_{ijk}^2}{n_{i..}} \right] \sigma_{D1D2} + \sum_i \left[\frac{\sum_i \sum_k \sum_m}{n_{i..}} \right] \sigma_{E1E2} \dots (3)$$

σ_{E1E2} katsayısı

$$\sum_i \left[\frac{\sum_j \sum_k \sum_m}{n_{i..}} \right] = \sum_i \left[\frac{\sum_j \sum_k \sum_m}{n_{i..}} \right] = \sum_i \left(\frac{n_{i..}}{n_{i..}} \right) = y.$$

şeklinde basitleştirilebilir.

Aynı şekilde erkek damızlıklara ait düzeltilmemiş çarpımlar toplamının beklenen değeri,

$$E(S) = E \left[\sum_i \sum_j \frac{1}{n_{ij.}} (x_{1ij.})(x_{2ij.}) \right]$$

$$= N_{\mu_1\mu_2} + N\sigma_{Y1Y2} + N\sigma_{S1S2} + \sum_i \sum_j \left[\frac{\sum_k n_{ijk}^2}{n_{ij.}} \right] \sigma_{D1D2} + S\sigma_{E1E2} \dots (4)$$

dişi damızlıklara ait düzeltilmemiş çarpımlar toplamının beklenen değeri,

$$E(D) = E \left[\sum_i \sum_j \sum_k \frac{1}{n_{ijk}} (x_{1ijk})(x_{2ijk}) \right]$$

$$= N_{\mu_1\mu_2} + N\sigma_{Y1Y2} + N\sigma_{S1S2} + N\sigma_{D1D2} + d\sigma_{E1E2} \dots (5)$$

düzeltilme katsayısının beklenen değeri ise,

$$E(C.T.) = E \left[\frac{1}{N} \left(\sum_i \sum_j \sum_k \sum_m x_{ijkm} \right) \left(\sum_i \sum_j \sum_k \sum_m x_{2ijkm} \right) \right]$$

$$= N_{\mu_1\mu_2} + \left[\frac{\sum_i n_{i..}^2}{N} \right] \sigma_{Y1Y2} + \left[\frac{\sum_i \sum_j n_{ij.}^2}{N} \right] \sigma_{S1S2}$$

$$+ \left[\frac{\sum_i \sum_j \sum_k n_{ijk}^2}{N} \right] \sigma_{D1D2} + \sigma_{E1E2} \dots (6)$$

şeklindedir.

Düzeltilmemiş çarpımlar toplamlarındaki her bir unsurun katsayısı uygun serbestlik derecesi ile bölünürse, çarpımlar toplamı ortalamasının beklenen değerindeki kovaryans unsurlarının katsayıları bulunur (özet olarak tablo 1'e bakınız)

$$k_1 = \frac{1}{d-s} \left[N - \sum_i \sum_j \left(\frac{\sum_k n_{ijk}^2}{n_{ij.}} \right) \right],$$

$$k_2 = \frac{1}{s-y} \left[\sum_i \sum_j \left(\frac{\sum_k n_{ijk}^2}{n_{ij.}} \right) - \sum_i \left(\frac{\sum_j \sum_k n_{ijk}^2}{n_{i..}} \right) \right]$$

$$k_3 = \frac{1}{s-y} \left[N - \sum_i \left(\frac{\sum_j n_{ij.}^2}{n_{i..}} \right) \right],$$

$$k_4 = \frac{1}{y-1} \left[\sum_i \left(\frac{\sum_j \sum_k n_{ijk}^2}{n_{i..}} \right) - \frac{\sum_i \sum_j \sum_k n_{ijk}^2}{N} \right],$$

$$k_5 = \frac{1}{y-1} \left[\sum_i \left(\frac{\sum_j n_{ij.}^2}{n_{i..}} \right) - \frac{\sum_i \sum_j n_{ij.}^2}{N} \right],$$

$$k_6 = \frac{1}{y-1} \left[N - \frac{\sum_i n_{i..}^2}{N} \right],$$

Burada k_1 , k_2 , ve k_4 her dişi damızlık başına ortalama yavru sayısını, k_3 ve k_5 her erkek damızlık başına ortalama gözlem sayısını, k_6 ise her yıldaki ortalama gözlem sayısını göstermektedir. Alt sınıf sayılarının eşit olması halinde $k_1 = k_2 = k_4$ ve $k_3 = k_5$ dir.

Bu çalışmada olduğu gibi alt sınıf sayıları farklı ise kovaryans unsurları, çarpımlar toplamı ortalamasından ayrı ayrı hesaplanırsa, k değerlerindeki eşitsizliklerin miktarı dikkate alınmalıdır. Aşağıdaki denklemler kovaryans unsurları tahminlerini göstermektedir:

Hatanın kovaryans unsuru,

$$M = \hat{\sigma}_{E1E2}$$

Dişi damızlıkların kovaryans unsuru,

$$\hat{\sigma}_{D1D2} = \frac{1}{k_1} \left[P - \hat{\sigma}_{E1E2} \right]$$

Erkek damızlıkların kovaryans unsuru,

$$\hat{\sigma}_{S1S2} = \frac{1}{k_3} \left[Q - \hat{\sigma}_{E1E2} - k_2 \hat{\sigma}_{D1D2} \right]$$

Yılların kovaryans unsuru ise,

$$\hat{\sigma}_{Y1Y2} = \frac{1}{k_6} \left[R - \hat{\sigma}_{E1E2} - k_4 \hat{\sigma}_{D1D2} - k_5 \hat{\sigma}_{S1S2} \right]$$

şeklinde dir. Yılların tesiri sabit kabul edildiği zaman sonuncu unsur hesaplanmaz.

3. KOVARIYANS VE KORELASYON TAHMİNİ

Toplamli genetik kovaryans (σ_{a1a2}) x_1 ve x_2 gibi iki karakterin damızlık değerleri kovaryanslarını (Falconer, 1960), çevre kovaryansı (σ_{e1e2}) ise çevre ayrılışlarının kovaryansını ifade eder.

Otozomal kalıtımda σ_{S1S2} , σ_{D1D2} ve σ_{E1E2} gibi kovaryans unsurlarının beklenen kompozisyonu Tablo 2'de gösterilmiştir. Bu beklenen değerler, kovaryans uygulaması dışında varyans unsurları için verilene benzerdir. Varyans unsurlarının beklenen kompozisyonu ile ilgili ayrıntılı bir özet Dickerson (1960) tarafından verilmiştir.

Toplamli genetik kovaryans, erkek veya dişi damızlıkların kovaryans unsurundan tahmin edilebilir.

$$\text{Erkek damızlık : } S \hat{\sigma}_{a1a2} = 4 \hat{\sigma}_{S1S2} ,$$

$$\text{Dişi damızlık : } D \hat{\sigma}_{a1a2} = 4 \hat{\sigma}_{D1D2} .$$

Tahminin erkek damızlığa ait kovaryans unsuruna dayanması halinde epistatik tesirlerin ve genotip x çevre interaksiyonu tesirlerinin bulunmadığını farzetmek gerekir (Tablo 2'e bakınız). Dişi damızlık unsuruna dayanan bir tahminde iki karakter arasındaki toplamli genetik kovaryansın geçerli bir tahmin olması için, ayrıca, dominans ayrılışların veya anaların ve ortak çevre tesirlerinin bulunmadığını kabul etmek gerekmektedir.

Dominans ayrılışlardan ileri gelen kovaryans de hesaplanabilir.

$$\hat{\sigma}_{d1d2} = 4 (\hat{\sigma}_{D1D2} - \hat{\sigma}_{S1S2}) .$$

Tablo 2. Kovaryansların beklenen kompozisyonu.

Kovaryans unsuru	σ_{a1a2}	σ_{d1d2}	$\sigma_{a1a1a2a2}$	$\sigma_{a1d1a2d2}$	$\sigma_{d1d1d2d2}$	$\sigma_{g1g1g2g2}$	σ_{m1m2}	σ_{e1e2}
σ_{S1S2}	1/4	0	1/16	0	0	1/4	0	0
σ_{D1D2}	1/4	1/4	3/16	1/8	1/16	1/4	1	0
σ_{E1E2}	1/2	3/4	3/4	7/8	15/16	1/2	0	1

Bu tabloda;

$\sigma_{a_1a_2}$: Genlerin toplamı etkilerinin kovaryansı.

$\sigma_{d_1d_2}$: Genlerin toplamı etkilerinden dominans ayrılışların kovaryansı.

$\sigma_{a_1a_1a_2a_2}$: Genlerin toplamı etkilerinin iki-gen yeri interaksyonu kovaryansı,

$\sigma_{a_1d_1a_2d_2}$: Dominans ayrılışla toplamı etkilerin iki-gen yeri interaksyonu kovaryansı,

$\sigma_{d_1d_1d_2d_2}$: Dominans ayrılışların iki-gen yeri interaksyonuna ait kovaryans,

$\sigma_{g_1e_1g_2e_2}$ Genitople çevre (meselâ yerler, geneasyonlar v.b) interaksyonuna ait kovaryansı,

$\sigma_{m_1m_2}$: Özkardeş grupları için ortak olan çevre ile anaların etkisinden gelme kovaryansı,

$\sigma_{e_1e_2}$: Özkardeş gruplarındaki yavruları farklılaştıran çevrelerin kovaryansıdır.

Aynı şekilde dominans kovaryansın sapmasız bir tahminini elde etmek için ortak çevrenin, anaların ve epistazi etkilerinin bulunmadığı farzedilmektedir.

Yalnızca genetik yapı ve kontrol edilemeyen şans hatalarından ileri gelen etkilerin meydana getirdiği fenotipik kovaryans,

$$\hat{\sigma}_{p_1p_2} = \hat{\sigma}_{E_1E_2} + \hat{\sigma}_{D_1D_2} + \hat{\sigma}_{S_1S_2}$$

ile tahmin edilir.

Çevre kovaryansı üç metotla elde edilebilir:

A. $S \hat{\sigma}_{e_1e_2} = \hat{\sigma}_{E_1E_2} - 2 \hat{\sigma}_{S_1S_2}$,

B. $D \hat{\sigma}_{e_1e_2} = \hat{\sigma}_{E_1E_2} - 2 \hat{\sigma}_{D_1D_2}$,

C. $SD \hat{\sigma}_{e_1e_2} = \hat{\sigma}_{E_1E_2} + \hat{\sigma}_{S_1S_2} - 3 \hat{\sigma}_{D_1D_2}$.

A metodu ile bulunan tahmin gerçek şans hatalarına ek olarak dominans etkilerin dörtte üçünü, epistatik etkilerin de dörtte üçünden fazlasını ihtiva eden bir kovaryans sağlar. B metoduna dayanan çevre kovaryansı tahmini, A metodu ile elde edilen kovaryans değerinin benzeri olup dominans etkilerin dörtte biri ile az miktarda epistatik etkileri taşımakla beraber anaların etkisinin hiç veya az olmasını mümkün kılar. C metodunun kullanılmasıyla dominans etkileri buldurmeyen bir tahmin elde edilir. Bununla beraber, anaların ve ortak çevrenin etkilerini yok farzetmek gerekir. Çünkü, anaların kovaryans unsurunun sağladığı tüm katkılar üç katı büyüklükte olmaktadır.

Fenotipik (r_p), genetik (r_g) ve çevre (r_e) korelasyonu tahminleri, uygun varyans ve kovaryanslar kullanılarak, aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$r_p = \frac{\hat{\sigma}_{p1p2}}{\hat{\sigma}_{p1} \hat{\sigma}_{p2}}, \quad r_g = \frac{\hat{\sigma}_{a1a2}}{\hat{\sigma}_{a1} \hat{\sigma}_{a2}}, \quad r_e = \frac{\hat{\sigma}_{e1e2}}{\hat{\sigma}_{e1} \hat{\sigma}_{e2}}$$

Burada, σ_{a1}^2 , σ_{p1}^2 , σ_{e1}^2 , σ_{a2}^2 , σ_{p2}^2 , σ_{e2}^2 , x_1 ve x_2 karakterlerinin sırasıyla toplamı genetik, fenotipik ve çevre varyanslarını gösterir. Eğer genetik korelasyon, meselâ toplamı genetik kovaryans baba kovaryans unsurundan tahmin edilirse, o takdirde, toplanabilen genetik varyanslar da ilgili baba varyans unsurundan tahmin edilirler. Korelasyon tahminlerinin standart hataları Robertson (1959) ve Scheinberg (1966) tarafından incelenmiştir.

4. RAKAMLI MİSÂL

Kovaryans analizinin genetik çalışmalara uygulanışını göstermek ve genetik kovaryansın tahmininde önemli olan faraziyelerin ihmal edilmesi halinde ortaya çıkan güçlükleri izah etmek için rakamlı bir misal hazırlanmıştır.

Burada verilen misal, diğer karakterler yanında 28 ve 42 nci günlük vücut ağırlığının ölçüldüğü farelerle yapılan bir çalışmadan (Gall et al., 1967) derlenmiş rakamların bir kısmından alınmıştır.

Bir şans örneği olan erkek damızlıklar birkaç zaman süresinin her birinde denenmiş ve her biri bir dişi damızlıklar örneği ile çiftleştirilmiştir. Her batında en az bir, en çok iki erkek döl alınmıştır. Bir erkekle çiftleşen dişi sayısı 2 ile 6 arasında değişmiş ve bir zaman süresinde denen en erkek damızlıkların sayısı 5 ile 18 arasında olmuştur.

Birlikte değişen değişkenlere ait modeller 2 nci kısımda verilmiştir. Burada, x_{1ijkm} ve x_{2ijkm} sırasıyla 28 ve 42 nci gün ağırlıkları olup i nci zaman süresinde j nci erkek damızlık ile k nci dişi damızlıktan olma m nci erkek yavrunun değerleridir. μ, Y, S, D ve E sırasıyla gerçek ortalama, zaman süresi, erkek damızlık, dişi damızlık ve kalan (hata) etkisini göstermektedir. Modelde kabul edilen faraziyeler çalışmanın 2 nci kısmında verilenlerin aynısıdır.

Varyans ve kovaryans analizleri Tablo 3'de özetlenmiş, kovaryans unsurlarının katsayıları Tablo 4'de gösterilmiştir. Varyans-unsuru katsayılarının kovaryans unsuru katsayılarına benzediğini belirtmek gerekir. Zaman sürelerinin etkileri sabit kabul edildiğinden, kovaryans unsurlarının tahmini bu sınıflamaya uygulanmaz.

Tablo 3. Varyans ve kovaryans analizi.

Kaynak	S.D	Kareler ortalamaları ve çarpımlar toplamları		
		x_1	x_1x_2	x_2
Zaman süreleri (Y)	7	25.581	8.739	8.992
Erkek damızlıklar (S)/Y	88	12.513	10.397	13.135
Dişi damızlıklar (D)/S/Y	123	7.141	5.079	7.577
Kalan (hata)	172	3.073	2.322	3.391
Toplam	190	6.890	5.129	7.010

Erkek ve dişi damızlıklar ile hatanın varyans ve kovaryans unsuru tahminleri aşağıdakiler gibidir :

$$\begin{array}{lll} \sigma^2_{S1} = 1.250 & \sigma^2_{D1} = 2.349 & \sigma^2_{E1} = 3.073 \\ \sigma_{S1S2} = 1.261 & \sigma_{D1D2} = 1.592 & \sigma_{E1E2} = 2.322 \\ \sigma^2_{S2} = 1.294 & \sigma^2_{D2} = 2.417 & \sigma^2_{E2} = 3.391 \end{array}$$

Tablo 4. Katsayılar tablosu.

Kaynak	Kovaryans unsurları		
	σ_{D1D2}	σ_{S1S2}	σ_{Y1Y2}
Zaman süreleri	$k_4 = 1.869$	$k_5 = 4.337$	$k_6 = 49.050$
Erkek damızlıklar	$k_2 = 1.862$	$k_3 = 4.052$	
Dişi damızlıklar	$k_1 = 1.732$		

Toplamli genetik varyans ve kovaryans tahminleri doğrudan doğruya ilgili erkek ve dişi damızlıklara ait unsuflardan elde edilir. Şöyle ki:

$$S \sigma^2_{a1} = 5.000 \quad D \sigma^2_{a1} = 9.396$$

$$S \sigma_{a1a2} = 5.044 \quad D \sigma_{a1a2} = 6.368$$

$$S \sigma^2_{a2} = 5.176 \quad D \sigma^2_{a2} = 9.668$$

Fenotipik varyans ve kovaryansların tahminleri,

$$\sigma^2_{P1} = 6.672, \sigma_{P1P2} = 5.175, \sigma^2_{P2} = 7.102$$

Dominans ayrılışların varyans ve kovaryans tahminleri ise,

$$\sigma^2_{d1} = 4.396, \sigma_{d1d2} = 1.324, \sigma^2_{d2} = 4.492$$

şeklindedir.

Üçüncü kısımda özetlenen A, B ve C metodları sırasıyla kullanılarak çevre varyans ve kovaryans unsurlarının tahminleri,

$$\begin{aligned} S \sigma_{e1}^2 &= 0.573 & D \sigma_{e1}^2 &= -1.625 & SD \sigma_{e1}^2 &= -2.724 \\ S \sigma_{e1e2} &= -0.200 & D \sigma_{e1e2} &= -0.862 & SD \sigma_{e1e2} &= -1.193 \\ S \sigma_{e2}^2 &= 0.803 & D \sigma_{e2}^2 &= -1.443 & SD \sigma_{e2}^2 &= -2.566 \end{aligned}$$

olarak bulunur.

Yukarıda elde edilen varyans ve kovaryanslar kullanılarak korelasyonlar kolayca tahmin edilir:

$$\text{Fenotipik korelasyon} = r_p = \frac{5.175}{\sqrt{(6.672)(7.102)}} = 0.752$$

$$\text{Genetik korelasyon} = s r_g = \frac{1.261}{\sqrt{(1.250)(1.294)}} = 0.991$$

(babalardan)

$$\text{Genetik korelasyon} = d r_g = \frac{1.592}{\sqrt{(2.349)(2.417)}} = 0.668$$

(analardan)

$$\text{Çevre korelasyonu} = s r_e = \frac{-0.200}{\sqrt{(0.573)(0.803)}} = -0.295$$

(A metodu ile)

Varyans tahminlerinin negatif oluşu, çevre korelasyonlarının B ve C metodları ile elde edilen varyans ve kovaryanslardan hesap edilmesine meydan vermemektedir.

KAYNAKLAR

- Bogyo, T.P. 1965. WSU analysis of variance and covariance (HERNEST). Completely nested classification with genetic variance (covariance) analysis. In unpublished mimeograph. Statistical Services, Washington State University, Pullman.
- Dickerson, G. E. 1960. Techniques of research in quantitative animal genetics. In Techniques and Procedures in Animal Production Research. Monograph of American Society of Animal Production.
- Falconer, D.S. 1960. Introduction to Quantitative Genetics. The Ronald Press Company, New York.
- Gall, G.A.E., Kyle, W.H., Rogler, J.C. and V.L. Anderson. 1967. Genetic parameters of protein metabolism and growth in mice. Genetics 56: 215-225.

- Hazel, L.N. Baker, M.L., and C.F. Reinmiller, 1943. Genetic and environmental correlations between the growth rates of pigs at different ages. *J. Animal Sci.* 2: 118-128.
- Henderson, C.R. 1952. Estimation of variance and covariance components. *Biometrics* 9: 226-252.
- King, S.C. and C.R. Henderson. 1954. Variance components analysis in heritability studies. *Poultry Sci.* 33: 147-154.
- Robertson, A. 1959. The sampling variance of the genetic correlation coefficient. *Biometrics* 15: 469-485.
- Scheinberg, E. 1966. The sampling variance of the correlation coefficients estimated in genetic experiments. *Biometrics* 22: 187-191.
- journal paper No. 3019 of the Purdue University Agricultural Experiment Station.