

# Heterojen Araç Filolu Zaman Pencereleli Eş Zamanlı Dağıtım-Toplamalı Araç Rotalama Problemleri: Matematiksel Model

Suna ÇETİN, Cevriye GENCER

Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Kırıkkale Üniversitesi, Kırıkkale, 71451 Türkiye  
Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Gazi Üniversitesi, Ankara, 06570 Türkiye

Tel: +90 (312) 582 38 45; Fax: +90 (312) 230 84 34 , [sunaozel@gazi.edu.tr](mailto:sunaozel@gazi.edu.tr) , [ctemel@gazi.edu.tr](mailto:ctemel@gazi.edu.tr)

**Özet** — Bu çalışmada heterojen araç filolu kesin zaman pencereleli eş zamanlı dağıtım-toplamalı araç rotalama problemleri (HKZP\_EZDT\_ARP) tanımlanmaktadır. Tanımlanan problem için matematiksel model önerilmiş ve literatürde yer alan Solomon test problemleri talep açısından düzenlenerek; 5,10,15,20 müşterili örnekler için denenmiştir. Ayrıca modelin amaç fonksiyonu literatürden farklı olarak maliyet ya da mesafe minimizasyonu yerine zaman penceresinden kaynaklanan beklemlerin en azlanması olarak ele alınmıştır.

**Anahtar Kelimeler**—Araç rotalama problemleri (ARP), Zaman pencereleli ARP, dağıtım toplamalı ARP, Eş zamanlı dağıtım toplamalı ARP, heterojen filolu ARP,

**Abstract** — In this study, heterogenous fleet vehicle routing problem with time windows and simultaneous pickup and delivery (HFVRPTWSPD) is defined. A mathematical model is proposed for this problem and Solomon test problems found in the literature, are modified according to the demands; the model is examined for cases with 5, 10, 15, 20 customers. Furthermore, the objective function is considered as the minimization of waiting times occurring because of the time windows, instead of the minimization of cost or travelled distances which is commonly used in the literature.

**Keywords:** Vehicle routing problem (VRP); VRP with time windows; VRP with pick up and delivery; VRP with simultaneous pick up and delivery; Heterogeneous VRP

## I. GİRİŞ

Araç rotalama problemleri ilk defa Dantzig ve Ramser tarafından 1959 yılında tanımlanmıştır [1]. Klasik ARP'ne eklenen yeni kısıtlar yeni ARP türlerinin oluşturmaktadır. Toth ve Vigo, ARP'ni ve oluşturulan yeni ARP türlerinin özelliklerini ve kısıtlarını detaylı olarak ele almıştır [2].

Zaman pencereleli ARP; klasik araç rotalama problemlerinde her bir düğüme zaman penceresi olarak tanımlanan  $[a_i, b_i]$  zaman aralığı kısıtının eklenmesi ile geliştirilen ARP türüdür. Zaman penceresinde ( $a_i$ ) servise en erken başlama zamanını, ( $b_i$ ) servise en geç başlama zamanını ifade etmektedir. ZPARP nin amacı; araç kapasiteleri, servis zamanları, zaman penceresi dikkate alınarak optimal rota kümesinin bulunması ve her araç için ziyaret edilecek müşteri sırasının belirlenmesidir. ZPARP NP-zor problemlerdir [3].

ZPARP için banka taşımaları, posta taşımaları, endüstriyel atık taşımaları, okul servis problemleri örnek olarak verilebilir [4,5].

ZPARP, zaman penceresine göre kesin ve esnek olmak üzere 2 ye ayrılmaktadır. Kesin zaman pencereleli (with hard time windows) araç rotalama problemlerinde, servise en erken başlama zamanından önce gelen araç en erken servis zamanına kadar bekler. En geç başlama zamanından sonra gelen araç ise servise başlayamaz. Esnek zaman pencereleli (with soft windows) araç rotalama problemlerinde, servise en erken başlama zamanından önce gelen araç en erken servis zamanına kadar bekler, en geç başlama zamanından sonra gelen araç ise bir ceza maliyeti karşılığında servise başlayabilir [6].

ZPARP ile ilgili yapılan ilk çalışmalar vaka analizlerine dayanmaktadır [7, 8, 9]. Ancak gerçek hayat problemlerinin çözümüne odaklanıldığında çalışmalar sezgisel yöntemlere yönelmiştir. ZPARP ile ilgili literatür incelendiğinde son 10 yılda 2000'den fazla makale yayınlandığı gözlenmiştir. El-Sherbeny 2010, çalışmasında ZPARP'nin çözümünde kullanılan kesin (exact) yöntemler, sezgisel ve meta sezgisel metodlar için literatürü incelemiştir [10]. Ayrıca Eksioğlu ve ark. (2009) ARP ve türleri için hazırladığı literatür çalışmasında ZPARP ile ilgili çalışmalarını da incelemiştir [11].

DTARP'de her müşteriye bir araç gider, her müşteri alacaklar miktar ve teslim edecekleri miktar olmak üzere 2 parametreye sahiptir. Dağıtım ve toplama işlemi aynı araçla; 3 şekilde yapılır:

- Önce dağıt sonra topla araç rotalama problemleri,
- Karışık dağıtım toplama problemleri,
- Eş zamanlı dağıtım ve toplama problemleri.

Eş zamanlı dağıtım-toplamalı araç rotalama problemleri, rota boyunca müşterilerin dağıtım ve toplama taleplerinin eş zamanlı olarak gerçekleştirildiği problemlerdir. Böylece müşteriler sadece bir defa ziyaret edilmiş olurlar. Her talep noktasında ilk olarak  $d_i$  miktarında ürün teslimatı, daha sonra  $p_i$  miktarında ürün alımı yapılmaktadır. EZDT\_ARP' leri NP-zor problemlerdir [12]. EZDT\_ARP'ne, içeceklerin marketlere dağıtılırken boş şişelerin veya günü geçen ürünlerin fabrikaya taşınması, kanların merkezlerden hastanelere dağıtılırken yeni kanların da merkeze taşınması, kargo firmalarında ana depodan kolilerin bayilere dağıtılması ve bayilerden gönderilecek kolilerin ana depoya taşınması [13], otomotiv sektöründe yedek parçaların bölge bayilerine dağıtımını esnasında kullanılmış parçaların geri dönüşüm için fabrikalara gönderilmesi örnek olarak verilebilir [14].

Eş zamanlı dağıtım-toplamalı araç rotalama problemleri ilk defa Min [15] tarafından ortaya atılmıştır. Min'in algoritması önce kümeleme sonra rotalama yöntemini temel almıştır. Dethloff 2001 yılında EZDT\_ARP için matematiksel modeli geliştirmiş ve ekleme temelli bir sezgisel algoritma önermiştir [16]. Bu çalışmada ayrıca, kullandığı ekleme kriterlerinin algoritmanın performansı üzerindeki etkilerini ve problemin diğer ARP çeşitleriyle ilişkisini incelemiştir.

Bir diğer matematiksel model ve ekleme dayalı sezgisel algoritma da Nagy ve Salhi tarafından önerilmiştir [17]. Bu sezgisel algoritmada, ARP'de uygun olmayan rotaların uygun rotalara dönüştürülmesi için önerilen yaklaşımlar EZDT\_ARP'de kullanılmıştır. Literatürde EZDT\_ARP için Min, Dethloff, Nagy ve Salhi, Tang ve Galvao, Dell'Amico ve ark. ile Ai ve Kachitvicanukul tarafından matematiksel modeller geliştirilmiştir[15-20].

Teoride çok sık karşılaşılmamasına rağmen uygulamada kullanılan araç filoları genellikle homojen değildir. Yani araç filoları farklı kapasite, sabit ve değişken maliyetlere ya da özel konteynırlara sahip değişik araçlardan oluşmaktadır. Bu nedenle gerçek hayat uygulamalarında genellikle heterojen araç filolu araç rotalama problemleriyle karşılaşılmaktadır. Heterojen araç filolu ARP (HARP) NP-zor problemler olduğu için genellikle kesin çözüm yöntemleri yerine daha çok sezgisel yöntemler geliştirilmiştir[21]. HARP 80 li yıllardan itibaren daha popüler bir çalışma konusu haline gelmiştir. Konuya ilişkin yapılan çalışmaları, Choi ve Tcha, Sadouni Baldacci ve ark., detaylı olarak ele almıştır[21-23]. Ayrıca literatürde HARPnin farklı türleri çalışılmıştır. Bu problem türleri, özellikleri ve referansları Baldacci ve ark. tarafından incelenmiştir[23].

Liu ve Shen, heterojen filolu zaman pencereli ARP için çeşitli ekleme temelli kazanç algoritmaları önermiştir[24,25]

Sadouni, zaman pencereli ARPnin özel bir hali olan esnek zaman pencereli ARPni ele almış ve araç filosunun heterojen olduğunu varsayımıştır. Yapılan çalışmada amaç fonksiyonu

kullanılan araç sayısı, yolculuk mesafesi ve gecikmelerin fonksiyonunun ağırlıklı toplamı şeklinde belirlenmiştir[22].

Dondo ve Cerda çok depolu heterojen araç filolu zaman pencereli araç rotalama problemleri için 3 aşamalı sezgisel/algoritmik bir yaklaşım önermiştir[26].

## II.ÖNERİLEN MATEMATİKSEL MODEL

HKZP\_EZDT\_ARP'i ,herbir müşterinin  $d_i$  dağıtım talebi,  $p_i$  toplama talebine sahip olduğu,herbir müşteriye  $[a,b]$  zaman aralığında  $s_i$  servis zamanında servis yapılmasının istendiği, ve servis yapacak araçların birbirinden farklı olduğu problemlerdir. Bu problem türünde beklmeleri en azlayacak ve şu kısıtları sağlayacak rotalar oluşturmak amaçlanmıştır.

1. Her rota depoda başlar ve depoda biter.
2. Her müşteriye bir araç gider
3. Dağıtım ve toplama işlemi eş zamanlı olarak yapılmaktadır.
4. Müşterilere belirtilen zamanda servis yapılmalıdır.
5. Servis yapacak araçlar birbirinden farklı özelliklere sahiptir.

Heterojen araç filolu eş zamanlı dağıtım-toplamalı araç rotalama problemlerinin çözümü için önerilen matematiksel model aşağıda sunulmuştur.

Notasyon :

$J$  : Müşteri noktaları ( $i, j=1,2,...,J$ ),

$J_0$  : Depo dahil tüm noktalar kümesi ( $i, j=0,1,2,...,J$ ),

$V$  : Araçlar ( $v=1,2,...,V$ ).

Parametreler :

$C_v$  :  $v$ 'inci aracın kapasitesi,

$C_{ij}$  :  $i$  ve  $j$  noktaları arasındaki mesafe,

$D_j$  :  $j$  noktasının depodan talep ettiği malzeme miktarı,

$n$  : Dağıtım yapılacak nokta sayısı,

$P_j$  :  $j$  noktasından depoya geri gönderilecek malzeme miktarı,

$M$  : Çok büyük pozitif bir sayı,

$M_v$  :  $v$ 'inci aracın birim maliyeti.

Karar Değişkenleri :

$l_v$  : Depodan ayrılırken  $v$ 'inci aracın yükü,

$l_{vj}$  :  $j$  noktasından ayrılırken  $v$ 'inci aracın yükü,

$\pi_j$  : Alt tur oluşmasını engelleyen değişken,

$X_{ijv}$  :  $\begin{cases} 1, & v \text{ aracı } i \text{ ve } j \text{ arasında taşıma yapıyorsa,} \\ 0, & \text{diğer durumlarda.} \end{cases}$

Amaç fonksiyonu

$$\text{Min } z = \sum_{i \in J_0} \sum_{j \in J_0} \sum_{v \in V} T_i x_{ijv} \quad (1)$$

Kısıtlar

$$\sum_{i \in J_0} \sum_{v \in V} x_{ijv} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (2)$$

$$\sum_{i \in J_0} x_{isv} = \sum_{j \in J_0} x_{sjv} \quad v = 1, 2, \dots, V \quad (3)$$

$$l'_v = \sum_{i \in J_0} \sum_{j \in J} D_j x_{ijv} \quad v = 1, 2, \dots, V \quad (4)$$

$$l_j \geq l'_v - D_j + P_j - M(1 - x_{0jv}) \quad v = 1, 2, \dots, V; j = 1, 2, \dots, J \quad (5)$$

$$l_j \geq l_i - D_j + P_j - M(1 - \sum_{v \in V} x_{ijv}) \quad i, j = 0, 1, 2, \dots, J \quad (6)$$

$$l'_v \leq C_v \quad v = 1, 2, \dots, V \quad (7)$$

$$l'_{vj} \leq C_v \quad v = 1, 2, \dots, V; j = 1, 2, \dots, J \quad (8)$$

$$\pi_j \geq \pi_i + 1 - n(1 - \sum_{v \in V} x_{ijv}) \quad j = 1, 2, \dots, J; i = 1, 2, \dots, J \quad (9)$$

$$W_{iv} - W_{jv} + Mx_{ijv} \leq M - Z_{ij} \quad v = 1, 2, \dots, V; i = 1, 2, \dots, J; i \neq j \quad (10)$$

$$a_j \sum_i x_{ijv} \leq W_{jv} \leq b_j \sum_i x_{ijv} \quad v = 1, 2, \dots, V; i = 1, 2, \dots, J; i \neq j \quad (11)$$

$$V_{iv} \leq M - (M - Z_{oi})x_{0iv} \quad v = 1, 2, \dots, V; i = 1, 2, \dots, J; i \neq j \quad (12)$$

$$V_{jv} \leq W_{iv} + Z_{ij}x_{ijv} + M(1 - x_{ijv}) \quad v = 1, 2, \dots, V; i = 1, 2, \dots, J; i \neq j \quad (13)$$

$$W_{iv} \geq Z_{oi} (1 - x_{0iv})M \quad v = 1, 2, \dots, V; i = 0, 1, 2, \dots, J \quad (14)$$

$$V_{iv} \leq W_{iv} \quad v = 1, 2, \dots, V; i = 0, 1, 2, \dots, J \quad (15)$$

$$T_j = \sum_v (W_{jv} - V_{jv}) \quad v = 1, 2, \dots, V; i = 0, 1, 2, \dots, J \quad (16)$$

$$|J| \geq \pi_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (17)$$

$$x_{ijv} \in \{0, 1\} \quad j = 1, 2, \dots, J; i = 1, 2, \dots, J; v = 1, 2, \dots, V \quad (18)$$

Eşitlik (1) ile toplam bekleme en küçüklemek amaçlanmıştır. Eşitlik (2); bütün düğümlere yalnız bir defa gidilmesini; eşitlik (3) varılan düğümü aynı araçla terk etmeyi sağlar. Araçların depodan ayrılırken yükleri eşitlik (4), ilk noktadan sonra araç yükleri eşitlik (5), rota boyunca düğümlerden sonraki araç yükleri eşitlik (6) ile sınırlandırılmıştır. İlk düğümden sonraki ve rota boyunca araç yüklerinin kapasiteden küçük olması eşitlik (7 ve 8) ile sağlanmaktadır. Eşitlik (9) alt tur oluşmasını engeller. Eşitlik (10) rota üzerindeki tüm düğümlerde servise başlama zamanını belirler. Eşitlik (11) servise başlama zamanının istenilen zaman penceresi arasında olmasını sağlar. Eşitlik (12) rota üzerindeki ilk düğüme varış zamanını belirlerken eşitlik (13) üzerindeki herhangi bir düğüme varış zamanını ve eşitlik (14) rota üzerindeki ilk düğüme servise başlama zamanını belirler. Eşitlik (15) her düğüme servisin düğüme vardikten sonra başlamasını garanti eder. Eşitlik (16) bekleme hesaplar. Eşitlik (3.17 ve 3.18) işaret kısıtlarıdır.

Yukarıdaki modelde, Eşitlik (3.2) den Eşitlik (3.9)'a kadar olan kısıtlar Detlof'un modeline aittir.

### III. SAYISAL ÖRNEK

ZPARP literatüründe Solomon verileri kullanılmaktadır. Veriler Tip 1 ve Tip 2 olmak üzere iki sınıfa; her sınıf da R, C, RC olmak üzere 3 gruba ayrılmaktadır. Tip 1 verilerinde, zaman pencereleri dar ve araç kapasitesi küçük iken; Tip 2 verilerinde, zaman pencereleri daha geniş ve araç kapasitesi daha büyüktür. Her grupta 8-12 örnek yer almakta; her örnek 100 müşteri ve depodan oluşmakta ve toplamda 56 problem bulunmaktadır. Verilerde müşteri numarası, müşterinin konumuna ait X,Y koordinatları, talep, servise en erken ve en geç başlama zamanı, servis zamanı bilgileri yer almaktadır.

Dağıtım toplamalı araç rotalama problemlerinde dağıtım ve toplama olmak üzere iki adet talep yer almaktadır. Solomon verilerindeki tek talep değerini, dağıtım toplamalı araç rotalama problemlerindeki dağıtım ve toplama talep değerlerine dönüştürmek için Salhi ve Nagy'nin ayrıştırma yöntemi kullanılmıştır [27].

$$D_i = \text{Min} \left\{ \frac{X_{koordinat}}{Y_{koordinat}}, \frac{Y_{koordinat}}{X_{koordinat}} \right\} Q_i$$

$$P_i = 1 - \text{Min} \left\{ \frac{X_{koordinat}}{Y_{koordinat}}, \frac{Y_{koordinat}}{X_{koordinat}} \right\} Q_i$$

$$D_i = \text{Min} \left\{ \frac{x \text{ kordinat}}{y \text{ kordinat}}, \frac{y \text{ kordinat}}{x \text{ kordinat}} \right\} Q_i$$

$$P_i = \left[ 1 - \text{Min} \left\{ \frac{x \text{ kordinat}}{y \text{ kordinat}}, \frac{y \text{ kordinat}}{x \text{ kordinat}} \right\} \right] Q_i$$

Burada

$Q_i$ : ZPARP de depodan  $i$  nci müşteriye gönderilecek malzeme miktarı,

$D_i$ : DTARP de depodan  $i$  nci müşteriye gönderilecek malzeme miktarı,

$P_i$ : DTARP de  $i$  nci müşteriden depoya gönderilecek malzeme miktarı

olarak tanımlanmıştır.

Solomon verileri 100 müşteri ve bir depodan oluşmaktadır. Bu durumda verilerdeki araç kapasiteleri 100 müşteri için geçerlidir. Çalışmada önerilen matematiksel modelin etkinliğini test etmek için 5, 10, 15, 20 müşterili küçük örnekler kullanılmıştır ve araç kapasiteleri de örnek büyüklükleri küçültüldüğü için yarı değeri alınarak düzenlenmiştir. Ayrıca Solomon verilerinde araçların aynı özellikte olduğu yani homojen olduğu varsayılmaktadır. Tanımlanan problemdeki heterojenlik varsayımını sağlamak için her bir araç kapasitesi %20 oranında artırılıp azaltılarak yeni araç türleri üretilmiştir. Örneğin 100 birim kapasiteli araçların kullanıldığı Tip 1 problem sınıfının araç kapasitesi,

heterojenlik varsayımı için artırılıp azaltılarak kapasiteleri 80,100,120 olan 3 araç türü üretilmiştir.

Model, 7200 sn kısıdı altında, GAMS paket programı kullanılarak; Pentium4, 2.6 GHz, 1Gb Ram, Windows XP SP3 işletim sistem özellikli bilgisayarların kullanımıyla çözülmüştür. 5, 10, 15, 20 müşterilik gruplar için önerilen matematiksel modelin sonuçları, 5 ve 10 müşterili Tip 1 verileri için Tablo 1a'da, Tip 2 verileri için Tablo 1b'de; 15 ve 20 müşterili Tip 1 verileri için Tablo 2a'da, Tip 2 verileri için Tablo 2b'de verilmiştir. Tablolarda, "\*" sonuçlar optimal çözümlü; "INF" çözümlenemeyen elde edilemediğini ve diğer değerler ise yaklaşık çözümün bulunduğunu ifade etmektedir.

Tablo 1a incelendiğinde 5 müşterili Tip 1 verileri için tüm problemlerde optimal sonuçların elde edildiği, 10 müşterili Tip1 verileri için 18 problemde optimal sonuç, 11 problemde yaklaşık sonuç elde edildiği gözlenmektedir. Tablo 1b incelendiğinde ise; 5 müşterili Tip 2 verileri için tüm problemlerde optimal sonuçların elde edildiği, 10 müşterili Tip2 verileri için 6 problemde optimal sonuç, 21 problemde yaklaşık sonuç elde edildiği gözlenmektedir.

Tablo 2a incelendiğinde 15 müşterili Tip 1 verileri için 5 problemde optimal sonuç, 24 problemde yaklaşık sonuç elde edildiği, 20 müşterili Tip1 verileri için 1 problemde optimal sonuç, 22 problemde yaklaşık sonuç, 6 problemde çözümsüzlük elde edildiği gözlenmektedir. Tablo 2b incelendiğinde ise; 15 müşterili Tip 2 verileri için tüm problemlerde yaklaşık sonuç elde edildiği, 20 müşterili Tip 2 verileri için 1 problemde çözümsüzlük, 26 problemde yaklaşık sonuç elde edildiği gözlenmektedir.

Burada müşteri sayısı arttıkça optimal çözüm sayısının azaldığı, yaklaşık sonuç ve çözümsüzlük durumunun arttığı söylenebilir. Ayrıca 20 müşterili örnek için tip1 verilerindeki çözümsüz sonuçların Tip 2 verilerindeki çözümsüz sonuçlardan fazla olması Tip 2 verilerinin zaman pencerelerinin daha geniş ve kapasitelerinin daha fazla olması ile açıklanabilir.

#### IV. SONUÇ VE ÖNERİLER

Literatür incelendiğinde zaman pencereli ARP çalışmalarında amaç fonksiyonu katedilen toplam mefese,toplam maliyet ya da araç sayılarının en azlanması olarak alınmıştır. zaman penceresi kısıtının eklenmesi ile servise en erken başlama zamanı (a)dan önce gelen aracın belirtilen (a) ya kadar beklemesi gerektiği göz önüne alındığında bekleme kavramı dikkat çekmiştir. Literatürde bazı yazarlar beklemlerin en azlanmasının amaç fonksiyonu olarak ele alınabileceğini belirtmiş ancak uygulamalarda kullanılmamıştır. Buradan hareketle tanımlanan problemin amaç fonksiyonu beklemlerin en azlanması olarak belirlenmiştir. Zaman pencereli araç rotalama problemlerinde kullanılan Solomon verileri talep açısından düzenlenerek mevcut tek talep değeri dağıtım ve toplama olmak üzere iki talep değerine ayrıştırılmıştır. Ayrıca teoride uygulanmakla birlikte gerçek hayat problemlerinde gerçeği yansıtmadığı için araçların birbirinden farklı özelliklere sahip olduğu yani heterojen filolu olduğu varsayımı için Solomon verileri kapasite değerleri değiştirilerek düzenlenmiştir. Buradan hareketle çalışmada,

amaç fonksiyonu, beklemlerin en azlanması olarak alınmış ve heterojen filolu kesin zaman pencereli-eşzamanlı dağıtım toplamalı araç rotalama problemleri tanımlanarak; doğrusal model kurulmuştur Tanımlanan model 5,10,15,20 müşterili örnekler için denenmiştir. Denemelerin sonuçları incelendiğinde müşteri sayısı arttıkça optimal çözüm sayısını azaldığı,yaklaşık sonuç ve çözümsüzlük durumunun arttığı gözlenmektedir. Daha büyük müşterili problemlerin çözümünde matematiksel modelin yeterli olmayacağı, sezgisel algoritmalara ihtiyaç olacağı değerlendirilmektedir. Sonraki çalışmalarda tanımlana problem türü için sezgisel algoritmalar geliştirilebilir. Ayrıca zaman penceresi türü değiştirilerek esnek zaman pencereli ARP ele alınabilir.

#### V.KAYNAKLAR

1. Dantzig, G.B., Ramser, J.H.,1959, "The truck dispatching problem", *Management Science*, 6-80.
2. Toth P. Vigo D.,2002, "The vehicle routing problem" *Society for Industrial and Applied Mathematics* 1-23.
3. Savelsbergh M.W.P., 1985, "Local search in routing problems with time windows", *Annals of Operations Research*, 4, 285-305.
4. Solomon M.M.,1987, "Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints", *Operations Research*, 35, 2, 254-265.
5. Solomon M.M., Desrosier J.,1988, "Survey Paper: The time constrained routing and scheduling problems", *Transportation Science*, 22, 1.
6. Çetin, S.,Gencer, C., 2010 "Kesin zaman pencereli eş zamanlı dağıtım toplamalı araç rotalama problemleri: Matematiksel Model", *Gazi Üniv.Müh.Mim. Fak. Der.*, 25(3),579-585.
7. Pullen H., Webb M.,1967, "A computer application to a transport scheduling problem", *Computer Journal*,10:10-13.
8. Knight K., Hofer J.,1968, "Vehicle scheduling with timed and connected calls: a case study", *Operational Research Quarterly*, 19: 299-310.
9. Madsen O.B.G.,1976, Optimal scheduling of trucks-a routing problem with tight due times for delivery. In H. Strobel, R. Genser, M. Etschmaier, editors, *Optimization Applied to Transportation Systems*, IIASA, International Institute for Applied System Analysis, Luxemburg, Austria, 126-136.
10. El-Sherbeny, N.A.,2010, "Vehicle routing with time windows: An overview of exact, heuristic, metaheuristic methods", *Journal of King Saud University (Science)*.
11. Eksioğlu, B., Vural A.V., Reisman A.,2009, "The vehicle routing problem: A taxonomic review", *Computers &Industrial Engineering*, 57: 1472-1483.
12. Zachariadis, E.E., Tarantilis, C.D., Kiranoudis, C. T. ,2009, "Hybrid metaheuristic algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up service", *Expert System with Applications*, 36: 1070-1081.
13. Ganesh K., Narendran T.T., 2008, "TASTE: A two- phase heuristic to solve a routing problem with simultaneous delivery and pick-up", *International Journal Adv. Manufacturing Technology*, 37:12221-1231.
14. Karaoğlu, İ., 2009, "Dağıtım ağları tasarımında yer seçimi ve eşzamanlı topla-dağıtım araç rotalama problemleri", *Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara*.
15. Min, H., 1989, "The multiple vehicle-routing problem with simultaneous delivery and pick-up points", *Transportation research. Part A, Policy and practice*, 23(5): 377-386.
16. Dethloff, J.,2001, "Vehicle routing and reverse logistics: the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up", *OR Spektrum*, 23(1): 79-96.
17. Nagy, G. & Salhi, S.2005, "Heuristic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliveries", *European Journal Of Operational Research*, 162(1): 126-141.
18. Tang F.A., Galvao R.D., 2002, "Vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service", *Journal of the Operational Research Society of India*, 39:19 -33.

19. DellAmico, M., Righini, G., Salani, M., 2006, "A branch-and-price approach to the vehicle routing problem with simultaneous distribution and collection", *Transportation science*, 40(2): 235-247
20. Ai, T., Kachitvichyanukul, V., "A particle swarm optimization for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery", *Computers & Operations Research*, 36: 1693-1702 (2009).
21. Choi, E., Tcha, D.W., "A column generation approach to the heterogeneous fleet vehicle routing problem", *Computers & Operations Research, baskda*.
22. Sodouni, K., 2006, "Heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows and nonlinearly penalized delays", *Journal of applied Sciences*, 6(9), 1969-1973.
23. Baldacci, R., Batarra, M., Vigo, D., 2008, "Routing a heterogeneous fleet of vehicles" *The Vehicle Routing Problem*, golden B., raghavan, S., Wasil, E., Edt., Springer.
24. Liu, F.H., Shen S.Y., 1999, "The fleet size and mix vehicle routing problem with time windows", *Journal of Operation Research Society*, 50, 7221-732.
25. Liu, F.H., Shen S.Y., 1999, "A method for vehicle routing problem with multiple vehicle types and time windows", *Proc. Natl. Sci. Conc.* 23(4), 526-536.
26. Dondo R., Cerda J., 2007, "A cluster based optimization approach for the multi depot heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows", *European Journal of Operation Research*, 176(3), 1478-1507.
27. Salhi S, Nagy G., 1999, "A cluster insertion heuristic for single and multiple depot vehicle routing problems with backhauling", *Journal of the Operational Research Society*, 50(10):1034-1042.

Tablo 1a)5 ve 10 müşterili Tip 1 verileri için matematiksel modelin çözümü

PROBLEM	5				10			
	Cpu	İtersyon Sayısı	Amaç Fonks.	Kullanılan Araç Kap	Cpu	İtersyon Sayısı	Amaç Fonks.	Kullanılan Araç Kap
C101	0.13	955.00	533,3*	120	3.63	16,561	67,5*	120
C102	6.13	112,629.00	330,6*	100	1,248.36	3,953,841	0*	100
C103	6.56	112,629.00	330,6*	100	1248.08	3,953,841	0*	100
C104	6.06	112,629.00	330,6*	100	29.25	196,254	0*	80;120
C105	0.17	1,580.00	508,3*	80	10.11	56,257	43,3*	120
C106	0.13	756.00	524,3*	80	2.03	7,304	58,5*	100
C107	0.14	1,389.00	464,9*	80	1.59	6,318	0*	120
C108	0.30	3,116.00	462,3*	120	0.48	2,996	0*	120
C109	0.94	18,254.00	374,9*	100	8.39	45,769	0*	100
R101	1.52	19,265.00	143,1*	100;100	7200.03	25,203,302	17.6	100;120;120
R102	0.44	2,340.00	0*	80;80	7200.03	24,203,302	17.6	100;120;120
R103	0.45	2,340.00	0*	80;80	7200.06	24,200,215	17.6	100;120;120
R104	0.44	2,340.00	0*	80;80	8.17	30,980	0*	80;100;100
R105	2.70	35,468.00	123,1*	80;120	7200.02	24,042,095	78.2	80;100;80
R106	0.05	121.00	0*	80;80	7082.03	24,737,892	0	120;100
R107	0.05	121.00	0*	80;80	7080.56	24,737,892	0	120;100
R108	0.05	121.00	0*	80;80	7.28	18,502	0*	120;120;100
R109	0.05	419.00	0*	80	750.06	3,602,564	4*	80;100
R110	0.14	824.00	0*	100	7200.03	24,446,662	2	80;100
R111	0.20	2,055.00	0*	120	1413.31	5,417,440	0*	80;100
R112	0.13	653.00	0*	120	66.72	369,778	0*	100;80
RC101	0.25	2,034.00	45,1*	120	1,737	6,476,865	33,9*	120;80
RC102	6.13	105,568.00	29,3*	100	7200.03	22,348,217	2.7	100;120;100
RC103	6.13	105,568.00	29,3*	100	7200.05	22,347,430	2.7	100;120;100
RC104	6.14	105,568.00	30,3*	100	613.56	2,505,880	0*	120;80;100
RC105	2.16	34,034.00	39,3*	120	7200.06	21,606,575	13.1	100;120
RC106	0.73	19,172.00	30,1*	120	7200.03	22,977,332	6.7	120;120
RC107	0.97	19,091.00	20,5*	120	981.89	4,056,929	1,2*	80;100
RC108	0.06	328.00	0*	120	27.83	165,774	0*	120;80

Tablo 1b)5 ve 10 müşterili Tip 2 verileri için matematiksel modelin çözümü

PROBL EM	5				10			
	Cpu	İtersyon Sayısı	Amaç Fonks.	Kullanılan Araç Kap	Cpu	İtersyon Sayısı	Amaç Fonks.	Kullanılan Araç Kap
C201	0.17	1,286.00	856,2*	120	13.45	87,910	1894,2*	350
C202	3.94	76,933.00	806,3*	120	7,200.03	18,082,443	1838.1	280
C203	3.94	76,933.00	806,3*	120	7,200.06	18,063,566	1838.1	280
C204	3.94	76,933.00	806,3*	120	7,200.06	21,698,671	1823.5	420
C205	0.39	5,978.00	762,6*	120	705.02	2,596,064	1799,5*	350
C206	0.53	9,791.00	725,8*	120	7,200.05	19,435,793	1716.5	350
C207	0.53	5,679.00	828,6*	80	1,638.72	5,146,508	1310,8*	350
C208	0.84	12,975.00	592,8*	80	7200.05	25,943,996	1637.9	420
R201	0.31	2,988.00	538,4*	400	8.63	61,960	303,1*	600
R202	7.25	109,321.00	471,9*	500	7200.05	27,974,105	224.8	400
R203	7.25	109,321.00	471,9*	500	7200.06	27,972,177	224.8	400
R204	7.27	109,321.00	471,9*	500	7200	31,300,990	215.9	600
R205	0.50	8,917.00	480,4*	400	3759.31	14,897,337	211*	500
R206	6.05	95,687.00	413,9*	500	7200.02	31,723,614	171.8	500
R207	6.06	95,687.00	413,9*	500	7200	31,724,715	171.8	500
R208	6.05	95,687.00	413,9*	500	7200.03	31,765,024	164.7	500
R209	0.66	14,756.00	454,2*	400	7200.03	26,118,510	190.2	400
R210	4.64	85,097.00	472,9*	600	7200.02	26,112,626	215.3	500
R211	2.34	63,414.00	304,7*	500	7200	27,898,417	122.9	500
RC201	0.36	6,601.00	560*	400	327.05	1,378,485	325,1*	500
RC202	5.50	104,268.00	532,3*	600	7200.03	18,361,612	277.5	600
RC203	5.45	104,268.00	532,3*	600	7200.02	18,359,208	277.5	600
RC204	5.55	104,268.00	532,3*	600	7200.05	18,467,275	280	400
RC205	1.91	38,225.00	562,3*	600	7200.05	17,511,915	314.9	500
RC206	1.22	29,988.00	500*	500	7200.05	17,385,096	262.6	600
RC207	1.02	17,995.00	478*	600	7200.03	17,929,677	232.3	600
RC208	2.33	54,386.00	313,6*	600	7200.05	23,061,139	131.9	400

Tablo 2a) 15 ve 20 müşterili Tip 1 verileri için matematiksel modelin çözümü

PROBLEM	15				20			
	Cpu	İtersyon Sayısı	Amaç Fonks.	Kullanılan Araç Kap	Cpu	İtersyon Sayısı	Amaç Fonks.	Kullanılan Araç Kap
C101	7200.05	17529223	234.31	100;120	7200.11	10,080,350	322.8	80;100;100
C102	7200.05	21,208,058	464.2	120;80;120	7200.09	12,842,361	405.7	100;120;80
C103	7200.06	21,126,022	151.8	120;100	7200.11	18,119,268	780.1	80;120;80;100
C104	243.16	734,558	0*	100;120;100	7200.16	19,784,162	57.1	100;100;100;80;120
C105	7200.03	16,963,553	397.2	80;120;80	7200.25	7,885,610	1095.2	120;100;80;100;100
C106	7200.05	18,579,301	220	100;80	7200.16	9,496,613	1249	80;120;120;100;80;80
C107	7200.08	17,001,456	199.4	100;100	7200.11	9,583,666	192.3	120;80;80;80
C108	7200.05	20,454,447	186.9	120;100	7200.19	5,707,677	671	120;100;100;80
C109	7200.06	17,910,725	193.5	80;80;100	7200.16	6,790,725	56.7	120;120;80
R101	7200.09	13,106,762	202.6	120;100;100;120;80	7201.13	5,538,389.00	540.5	100;80;100;120;100;80;80;120;80;800
R102	7200.09	14,796,635	39.5	120;80;100;80;120	7200.53	3743491	391	80;120;100;100;120;80;120;120;120;100
R103	7200.16	19,354,705	143.8	120;100;120;1200;80	7200.25	11,245,134	56.2	100;100;120;120;120
R104	7200.23	11,123,287	17.1	80;80;80;100			INF	
R105	7200.11	12,787,966	70.1	80;120;80;100;120	7200.47	4,731,872	484.8	80;80;80;80;100;80;100;100
R106	2951.09	7,258,359	0*	100;80;120;100	7200.16	13,838,736	63.3	120;120;100;120;100;120
R107	7200.06	16,386,522	106.3	120;120;120;80;100	7200.16	9,571,006	63.7	120;120;120;120;100
R108	779.45	1,135,586	0*	100;120;120;80	3302.3	2191731	0*	80;100;100;80;120;100;100
R109	7200.08	13,784,329	17.1	80;80;80;100	7200.2	8,777,688	155.1	120;120;120;100;80;100
R110	7200.05	17,641,287	2	120;120;80;120	7201.05	4340061	169.4	80;80;100;120;120;120;80;100
R111	7200.08	16,541,963	5.4	80;120;80;100			INF	
R112	71.31	147,831	0*	80;100;100;100			INF	
RC101	7200.08	12,402,450	76	100;120;120;100	7200.66	5053134	510.5	100;80;120;120;100;100;80;80;100;120
RC102	7200.22	11,525,742	214	100;120;100;120;100;100	7200.55	4451174	434.9	120;120;100;120;100;120;100;80;120;100
RC103	7200.05	15,319,335	13	100;100;120;100	7200.45	4743976	58.3	100;80;120;80;100;120;120
RC104	7200.19	11,048,915	7.8	100;100;120;80			INF	
RC105	7200.06	13,292,094	138.4	100;120;120;100;120			INF	
RC106	7200.11	12,920,594	22.7	100;80;100;120			INF	
RC107	7200.11	13,516,602	1.2	120;100;100;120	7200.53	3961723	108.5	80;80;80;80;80;80;120
RC108	270.98	562,885	0*	100;120;120;100	7200.48	4328427	20.9	80;100;80;120;80;100



Tablo 2b) 15 ve 20 müşterili Tip 2 verileri için matematiksel modelin çözümü

PROBL EM	15				20			
	Cpu	İtersyon Sayısı	Amaç Fonks.	Kullanılan Araç Kap	cpu	İtersyon Sayısı	Amaç Fonks.	Kullanılan Araç Kap
<b>C201</b>	7200.08	10,758,490	2736.2	420;280	7200.53	4467620	10357.5	280;420;350;280;280;420
<b>C202</b>	7200.17	10,532,615	4138.2	280;420	7200.13	16,431,980	5966.8	420;350;350
<b>C203</b>	7200.11	11,511,072	3982.1	280;280	7200.06	16,724,505	6100.9	350;420;350
<b>C204</b>	7200.06	13,244,140	3856.3	420;420;280	7200.09	21,602,972	4594.5	350;280;350;280
<b>C205</b>	7200.11	10,376,589	2785.6	280;350	7200.13	10,839,048	4191.5	280;350;420;280
<b>C206</b>	7200.08	11,621,294	2726.4	280;350;350	7200.2	10,628,310	3825.3	420;280
<b>C207</b>	7200.08	12,756,312	2542.1	420;350	7200.14	11,761,454	4237.5	280;350;420
<b>C208</b>	7200.09	12,116,035	2282.8	420;420	7200.13	12,969,861	6215.5	350;350;420
<b>R201</b>	7200.11	18,993,388	455.8	500;600	7200.19	5,203,623	1354.3	600;500;500;600
<b>R202</b>	7200.03	26,772,325	460.7	400;400	7200.22	9,270,270	953.1	600;600;400;600
<b>R203</b>	7200.05	27,250,702	451.4	600;500	7200.13	9,254,762	949.1	500;600;400;500
<b>R204</b>	7200.05	29,022,891	491	600;500	7200.17	8,716,808	754.7	500;600;600;500
<b>R205</b>	7200.05	22,524,678	265.6	600;600	7200.25	6,414,809	1345	600;600;500;500;400
<b>R206</b>	7200.05	23,544,014	483.8	400;600;400	7200.17	9,108,905	1579.5	600;500;400;400;500
<b>R207</b>	7200.06	24,349,611	382.6	500;500			INF	
<b>R208</b>	7200.05	27,567,995	625.6	400;400	7200.19	7,762,388	1278.8	400;600;400;00;600
<b>R209</b>	7200.05	22,156,933	284.3	600;400	7200.19	7,800,382	565.4	600;400;600
<b>R210</b>	7200.06	23,697,728	576.6	400;500	7200.25	7,718,502	976.7	600;400;500;600
<b>R211</b>	7200.05	21,591,161	463.2	500;400;600	7200.19	6,398,188	655.8	500;600;400
<b>RC201</b>	7200.06	22,016,501	330	500;600	7200.08	10,974,321	1214.4	500;400;600;400;400
<b>RC202</b>	7200.05	25,260,135	474.3	400;500	7200.09	16,156,121	884.3	500;500;600;400
<b>RC203</b>	7200.05	24,292,504	224.3	400;500	7201.02	5,881,828	1691.5	600;400;600;600;400
<b>RC204</b>	7200.06	24,601,697	514.9	400;500	7200.11	21,815,563	804.3	400;600;600;500
<b>RC205</b>	7200.03	19,844,538	416.7	500;600	7200.13	16,917,081	770.8	500;400;400;600
<b>RC206</b>	7200.06	20,466,630	253.7	600;600	7200.09	14,319,292	1011.3	400;500;600;400
<b>RC207</b>	7200.05	23,504,247	391.9	600;600;400	7200.09	13,584,617	602	500;400;500;600
<b>RC208</b>	7200.03	23,197,378	382.9	600;500;500;600	7200.13	17,575,681	719.9	600;400;500