

## Şiddet-Süre-Frekans Bağlılıkları için Ağırlıklı Süperpozisyon Çekme İtme Algoritmasında Farklı Kaotik Harita Performanslarının Karşılaştırılması

\*Makale Bilgisi / Article Info  
Alındı/Received: 13.11.2023  
Kabul/Accepted: 07.05.2024  
Yayımlandı/Published: 27.06.2024

### Comparison of Different Chaotic Maps Performance in Weighted Superposition Attraction Repulsion Algorithm For Intensity–Duration–Frequency Relations

Mümin Emre ŞENOL<sup>1\*</sup> , Mustafa Erkan TURAN<sup>2</sup> , Tülin ÇETİN<sup>2</sup> 

<sup>1</sup>Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Manisa, Türkiye

<sup>2</sup>Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Manisa, Türkiye

© Afyon Kocatepe Üniversitesi

#### Öz

Bu çalışmada, Ağırlıklı Süper Pozisyon Çekme İtme (Weighted Superposition Attraction Repulsion, WSAR) algoritmasında kaotik haritaların literatürde ilk defa kullanılarak kaotik WSAR versiyonlarının geliştirilmesi ve algoritmanın performansına olan etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla, standart WSAR algoritmasına ait adım fonksiyonu yerine 11 adet bir boyutlu kaotik haritaların kullanılmasıyla WSAR algoritmasının çeşitli kaotik versiyonları oluşturulmuştur. Yağmur suyu kanalizasyonu ve menfez gibi su yapılarının tasarım debilerinin belirlenmesinde kullanılan şiddet-süre-frekans (ŞSF) bağıntılarına ait parametrelerin belirlenmesi problemi ele alınmıştır. Toplamda 16 adet ŞSF bağıntılarına ait parametreler, İzmir meteoroloji istasyonunun verileri kullanılarak belirlenmiştir. Performans ölçütü olarak ortalama kare hata değeri (MSE) seçilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre, ŞSF bağıntıları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın varlığı gözlemlenmiştir. Bu fark, belirli bir ŞSF bağıntısının kullanılmasının diğer ŞSF bağıntılarının kullanılmasına kıyasla algoritmanın performansı üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir etkiye sahip olduğunu ortaya koymuştur. Kaotik haritaların algoritmanın performansına etkisi incelendiğinde ise, bazı ŞSF bağıntılarında standart WSAR algoritmasının adım fonksiyonu yerine kaotik haritaların kullanılmasının algoritmanın performansı üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir etki oluşturduğu görülmüştür.

**Anahtar Kelimeler:** WSAR; Kaotik haritalar; Şiddet-süre-frekans eğrileri; Parametre tahmini.

#### Abstract

In this study, it is aimed to develop chaotic Weighted Superposition Attraction Repulsion (WSAR) versions by using chaotic maps for the first time in the literature in the WSAR algorithm and to examine their effect on the performance of the algorithm. For this purpose, various chaotic versions of the WSAR algorithm were created by employing 11 one-dimensional chaotic maps instead of the standard WSAR algorithm's step function. The problem of determining the parameters of intensity-duration-frequency (IDF) relationships used in designing water structures such as storm sewer systems and culverts was addressed. A total of 16 parameters related to IDF relationships were determined using data from the Izmir meteorological station. The mean squared error (MSE) was selected as the performance criterion. According to the obtained results, a statistically significant difference was observed among the IDF relationships. This difference highlighted that the use of a specific IDF relationship had a statistically significant effect on the algorithm's performance compared to using other IDF relationships. When the impact of chaotic maps on the algorithm's performance was examined, it was observed that the use of chaotic maps instead of the standard WSAR algorithm's step function in some IDF relationships had a statistically significant effect on the algorithm's performance.

**Keywords:** WSAR; Chaotic maps; Intensity-duration-frequency curves; Parameter estimation.

#### 1. Giriş

Metasezgisel algoritmalar optimizasyon problemlerini çözmek için geliştirilen yöntemlerden biridir. Metasezgisel algoritmalar problemin kesin çözümünü garanti etmemekle birlikte en iyi veya en iyiye yakın çözümü üretmektedirler. En iyi çözümü garanti etmemesi gibi dezavantajı bulunmakta ancak problemin tipine özgü

olmaması, doğrusal olmayan ve türevlenemeyen problemler için sonuç üretmesi gibi avantajları da bulunmaktadır.

Metasezgisel algoritmalar çözüm uzayında sonuca keşif ve yerel arama aşamaları ile ulaşır. Keşif aşaması çözüm uzayının geniş olarak taranmasını, yerel arama aşaması ise

keşif aşamasında taranan bölgelerde daha uygun çözümün aranmasıdır. Keşif aşamasında yerel minimumundan kaçınmak için rastgelelik fazla iken, yerel arama aşamasında rastgelelik azalmaktadır. Algoritmanın başarısı bu iki aşama arasındaki dengeye bağlıdır. Algoritmanın keşif aşamasının güçlendirilmesi yerel arama aşamasındaki performansını düşürmekte, öte yandan yerel arama aşamasının performansının artırılması da keşif aşamasının performansını düşürmektedir (Lozano ve García-Martínez 2010).

Bu iki aşamayı iyileştirmek için kaotik harita olarak adlandırılan stratejiler önerilmektedir. Rastgele süreç kullanılarak üretilen seriler ile kaotik haritalar kullanılarak üretilen seriler arasında benzerlik olduğu düşünülse de, kaotik süreçle elde edilen seriler deterministik, dinamik, tekrarlı olmayan ve bir sınıra yakınsamayan değerlerdir (Kaveh ve Yosefpour 2023).

Kaveh vd. (2022), su buharlaşması optimizasyonu, yapay arı algoritması, emperyalist rekabet algoritması ve kurbağa sıçrama algoritması olmak üzere dört adet kaotik optimizasyon algoritması kullanarak büyük ölçekli kafes yapıların optimizasyonunu yapmışlardır. Lojistik ve Gauss kaotik haritaları kullanarak optimizasyon algoritmalarının performansındaki değişimi araştırmışlardır. Çalışmada ele alınan uygulamaların çoğunda kaotik haritaların kullanıldığı algoritmalar daha iyi performans göstermiştir.

Kaveh ve Yosefpour (2023), rezonansın önlenmesi için dinamik kısıtlar altında kafes yapıların optimizasyonu problemini ele almışlardır. Bu problemin çözümünde, su buharlaşması optimizasyonu, halat çekme optimizasyonu ve termal değişim optimizasyonu algoritmaları kullanılarak kaotik haritaların algoritmanın performansına etkisini incelemişlerdir. Çalışmadaki uygulamaların çoğunda kaotik algoritmalar, standart algoritmalara göre daha iyi performans göstermiştir.

El-Shorbagy ve Al-Drees (2023), sinüs kosinüs algoritmasında lojistik kaotik haritasını kullanmışlardır. Farklı test fonksiyonları ile kaotik ve standart algoritmanın performans değerlerini karşılaştırmışlardır. Elde edilen sonuçlara göre, kaotik sinüs kosinüs algoritması standart algoritmaya kıyasla daha iyi performans göstermiştir.

He vd. (2009), geliştirilmiş lojistik, Chebyshev ve ICMIC kaotik haritalarını parçacık sürü optimizasyonu algoritmasında kullanarak kademeli hidroelektrik sistemin uzun vadeli planlamasını yapmışlardır. Kaotik harita kullanılan parçacık sürü optimizasyonu algoritmalarının

daha iyi performans gösterdiği sonucunu elde etmişlerdir (He vd. 2009).

Bu çalışmalar dışında balina optimizasyonu algoritması (Tanyıldızı vd. 2017), ateşböceği algoritması (Karaçizmeli vd. 2019), denizati optimizasyonu algoritması (Altunbey Özbay ve Özbay 2022), kartal optimizasyonu algoritması (Aydemir 2022), yılan optimizasyonu algoritması (Yıldızdan 2023) ve başka birçok metasezgisel algoritmada kaotik haritalar kullanılmıştır.

Yukarıda incelenen çalışmalar kaotik haritaların kullanımının çoğu uygulamada metasezgisel algoritmaların performansını arttırdığını göstermektedir.

Su kaynaklarının geliştirilmesi çalışmalarının, sudan faydalanma, suyun yol açacağı zararlardan korunma ve su kalitesini koruma amaçları için yapılan mühendislik çalışmaları kapsamında su yapıları ortaya çıkmaktadır. Özellikle yerleşim bölgelerinde yapılan yağmur suyu kanalizasyonu, menfez ve benzeri yapıların tasarımı, yaşanabilecek can kaybı ve maddi kayıpların önlenmesi açısından önemlidir. Bu yapıların tasarımında, Şiddet-Süre-Frekans (SSF) ilişkileri kullanılarak tasarım debileri belirlenmektedir (Öztekin 2011).

Şiddet, süre ve frekans arasındaki ilişkiyi belirlemek amacıyla ampirik veya istatistiksel denklemler geliştirilmiştir. Bu denklemlerde yağış şiddeti, yağışın süresi ile yağışın frekansının bir fonksiyonu olarak ifade edilir. İlgili denklemlerde zaman ve konuma bağlı değişkenlik gösteren parametreler bulunmaktadır. İlişkinin tanımlanabilmesi için bu parametrelerin belirlenmesi gereklidir. Parametrelerin belirlenmesi için modelin türüne göre istatistiksel parametre tahmini, doğrusal regresyon, doğrusal olmayan regresyon veya optimizasyon yöntemleri kullanılmaktadır (Gomes ve Vargas Júnior 2018).

SSF bağıntılarına ait parametrelerin belirlenmesinde metasezgisel algoritmaların kullanıldığı çalışmalarda genetik algoritma (Karahana vd. 2007), armoni arama optimizasyon algoritması (Karahana vd. 2008), parçacık sürü optimizasyonu (Başakın vd. 2022), diferansiyel gelişim algoritması (Geem ve Roper 2010, Karahana 2011), kompozit diferansiyel gelişim algoritması (Karahana, 2012, Karahana 2019), yapay bağışıklık sistemi algoritması (Eryiğit ve Karahana, 2013) ve yapay arı kolonisi algoritması (Görkemli vd. 2022, Karahana vd. 2007) kullanılmıştır. Bahsedilen çalışmaların bazılarında farklı istatistiksel ve ampirik SSF fonksiyonlarının parametrelerinin

belirlenmesinin yanında veri sayısının algoritma performansına etkisi de incelenmiştir. Ayrıca bazı çalışmalarda meteoroloji istasyonu bazlı veriler kullanılarak noktasal ilişki modellenirken, bazı çalışmalarda ise birden fazla meteoroloji istasyonunun verileri kullanılarak bölgesel ilişkiler modellenmeye çalışılmıştır.

Ağırlıklı Süperpozisyon Çekme İtme (WSAR) Baykasoğlu tarafından 2021'de önerilmiş bir metasezgisel optimizasyon algoritmasıdır. Literatürde çeşitli problemlere başarıyla uygulanmıştır. Örneğin Baykasoğlu ve Baykasoğlu, (2021)'de kafes yapılarının optimum tasarımı için WSAR algoritmasını kullanmışlardır. Bir diğer çalışmada ise akış tipi atölye çizelgeleme problemi için WSAR algoritması kullanılmıştır (Baykasoğlu ve Şenol 2022). Ek olarak, bir diğer çalışmada ise sürekli kısıtsız optimizasyon problemlerinin çözümü için WSAR algoritmasından yararlanılmıştır (Şenol ve Baykasoğlu 2022).

Bu çalışmada WSAR algoritmasının performansına, bir boyutlu farklı kaotik haritaların etkisi araştırılmıştır. Standart WSAR algoritmasının adım fonksiyonu yerine kaotik haritalar kullanılmıştır. Böylece literatürde ilk defa kaotik WSAR algoritması geliştirilerek kullanılmıştır. Test problemi olarak farklı ŞSF bağıntılarına ait parametrelerin belirlenmesi problemi seçilmiştir.

## 2. Materyal ve Metot

Bu bölümde kullanılan ŞSF bağıntıları, kaotik haritalar ve Ağırlıklı Süperpozisyon Çekme İtme (WSAR) metasezgisel optimizasyon algoritması tanıtılmıştır.

### 2.1 Şiddet-Süre-Frekans (ŞSF) Bağlılıları

ŞSF bağıntıları yağış şiddeti, süre ve frekans arasındaki ilişkiyi ifade etmek için kullanılırlar. Bu bağıntılar yardımıyla yağış şiddeti ( $I$ ) değeri, frekansın ( $T$ ) ve yağış süresinin ( $t$ ) bir fonksiyonu olarak elde edilir. Fonksiyonda zamana ve konuma bağlı olarak değişen parametreler bulunur. Çalışmada hem ampirik hem de istatistiksel ŞSF bağıntıları ele alınmıştır.

Çalışmada kullanılan tüm ŞSF bağıntıları Çizelge 1'de verilmiştir. Ampirik denklemler Denklem 1-12 arasında, istatistiksel denklemler ise Denklem 13-16 arasında verilmiştir. Bu denklemler literatürdeki farklı çalışmalarda önerilmiş ve kullanılmışlardır (Karahana 2012, Citakoğlu ve Demir 2023).

Burada  $I$  (mm/dakika) yağış şiddetini,  $T$  dönüş süresini (yıl),  $t$  yağış süresini (dakika),  $a_i$  denklem parametrelerini ifade eder.

### 2.2 Kaotik Haritalar

Kaos, Lorenz tarafından 1963'te tanıtıldığından bu yana çeşitli bilimsel alanlarda birçok uygulama alanı bulmuştur (Lorenz 1963). Kaos, özünde belirli koşullar altında çalışan deterministik doğrusal olmayan sistemler tarafından sergilenen düzensiz ve görünüşte tahmin edilemeyen bir hareket biçimini temsil eder (Mingjun ve Huanwen 2004). Kaotik bir sistem içinde, başlangıç koşullarında bile küçük bir uyumsuzluk sonunda önemli farklılıklara yol açabilir. Kaos kavramı genellikle kaotik haritalar kullanılarak tanımlanır ve modellenir, bunlar sürekli değerlere sahip dinamik ayrık zaman fonksiyonları olan haritalardır.

Bu çalışmada, bir boyutlu kaotik haritalar kullanılmıştır. Bu haritalar literatürde sıkça uygulama alanı bulur ve Denklem 17 kullanılarak tanımlanabilir.

$$x_{n+1} = \beta(x_n) \quad (17)$$

Burada  $x_{n+1}$   $x'$ 'in ardışık iterasyonları,  $\beta$  ileri dönüşüm eşleme fonksiyonu olarak kullanılır.

Bu çalışmada, WSAR'ın komşu çözümler üretmek için kullandığı rasgele sayı üretici yerine farklı 11 adet bir boyutlu kaotik harita kullanılmıştır. Kullanılan kaotik haritalara ait denklemler Çizelge 2'de verilmiştir. Kullanılan kaotik haritalar sırasıyla lojistik harita Denklem 18'de, sinüzoidal harita Denklem 19'da, çadır harita Denklem 20'de, Chebychev harita Denklem 21'de, çember harita Denklem 22'de, Gauss harita Denklem 23'te, sonsuz çöküşlü iteratif kaotik harita (ICMIC) Denklem 24'te, kübik harita Denklem 25'te, aralıklı harita Denklem 26'da, Liebovitch harita Denklem 27'de, parçalı harita Denklem 28'de verilmiştir.

### 2.3 Ağırlıklı Süperpozisyon Çekme İtme (Weighted Superposition Attraction and Repulsion - WSAR) Algoritması

Ağırlıklı Süperpozisyon Çekme İtme (WSAR) Algoritması karmaşık optimizasyon problemlerinin çözümü için tasarlanmış güncel bir sürü zekâsı temelli metasezgisel algoritmadır. Bu algoritma, (Baykasoğlu ve Akpınar 2015, Baykasoğlu ve Akpınar 2017) tarafından geliştirilen Ağırlıklı Süperpozisyon Çekme (WSA) algoritmasının itici süperpozisyon eklenerek güncellenmiş halidir (Baykasoğlu 2021).

**Çizelge 1.** Çalışmada kullanılan ŞSF bağıntıları.

	$I = \frac{a_0 T^{a_1}}{t^{a_2}}$	(1)
	$I = \frac{a_0 T^{a_1}}{(a_2 + t^{a_3})^{a_4}}$	(2)
	$I = \frac{\sum_{i=0}^m a_i [\ln(T)]^i}{(a_{m+1} + t^{m+2})^{m+3}}, m = 4 \text{ için}$	(3)
	$I = \frac{\sum_{i=0}^m a_i [\ln(T)]^i}{\sum_{i=0}^m a_{((m+1)+i)} [\ln(t)]^i}, m = 4 \text{ için}$	(4)
	$I = \frac{(a_0 T^{a_1})}{(t + a_2)^{a_3}}$	(5)
Ampirik Denklemler	$I = \frac{(a_0 T^{a_1})}{(t^{a_2} + a_3)}$	(6)
	$I = \frac{(a_0 + a_1 \ln T)}{t^{a_2}}$	(7)
	$I = \frac{(a_0 + a_1 \ln T)}{(t^{a_2} + a_3)}$	(8)
	$I = \frac{(a_0 + a_1 \ln T)}{(t + a_2)^{a_3}}$	(9)
	$I = \frac{(a_0 + a_1 \ln(\ln T))}{(t + a_2)^{a_3}}$	(10)
	$I = \frac{(a_0 + a_1 \ln(\ln T))}{t^{a_2}}$	(11)
	$I = \frac{(a_0 + a_1 \ln(\ln T))}{(t^{a_2} + a_3)}$	(12)
	$I = a_0 \frac{a_1 - \ln \left[ -\ln \left( 1 - \frac{1}{T} \right) \right]}{(a_2 + t^{a_3})^{a_4}}$	(Gumbel dağılımı) (13)
İstatistiksel Denklemler	$I = \frac{a_0 \left[ a_1 + \left[ -\ln \left( 1 - \frac{1}{T} \right) \right]^{-a_2} \right]}{(a_3 + t^{a_4})^{a_5}}$	(GED dağılımı) (14)
	$I = \frac{a_0 (a_1 + \ln(T))}{(a_2 + t^{a_3})^{a_4}}$	(Üstel dağılım) (15)
	$I = \frac{a_0 (a_1 + T^{a_2})}{(a_3 + t^{a_4})^{a_5}}$	(Pareto dağılımı) (16)

WSAR klasik fizik prensiplerini, özellikle de "süperpozisyon prensibini" ve "parçacıkların çekilme ve itilme hareketlerini" içermektedir. WSAR, bireylerin mevcut popülasyonundan iki süperpozisyon oluşturur: Çekici süperpozisyon (ÇS) ve itici süperpozisyon (İS). ÇS, bireyleri çekerken, İS onları kendi konumundan iter. Bu süperpozisyonlar, arama doğrultusunu belirler. WSAR algoritması üç temel adımdan oluşur: başlatma,

süperpozisyon belirleme ve çözüm vektörlerini hareket ettirme. Algoritmanın sözde kodu aşağıda Algoritma 1'de verilmiştir. Algoritmanın aşamalarıyla ilgili detaylı bilgi Baykasoğlu (2021)'de bulunabilir. Algoritmanın çözümleri hareket ettirme aşaması başka bir deyişle arama aşamasında algoritmada kullanılan rastgeleliği içeren adımlar Denklem 29-30'da verilmiştir.

#### Algoritma 1. WSAR Algoritması

1. Parametreleri belirle
2. Başlangıç popülasyonunu rastgele oluştur ve en iyi uygunluk değeri ile en iyi bireyi belirle
3.  $i = 1$  // iterasyon sayacı
- While**  $i \leq$  Maksimum iterasyon
  - 3.1 Bireyleri uygunluk değerlerine göre "en iyiden en kötüye" ve "en kötünden en iyiye" sırala
  - 3.2 Her bireye sıralarına göre ağırlıklar ata
  - 3.3 En iyi ve en kötü ağırlıklara dayalı olarak iki süperpozisyon (ÇS, İS) belirle
  - 3.4 Süperpozisyonların uygunluğunu hesapla
  - 3.5 Eğer İS, daha iyi uygunluk değerine sahipse ÇS'yi İS ile değiştir
  - 3.6 ÇS'yi ve onun uygunluk değerini göz önünde bulundurarak her birey için arama yönünü belirle
  - 3.7 Her bireyi belirlenen yöne doğru taşı
  - 3.8 Her bireyin uygunluk değerini hesapla ve en iyi uygunluk değeri ve en iyi bireyi güncelle
  - $i = i + 1$
4. **End While**

**Çizelge 2.** Çalışmada kullanılan Kaotik Harita denklemleri.

Kaotik Harita Adı	Kaotik Harita Denklemi		
Lojistik Harita	$x_{n+1} = \varphi x_n (1 - x_n)$	$0 < \varphi \leq 4$ $x_n \in (0,1)$	(18)
Sinüzoidal Harita	$x_{n+1} = \sin(\pi x_n)$	$x_n \in (0,1)$	(19)
Çadır Harita	$x_{n+1} = \begin{cases} \frac{x_n}{0.7} & x_n < 0.7 \\ \left(\frac{10}{3}\right)x_n(1 - x_n) & x_n \geq 0.7 \end{cases}$	$x_n \in (0,1)$	(20)
Chebyshev Harita	$x_{n+1} = \cos(\varphi \cos^{-1} x_n)$	$\varphi > 0$ $x_n \in [-1,1]$	(21)
Çember Harita	$x_{n+1} = x_n + \vartheta - \left(\frac{\tau}{2\pi}\right) \sin(2\pi x_n) \text{ mod}(1)$	$x_n \in (0,1)$	(22)
Gauss Harita	$x_{n+1} = \begin{cases} 0 & x_n = 0 \\ \frac{1}{x_n} - [1/x_n] & x_n \neq 0 \end{cases}$	$x_n \in (0,1)$	(23)
Sonsuz Çöküşlü İteratif Kaotik Harita (ICMIC)	$x_{n+1} = \sin(\alpha/x_n)$	$\alpha \in (0, \infty)$ $x_n \in (-1,1)$	(24)
Kübik Harita	$x_{n+1} = \rho x_n (1 - x_n^2)$	$x_n \in (0,1)$	(25)
Aralıklı Harita	$x_{n+1} = \begin{cases} e + x_n + c x_n^m & 0 < x_n \leq d \\ \frac{x_n - d}{1 - d} & d < x_n < 1 \end{cases}$	$x_n \in (0,1)$	(26)
Liebovitch Harita	$x_{n+1} = \begin{cases} \frac{\alpha x_n}{p_2 - x_n} & 0 < x_n < p \\ \frac{p_2 - x_n}{p_2 - p_1} & p_2 < x_n \leq p_2 \\ 1 - \beta(1 - x_n) & p_2 < x_n \leq 1 - p \end{cases}$	$x_n \in (0,1),$ $\alpha = \frac{p_2(1 - (p_2 - p_1))}{p_1}$ $\beta = \frac{(p_2 - 1) - p_1((p_2 - p_1))}{p_2^{-1}}$	(27)
Parçalı Harita	$x_{n+1} = \begin{cases} \frac{x_n}{p} & 0 < x_n < p \\ \frac{x_n - p}{0.5 - p'} & p < x_n < 0.5 \\ \frac{(1 - p - x_n)}{0.5 - p} & 0.5 \leq x_n < 1 - p \\ \frac{(1 - x_n)}{p} & 1 - p < x_n < 1 \end{cases}$	$x_n \in (0,1)$ $p \in (0,0.5)$	(28)

$$x_{ij}(t + 1) = x_{ij}(t) + ss(t) * \text{unifrnd}(-1,1) * |x_{(r1)j}(t) - x_{(r2)j}(t)| \quad (29)$$

$$ss(t + 1) = \begin{cases} ss(t) - e^{-\frac{t}{t+1}} * \varphi_{step} * ss(t) & \text{if rand}(0,1) \leq \mu \\ ss(t) + e^{-\frac{t}{t+1}} * \varphi_{step} * ss(t) & \text{if rand}(0,1) > \mu \end{cases} \quad (30)$$

Denklem 29'da verilen  $x_{ij}(t)$ ,  $t$ 'inci iterasyonda birey  $i$ 'nin boyut  $j$ 'deki pozisyon değerini temsil eder. Yapılan çalışmada rastgelelik içeren Denklem 30'da verilen  $ss(t)$  fonksiyonu yerine Denklem 18 ile 28 arasında verilen kaotik haritalara ait fonksiyonlar kullanılmıştır. Böylece standart WSAR algoritması, literatürde ilk defa kaotik WSAR algoritması haline getirilmiştir.

#### 2.4 ŞSF Bağıntılarının Parametrelerinin Belirlenmesi

ŞSF bağıntılarına ait parametreleri belirleyebilmek için standart süre ( $t$ ) ve ampirik dönüş süre ( $T$ ) verilerine

ihtiyaç duyulmaktadır. Ampirik dönüş süre değerlerini hesaplamak için frekans analizi yapılmalıdır. Frekans analizi için öncelikle; istasyona ait standart süreli yıllık maksimum yağış değerlerinden standart süreli yağış şiddeti değerleri hesaplanır. Yağış şiddeti değerlerinin hesaplanmasından sonra her standart süre için ayrı ayrı maksimum yağış şiddeti değerleri küçükten büyüğe sıralanır ve sıra numarası ( $m_j$ ) atanır. Daha sonra yağış şiddetlerine ait aşılma olasılıkları hesaplanır. Bu çalışmada aşılma olasılıklarının ( $F_{ij}$ ) hesaplanması için Denklem 31'de verilen Gringorten denklemi kullanılmıştır.

$$F_{ij} = \frac{m_j + 0.12}{L - 0.44} \quad j = 1, 2, 3, \dots, N; i = 1, 2, 3, \dots, L \quad (31)$$

Burada  $m_j$  sıra numarasını,  $L$  gözlem yapılan yıl sayısını,  $N$  standart süre sayısını göstermektedir. Son olarak ise aşılma olasılıkları ile Denklem 32 kullanılarak ampirik dönüş süreleri ( $T_{ij}$ ) hesaplanır.

$$T_{ij} = \frac{1}{1 - F_{ij}} \quad i = 1, 2, 3, \dots, N; j = 1, 2, 3, \dots, L \quad (32)$$

Gerekli tüm veriler hesaplandıktan sonra, ŞSF bağıntılarına ait parametreler WSAR algoritması ile belirlenmiştir. Amaç fonksiyonu olarak Denklem 33'te verilen ortalama kare hata fonksiyonu kullanılmıştır.

$$\min MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (I_{ölçülen_i} - I_{hesap_i})^2 \quad (33)$$

Burada  $MSE$  ortalama kare hata değerini,  $I_{ölçülen_i}$  ölçülen yağış şiddeti değerini,  $I_{hesap_i}$  ŞSF bağıntısından hesaplanan yağış şiddeti değerini,  $N$  ise veri sayısını ifade etmektedir.

### 3. Bulgular

Bu çalışmada, Karahan vd. (2007)'de verilen İzmir meteoroloji istasyonunun 1938-1987 yıllarına ait standart süreli 50 yıllık maksimum yağış verileri kullanılmıştır. Verilere ve verilere ait istatistiklere ilgili yayından ulaşılabilir. Bu verilerin seçilmesindeki amaç, Karahan vd. (2007)'de ve Karahan (2012)'de verilen sonuçlarla karşılaştırarak önerilen yöntemin doğruluğunu test edebilmektir. WSAR algoritmasının parametreleri olarak popülasyon büyüklüğü 10,  $\tau$  değeri olarak ise 0.8 seçilmiştir. Durdurma kriteri olarak kullanılan maksimum iterasyon sayısı 1000'dir.

Sonuçları istatistiksel açıdan değerlendirebilmek amacıyla her bir ŞSF bağıntısı ile her bir adım fonksiyonu için 30 bağımsız deneme yapılmıştır. Başka bir deyişle 16 ŞSF bağıntısı ile 11 kaotik harita ve 1 standart adım fonksiyonu için toplam 5760 bağımsız deneme yapılmıştır. Optimizasyon algoritmasında karar değişkenleri için kullanılan alt ve üst sınırlar Çizelge 3'te verilmiştir.

Çizelge 3. Her denkleme ait karar değişkenlerinin alt ve üst sınırları.

Denklem No.		Karar Değişkenleri									
		a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>	a <sub>7</sub>	a <sub>8</sub>	a <sub>9</sub>
1	Min.	0	0	0	-	-	-	-	-	-	-
	Mak.	10	1	1	-	-	-	-	-	-	-
2	Min.	0	0	0	0	0	-	-	-	-	-
	Mak.	10	1	5	1	1	-	-	-	-	-
3	Min.	-10	-10	-10	-10	-10	0	0	0	-	-
	Mak.	10	10	10	10	10	10	2	2	-	-
4	Min.	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10
	Mak.	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
5	Min.	-10	-1	0	0	-	-	-	-	-	-
	Mak.	10	1	5	2	-	-	-	-	-	-
6	Min.	0	0	0	0	-	-	-	-	-	-
	Mak.	10	1	1	10	-	-	-	-	-	-
7	Min.	-10	-10	0	-	-	-	-	-	-	-
	Mak.	10	10	2	-	-	-	-	-	-	-
8	Min.	-10	-10	0	-10	-	-	-	-	-	-
	Mak.	10	10	2	10	-	-	-	-	-	-
9	Min.	-10	-10	0	0	-	-	-	-	-	-
	Mak.	10	10	5	2	-	-	-	-	-	-
10	Min.	-10	-10	0	0	-	-	-	-	-	-
	Mak.	10	10	5	2	-	-	-	-	-	-
11	Min.	-10	-10	0	-	-	-	-	-	-	-
	Mak.	10	10	2	-	-	-	-	-	-	-
12	Min.	-10	-10	0	-10	-	-	-	-	-	-
	Mak.	10	10	2	10	-	-	-	-	-	-
13	Min.	0	0	0	0	0	-	-	-	-	-
	Mak.	10	10	5	2	2	-	-	-	-	-
14	Min.	0	-1	-1	0	0	0	-	-	-	-
	Mak.	20	1	0	5	2	2	-	-	-	-
15	Min.	0	-10	0	0	0	-	-	-	-	-
	Mak.	10	10	10	1	1	-	-	-	-	-
16	Min.	0	-1	0	0	0	0	-	-	-	-
	Mak.	20	1	1	10	2	2	-	-	-	-



Çizelge 5'te tüm ŞSF bağıntıları için en küçük MSE değerlerinin elde edildiği parametre kümeleri verilmiştir. ŞSF bağıntılarını ortalama performans değerlerine göre karşılaştırmak için Friedman testi yapılmıştır ve testin sonuçları Çizelge 6'da verilmiştir.

**Çizelge 5.** En iyi sonuçlar için karar değişkenleri değerleri.

ŞSF D.No	Adım F.D.No	Karar Değişkenleri									
		a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>	a <sub>7</sub>	a <sub>8</sub>	a <sub>9</sub>
1	30	2,808	0,304	0,589	-	-	-	-	-	-	-
2	22	5,356	0,305	1,859	0,725	1,000	-	-	-	-	-
3	21	8,390	7,959	-0,255	-0,600	0,140	1,910	0,508	1,627	-	-
4	22	10,000	8,254	0,762	-0,982	0,181	5,323	2,809	0,634	-0,158	0,124
5	24	4,410	0,305	2,852	0,694	-	-	-	-	-	-
6	21	5,399	0,305	0,726	1,889	-	-	-	-	-	-
7	21	2,352	1,643	0,590	-	-	-	-	-	-	-
8	24	4,428	3,106	0,723	1,806	-	-	-	-	-	-
9	26	3,634	2,549	2,738	0,691	-	-	-	-	-	-
10	24	6,769	1,590	2,351	0,682	-	-	-	-	-	-
11	30	4,622	1,085	0,594	-	-	-	-	-	-	-
12	21	8,105	1,904	0,711	1,523	-	-	-	-	-	-
13	25	3,997	2,588	1,415	0,474	1,678	-	-	-	-	-
14	30	1,693	0,982	0,400	0,378	1,733	0,339	-	-	-	-
15	18	2,947	1,423	1,946	0,777	0,919	-	-	-	-	-
16	26	16,398	-0,739	0,132	1,552	0,733	0,956	-	-	-	-

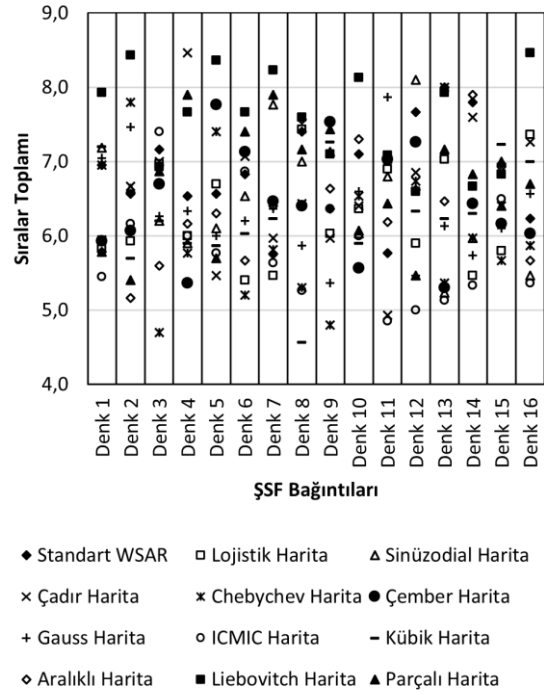
Friedman testi sonuçlarına göre en başarılı ŞSF bağıntısı Denklem 8'de verilen ŞSF bağıntısı olurken, Denklem 13'te verilen ŞSF bağıntısı ikinci sırada yer almıştır.

**Çizelge 6.** ŞSF bağıntıları için Friedman ve Wilcoxon test sonuçları.

Friedman testiyle elde edilen ortalama sıralamalar		Wilcoxon işaret sıralama testi Denklem 8 vs diğer denklemler	
Denklem No	Sıralar Toplamı	Denklem 8 vs.	p-değeri
Denklem 1	4,5000 (4)	Denklem 1	0,000488
Denklem 2	6,1667 (7)	Denklem 2	0,000488
Denklem 3	16,0000 (16)	Denklem 3	0,000488
Denklem 4	15,0000 (15)	Denklem 4	0,000488
Denklem 5	8,1667 (8)	Denklem 5	0,000488
Denklem 6	3,0833 (3)	Denklem 6	0,000488
Denklem 7	10,2500 (10)	Denklem 7	0,000488
Denklem 8	1,1667 (1)	Denklem 9	0,006836
Denklem 9	5,8333 (6)	Denklem 10	0,000488
Denklem 10	10,5000 (11)	Denklem 11	0,000488
Denklem 11	12,1667 (13)	Denklem 12	0,000488
Denklem 12	11,8333 (12)	Denklem 13	0,012207
Denklem 13	2,8333 (2)	Denklem 14	0,000488
Denklem 14	13,9167 (14)	Denklem 15	0,000488
Denklem 15	10,0000 (9)	Denklem 16	0,000488
Denklem 16	4,5834 (5)		

Friedman testine ek olarak, farklı ŞSF bağıntısı kullanmanın istatistiksel açıdan anlamlı olup olmadığını test etmek için Wilcoxon işaret testi uygulanmıştır. Test sonuçları Çizelge 6'da verilmiştir. Wilcoxon testi sonuçları 0.05 anlamlılık düzeyinde değerlendirildiğinde Denklem 8'de verilen ŞSF bağıntısını kullanmanın, diğer ŞSF bağıntılarını kullanmaktan istatistiksel olarak anlamlı olduğu ortaya çıkmıştır. Standart WSAR algoritmasında kullanılan adım fonksiyonu ve diğer kaotik haritaların Friedman test sonuçları Şekil 1'de verilmiştir. Şekil 1'e

göre ICMIC haritası 16 ŞSF bağıntısının 6 tanesinde en iyi sonucu vermiştir.



**Şekil 1.** Kaotik haritalar için Friedman testi sonuçları.

Farklı kaotik harita kullanmanın performans üzerinde istatistiksel olarak anlamlı fark yaratıp yaratmadığını belirlemek için Wilcoxon işaret testi yapılmıştır. Bu teste ait sonuçlar Çizelge 7'de verilmiştir. Şekildeki sütunlar ŞSF bağıntılarını, satırlar ise kaotik haritaları temsil etmektedir. Eğer kaotik harita ile ŞSF bağıntısının kesiştiği hücre siyah renkte ise ilgili kaotik haritanın ilgili ŞSF bağıntısında en iyi performansı gösterdiği anlaşılmaktadır. Kesişen hücre taralı ise ilgili ŞSF bağıntısında ilgili kaotik haritanın ele alınan ŞSF bağıntısında en iyi performans gösteren kaotik harita ile 0.05 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bir farkının olmadığı anlaşılmaktadır. Kesişen hücre boş ise ilgili ŞSF bağıntısında ilgili kaotik haritanın ele alınan ŞSF bağıntısında en iyi performans gösteren kaotik harita ile 0.05 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bir farkının olduğu anlaşılmaktadır. Çizelge 7 standart WSAR algoritması açısından incelendiğinde ise, kullanılan 16 ŞSF bağıntısının 5'inde WSAR algoritmasının adım fonksiyonu yerine kaotik harita kullanılmasının performans üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir fark oluşturduğu gözlemlenmiştir. Başka bir deyişle 11 farklı kaotik WSAR algoritmasının performansı standart WSAR algoritmasıyla karşılaştırıldığında, 5 farklı ŞSF'de ilgili ŞSF'de en iyi performans gösteren kaotik WSAR algoritmasının performansının standart WSAR algoritmasının performansına göre istatistiksel olarak daha başarılıdır.



**Çizelge 7.** Adım fonksiyonlarının Wilcoxon testi sonuçları.

Adım Fonk.	ŞSF Bağlılıları															
	Denk.1	Denk.2	Denk.3	Denk.4	Denk.5	Denk.6	Denk.7	Denk.8	Denk.9	Denk.10	Denk.11	Denk.12	Denk.13	Denk.14	Denk.15	Denk.16
Std. WSAR	30															
Lojistik	18															
Sinüs	19															
Çadır	20															
Chebyshev	21															
Daire	22															
Gauss	23															
Icmic	24															
Kübik	25															
Aralıklı	26															
Leibovitch	27															
Parçalı	28															

İlgili ŞSF bağliısında en iyi performans gösteren kaotik harita
İlgili ŞSF bağliısında en iyi performans gösteren kaotik harita ile ilgili ŞSF bağliısında kullanılan kaotik haritaların 0.05 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak farkı yoktur.
İlgili ŞSF bağliısında en iyi performans gösteren kaotik harita ile ilgili ŞSF bağliısında kullanılan kaotik haritaların 0.05 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak farkı vardır.

Her bir ŞSF bağliısında standart WSAR algoritması ile kaotik WSAR algoritmalarının performanslarını daha derinlemesine kıyaslamak için Wilcoxon testi kullanılmıştır. Sonuçlar Çizelge 8’de verilmiştir. Çizelge 8’de kaotik WSAR versiyonu ile ilgili ŞSF bağliısının kesiştiği hücre boş ise, ilgili ŞSF bağliısında kaotik WSAR versiyonunun performansı ile standart WSAR performansı arasında 0.05 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak fark yoktur anlamına gelmektedir. Eğer kesiştiği hücre siyah renkte ise, ilgili ŞSF bağliısında kaotik WSAR versiyonunun performansı standart WSAR performansından 0.05 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak daha başarılıdır anlamına gelmektedir.

**Çizelge 8.** Standart WSAR algoritmasının kaotik WSAR versiyonlarıyla karşılaştırılması (Wilcoxon testi sonuçları).

Standart WSAR vs.	ŞSF Bağlılıları															
	Denk.1	Denk.2	Denk.3	Denk.4	Denk.5	Denk.6	Denk.7	Denk.8	Denk.9	Denk.10	Denk.11	Denk.12	Denk.13	Denk.14	Denk.15	Denk.16
Lojistik	18															
Sinüs	19															
Çadır	20															
Chebyshev	21															
Daire	22															
Gauss	23															
Icmic	24															
Kübik	25															
Aralıklı	26															
Leibovitch	27															
Parçalı	28															

İlgili ŞSF bağliısında kaotik WSAR versiyonunun performansı ile standart WSAR performansı arasında 0.05 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak farkı yoktur.
İlgili ŞSF bağliısında kaotik WSAR versiyonunun performansı standart WSAR performansından 0.05 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak daha başarılıdır.

#### 4. Sonuçlar ve Tartışma

Bu çalışmada WSAR algoritmasında kaotik haritaların kullanımının algoritmanın performansına etkisi araştırılmıştır. Bu amaçla standart WSAR algoritmasına ait adım fonksiyonu yerine 11 adet bir boyutlu kaotik harita kullanılarak WSAR algoritmasının farklı kaotik versiyonları elde edilmiştir. Literatürden seçilen 16 adet ŞSF bağliısına ait parametreler WSAR algoritmasının oluşturulan tüm versiyonları ile belirlenmiştir. İlk olarak elde edilen performans değerlerine göre ŞSF bağliıları kıyaslanmıştır. İstatistiksel olarak Denklem 8 ile ifade edilen ŞSF bağliısının diğer bağliılardan daha iyi performansla sahip olduğu sonucu elde edilmiştir. Daha sonra WSAR algoritmasının versiyonları standart WSAR algoritmasıyla ve kendi aralarında kıyaslanmıştır. Kaotik haritalı versiyonların bazı ŞSF bağliıları için standart WSAR algoritmasından istatistiksel açıdan anlamlı derecede daha iyi performansla sahip olduğu sonucuna varılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre kullanılan ŞSF bağliılarının her biri ayrı ayrı değerlendirildiğinde, kaotik haritanın performansının kullanılan ŞSF bağliısıyla yüksek derecede ilişkili olduğu sonucuna varılabilir.

Ele alınan problem kısıtsız bir optimizasyon problemidir. Daha sonra yapılacak çalışmalarda, WSAR algoritması ile kısıtlı optimizasyon problemlerinin çözümünde kaotik haritaların kullanımının performansla etkisi araştırılabilir.

#### Etik Standartlar Bildirgesi

Yazarlar tüm etik standartlara uyduklarını beyan ederler.

#### Yazarlık Katkı Beyanı

Yazar 1: Deneysel Tasarım, Doğrulama, Analiz, Yorumlama, Yazma-Orijinal Taslak, Yazma-İnceleme ve Düzenleme, Görselleştirme.

Yazar 2: Kavramsallaştırma, Metodoloji-Çalışma, Doğrulama, Yorumlama, Araştırma, Yazma-Orijinal taslak, Yazma-İnceleme ve Düzenleme, Görselleştirme.

Yazar 3: Metodoloji-Çalışma, Doğrulama, Yorumlama, Araştırma, Yazma-Orijinal Taslak, Yazma-İnceleme ve Düzenleme.

#### Çıkar Çatışması Beyanı

Yazarların bu makalenin içeriğiyle ilgili olarak beyan edecekleri hiçbir çıkar çatışması yoktur.

#### Verilerin Kullanılabilirliği

Yazarlar, bu çalışmanın bulgularını destekleyen ana verilerin makale içerisinde mevcut olduğunu beyan ederler.

#### 5. Kaynaklar

Aydemir, S.B., 2022. Küresel optimizasyon için gauss kaotik haritası ile kartal optimizasyonu. *Firat Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, **34(1)**, 85–104.

<https://doi.org/10.35234/fumbd.969335>

- Başakın, E. E., Ekmekcioğlu, Ö., Özger, M., and Çıtakoğlu, H., 2021. Determination of Intensity-Duration-Frequency Relation by Particle Swarm Optimization and Genetic Programming. *II. International Applied Statistics Conference (UYIK-2021) (pp.1-8)*. Tokat, Turkey.
- Baykasoğlu, A., 2021. Optimising cutting conditions for minimising cutting time in multi-pass milling via weighted superposition attraction-repulsion (WSAR) algorithm. *International Journal of Production Research*, **59(15)**, 4633–4648.  
<https://doi.org/10.1080/00207543.2020.1767313>
- Baykasoğlu, A., and Akpınar, Ş., 2015. Weighted superposition attraction (WSA): a swarm intelligence algorithm for optimization problems–Part 2: constrained optimization. *Applied Soft Computing Journal*, **37**, 396–415.  
<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.10.036>
- Baykasoğlu, A., and Akpınar, Ş., 2017. Weighted Superposition Attraction (WSA): A swarm intelligence algorithm for optimization problems – Part 1: Unconstrained optimization. *Applied Soft Computing Journal*, **56**, 520–540.  
<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.08.052>
- Baykasoğlu, A., and Baykasoğlu, C., 2021. Weighted superposition attraction-repulsion (WSAR) algorithm for truss optimization with multiple frequency constraints. *Structures*, **30**, 253–264.  
<https://doi.org/10.1016/j.istruc.2021.01.017>
- Baykasoğlu, A., and Şenol, M. E., 2021. Parallel WSAR for solving permutation flow shop scheduling problem. *In Computer Sciences & Mathematics Forum*, **2(1)**.
- El-Shorbagy, M. A., and Al-Drees, F. M., 2023. Studying the effect of introducing chaotic search on improving the performance of the sine cosine algorithm to solve optimization problems and nonlinear system of equations. *Mathematics*, **11(5)**.  
<https://doi.org/10.3390/math11051231>
- Eryiğit M, Karahan H., 2013. *Şiddet-Süre-Frekans bağıntısının yapay bağışıklık algoritması kullanılarak belirlenmesi*. VII. Ulusal Hidroloji Kongresi, Isparta, Türkiye, 325-342.
- Geem, Z. W., and Roper, W. E., 2010. Various continuous harmony search algorithms for web-based hydrologic parameter optimisation. *International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation*, **1(3)**, 213-226.
- Gomes, G. J. C., and Vargas Júnior, E. do A., 2018. A coupled system based on differential evolution for the determination of rainfall intensity equations. *RBRH*, **23(0)**.  
<https://doi.org/10.1590/2318-0331.231820170165>
- Görkemli, B., Citakoglu, H., Haktanir, T., and Karaboga, D., 2022. A new method based on artificial bee colony programming for the regional standardized intensity–duration–frequency relationship. *Arabian Journal of Geosciences*, **15(3)**.  
<https://doi.org/10.1007/s12517-021-09377-1>
- He, Y. Y., Zhou, J. Z., Xiang, X. Q., Chen, H., and Qin, H., 2009. Comparison of different chaotic maps in particle swarm optimization algorithm for long-term cascaded hydroelectric system scheduling. *Chaos, Solitons and Fractals*, **42(5)**, 3169–3176.  
<https://doi.org/10.1016/j.chaos.2009.04.019>
- Karaçizmeli, İ. H., Kaya, S., and Gümüşçü, A., 2019. Hibrit ateşböceği ve parçacık sürü algoritmasının kaotik haritalar ile iyileştirilmesi. *Harran University Journal Of Engineering*, **4(2)**, 69–78.
- Karahan H, 2011. Bölgesel Yağış-Şiddet-Süre-Frekans Bağlılıklarının Diferansiyel Gelişim Algoritması Kullanılarak Elde Edilmesi. *TÜBİTAK (108Y299), Sonuç Raporu*.
- Karahan, H., 2012. Determining rainfall-intensity-duration-frequency relationship using Particle Swarm Optimization. *KSCE Journal of Civil Engineering*, **16(4)**, 667–675.  
<https://doi.org/10.1007/s12205-012-1076-9>
- Karahan, H., 2019. Determination of homogeneous sub-regions by using intensity-duration-frequency relationships and cluster analysis: an application for the aegean region. *Pamukkale University Journal of Engineering Sciences*, **25(8)**, 998–1013.  
<https://doi.org/10.5505/pajes.2019.09365>
- Karahan, H., Ceylan, H., and Ayvaz, MT., 2007. Predicting rainfall intensity using a genetic algorithm approach. *Hydrological Processes*, **21(4)**, 470–475.  
<https://doi.org/10.1002/hyp.6245>
- Karahan, H., Ayvaz, M. T., and Gürarlan, G., 2008. Şiddet-süre-frekans bağıntısının genetik algoritma ile belirlenmesi: GAP örneği. *Teknik Dergi*, **19(92)**, 4393-4407.
- Kaveh, A., and Yosefpour, H., 2023. Comparison of three chaotic meta-heuristic algorithms for the optimal design of truss structures with frequency constraints. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, **67(4)**, 1130–1151.  
<https://doi.org/10.3311/PPci.22594>

- Kaveh, A., Zarfam, P., Aziminejad, A., and Yosefpoor, H., 2022. Comparison of four chaotic meta-heuristic algorithms for optimal design of large-scale truss structures. *Iranian Journal of Science and Technology - Transactions of Civil Engineering*, **46(6)**, 4067–4091. <https://doi.org/10.1007/s40996-022-00908-8>
- Lorenz, E. N., 1963. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of atmospheric sciences*, **20(2)**, 130-141.
- Lozano, M., and García-Martínez, C., 2010. Hybrid metaheuristics with evolutionary algorithms specializing in intensification and diversification: Overview and progress report. *Computers and Operations Research*, **37(3)**, 481–497. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2009.02.010>
- Mingjun, J., and Huanwen, T., 2004. Application of chaos in simulated annealing. *Chaos, Solitons and Fractals*, **21(4)**, 933–941. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2003.12.032>
- Özbay Altunbey F., and Özbay, E., 2022. Kaotik denizati optimizasyon algoritması. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, **(44)**, 51-58. <https://doi.org/10.31590/ejosat.1216396>
- Şenol, M. E., and Baykasoğlu, A., 2022. Coalition of metaheuristics through parallel computing for solving unconstrained continuous optimization problems. *Engineering Computations (Swansea, Wales)*, **39(8)**, 2895–2927. <https://doi.org/10.1108/EC-10-2021-0612>
- Tanyıldızı, E., and Cigali, T., 2017. Kaotik haritalı balina optimizasyon algoritmaları. *Fırat Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi* **29(1)**, 307-317.
- Yıldızdan, G., 2023. Chaotic snake optimizer. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Ve Mühendislik Bilimleri Dergisi*, **23(5)**, 1122-1141.