

Makine-Bağımlı Bozulma Etkili Paralel Makineli Çizelgelemede Toplam Yükleme Minimize Etme

Tamer Eren

Kırıkkale Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümü, Ankara yolu 71451, Kırıkkale teren@kku.edu.tr

Özet

Bu çalışmada da makineye-bağımlı bozulma etkili m-paralel makineli çizelgeleme problemi ele alınacaktır. Ele alınan problemin amaç fonksiyonu ise toplam yüklemeyi minimize etmektir. Problemi çözmek için polinom zamanlı algoritma önerilmiştir. Geliştirilen model bir örnek üzerinde uygulanmıştır. Önerilen model Mosheiov'un [32] çalışmasındaki atama probleminden uyarlanmıştır.

Anahtar kelimeler: Paralel makine çizelgeleme, makine-bağımlı bozulma etkisi, toplam yükleme, atama problemi

Paralel Machine Scheduling with Machine-Dependent Deteriorating Effect To Minimize Total Load

Abstract

In this study, we introduce machine-dependent deteriorating effect to m-parallel machine scheduling problem. The objective function of the problem is minimization of the total load. We introduce a polynomial time solution for this problem. Also the model is tested on an example. The base of this model is structured on Mosheiov's [32], assignment problem.

Keywords: Parallel machine scheduling, machine-dependent deteriorating effect, total load, assignment problem

1. GİRİŞ

Çizelgeleme problemleri ile ilgili yapılan çalışmalarda genellikle işler sıralamadan bağımsız olarak ele alınmıştır. Yani iş hangi sırada yapılırsa yapılsın işlem zamanı aynıdır. Halbuki uygulamalarda işler pozisyona göre değişebilmektedir. Literatürde bu olgu öğrenme ve bozulma etkisi olarak ifade edilmektedir. Çizelgeleme problemlerinde öğrenme ve bozulma etkisi ile yapılan çalışmalar son on yılda artarak devam etmektedir[1-30].

Çizelgeleme ortamında öğrenme etkisi altındaki işin işlem zamanı, o işin çizelgelemedeki pozisyonuna bağlı olarak azalan fonksiyonda modellenirken; bozulma etkisi altındaki işin işlem zamanı, o işin başlangıç zamanının artan bir fonksiyonu olarak modellenir. Literatürde kullanılan öğrenme etkisi yapıları pozisyona bağlı, zamana bağlı ve işlem zamanlarının toplamına bağlı öğrenme etkileri olarak sınıflandırılabilir. Bunun yanında, literatürde kullanılan bozulma etkileri ise doğrusal, parçalı doğrusal ve doğrusal olmayan yapılara sahiptir [31].

Bu çalışmada paralel makineli çizelgeleme problemi bozulma etkili durumda ele alınmıştır. Problemin amacı toplam yüklemeyi minimize etmektir. Problem için polinom zamanda çözen bir atama modeli geliştirilmiştir. Model bir örnek problemle açıklanmıştır.

Çalışmanın ikinci bölümünde ele alınana problem tanımlanacaktır. Problemi çözmek için önerilen polinom

zamanlı model üçüncü bölümde verilecektir. Dördüncü bölümde ise modelin örnek üzerinde gösterimi sunulacaktır. Son bölüm olan beşinci bölümde ise yapılan çalışma değerlendirilecek ve gelecekte yapılabilecek çalışmalar hakkında bilgi verilecektir.

2. PROBLEMİN TANIMLANMASI

Çizelgeleme ortamında n tane işi m paralel makinenin her birinde işlem görmek için hazır. Makinelerin bozulma oranları birbirinden farklıdır. Eğer j işi i. makinenin r. pozisyonuna atanırsa işin işlem zamanı $p_{jir} = p_{ji}r^{a_i}$ dir burada a_i i makinesindeki bozulma indeksidir ve $a_i > 0$ dir. C_{ji} , j işinin i. makinede tamamlanma zamanıdır. $C_{max,i}$ ise, i makinesindeki son işin tamamlanma zamanıdır. Toplam yükleme ise tüm işlerin tüm makinede maksimum tamamlanma zamanları toplamıdır ve $TL = \sum_{i=1}^m C_{max,i}$ ile ifade edilir. Problemin gösterimi ise $P_m/p_{jir} = p_{ji}r^{a_i}/TL$ dir.

3. POLİNOM ZAMANLI ALGORİTMA

Ele alınan problemde n iş ve m makine olduğundan dolayı $n \times m$ pozisyon mevcuttur. Problemde,

$$x_{jir} = \begin{cases} 1 & j \text{ işi } i. \text{ makinede } r. \text{ pozisyonunda ise} \\ 0 & \text{diğer durumda} \end{cases}$$

$$i = 1, \dots, m. \quad r = 1, \dots, n. \quad j = 1, \dots, n.$$

dir.

Modelde mn^2 tane 0 veya 1 değişken bulunmaktadır. Ele alınan problemin matematiksel modelinin temeli Mosheiov [32]'in çalışmasından alınmıştır.

$$\text{Min } \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^n p_{ji}r^{a_i} x_{jir}$$

Kısıtlar:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^n x_{jir} = 1 \quad j = 1, \dots, n.$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jir} \leq 1 \quad i = 1, \dots, m. \quad r = 1, \dots, n.$$

$$x_{jir}: 0 \text{ veya } 1 \quad i = 1, \dots, m. \quad r = 1, \dots, n. \quad j = 1, \dots, n.$$

Ele alınan problemi atamayla $O(nm)^3$ polinom zamanda çözülmektedir.

4. ÖRNEK PROBLEM

10 işli 3 paralel makineli çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Paralel makinelerin sırasıyla makine-bağımlı bozulma indeksi $a_1 = 0.138$, $a_2 = 0.263$ ve $a_3 = 0.379$ dur. Pozisyonlara göre işlerin makinelerde işlem zamanları Tablo 1-Tablo 3'de verilmiştir.

Problem Lindo 6.01. paket programında çözülmüştür. 1. Makinede 2-6-10-9-5-3 ile 6 iş atanırken 2. Makinede 8-4 ve 3. Makinede 7-1 ile ikişer iş atanmıştır. Makinelere

göre tamamlanma zamanları; 95.50, 33.60, 33.00 ile toplam yüklenme 162.10'dur. İşlerin makinelere atanması Gantt şemasıyla Şekil 1'de gösterilmiştir.

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada bozulmanın makinelere bağımlı olduğu paralele makineli çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Toplam yüklemeyi minimize etmek için $O(nm)^3$

zamanda çözen atama problemi kullanılmıştır. Model, 3 paralel makine ve 10 işli örnek problemde gösterilmiştir.

Bundan sonraki çalışmalarda, farklı amaç fonksiyonu olan problemler dikkate alınabileceği gibi çok ölçütlü çalışmalarda ilgi çekici araştırma konusu olabilir.

Tablo 1. 1. Makine için pozisyonlara göre işlerin işlem zamanları

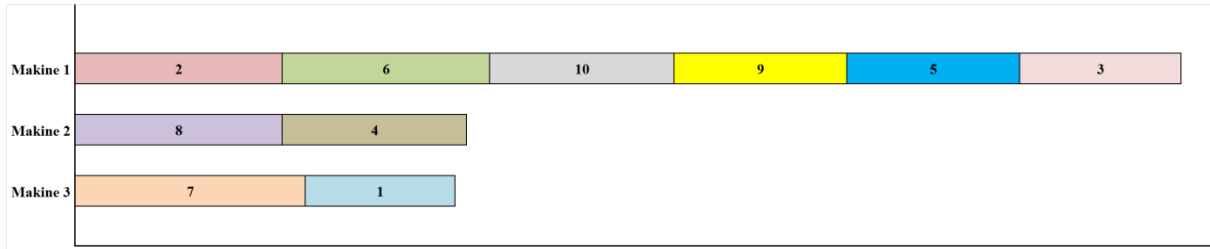
iş/pozisyon	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	10.00	11.00	11.64	12.11	12.49	12.81	13.08	13.32	13.54	13.74
2	18.00	19.81	20.95	21.79	22.48	23.05	23.54	23.98	24.38	24.73
3	11.00	12.10	12.80	13.32	13.74	14.09	14.39	14.66	14.90	15.11
4	13.00	14.30	15.13	15.74	16.23	16.65	17.00	17.32	17.60	17.86
5	12.00	13.20	13.96	14.53	14.98	15.37	15.70	15.99	16.25	16.49
6	16.00	17.61	18.62	19.37	19.98	20.49	20.93	21.32	21.67	21.98
7	20.00	22.01	23.27	24.22	24.97	25.61	26.16	26.65	27.08	27.48
8	18.00	19.81	20.95	21.79	22.48	23.05	23.54	23.98	24.38	24.73
9	12.00	13.20	13.96	14.53	14.98	15.37	15.70	15.99	16.25	16.49
10	14.00	15.41	16.29	16.95	17.48	17.93	18.31	18.65	18.96	19.24

Tablo 2. 2. Makine için pozisyonlara göre işlerin işlem zamanları

iş/pozisyon	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	10.00	12.00	13.35	14.40	15.27	16.02	16.68	17.28	17.82	18.32
2	18.00	21.60	24.03	25.92	27.49	28.84	30.03	31.10	32.08	32.98
3	11.00	13.20	14.69	15.84	16.80	17.62	18.35	19.01	19.60	20.16
4	13.00	15.60	17.36	18.72	19.85	20.83	21.69	22.46	23.17	23.82
5	12.00	14.40	16.02	17.28	18.32	19.22	20.02	20.73	21.39	21.99
6	16.00	19.20	21.36	23.04	24.43	25.63	26.69	27.65	28.52	29.32
7	20.00	24.00	26.70	28.80	30.54	32.04	33.36	34.56	35.64	36.65
8	18.00	21.60	24.03	25.92	27.49	28.84	30.03	31.10	32.08	32.98
9	12.00	14.40	16.02	17.28	18.32	19.22	20.02	20.73	21.39	21.99
10	14.00	16.80	18.69	20.16	21.38	22.43	23.36	24.19	24.95	25.65

Tablo 3. 3. Makine için pozisyonlara göre işlerin işlem zamanları

iş/pozisyon	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	10.00	13.00	15.16	16.91	18.40	19.72	20.91	21.99	23.00	23.93
2	18.00	23.41	27.30	30.44	33.13	35.50	37.63	39.59	41.39	43.08
3	11.00	14.30	16.68	18.60	20.24	21.69	23.00	24.19	25.30	26.33
4	13.00	16.91	19.71	21.98	23.93	25.64	27.18	28.59	29.90	31.11
5	12.00	15.61	18.20	20.29	22.08	23.66	25.09	26.39	27.60	28.72
6	16.00	20.81	24.26	27.06	29.45	31.55	33.45	35.19	36.79	38.29
7	20.00	26.01	30.33	33.82	36.81	39.44	41.81	43.98	45.99	47.87
8	18.00	23.41	27.30	30.44	33.13	35.50	37.63	39.59	41.39	43.08
9	12.00	15.61	18.20	20.29	22.08	23.66	25.09	26.39	27.60	28.72
10	14.00	18.21	21.23	23.68	25.77	27.61	29.27	30.79	32.19	33.51



Şekil 1. Örnek problemin çözüm sonuçları

6. KAYNAKLAR

- [1] Bachman, A. Janiak, "Scheduling jobs with position-dependent processing times", *Journal of the Operational Research Society*, 55, 2004 257–263.
- [2] Janiak, T. Krysiak, R. Trela, "Scheduling problems with learning and ageing effects: a survey", *Decision Making in Manufacturing and Services*, 5:1–2, 19–36, 2011.
- [3] D. Biskup, "A state-of-the-art review on scheduling with learning effects", *European Journal of Operational Research*, 188, 315–329, 2008.
- [4] T.C.E. Cheng, Q. Ding, B.M.T. Lin, "A concise survey of scheduling with time-dependent processing times", *European Journal of Operational Research*, 152, 2004, 1–13.
- [5] G. Mosheiov, J. Sidney, "Scheduling with general job-dependent learning curves", *European Journal of Operational Research*, 147, 2003, 665–670.
- [6] T. Eren, E. Güner, "Minimizing total tardiness in a scheduling problem with a learning effect", *Applied Mathematical Modelling*, 31, 2007, 1351–1361.
- [7] T. Eren, E. Güner, "Hazırlık ve taşıma zamanlarının öğrenme etkili olduğu çizelgeleme problemleri", *Trakya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 8:1, 2007, 7–13.
- [8] T. Eren, "Human and machine effects in a just-in-time scheduling problem", *Human Factors and Ergonomics in Manufacturing*, 19:4, 2009, 294–299.
- [9] T. Eren, E. Güner, "Hazırlık zamanlarının öğrenme etkili olduğu durumda bir akış tipi çizelgeleme problemi", *Gazi Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 22:2, 2007, 353–362.
- [10] T. Eren, E. Güner, "Hazırlık zamanlarının öğrenme etkili olduğu çizelgeleme problemleri", *Uludağ Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 12:1, 2007, 1–7.
- [11] T. Eren, E. Güner, "Paralel makineli çizelgeleme problemlerinde öğrenme etkili hazırlık zamanları", *Savunma Bilimleri Dergisi*, 6:1, 2007, 114–121.
- [12] T. Eren, E. Güner, "Öğrenme etkili hazırlık ve taşıma zamanlı paralel makineli çizelgeleme problemi", *Havacılık ve Uzay Teknolojileri Dergisi*, 2:4, 2006, 67–72.
- [13] Alidaee, N.K. Womer, "Scheduling with time dependent processing times: Review and extensions", *Journal of the Operational Research Society*, 50, 1999, 711–720.
- [14] T.C.E. Cheng, Q. Ding, B.M.T. Lin, "A concise survey of scheduling with time-dependent processing times", *European Journal of Operational Research*, 152, 2004, 1–13.
- [15] D. Biskup, "A state-of-the-art review on scheduling with learning effects", *European Journal of Operational Research*, 188, 2008, 315–329.
- [16] D. Biskup, "Single-machine scheduling with learning considerations", *European Journal of Operational Research*, 115, 1999, 173–178.
- [17] G. Mosheiov, "Scheduling problems with a learning effect", *European Journal of Operational Research*, 132, 2001, 687–693.
- [18] G. Mosheiov, J.B. Sidney, "Scheduling with general job-dependent learning curves", *European Journal of Operational Research*, 147, 2003, 665–670.
- [19] T.C.E. Cheng, G. Wang, "Single machine scheduling with learning effect considerations", *Annals of Operations Research*, 98, 2000, 273–290.
- [20] G. Mosheiov, "Scheduling problems with a learning effect", *European Journal of Operational Research*, 132, 2001, 687–693.
- [21] W.C. Lee, C.C.Wu, H.J. Sung, "A bi-criterion single-machine scheduling problem with learning considerations", *Acta Informatica*, 40, 2004, 303–315.
- [22] T. Eren, "Minimizing the total weighted completion time on a single machine scheduling with release dates and a learning effect", *Applied Mathematics and Computation*, 208:2, 2009, 355–358.
- [23] T. Eren, "Zamana-bağımlı öğrenme etkili çizelgeleme probleminde maksimum gecikme minimizasyonu: Doğrusal-olmayan programlama modeli", *Gazi Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 23:2, 2008, 459–465.
- [24] T. Eren, "Öğrenme etkili çizelgeleme problemi: Geciken iş sayısı minimizasyonu", *Teknoloji Dergisi*, 10:4, 2007, 235–238.
- [25] T. Eren, E. Güner, "A bicriteria scheduling with a learning effect: total completion time and total tardiness", *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 45:2, 2007, 75–81.
- [26] J.B. Wang, J.J. Wang, "Single-machine scheduling jobs with exponential learning functions", *Computers & Industrial Engineering*, 60, 2011, 755–759.
- [27] J.M. Moore, "An n Jobs, One Machine Sequencing Algorithm for Minimizing The Number of Late Jobs", *Management Science*, 15:1, 1968, 102–109.
- [28] T. Eren, "Hazırlık ve taşıma zamanlarının öğrenme etkili olduğu tek makineli çizelgeleme problemi: Geciken iş sayısı minimizasyonu", *International Journal of Engineering Research and Development*, 6:6, 2011, 34–36.
- [29] T. Eren, "Logaritmik toplam işlem zaman tabanlı öğrenme etkili tek makineli çizelgeleme: geciken iş sayısı minimizasyonu", *Nevşehir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 1, 2012, 83–88.
- [30] T. Eren, "İşe-bağımlı öğrenme etkili orantılı akış tipinde maksimum gecikme minimizasyonu", *Kırıkkale Üniversitesi Bilimde Gelişmeler Dergisi*, 1:1, 2012, 64–67.
- [31] M.D. Toksarı, "Öğrenme ve bozulma etkileri altında hazırlık zamanlı paralel makineli erken tamamlanma/gecikme çizelgeleme problemi", Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, *Doktora Tezi*, Ankara, 2008.
- [32] G. Mosheiov, "A note: Multi-machine scheduling with general position-based deterioration to minimize total load", *International Journal of Production Economics*, 135, 2012, 523–525.