

Öğrenme Etkili Çizelgelemede Maksimum Gecikme ve Toplam Tamamlanma Zamanı Minimizasyonu

(Minimizing the Total Completion Time and Maximum Tardiness on a Scheduling with a Learning Effect)

Tamer Eren

Endüstri Mühendisliği Bölümü, Kırıkkale Üniversitesi, Kırıkkale, 71451, Türkiye Turkey
Phone: +90 (318) 357-3571; Fax: +90 (318) 357-2459, teren@kku.edu.tr

Özet - Bu çalışmada tek makineli çizelgelemede öğrenme etkisi analiz edilmiş, performans ölçütü olarak da toplam tamamlanma zamanı ve maksimum gecikme alınmıştır. Çalışmada problemin klasik (öğrenme etkisiz) durumda en iyi çözümü garanti eden Smith Algoritması [1] (maksimum gecikmeyi minimize etme kısıtı altında toplam tamamlanma zamanını minimize etme) ve Van Vassenhove ve Gelder algoritmasının [2] (toplam tamamlanma zamanı ve maksimum gecikmeyi aynı anda minimize etme) öğrenme etkili durumda optimal çözümü garanti etmediği gösterilmiştir. Problemleri çözmek için matematiksel programlama modelleri geliştirilmiştir.

Anahtar kelimeler: Çizelgeleme, öğrenme etkisi, toplam tamamlanma zamanı, maksimum gecikme, matematiksel programlama.

Abstract- In this study; learning effect on single machine scheduling is analyzed of total completion time and maximum tardiness is taken as a performance criteria. This study shows that Smith Algorithm [1] (minimizing total completion time subject to minimum maximum tardiness) and Van Vassenhove ve Gelder algorithm [2] (minimizing total completion time and minimize maximum tardiness simultaneously) which guarantees the best solution in classical situation (without learning effect), cannot guarantee the best results in the situation with learning effect. Mathematical programming models are developed for solving these problems.

Keywords: Scheduling, learning effect, total completion time, maximum tardiness, mathematical programming.

I. GİRİŞ

Literatürde birçok çalışmada deterministik çizelgeleme problemleri ele alınmış ve işin işlem zamanları sabit olarak kabul edilerek çözüm yaklaşımları geliştirilmiştir. Günlük hayatımızdaki uygulamalarda ise, işin tekrarlanmasıyla işlem zamanlarının zamanla kısaldığı görülmektedir. Bu olgu öğrenme etkisi olarak bilinmekte ve öğrenme eğrisi ile ifade edilmektedir. Öğrenme eğrisi, aynı işin tekrarlanmasının bir fonksiyonu olarak performansının gelişim grafiğidir. Öğrenme eğrisi ilk kez Wright [3] tarafından tanımlanmıştır. Wright [3] uçakların üretiminde üretilen uçak sayısı artarken direk işçilik maliyetlerinde nasıl bir azalma olduğunu tespit etmiştir. Bu

gözlem ve gelişme oranı, birçok uçak imalatçısı tarafından tutarlı ve doğru kabul edilmiştir. Çizelgeleme problemlerinde ise, öğrenme etkisi ile ilgili ilk çalışma Biskup [4] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada tek makinede öğrenme etkili çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Problemden iki performans ölçütü kullanılmıştır. İşlerin belli zamanın üstünde gecikmesini azaltan maksimum gecikme ölçütü, diğeri de ara stokları minimize eden toplam tamamlanma zamanı ölçütüdür.

Literatürde öğrenme etkisi birçok fonksiyonlarla ifade edilmiş ve çözüm yaklaşımları geliştirilmiştir. Ele alınan toplam tamamlanma zamanı ölçütü ile ilgili Mosheiov [5], Mosheiov ve Sidney [6], Koulamas ve Kyparisis [7], Yang ve Kuo [8], Eren ve Güner [9], Cheng vd. [10,11], Wu ve Lee [12,13], Wang [14,15], Yin vd. [16], Sun ve Li [17], Lee ve Wu [18], Zhang, ve Yan [19], Lee vd. [20], Wang vd. [21-24], Wang ve Wang [25,26], Lai ve Lee [27], Bai vd. [28], Zhang vd. [29], Lu vd. [30], Kuo ve Yang [31], Yin vd. [32], Wu vd. [33-36], Low ve Lin [37] çalışmaları mevcuttur. Tek makineli öğrenme etkili çizelgelemede maksimum gecikmeyle ilgili Mosheiov [5], Eren ve Güner [9], Cheng vd. [10,11], Wang [14,15], Yin vd. [16], Sun ve Li [17], Wang vd. [21-24], Wang ve Wang [25,26], Lai ve Lee [27], Bai vd. [28], Zhang vd. [29], Lu vd. [30], Yin vd. [32], Wu vd. [33], Lee [38], Rudek [39], Eren [40-43], Cheng ve Wang [44], Wu vd. [45], Jiang vd. [46]'nin çalışmaları mevcuttur.

Bu çalışmada öğrenme etkili tek makineli çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Problemin amacı maksimum gecikme kısıtı altında toplam tamamlanma zamanını minimize etmektir. Problem klasik (öğrenme etkisiz) durumda Smith Algoritmasıyla [1] optimum çözülürken, problem öğrenme etkili olduğunda ise Smith Algoritmasıyla [1] optimal çözümü garanti etmediği gösterilmiştir. Ele alınan problemin optimal çözümlerini bulmak için matematiksel programlama modeli verilmiş ve örneklerle çözümler gösterilmiştir. Ayrıca ele alınan iki ölçütün aynı anda çözümünü klasik durumda optimal çözümünü veren Van Vassenhove ve Gelder algoritmasının [2] öğrenme etkisi olması durumunda optimal çözümü garanti etmediğinden bahsedilmiş, öğrenme etkili durumda optimal çözümü bulmak için önerilen modelin kullanılabileceği gösterilmiştir.

Çalışmanın planı şu şekildedir: Çalışmanın ikinci bölümünde ele alınan problem tanımlanacaktır. Üçüncü bölümde problemin çözümü ve açıklayıcı üç örnek çözüm verilmiştir. Son bölüm olan sonuç ve öneriler kısmı ise dördüncü bölümde anlatılmıştır.

II. PROBLEMİN TANIMLANMASI

Ele alınan tek makineli çizelgeleme probleminde n tane iş işlem görmek için hazır beklemektedir. Tek makinenin devamlı çalıştığı varsayılmaktadır. j işinin işlem zamanı p_j teslim tarihi d_j 'dir. Eğer j işi r . pozisyona atandığında işlem zamanı $p_{j,r} = p_j r^a$ 'dır. Burada a öğrenme indeksi, öğrenme oranının iki tabanına göre logaritmasıdır. Örneğin öğrenme oranı % 80 ise $a = \log_2 0.80 = -0.322$ 'dir. r . pozisyondaki işin tamamlanma zamanı $C_{[r]}$ 'dir. İşlerin maksimum gecikmesi $T_{max} = \max_{r=1}^n \{C_{[r]} - d_{[r]}; 0\}$ 'dir. Buradaki $d_{[r]}$, r . pozisyondaki işin teslim tarihini ifade etmektedir. Ele alınan problem öğrenme etkili durumda (LE) maksimum gecikmeyi minimize etme kısıtı altında toplam tamamlanma zamanını minimize etmektedir. Problem $1/LE/\sum C : T_{max}$ veya $1/p_{jr} = p_j r^a / \sum C : T_{max}$ şeklinde ifade edilmektedir. Van Vassenhove ve Gelder [2]'in etkin çözümlerden ürettiği $1/p_{jr} = p_j r^a / \alpha \bar{C} + \beta T_{max}$ probleminin de optimal çözümleri önerilen model ile çözülebileceği gösterilmiştir.

III. ELE ALINAN PROBLEMLERİN ÇÖZÜMÜ

Problemin çözümü iki aşamada gerçekleştirilecektir. 1. aşamada $1/p_{jr} = p_j r^a / T_{max}$ problemi çözülecektir. Birinci aşamadan elde edilen sonuçlar kullanılarak ikinci aşamada $1/p_{jr} = p_j r^a / \sum C : T_{max}$ problemi çözülecektir.

A. $1/p_{jr} = p_j r^a / T_{max}$ Probleminin Çözümü

Tek makineli klasik (öğrenme etkisiz) durumda maksimum gecikme $1/T_{max}$ problemi en küçük teslim tarihi (EDD) kuralı ile optimal çözümlürken, öğrenme etkili durumda $1/p_{jr} = p_j r^a / T_{max}$ ise EDD kuralının optimal çözümü garanti etmediği Eren ve Güner [43] tarafından gösterilmiştir. Ayrıca bu problemi Cheng vd. [44] NP-zor yapıda olduğunu göstermiştir. Bu problemin optimal çözümünü bulmak için Eren ve Güner [43]'in matematiksel modeli model-1 olarak verilmiştir.

Modelde kullanılan parametre ve değişkenler aşağıda verilmiştir.

Parametreler:

| | |
|---|----------------------|
| j iş indeksi | $j = 1, \dots, n.$ |
| a öğrenme indeksi | $a < 0$ |
| α Ortalama tamamlanma zamanın ağırlık değeri | $\alpha \geq 0$ |
| β Maksimum gecikmenin ağırlık değeri | $\alpha + \beta = 1$ |
| | $\beta \geq 0$ |
| p_j j işinin işlem zamanı | $j = 1, \dots, n.$ |
| d_j j işinin teslim tarihi | $j = 1, \dots, n.$ |

Karar değişkenleri:

Z_{jr} eğer j işi r . pozisyona atanırsa 1 aksi halde 0

$$j = 1, \dots, n. \quad r = 1, \dots, n.$$

$p_{[r]}$ r . pozisyona atanan işin işlem zamanı

$$r = 1, \dots, n.$$

$d_{[r]}$ r . pozisyondaki işin teslim tarihi

$$r = 1, \dots, n.$$

$C_{[r]}$ r . pozisyona atanan işin tamamlanma zamanı

$$r = 1, \dots, n.$$

T_{max} maksimum gecikme

Problemin optimal çözümü bulmak için matematiksel programlama modeli önerilmiştir. Model $n^2 + 3n + 1$ değişkenli ve $6n$ kısıtlıdır.

Model-1:

$$\text{Min } T_{max} \quad (1)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n Z_{jr} = 1 \quad r = 1, \dots, n. \quad (2)$$

$$\sum_{r=1}^n Z_{jr} = 1 \quad j = 1, \dots, n. \quad (3)$$

$$p_{[r]} = \sum_{j=1}^n Z_{jr} p_j \quad r = 1, \dots, n. \quad (4)$$

$$d_{[r]} = \sum_{j=1}^n Z_{jr} d_j \quad r = 1, \dots, n. \quad (5)$$

$$C_{[r]} = C_{[r-1]} + p_{[r]} \quad r = 1, \dots, n. \quad (6)$$

$$T_{max} \geq C_{[r]} - d_{[r]} \quad r = 1, \dots, n. \quad (7)$$

$$Z_{jr} : 0 - 1 \quad C_{[0]} = 0 \quad j = 1, \dots, n. \quad r = 1, \dots, n. \quad (8)$$

Denklem (1) amaç fonksiyonu maksimum gecikmeyi minimize etmeyi, Denklem (2), r . pozisyona sadece bir tek işin atanmasını, Denklem (3), her bir işin sadece bir kez çizelgelenmesini ifade etmektedir. Denklem (4) ve Denklem (5) sırasıyla r . pozisyondaki işin işlem zamanı ve teslim tarihini göstermektedir. Denklem (6), r . pozisyondaki işin tamamlanma zamanının bir önceki işin tamamlanma zamanı ve r . pozisyondaki işin işlem zamanından büyük olmasını, Denklem (7), maksimum gecikmenin r . pozisyondaki işin tamamlanma zamanı ve teslim tarihi arasındaki farktan büyük veya eşit olması ile tanımlanmaktadır.

B. $1/p_{jr} = p_j r^a / \sum C: T_{max}$ Probleminin Çözümü

Tek makineli klasik (öğrenme etkisiz) durumda toplam tamamlanma zamanı $1//\sum C$ problemi en kısa işlem zamanı (SPT) kuralı ile optimal çözüldüğü gibi, öğrenme etkili durumda da $1/p_{jr} = p_j r^a / \sum C$ yine SPT kuralı ile optimal çözüldüğü Biskup [4] tarafından gösterilmiştir.

Tek makinede maksimum gecikme kısıtı altında toplam tamamlanma zamanı $(1//\sum C: T_{max})$ problemi Smith algoritması ile optimum olarak çözülebilmektedir. Aynı problem öğrenme etkisi olduğu durumda $(1/p_{jr} = p_j r^a / \sum C: T_{max})$ Smith algoritması [1] ile optimum çözümü garanti etmediği Örnek-1'de gösterilmiştir.

Örnek-1:

Tek makineli çizelgelemede, öğrenme oranı % 80'dir. Verilen 4 işin işlem zamanları ile teslim tarihleri saat olarak Tablo 1'de verilmiştir. Bu verilere göre $1/p_{jr} = p_j r^a / \sum C: T_{max}$ problemini çözelim.

Tablo 1. Örnek-1 verileri

| j | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-------|----|----|----|----|
| p_j | 4 | 5 | 6 | 7 |
| d_j | 22 | 20 | 18 | 16 |

Çözüm-1:

Verilen örneğin $4! = 24$ alternatifi vardır. Tüm alternatiflerin çözüm sonuçları Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Örnek-1'in çözüm sonuçları (saat)

| No | Sıralama | $\sum C$ | T_{max} | No | Sıralama | $\sum C$ | T_{max} |
|----|----------|----------|-----------|----|----------|----------|-----------|
| 1 | 1-2-3-4 | 40.90 | 0.69 | 13 | 3-1-2-4 | 45.10 | 1.19 |
| 2 | 1-2-4-3 | 41.67 | 0.00 | 14 | 3-1-4-2 | 46.63 | 0.00 |
| 3 | 1-3-2-4 | 41.90 | 0.79 | 15 | 3-2-1-4 | 46.10 | 1.29 |
| 4 | 1-3-4-2 | 43.43 | 0.00 | 16 | 3-2-4-1 | 48.39 | 0.00 |
| 5 | 1-4-2-3 | 43.66 | 0.00 | 17 | 3-4-1-2 | 49.62 | 0.00 |
| 6 | 1-4-3-2 | 44.42 | 0.00 | 18 | 3-4-2-1 | 50.38 | 0.00 |
| 7 | 2-1-3-4 | 42.50 | 0.89 | 19 | 4-1-2-3 | 48.46 | 0.00 |
| 8 | 2-1-4-3 | 43.27 | 0.00 | 20 | 4-1-3-2 | 49.22 | 0.00 |
| 9 | 2-3-1-4 | 44.50 | 1.09 | 21 | 4-2-1-3 | 49.46 | 0.00 |
| 10 | 2-3-4-1 | 46.79 | 0.00 | 22 | 4-2-3-1 | 50.98 | 0.00 |
| 11 | 2-4-1-3 | 46.26 | 0.00 | 23 | 4-3-1-2 | 51.22 | 0.00 |
| 12 | 2-4-3-1 | 47.78 | 0.00 | 24 | 4-3-2-1 | 51.98 | 0.00 |

Tablo 2'de görüldüğü gibi SPT kuralına göre sıralama 1-2-3-4 olduğunda toplam tamamlanma zamanı $\sum C = 40.90$ saat iken maksimum gecikme $T_{max} = 0.69$ saattir. EDD kuralına göre sıralama 4-3-2-1 olduğunda $\sum C = 51.98$ saat iken $T_{max} = 0.00$ saattir. Maksimum gecikme kısıtı altında

toplam gecikmeyi minimize eden Smith Algoritmasına göre sıralama 2-4-3-1 dir. Bu durumda $\sum C = 47.78$ saat iken $T_{max} = 0$ dir. Halbuki 24 çözüme bakıldığında optimal sıralama 1-2-4-3'tür. Optimum $\sum C = 41.67$ saat iken $T_{max} = 0.00$ saattir. Tek makinede klasik durumda maksimum gecikme kısıtı altında toplam tamamlanma zamanını minimize eden Smith algoritması [1], problem öğrenme etkili olduğunda minimize etmediği görülmektedir. Ele alınan problemin optimum çözümünü bulmak için model-2 önerilmiştir.

Model-2:

Problemi çözmek için ilk önce model-1 kullanılır. Model-1'in neticesinde bulunan $T_{max} = k$ ifadesi model-2'nin kısıtı olarak çözüme girecektir. Önerilen model; $n^2 + 3n + 1$ değişkenli ve $6n + 1$ kısıtlıdır.

Model-2:

$$\text{Min } \sum_{r=1}^n C_{[r]} \quad (9)$$

Kısıtlar:

Denklem (2)-(8)

$$T_{max} = k \quad (10)$$

Denklem (9) amaç fonksiyonu toplam tamamlanma zamanını minimize etmeyi, Denklem (10) maksimum gecikmenin model-1'de bulunan k değerine eşit olmasını ifade etmektedir.

Örnek 2:

Tek makineli çizelgelemede, öğrenme oranı % 80'dir. Verilen 10 işin işlem zamanları ile teslim tarihleri Tablo 3'te verilmiştir. Bu verilere göre $1/p_{jr} = p_j r^a / \sum C: T_{max}$ problemini çözelim.

Tablo 3. Örnek-2 verileri

| j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| p_j | 1 | 5 | 7 | 4 | 10 | 2 | 9 | 3 | 8 | 6 |
| d_j | 35 | 43 | 38 | 50 | 23 | 33 | 55 | 51 | 32 | 36 |

Çözüm-2:

İlk olarak model-1 kullanılarak $T_{max} = 0$ ifadesi bulunur. Model-1, 60 kısıt ve 100'ü 0-1 olmak üzere toplam 131 değişkenden oluşmaktadır. Daha sonra model-1'de bulunan $T_{max} = 0$ model-2'ye kısıt olarak girmektedir. Model-2, 61 kısıt ve 100'ü 0-1 olmak üzere toplam 131 değişkenden oluşmaktadır. Problem çözüldüğünde $\sum C = 136.38$ saat olarak bulunmuştur. Optimal sıralama ise, 1-6-8-4-2-10-3-5-9'dur.

Problem SPT'ye göre sıralama 1-6-8-4-2-10-3-9-7 olduğunda $\sum C = 134.77$ saat ve $T_{max} = 7.65$ saat olarak bulunmuştur. EDD'ye göre sıralandığında 5-9-6-1-10-3-2-4-8 ise $\sum C = 238.48$ saat ve $T_{max} = 0$ olarak bulunmuştur. Smith Algoritmasına [1] göre sıralama 1-6-8-5-9-10-3-2-4-7 olduğunda $\sum C = 162.35$ saat ve $T_{max} = 0$ olarak bulunmuştur. Buradan da görüldüğü gibi Smith algoritması optimum çözümü vermemiştir.

C. $1/p_{jr} = p_j r^\alpha / \alpha \bar{C} + \beta T_{max}$ Probleminin Çözümü

Klasik durumda Smith algoritması [1] $T_{max} = 0$ durumunda, Van Vassenhove ve Gelder algoritması [2] $T_{max} > 0$ olduğu durumda kullanılmaktadır. Ele alınan problem klasik durumda $1 // \alpha \bar{C} + \beta T_{max}$ problemi Van Vassenhove ve Gelder algoritması [2] ile etkin çözümler üretilebilmekte, amaç fonksiyondaki katsayılar göre optimal çözüm bu yolla bulunabilmektedir. Van Vassenhove ve Gelder algoritması [2], Smith [1] tabanlı bir algoritma olduğundan dolayı optimal çözümün öğrenme etkili olması durumunda optimal çözüm için kullanılamayacağı aşikardır.

Ele alınan problemin çözümü için model-3 önerilmiştir. Önerilen model; $n^2 + 3n + 1$ değişkenli ve $6n$ kısıtlıdır.

Model-3:

$$\text{Min } \alpha \sum_{r=1}^n C_{[r]} / n + \beta T_{max} \quad (11)$$

Kısıtlar:

Denklem (2)-(8)

Denklem (11) amaç fonksiyonu toplam tamamlanma zamanını ve maksimum gecikmenin ağırlıklı toplamını minimize etmeyi ifade etmektedir.

Örnek 3:

Tek makineli çizelgelemede, öğrenme oranı % 80'dir. Verilen 10 işin işlem zamanları ile teslim tarihleri Tablo 4'de verilmiştir. Bu verilere göre $1/p_{jr} = p_j r^\alpha / \alpha \bar{C} + \beta T_{max}$ problemini $\alpha = \beta = 0.5$ değerleri için çözelim.

Tablo 4. Örnek-3 verileri

| j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------|----|----|----|---|----|----|---|----|----|----|
| p_j | 1 | 5 | 10 | 5 | 13 | 13 | 7 | 4 | 11 | 11 |
| d_j | 13 | 12 | 15 | 5 | 16 | 5 | 9 | 11 | 7 | 14 |

Çözüm-3:

Model-3, 60 kısıt ve 100'ü 0-1 olmak üzere toplam 131 değişkenden oluşmaktadır. Problem çözüldüğünde optimal

sıralama 1-8-4-2-7-3-9-6-10-5 bulunurken, $\sum C = 202.89$ saat $T_{max} = 28.84$ saat olarak bulunmuştur. Amaç fonksiyon değeri ise 115.87 saattir.

SPT'ye göre sıralama 1-8-2-4-7-3-9-10-5-6 olduğunda $\sum C = 201.79$ saat ve $T_{max} = 39.81$ saat olarak bulunmuştur. Amaç fonksiyon değeri ise 120.80 saattir. EDD'ye göre sıralama 4-6-9-7-8-2-1-10-3-5 olduğunda $\sum C = 300.15$ saat ve $T_{max} = 34.08$ saat olarak bulunmuştur. Amaç fonksiyon değeri ise 167.11 saattir.

Ele alınan tüm problemlerin optimal çözümleri GAMS 22.5 [47] paket programında çözülmüştür.

IV. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada tek makineli çizelgeleme problemi öğrenme etkili olduğu durumda ele alınmıştır. İncelenen performans ölçütleri toplam tamamlanma zamanı ile maksimum gecikmedir. Klasik durumda (öğrenme etkisiz) maksimum gecikme kısıtı altında toplam tamamlanma zamanını minimize eden Smith algoritmasının [1], öğrenme etkili olduğu durumda optimal çözümü garanti etmediği gösterilmiştir. Problemin optimal çözümlerini bulmak için matematiksel programlama modeli verilmiştir. Ayrıca klasik durumda ele alınan iki ölçütü aynı anda minimize eden Van Vassenhove ve Gelder algoritmasının [2], öğrenme etkili durumda optimal çözümü garanti etmediğinden bahsedilmiş ve optimal çözümü bulmak için matematiksel programlama modeli önerilmiştir.

Bundan sonraki çalışmada akış tipi, atölye tipi gibi çok makineli durumlarda öğrenme etkili durumlar incelenebileceği gibi, farklı öğrenme etkisi fonksiyonları içinde ele alınan problem için çözüm yaklaşımları geliştirilebilir. Ayrıca büyük boyutlu problemlerin çözümü için sezgisel yaklaşımlar geliştirmekte ilgi çekici araştırma konusu olabilir.

KAYNAKLAR

- [1] Smith, W.E. "Various optimizers for single-stage production", Naval Research Logistics Quarterly 3, 59-66, 1956.
- [2] Van Wassenhove, L.N., Gelders, L.F., "Solving a bicriterion scheduling problem", European Journal of Operational Research, 4(1), 42-48, 1980.
- [3] Wright, T.P., "Factors Affecting The Cost of Airplanes", Journal of The Aeronautical Sciences, 3, 122-128, 1936.
- [4] Biskup, D., "Single-machine scheduling with learning considerations", European Journal of Operational Research, 115, 173-178, 1999.
- [5] Mosheiov, G., Scheduling problems with a learning effect European Journal of Operational Research, 132 (3) 2001, 687-693

- [6] Mosheiov, G., Sidney, J.B., "Scheduling with general job-dependent learning curves", *European Journal of Operational Research*, 147, Issue 3, 16 June 2003, Pages 665-670
- [7] Koulamas, C., Kyparisis, G.J., "Single-machine and two-machine flowshop scheduling with general learning functions", *European Journal of Operational Research*, 178 (2), 402-407, 2007.
- [8] Yang, D.L., Kuo, W.H., "Single-machine scheduling with an actual time-dependent learning effect", *Journal of the Operational Research Society*, 58, 1348-1353, 2007.
- [9] Eren, T., Güner, E., "Hazırlık ve taşıma zamanlarının öğrenme etkili olduğu çizelgeleme problemleri", *Trakya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 8 (1), 7-13, 2007.
- [10] Cheng, T.C.E., Wu, C.C., Lee W.C., "Some scheduling problems with sum-of-processing-times-based and job-position-based learning effects" *Information Sciences*, 178 (11), 2476-2487, 2008.
- [11] Cheng, T.C.E. Lai, P.J., Wu, C.C., Lee W.C., "Single-machine scheduling with sum-of-logarithm processing-times-based learning considerations", *Information Sciences*, 179 (18), 3127-3135, 2009.
- [12] Wu, C.C., Lee, W.C., "Single-machine scheduling problems with a learning effect", *Applied Mathematical Modelling*, 32 (7), 1191-1197, 2008.
- [13] Wu, C.C., Lee, W.C., "Single-machine and flowshop scheduling with a general learning effect model", *Computers & Industrial Engineering*, 56 (4), 1553-1558, 2009.
- [14] Wang, J.B., "Single-machine scheduling with general learning functions", *Computers & Mathematics with Applications*, 56 (8), 1941-1947, 2008.
- [15] Wang, J.B., "Single-machine scheduling with a sum-of-actual-processing-time-based learning effect", *Journal of the Operational Research Society* 61, 172-177, 2010.
- [16] Yin, Y., Xu, D., Sun, K., Li, H., "Some scheduling problems with general position-dependent and time-dependent learning effects", *Information Sciences*, 179 (14), 2416-2425, 2009.
- [17] Sun, K.B., Li, H.X., "Some single-machine scheduling problems with actual time and position dependent learning effects", *Fuzzy Information and Engineering*, 1 (2), 161-177, 2009.
- [18] Lee, W.C., Wu, C.C., "Some single-machine and m-machine flowshop scheduling problems with learning considerations", *Information Sciences*, 179 (22), 3885-3892, 2009.
- [19] Zhang, X., Yan, G., "Machine scheduling problems with a general learning effect", *Mathematical and Computer Modelling*, 51 (1-2), 84-90, 2010.
- [20] Lee, W.C., Wu, C.C., Hsu, P.H., "A single-machine learning effect scheduling problem with release times", *Omega*, 38 (1-2), 3-11, 2010.
- [21] Wang, J.B., Wang, D., Zhang, G.D., "Single-machine scheduling with learning functions", *Applied Mathematics and Computation*, 216 (4), 1280-1286, 2010,
- [22] Wang, J.B., Sun, L., Sun, L., "Single machine scheduling with exponential sum-of-logarithm processing-times based learning effect", *Applied Mathematical Modelling*, 34 (10), 2813-2819, 2010.
- [23] Wang, J.B., Sun, L.H., Sun, L.Y., "Scheduling jobs with an exponential sum-of-actual-processing-timebased learning effect", *Computers & Mathematics with Applications*, 60 (9), 2673-2678, 2010.
- [24] Wang, L.Y, Wang, J.J., Wang, J.B., Feng, E.M., "Scheduling jobs with general learning functions", *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 20 (1), 119-125, 2011.
- [25] Wang, J.B., Wang, J.J., "Single-machine scheduling jobs with exponential learning functions", *Computers & Industrial Engineering*, 60 (4), 755-759, 2011.
- [26] Wang, J.B., Wang, J.J., "Scheduling jobs with a general learning effect model", *Applied Mathematical Modelling*, 37 (4), 2364-2373, 2013.
- [27] Lai, P.J., Lee, W.C, "Single-machine scheduling with general sum-of-processing-time-based and position based learning effects", *Omega*, 39 (5), 467-471, 2011.
- [28] Bai, J., Wang, M.Z., Wang, J.B., "Single machine scheduling with a general exponential learning effect", *Applied Mathematical Modelling*, 36 (2), 829-835, 2012.
- [29] Zhang, X., Yan, G., Huang, W., Tang, G., "A note on machine scheduling with sum-of-logarithm processing-time-based and position-based learning effects", *Information Sciences*, 187, 298-304, 2012.
- [30] Lu, Y.Y., Wei, C.M., Wang, J.B., "Several single-machine scheduling problems with general learning effects", *Applied Mathematical Modelling*, basımda, 2012.
- [31] Kuo, W.H., Yang D.L., "Minimizing the total completion time in a single-machine scheduling problem with a time-dependent learning effect", *European Journal of Operational Research*, 174 (2), 1184-1190, 2006.
- [32] Yin, Y., Xu, D., Wang, J., "Single-machine scheduling with a general sum-of-actual-processing-timesbased and job-position-based learning effect", *Applied Mathematical Modelling*, 34 (11), 3623-3630, 2010.
- [33] Wu, C.C., Hsu, P.H., Lai, K., "Simulated-annealing heuristics for the single-machine scheduling problem with learning and unequal job release times", *Journal of Manufacturing Systems*, 30 (1) 54-62, 2011.
- [34] Wu, C.C., Hsu, P.H., Chen, J.C., Wang, N.S., Wu, W.H., "Branch-and-bound and simulated annealing algorithms for a total weighted completion timescheduling with ready times and learning effect, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 55 (1-4), 341-353, 2011.

- [35] Wu, C.C., Hsu, P.H., Chen, J.C., Wang, N.S., "Genetic algorithm for minimizing the total weighted completion time scheduling problem with learning and release times", *Computers & Operations Research*, 38 (7), 1025-1034, 2011.
- [36] Wu, C.C., Yin, Y., Cheng, S.R., "Some single-machine scheduling problems with a truncation learning effect", *Computers & Industrial Engineering*, 60 (4), 790-795, 2011.
- [37] Low, C., Lin W.Y., "Minimizing the total completion time in a single-machine scheduling problem with a learning effect", *Applied Mathematical Modelling*, 35 (4), 1946-1951, 2011.
- [38] Lee, W.C., "Scheduling with general position-based learning curves", *Information Sciences*, 181 (24), 5515-5522, 2011.
- [39] Rudek, R., "Scheduling problems with position dependent job processing times: computational complexity results", *Annals of Operations Research*, 196 (1), 491-516, 2012.
- [40] Eren, T., "Tek Makineli Çizelgelemede Genel Öğrenme Fonksiyonları: Optimal Çözümler", *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 19 (2), 76-80, 2013.
- [41] Eren, T., "Zamana-bağımlı öğrenme etkili çizelgeleme probleminde maksimum gecikme minimizasyonu: Doğrusal-olmayan programlama modeli", *Gazi Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 23 (2), 459-465, 2008.
- [42] Eren, T., "Zamana-bağımlı öğrenme etkili tek makineli çizelgeleme problemleri", *Sigma Mühendislik ve Fen Bilimleri Dergisi*, 31 (2), 214-221, 2013.
- [43] Eren, T., Güner, E., "Öğrenme etkili çizelgeleme probleminde maksimum gecikmenin enküçüklenmesi için çözüm yaklaşımları", *V. Ulusal Üretim Araştırmaları Sempozyumu, İstanbul Ticaret Üniversitesi, İstanbul*, s. 243-248, 25-27 Kasım, 2005.
- [44] Cheng, T.C.E., Wang, G., "Single machine scheduling with learning effect considerations", *Annals of Operations Research*, 98 (1-4), 273-290, 2000.
- [45] Wu, C.C., Lee, W.C., Chen, T., "Heuristic algorithms for solving the maximum lateness scheduling problem with learning considerations", *Computers and Industrial Engineering*, 52 (1), 124-132, 2007.
- [46] Jiang, Z., Chen, F., Wu, C., "Minimizing the maximum lateness in a single-machine scheduling problem with the normal time-dependent and job-dependent learning effect", *Applied Mathematics and Computation*, 218 (18), 9438-9441, 2012.
- [47] GAMS 22.5, Development Corporation, GAMS– the solver manuals, GAMS user notes, Washington, DC, USA, 2007.