

**MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ DERS KİTAPLARINDAN
UYARLADIKLARI MODELLEME PROBLEMLERİNİN İNCELENMESİ****INVESTIGATION OF MODELING PROBLEMS ADAPTED BY PRE-SERVICE MATHEMATICS
TEACHERS FROM TEXTBOOKS****Buse Gizem YİTMEZ¹, Ayşe TEKİN DEDE², Süha YILMAZ³**

ÖZ: Bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının ders kitaplarındaki sorulardan uyarladıkları problemlerin, modelleme problemi kriterlerini sağlama durumlarının ve söz konusu soruları seçme sebeplerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda araştırma, nitel araştırma desenlerinden durum çalışması ile yürütülmüştür. Araştırmanın verileri öğretmen adaylarının ders kitaplarındaki sorulardan uyarladığı on dokuz problem ve odak grup görüşmelerinden elde edilmiştir. Araştırmada veri analizi iki aşamada gerçekleştirilmiştir. İlk olarak öğretmen adaylarının uyarladığı problemler, Borromeo-Ferri'nin (2018) belirlediği modelleme problemlerinin sahip olması gereken kriterlere dayalı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilen bir rubrik ile analiz edilmiştir. Ardından tüm kriterleri sağlayan modelleme problemlerini geliştiren yedi grup ile gerçekleştirilen odak grup görüşmelerinin betimsel analizi yapılmıştır. Araştırma sonuçları öğretmen adaylarının ders kitaplarındaki sorulardan uyarladıkları problemlerin, gerçekçi olma ve problem durumu oluşturma kriterlerini sağladığı ancak karmaşık, otantik ve modelleme süreci içerisinde çözülebilir olma kriterlerini sağlama durumlarında eksiklikler olduğu belirlenmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının ders kitaplarından söz konusu soruları seçerken genel anlamda günlük hayata, farklı çözüm yollarına ve kendi deneyimlerine uygun olma durumlarını göz önünde bulundurdıkları görülmüştür. Araştırmada elde edilen sonuçlar bağlamında öğretmen adaylarının modelleme problemlerini oluştururken yaşadığı zorlukların önüne geçmek için önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar sözcükler: Modelleme problemi, matematik öğretmeni adayı, ders kitabı.

ABSTRACT: In this study, it is aimed to examine the availability of modeling problems adapted by pre-service mathematics teachers from the questions in the textbooks, and the reasons for choosing the questions in question. In line with this purpose, the research was conducted with a case study, one of the qualitative research designs. The data of the study were obtained from nineteen problems adapted by the pre-service teachers from the questions in the textbooks and focus group interviews. Data analysis was carried out in two stages. First, the problems developed by the pre-service teachers were analyzed with a rubric developed by the researchers based on the criteria that modeling problems should have as determined by Borromeo-Ferri (2018). Then, descriptive analysis of the focus group interviews with seven groups that developed problems that provided all the criteria and that were determined to be modeling problems was conducted. The results of the study revealed that the problems adapted by the pre-service teachers from the questions in the textbooks provided the criteria of being realistic and problem, but there were deficiencies in meeting the criteria of being complex, authentic and solvable through the modeling process. In addition, it was observed that while selecting the questions from the textbooks, the pre-service teachers generally considered their suitability for daily life, different solution methods, and their own experiences. In the context of the results obtained in the study, suggestions were made to prevent the difficulties experienced by the pre-service teachers while designing the modeling problems.

Keywords: Modeling problems, pre-service mathematics teachers, textbooks.

Bu makaleye atf vermek için:

Yitmez, B. G., Tekin Dede, A., & Yılmaz, S. (2024). Matematik öğretmeni adaylarının ders kitaplarından uyarladıkları modelleme problemlerinin incelenmesi, *Trakya Eğitim Dergisi*, 14(2), 842-864.

Cite this article as:

Yitmez, B. G., Tekin Dede, A., & Yılmaz, S. (2024). Investigation of modeling problems adapted by pre-service mathematics teachers from textbooks. *Trakya Journal of Education*, 14(2), 842-864.

¹ Doktora öğrencisi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir/Türkiye, gizem.yitmez@gmail.com, 0000-0002-4163-489X

² Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir/Türkiye, ayse.tekin@deu.edu.tr, 0000-0002-8971-1970

³ Prof. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir/Türkiye, suha.yilmaz@deu.edu.tr, 0000-0002-8330-9403

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Borromeo-Ferri (2018) explained the criteria required for modeling problems as (a) being open-ended, (b) being complex, (c) being realistic, (d) being authentic (e) having a problem structure, and (f) solvable through the modeling process. Considering the criteria required for modeling problems, it is seen that modeling problems should be quite different from traditional problems that are solution-oriented, abstracted from real life or artificial reality, and force students to apply certain algorithms. Therefore, mathematics teachers or pre-service teachers should take these six criteria into consideration when designing modeling problems. However, while it is not easy to design even a traditional problem from textbooks, it is not easy to design a modeling problem that needs to provide various criteria (Maaß et al., 2018). Therefore, modeling problem design can be started by transforming traditional problems in textbooks into modeling problems, as stated by Borromeo-Ferri (2018). Based on Borromeo-Ferri's (2018) argument, this study aims to examine whether the questions adapted by pre-service mathematics teachers from textbooks meet the criteria of modeling problems, and the reasons for choosing these questions. In this direction, the problems that the research seeks to answer are determined as follows:

1. How do the questions from textbooks adapted by pre-service mathematics teachers provide the criteria of modeling problems?
2. What are the reasons for pre-service mathematics teachers to choose the questions from the textbooks?

Method

This research is based on a case study, one of the qualitative research designs. It was conducted with nineteen groups consisting of the students studying in last year of middle school mathematics teaching department and third year of secondary mathematics teaching department. The data of this study were obtained from nineteen problems adapted from the questions in the textbooks by each group and focus group interviews with the participants of seven groups whose problems are appropriate to the modelling problem criteria. Data analysis was carried out in two stages: First, the modeling problems adapted from the textbooks by the participants were analyzed according to Borromeo-Ferri's (2018) modeling problem criteria. Then, the records of the focus group interviews were transcribed into text. In these transcripts, the answers to the questions asked to the pre-service teachers regarding their fulfillment of the modeling problem criteria were analyzed according to Borromeo-Ferri's (2018) framework, while the reasons why the pre-service teachers chose the questions in question from the textbooks were revealed descriptively.

Findings

When the modeling problems adapted by the participants were examined, it was determined that twelve of the nineteen groups met the criteria of being open-ended and complex, seventeen of them met the criteria of being realistic, eight of them met the criteria of being authentic, all of them met the criteria of having a problem structure, and seven of them met the criteria of being solvable through the modeling process. In addition, while selecting the questions from the textbooks, the pre-service mathematics teachers considered the following aspects: being suitable for daily life, being suitable for different solutions, being interesting, being suitable for their own experiences, being aware of social events, being solvable in GeoGebra, taking into account the student level, and meeting the modeling criteria.

Discussion and Conclusion

As a result of the research, seven of the problems developed by nineteen groups were evaluated as mathematical modeling problems because they provided the modelling problem criteria. The other problems provided some of these criteria. When the results of the study are evaluated in general terms, it is seen that the questions from the textbooks adapted by the pre-service teachers met the criteria of being realistic and having a problem situation. Similarly, Tekin-Dede et al. (2017) found that the majority of the pre-service teachers who designed modeling activities provided the principle of being realistic. Paolucci and Wessels (2017) state that pre-service mathematics teachers are competent in creating real life contexts. Verschaffel and colleagues (2000) and Osana and Pelzcer (2015) state that when the problem has a real-life context, it contributes significantly to the development of pre-service teachers' problem posing skills. In addition, Nicol and Bragg (2009) state that pre-service teachers' familiarity with open-ended questions contributes to their problem posing. The results of the research show that pre-service teachers have difficulties in the criteria of complexity, authenticity and solvability within the modeling process. Similarly,

Doğan (2020) found that pre-service mathematics teachers had difficulties with authentic modeling problems.

In addition, while selecting the questions from the textbooks, most of the pre-service mathematics teachers stated that they pay attention to the questions to be from daily life. Similarly, in the literature, pre-service mathematics teachers stated that the most frequently used criterion for the properties of mathematical modeling problems was their suitability for real life (Kula-Ünver et al., 2018; Özer & Bukova-Güzel, 2014; Şahin et al., 2019). The fact that the participants paid attention to being interesting while choosing the questions in the textbooks is similar to the study of Kula-Ünver et al. (2018) in which pre-service teachers designed modeling problems. One of the groups stated that while adapting the modeling problem, they considered raising awareness about social events. In parallel, I et al. (2018) draw attention to studies aiming to create social awareness in modeling problems.

Based on the results of the study, it is suggested that teacher training programs should focus more on modeling problem posing and emphasize the missing criteria. In addition, seminars can be given for mathematics teachers to adapt modeling problems from textbooks in accordance with their grade levels. In this way, the criteria for being a modeling problem can be examined in more detail by practicing modeling problems in a real classroom environment.

GİRİŞ

Son yıllarda eğitim reformları ile birlikte matematik eğitiminde bireylerin günlük yaşamlarında karşılaştıkları durumları anlama, analiz etme ve çözmeye becerilerini geliştirmenin önemi üzerinde durulmaktadır. Söz konusu eğitim reformlarına yön veren Ortak Çekirdek Eyalet Standartları (Common Core State Standards Initiative [CCSSM]) (2010) ve Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]) (2000) de gerçek yaşam problemlerinin çözümünde matematiğin kullanılması gerektiğini açık bir şekilde vurgulamaktadır. Matematiksel bilginin gerçek yaşam problemlerinin çözümünde kullanılması temel olarak matematiksel modellemeye dayanmaktadır. Yaklaşık son elli yılda matematiksel modellemenin öğretilmesi ve öğrenilmesi tüm dünyada önemli bir araştırma alanı haline gelmiştir (Schukajlow ve diğerleri, 2018). Matematik eğitimi alanında hatırı sayılır dergilerden olan ZDM-Mathematics Education (2018), Quadrante (2021), ESM (2022) ve Mathematical Thinking and Learning'de (2022) modellemeye ayrılmış olan özel sayılar da bu araştırma alanının önemini göstermektedir (Brady vd., 2022). Matematiksel modelleme, uygun matematiksel modelleri seçerek veya inşa ederek gerçek yaşam problemlerinin matematikselleştirilmesini ve ayrıca gerçek dünya bağlamlarında karşılık gelen matematiksel problemlerin çözümünün sonuçlarını yorumlayıp doğrulanmasını gerektiren bir süreç olarak tanımlanmaktadır (Borromeo-Ferri, 2018). Bu anlamda matematiksel modelleme, gerçek yaşam problemlerinin matematiksel yöntemlerle çözülmesi sayesinde öğrencilere matematiği gerçek yaşamla ilişkilendirme fırsatı sağlamaktadır. Dolayısıyla öğrencilere bu fırsatı sunmak için modelleme konusunda bilgi sahibi olmak, matematiksel modellemenin derslere nasıl entegre edileceğini kavramak, uygun modelleme problemi geliştirmek veya kullanmak öğretmenlerin önemli sorumlulukları arasındadır.

Borromeo-Ferri (2014) öğretmenlerin modelleme öğretiminde sahip olması gereken teorik boyut, modelleme problemi boyutu, öğretim boyutu ve tanı boyutu olmak üzere dört yeterli tanımlamıştır. Teorik boyut, matematiksel modellemenin ne anlama geldiğini, gerçeklik ile matematik arasında işleyen modelleme döngülerinin farklı temsillerini, modellemenin amacını ve farklı perspektiflerini, modelleme problemlerinin içeriğinin ne olduğunu ve neleri içerdiğini bilmeyi kapsar. Modelleme problemi boyutu, modelleme problemlerinin çoklu çözüm yaklaşımlarını bilme, bilişsel analizini yani modelleme sürecinin farklı aşamalarındaki çözüm adımlarını somut olarak sınıflandırabilme ve modelleme problemi geliştirebilmeyi içerir. Öğretim boyutu modelleme problemlerinin uygulanacağı dersleri planlama, bu dersleri yürütme, öğrencilere müdahale, destek ve geri bildirimler konusunda düşünmeyi içerir. Tanı boyutu ise modelleme sürecinin basamaklarını, bu süreçte karşılaşılan zorluklar ile hataları belirleme ve modelleme problemlerini değerlendirme olarak ele alınır. Bu boyutlar dikkate alındığında öğretmenlerin matematiksel modelleme öğretiminde başarılı olmaları, bu boyutların tümüne sahip olmaları ile mümkündür.

Etkili öğretmenler matematiği problem çözerek öğretirler ve matematiksel kavramlar ve süreçler aracılığıyla öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ve öğrenmelerine olanak sağlayan problemler tasarlarlar veya seçerler (English vd., 2005). Modelleme problemleri ise bu tür problemlerin mükemmel örnekleridir. Dolayısıyla öğretmenlerin modelleme problemlerini tasarlarlarken, modellemeyi geleneksel problem çözmeden ayıran modelleme problemlerine özgü özellikleri ayırt edebilmeleri gerekmektedir (Borromeo-Ferri, 2018). Modelleme problemleri öğrencinin veriyi yorumlayarak, matematiksel model oluşturmak için elde ettiği sonuçları yorumlamasını gerektirir (Lesh ve Zawojewski, 2007). Bu anlamda,

geleneksel problemlerde veriler ve bu verilere bağılı olarak elde edilen sonuçlar statik ve değişmez olarak kabul edilirken, modelleme problemlerinde veriler ve sonuçlar dinamiktir yani sürekli olarak yeniden yorumlanarak formüle edilebilir veya değiştirilebilir (Zawojewski, 2013). Geleneksel matematik problemlerinin aksine, modelleme problemleri problem çözenin yanı sıra problem oluşturmaya teşvik eder çünkü modelleme problemleri doğası gereği çokça soru sormayı ve varsayımlarda bulunmayı gerektirir (Brown ve Walter, 1993). Bu anlamda öğretmenler gerçek dünya ile matematiği özgün bir şekilde birbirleri ile ilişkilendirmek için yeni yaklaşımlara ihtiyaç duyarlar. Kaiser ve Schwarz (2010) modelleme problemlerinin geliştirilmesinin ve tanımlanmasının, modelleme sürecinin en önemli ve en iddialı kısmı olduğunu belirtmektedir. Dolayısıyla öğretmenler için geleneksel problemlerin sahip olması gereken kriterlerden çok daha fazlasına sahip olması gereken matematiksel modelleme problemlerini oluşturmak oldukça zorlayıcıdır.

Borromeo-Ferri (2018) modelleme problemleri için gerekli olan kriterleri altı gruba ayırmıştır. Bunlar; (a) açık uçlu olma, (b) karmaşık olma, (c) gerçekçi olma, (d) otantik olma (e) problem durumu oluşturma ve (f) modelleme süreci içerisinde çözülebilir olma kriterleridir (bkz. Şekil 1).



Şekil 1. Modelleme problemi kriterleri (Borromeo-Ferri, 2018)

Açık uçlu olma kriteri modelleme probleminin birden fazla çözümünün olmasını gerektirmektedir. Bu kriter öğrencilerin görüşlerine bağılı olarak çeşitli problem tanımlarının ve çözümlerinin mümkün olduğu anlamına gelmektedir (Kaiser ve Schwarz, 2010). Diğer bir deyişle problemin varsayımlara ve yorumlamaya dayalı olup farklı ve özgün çözümlere açık olması gerekmektedir. Eğer problem durumunda yalnızca ön koşullar, veriler ve bilgiler yer alıyorsa ve öğrenciler bunlardan hareketle matematiksel modeller, algoritmalar oluşturarak sonuca ulaşıyorsa bu karmaşık bir problemdir ve dolayısıyla oldukça açıktır (Maaß, 2010). Karmaşık olma kriteri, öğrencinin bağlamı anlamasını ve modelleme yapabilmek için ilgili veriyi araştırıp bulmasını içermektedir (Borromeo-Ferri, 2018). Modelleme problemlerinde çözüm için kullanılacak veriler kimi zaman eksik sunulurken kimi zaman da problemde çok fazla sayıda veri bulunmaktadır. Bu sayede öğrenciler gerekli olacak verileri nasıl arayacakları ve bunlara dayalı olarak nasıl varsayımlarda bulunacakları hakkında fikir edinirler (Borromeo-Ferri, 2018). Gerçekçi olma kriterinin sağlanması için problemin öğrenciler için gerçek yaşam durumlarını içerecek şekilde oluşturulması gerekmektedir. Öğrencilerin modelleme problemlerinin çözüm sürecinde akıl yürütebilmeleri ve çözüme ulaşabilmeleri için gerçek dünyadaki durumu anlamlandırmaları gerekmektedir (Borromeo-Ferri, 2018). Gerçekçi olma kriteri olarak adlandırılan bu gereklilik, modelleme problemlerinin özelliklerini tanımlayan diğer çalışmalarda da vurgulanan önemli bir kriterdir (Borromeo-Ferri ve Lesh, 2013; Maaß, 2010; Galbraith, 2015). Diğer yandan modelleme her zaman gerçeklikle ilişkilidir, ancak gerçekliğin var olması bir modelleme problemi olması için yeterli değildir (Maaß, 2010). Bir problemin modellemeye uygun olması için gerçeklik yanında diğer kriterlerin de sağlanması gerekmektedir. Bu kriterlerden biri olan otantiklik, gerçeklik kriteri ile birbirine oldukça yakındır. Otantikliğe göre problemdeki olgular gerçektir yani öğrencilere sahte bir gerçeklik sunulmaz (Borromeo-Ferri, 2018). Palm

(2007) otantiklik kavramını ele alırken bir problemin gerçek yaşam performansını ne ölçüde yansıttığının tartışılması gerektiğini ifade ederken, Vos (2011) modelleme problemlerinin eğitim dışı amaç içermesi gerektiğine vurgu yapmaktadır. Vos'un yaklaşımı dikkate alındığında otantiklik, hem matematik dışı bağlama sahip olması hem de bu özel durumda matematiğin uygulanabilmesi anlamına gelir. Diğer bir deyişle problemdeki matematik dışı bağlam gerçek yaşamdan olmalı ve problem matematiğin belirli bir konusuna yönelik özel olarak tasarlanmamış olmalıdır. Niss (1992) otantik problemleri, belirli bir alanda çalışan kişilerin günlük işlerinde karşılaşılabilecekleri problemler olarak tanımlamaktadır (akt. Kaiser ve Schwarz, 2010). Bu sayede öğrenciler gerçek yaşamlarında yer alan problemlerin çözümünde matematiğin ve matematiksel modellemenin gücünü deneyimlerler (Kaiser ve Schwarz, 2010). Otantiklik söz konusu olduğunda, öğrenciler uğraştıkları bağlamın gerçekten var olduğunu ve karşılaştıkları problemin matematik dersleri dışında da çözüme kavuşturulması gereken gerçek problem olduğunu varsayabilirler (Vos, 2015). Problem durumu oluşturma kriteri, rutin aktivitelerle çözüme ulaşılamamasını yani öğrencilerin çözüme götürecek stratejiler üzerinde kapsamlı düşünebilmesini içermektedir (Borromeo-Ferri, 2018). Genel anlamda problem, çözülmesi zor bir konu, şüpheli bir durum veya belirsizlik içeren karmaşık bir görev olarak tanımlanmaktadır (Seel, 2012). Dolayısıyla bir problemin çözümü, öğrencilerin matematiksel düşünerek derste öğrendiklerinden farklı algoritma bulabilmelerini gerektirmektedir (Türnüklü ve Yeşildere, 2005). Son kriter olan modelleme süreci içerisinde çözülebilir olma ise modelleme problemi çözülürken modelleme döngüsünün tüm aşamalarının kullanılmasını gerektirir (Borromeo-Ferri, 2018). Bir modelleme probleminin çözümünde gerçeklik ile matematik arasında hareket edilmektedir. Borromeo-Ferri'ye (2006) göre modelleme süreci gerçekçi bir problem ile başlar. Problemi anlamaya çalışırken öğrenci durumun zihinsel gösterimini oluşturur. Bir sonraki adımda öğrenci problemi sadeleştirerek gerçek bir model elde eder. Gerçek modelin matematikselleştirilmesi ile matematiksel model elde edilir. Öğrenciler matematiksel model üzerinde matematik yeteneklerini kullanarak matematiksel olarak çalışırlar ve matematiksel çözüme ulaşırlar. Bu çözüm önce yorumlanarak gerçek sonuçlar elde edilir ve sonra gerçek sonuçlar ile zihinsel gösterimler arasındaki uyum kontrol edilerek doğrulama yapılır.

Modelleme problemleri için gerekli olan kriterler göz önüne alındığında modelleme problemlerinin yalnızca çözüm odaklı, gerçek yaşamdan soyutlanmış ya da yapay gerçeklik içeren ve öğrencileri belirli algoritmaları uygulamaya zorlayan geleneksel problemlerden oldukça farklı yapıda olması gerektiği görülmektedir. Dolayısıyla modelleme problemleri oluşturulurken matematik öğretmenlerinin veya öğretmen adaylarının bu altı kriteri dikkate alması gerekmektedir. Literatürde yüzlerce modelleme problemi bulunmaktadır ancak bu problemler kültürel farklılıklar, sınıf seviyesi, öğrencilerin öğrenmeleri, hazırbulunuşlukları ve müfredata uygun olmaması gibi sebeplerle öğretmenler tarafından kullanılamaz. Dolayısıyla literatürde yer alan modelleme problemleri her ne kadar fikir verse de öğretmenlerin gerektiğinde modelleme problemleri geliştirebilmeleri gereklidir. Ancak ders kitaplarından yer alan geleneksel problemleri bile tasarlamak kolay değilken, çeşitli kriterleri sağlama gereken modelleme problemlerini tasarlamak hiç kolay değildir (Maaß vd., 2018). Dolayısıyla modelleme problemi tasarımına Borromeo-Ferri'nin (2018) de ifade ettiği gibi, ders kitaplarında yer alan geleneksel problemlerin modelleme problemlerine dönüştürülmesi ile başlanabilir. Borromeo-Ferri'nin (2018) bu argümanından hareketle bu çalışmada matematik öğretmeni adaylarının ders kitaplarından uyarladıkları soruların modelleme problemi kriterlerini sağlama durumlarının ve söz konusu soruları seçme sebeplerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Literatür incelendiğinde öğretmen adaylarının modelleme problemleri oluşturmaya yönelik çalışmalar yer almaktadır (Bukova-Güzel, 2011; Doğan, 2020; Guerrero-Ortiz ve Camacho-Machin, 2022; Kula-Ünver vd., 2018; Özgür-Şen, 2020; Paolucci ve Wessels, 2017; Tekin-Dede vd., 2017; Tekin-Dede ve Bukova-Güzel, 2013). Fakat söz konusu çalışmalarda başlangıç noktası ders kitaplarından hazır sorular olmaması sebebiyle, bu araştırmanın benzerlerinden farklı olduğu ve literatür için bir ilk oluşturacağı açıktır.

Matematik öğretmeni adaylarının modelleme problemlerini geliştirebilmesi için hem teorik hem de pratik düzeyde matematiksel modelleme ile ilgili bilgi ve becerilere sahip olması gerekmektedir (Borromeo-Ferri ve Blum, 2010). Bu anlamda araştırma Türkiye'de bir devlet üniversitesinin eğitim fakültesinde ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmenliği bölümündeki bir dersin parçası olarak gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adayları gelecekte derslerinde kullanabilecekleri modelleme problemleri tasarlamışlardır. Araştırma kapsamında öğretmen adaylarının oluşturduğu modelleme problemleri Borromeo-Ferri'nin (2018) modelleme problemlerinin sahip olması gereken kriterler çerçevesine göre detaylı bir şekilde incelenmiştir. Bu doğrultuda araştırmanın cevabını aradığı problemler aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

1. Matematik öğretmeni adaylarının ders kitaplarından uyarladıkları soruların modelleme problemi kriterlerini sağlama durumları nasıldır?

2. Matematik öğretmeni adaylarının ders kitaplarından söz konusu soruları seçme sebepleri nelerdir?

YÖNTEM

Araştırmanın Modeli

Bu araştırma, matematik öğretmeni adaylarının ders kitaplarında yer alan sorulardan uyarladıkları modelleme problemlerinin Borromeo-Ferri'nin (2018) belirttiği kriterler bağlamında derinlemesine incelenmesi nedeniyle nitel araştırma desenlerinden durum çalışması üzerine temellendirilmiştir.

Çalışma Grubu

Bu araştırmanın katılımcılarını Türkiye'de bir devlet üniversitesinde öğrenim görmekte olan son sınıf ilköğretim ve üçüncü sınıf ortaöğretim matematik öğretmeni adayları oluşturmaktadır. Çalışmanın katılımcılarını 2022-2023 Bahar döneminde üniversitenin çevrimiçi platformu üzerinden yürütülen ve on dört hafta süren "Matematik Öğretiminde Modelleme" ve "Matematiksel Modelleme" derslerine katılan öğrenciler oluşturmaktadır. Bu dersler ile matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye ilişkin bilgi ve becerilerinin geliştirilmesi, farklı modelleme problemlerini çözme deneyimini kazanmaları, modelleme ile öğretim sürecini tanımaları ve örneklerini tartışmaları amaçlanmaktadır. Matematik öğretmenlerinin modelleme problemlerini oluşturabilmeleri için öncelikle modellemeye yönelik bilgi ve becerilere sahip olmaları gerekmektedir (Borromeo-Ferri ve Blum, 2010). Dolayısıyla modelleme süreçleri, modelleme problemi özellikleri, örnekleri ve çözümleri, teknoloji destekli modelleme süreci ve modelleme problemlerinin teknoloji yardımıyla çözümü, modelleme yeterlikleri ve gelişimi, öğretimde uygulanması, modelleme becerilerinin değerlendirilmesini içeren yedi haftalık eğitim tamamladıktan sonra katılımcılardan ders kitaplarında yer alan geleneksel bir problemi, modelleme problemine uyarlamaları istenmiştir. Katılımcılar, kendi istekleri doğrultusunda oluşturdukları 4-6 kişilik çalışma grupları ile söz konusu modelleme problemlerini geliştirmişlerdir.

Katılımcılar tarafından gönüllü olarak 4-6 kişilik G_1 , G_2 , G_3 ... olarak adlandırılan on dokuz grup oluşturulmuştur. İlk on üç grup ilköğretim matematik öğretmeni adayları son altı grup ise ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarından oluşmaktadır. Araştırmada görüşme yapılan grupların verileri transkript edilirken katılımcıların isimlerini gizli tutmak amacıyla grup kodu-öğretmen adayının kodu şeklinde kodlama yapılmıştır. Örneğin birinci gruptaki birinci öğretmen adayı G_1 -ÖA₁, birinci gruptaki ikinci öğretmen adayı G_1 -ÖA₂ olarak kodlanmıştır.

Veri Toplama Aracı

Bu araştırmanın verileri, her bir grubun ders kitaplarındaki sorulardan uyarladığı toplam on dokuz problem ve yedi grubun katılımcılarıyla gerçekleştirilen odak grup görüşmelerinden elde edilmiştir. Araştırmacılar grupların oluşturduğu modelleme problemlerini Borromeo-Ferri'nin (2018) kriterlerine göre analiz ettikten sonra modelleme problemi geliştirdiği kabul edilen yedi grup ile uygun bir gün ve saatte çevrimiçi ders platformu üzerinden odak grup görüşmeleri gerçekleştirmişlerdir.

Araştırmacılar, katılımcılara modelleme problemlerini tasarlamaları için yaklaşık iki hafta süre vermişlerdir. Öğretmen adayları bu süre sonunda oluşturdukları modelleme problemlerini dersi yürüten ve aynı zamanda çalışmanın yazarlarından biri olan öğretim üyesine çevrimiçi ders platformu kanalıyla göndermişlerdir. Geliştirilen on dokuz modelleme problemi incelenerek, modelleme problemi kriterlerini sağlayan yedi modelleme problemi hakkında odak grup görüşmesi yapılmasına karar verilmiştir. Odak grup görüşmelerinin temel amacı çalışmaya katılacak bireyler arasında ortak bir konuya yönelik ortak bir deneyimin olması esasına dayanmakla birlikte bireylerin ne düşündüğünü anlamaya çalışmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Bireysel görüşmelerle kıyaslandığında, odak grup görüşmeleri belirli bir konuya odaklanılarak kısa bir süre zarfında daha fazla verinin elde edilmesine olanak sağlamaktadır (Hatch, 2002). Bu çalışmada odak grup görüşmesi kullanılmasının en önemli sebebi öğretmen adaylarının tasarladıkları modelleme problemlerini grup halinde tasarlamalarından kaynaklanmaktadır. Ayrıca bireysel görüşmelerde akla gelmeyecek konuların, grup görüşmelerinde akranlarının açıklamaları çerçevesinde akla gelebilmesi ve ek yorumda bulunulabilmesi nedeniyle tercih edilmiştir. Buna bağlı olarak odak grup görüşmeleri ile tasarlanan modelleme problemlerine yönelik öğretmen adaylarının düşüncelerinin açığa çıkartılması ve süreç hakkında ayrıntılı bilgi elde edilmesi amaçlanmıştır.

Modelleme problemi kriterlerine yönelik olarak hazırlanan görüşme soruları tüm gruplara sorulurken, bazıları ise belirli grubun modelleme problemlerine özel olarak hazırlanmıştır. Odak grup görüşmelerinde yer alan ortak sorular şu şekildedir: "Neden ders kitabında yer alan o problemi seçtiniz?", "Tasarladığınız problemin bir modelleme problemi olduğunu düşünüyor musunuz?", "Tasarladığınız modelleme probleminin açık uçlu olma kriterini sağladığını düşünüyor musunuz? Nedenleriyle birlikte

açıklayınız.”, “Tasarladığınız modelleme probleminin karmaşık olma kriterini sağladığını düşünüyor musunuz? Nedenleriyle birlikte açıklayınız.” “Tasarladığınız modelleme probleminin gerçekçi olma kriterini sağladığını düşünüyor musunuz? Nedenleriyle birlikte açıklayınız.”, “Tasarladığınız modelleme probleminin problem durumu oluşturma kriterini sağladığını düşünüyor musunuz? Nedenleriyle birlikte açıklayınız.” ve “Tasarladığınız modelleme probleminin modelleme süreci içerisinde çözülebilir olma kriterini sağladığını düşünüyor musunuz? Nedenleriyle birlikte açıklayınız.”. Katılımcılar modelleme problemlerini tasarladıktan sonra gerçekleştirilen bu görüşmeler ders dışı bir zamanda çevrimiçi ders platformu üzerinden çalışmanın yazarları tarafından gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adaylarının görüşme verilerini transkript edebilmek ve veri kaybını önlemek için hem yazılı ve hem de özlü onayları alınarak video kayıtları alınmıştır. Görüşmeler esnasında araştırmacılar öğrencilerin düşüncelerine müdahalede bulunmamıştır. Ancak araştırmacılar, katılımcıların düşüncelerini ortaya çıkarmak ve gerektiğinde yaklaşımlarını daha fazla netleştirmek için sorular sormuştur.

Verilerin Toplanması ve Analizi

Çalışmanın verileri iki aşamada analiz edilmiştir. Birinci aşamada katılımcıların ders kitaplarından uyarladıkları modelleme problemleri Borromeo-Ferri'nin (2018) modelleme problemi kriterlerine göre yani var olan bir kavramsal çerçeveye göre analiz edilmiştir. Söz konusu analizde modelleme problemlerinin kriterleri sağlama durumlarını belirlemek amacıyla bir rubrik geliştirilmiştir. İlk olarak Borromeo-Ferri'nin (2018) kriterleri rubriğin boyutlarını oluşturmuş ve her bir kriter için uygun, bir ölçüde uygun ve uygun değil şeklinde üç düzey tanımlanarak taslak rubrik oluşturulmuştur. Ardından taslak rubrik kullanılarak modelleme problemlerinin incelemesi gerçekleştirilmiş ve açık uçlu olma, otantik olma, problem durumu oluşturma ve modelleme süreci içerisinde çözülebilir olma boyutlarının uygun ve uygun değil olarak iki düzeyde değerlendirilmesine karar verilmiştir. Bunun sebebini açıklamak için örnek verecek olursak, açık uçlu olma kriteri ele alındığında, bir problem durumunun varsayımlara göre birden fazla çözüm oluşturmaya uygunluğu bir ölçüde olamayacağı için problemler ya açık uçlu ya da açık uçlu değil olarak değerlendirilmiştir. Bir başka örnekte, modelleme süreci içerisinde çözülebilir olma boyutunda, katılımcıların problemleri nasıl çözdükleri değil geliştirilen problemin çözümünün modelleme süreci içerisinde tüm basamakları kapsayacak şekilde çözüm oluşturulabilecek nitelikte olup olmadığı göz önünde bulundurulmuştur. Bu bağlamda bir problemin modelleme süreci içerisinde bir ölçüde çözümünün mümkün olamayacağı sebebiyle söz konusu boyut iki düzeyde değerlendirilmiştir. Benzer durumlar otantik olma ve problem durumu oluşturma boyutları için de geçerli olmuştur. Son olarak söz konusu rubrik modelleme alanında çalışmaları olan bir uzmana gönderilerek içerik ve problemleri değerlendirme açısından uygunluğu için görüş alınmıştır. Uzman görüşü doğrultusunda düzey tanımlamalarında birtakım düzenlemeler yapılmış ve Tablo 1'de görüldüğü üzere Modelleme Problemi Değerlendirme Rubriği'nin son hali verilmiştir.

Tablo 1.

Modelleme problemlerini değerlendirme rubriği

Boyutlar	Düzeyleyler	Tanımlama
Açık uçlu olma	Uygun	Problem durumu öğrencilerin varsayımlarına göre birden fazla çözüm oluşturmaya uygundur.
	Uygun değil	Problem durumu öğrencilerin varsayımlarına göre birden fazla çözüm oluşturmaya uygun değildir.
Karmaşık olma	Uygun	Öğrenciler problemi çözebilmek için ekstra bilgileri kullanmaya ihtiyaç duyar.
	Bir ölçüde uygun	Öğrenciler problemde verilen verilerin yanı sıra ekstra bilgileri de kullanmaya ihtiyaç duyar.
Gerçekçi olma	Uygun değil	Öğrenciler problemi sadece problem durumunda verilen verileri kullanarak çözer, ekstra bilgiye ihtiyaç duymaz.
	Uygun	Gerçek yaşam bağlamına sahip ve problemde verilen veriler gerçek yaşama uygundur.
Otantik olma	Bir ölçüde uygun	Gerçek yaşam bağlamına sahip ancak problemde verilen veriler gerçek yaşama uygun değil.
	Uygun değil	Gerçek yaşam bağlamına sahip değil.
Otantik olma	Uygun	Problem öğrenci için gerçek yaşamdan çözülmesi gereken bir sorun olup okul dışı bir amaç içermektedir.
	Uygun değil	Problem matematiksel bir konunun öğretimine yönelik olup okul dışı bir amaç içermemektedir.

Problem durumu	Uygun	Problem rutin aktivitelerle çözülemez.
oluşturma	Uygun değil	Problem rutin aktivitelerle kolayca çözülebilmektedir.
Modelleme süreci içerisinde çözülebilir olma	Uygun	Modelleme sürecinin tüm basamaklarında çözülebilir.
	Uygun değil	Modelleme sürecinin tüm basamaklarında çözülebilir değildir.

Veri analizinin ikinci aşamasında odak grup görüşmelerinin kayıtları transkript edilerek metne dökülmüştür. Söz konusu transkriptlerde öğretmen adaylarına sorulan modelleme problemi kriterlerini sağlama durumlarına ilişkin soruların yanıtları Borromeo-Ferri'nin (2018) çerçevesine göre analiz edilirken, öğretmen adaylarının ders kitaplarından neden söz konusu soruları seçtikleri ise verdikleri yanıtlar çerçevesinde betimsel olarak ortaya konmuştur.

Veri analizi gerçekleştirilirken iki araştırmacı sürecin başından sonuna kadar birlikte çalışmışlardır. Bu süreçte verileri incelerken fikir ayrılığına düştükleri durumlarda tartışmışlar ve ortak karara varmışlardır. Tüm analiz süreci fikir birliğine varılarak devam etmiştir. Bunun yanında araştırma verilerinin analizinin üzerinden yaklaşık üç ay geçtikten sonra tüm veriler tekrar analiz edilmiştir. İlk analiz ve son analiz karşılaştırıldığında uyum yüzdesi Miles ve Huberman'ın (1994) hesabına göre %82 çıkmıştır. Böylelikle veri analizinin güvenilirliği sağlanmaya çalışılmıştır. Bulgular sunulurken hem öğretmen adaylarının ifadelerinden hem de uyarlanan modelleme problemi kesitlerinden doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada araştırma etiği ilkeleri gözetilmiş olup gerekli etik kurul izinleri alınmıştır. Etik kurul izni kapsamında; Dokuz Eylül Üniversitesi'nin Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etik Kurulunun 09/05/2023 tarihli toplantısında alınan 3 sayılı karar ile karar verilmiş ve Dokuz Eylül Üniversitesi'nin Rektörlük Makamınca onaylanmıştır.

BULGULAR

Bulgular bölümünde ilk olarak öğretmen adaylarının ders kitaplarındaki sorulardan uyarladıkları modelleme problemlerinin kriterleri sağlama durumuna ilişkin bulgular ardından söz konusu soruları seçme sebeplerine ilişkin bulgular sunulmaktadır.

Modelleme Problemlerinin Kriterleri Sağlama Durumuna İlişkin Bulgular

Modelleme Problemlerinin Açık Uçlu Olma Kriterini Sağlama Durumuna İlişkin Bulgular

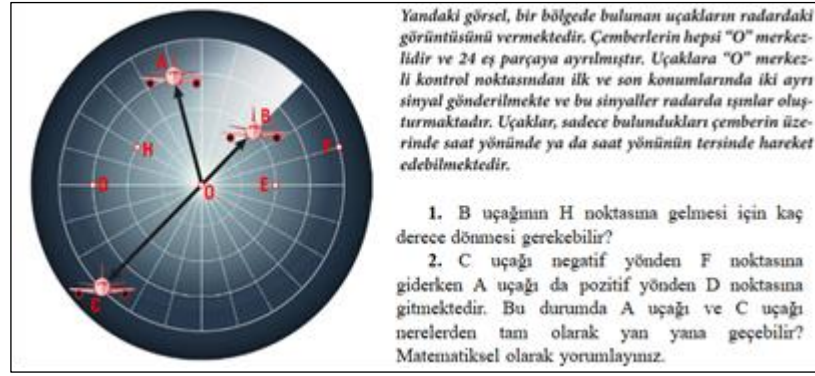
Katılımcıların uyarladıkları modelleme problemleri incelendiğinde on dokuz gruptan on ikisinin probleminin açık uçlu olmadığı görülmüştür (bkz. Tablo 2).

Tablo 2.

Modelleme problemlerinin açık uçlu olma kriterine uygunluğu

Açık uçlu olma	Uygun	G ₂ , G ₅ , G ₇ , G ₈ , G ₁₂ , G ₁₅ , G ₁₉
	Uygun değil	G ₁ , G ₃ , G ₄ , G ₆ , G ₉ , G ₁₀ , G ₁₁ , G ₁₃ , G ₁₄ , G ₁₆ , G ₁₇ , G ₁₈

Problemlerde katılımcıların farklı varsayımlara dayalı farklı çözümlere imkan vermeyecek şekilde içerikler oluşturmaları problemlerinin kapalı uçlu olmasına sebep olmuştur. Örneğin G₁₇ radar görseli üzerinde uçakların farklı noktalarda bulunma durumlarını ele alan problemde, yalnızca tek bir çözüm olması sebebiyle problem açık uçlu olma kriterine uygun değildir (bkz. Şekil 2).



Şekil 2. G₁₇ problem durumu

Açık uçlu olma kriterini sağlayan yedi grubun problem durumu farklı varsayımlara dayalı çözümlere olanak sağlayacak şekilde oluşturulmuştur. Örneğin G₂ daha önce gerçekleştirilen bir oryantiring yarışmasında karşılaşılan adaletsizlik durumuna ilişkin problem geliştirmiştir. Bu problem durumunun öncesinde sundukları gerçek bir haber kesitinde, Türkiye Oryantiring Şampiyonası'nda yarışmacılardan biri bayrağın konum olarak birinci olan yarışmacının başladığı yere daha yakın olduğunu iddia etmiş ve federasyon başkanı bu sorunu adil bir şekilde nasıl çözeceklerini araştırdıklarını ifade etmiştir. Bunun üzerine G₂ adil bir şekilde oryantiring yarışması düzenlenmesi için verilen alanda nasıl bir yerleşim planı yapılması gerektiğine ilişkin çeşitli varsayımlara dayalı farklı çözümler oluşturulmasına imkan sağlayacak bir modelleme problemi oluşturmuştur (bkz. Şekil 3).



Şekil 3. G₂ problem durumu

G₂ grubundaki katılımcılar kendileriyle gerçekleştirilen görüşmede problem durumunun neden açık uçlu olduğuna ilişkin düşüncelerini aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

G₂-ÖA₁: *Bence açık uçlu çünkü hem farklı başlama noktaları seçecek kendisine göre, yani önce onu seçebilir daha sonra varılacak noktayı seçebilir ya da önce varılacak noktayı seçtikten sonra onu değerlendirerek başlama noktalarını seçebilir diye düşünüyorum.*

G₂-ÖA₂: *Biz önce şey diye düşünmüştük ... Acaba başlama noktalarını verip mi orta noktayı buldursak o zaman çok farklı çözüme ulaşamayacağımızı fark ettik. Dedik ki hem çocuklar farklı orta noktalar seçebilsin ya da farklı başlangıç noktaları seçebilsin ki birden fazla çözüme ulaşabilsin, farklı bakış açılarıyla yaklaşabilsin diye.*

G₂-ÖA₃: *Bu noktaları yerleştirirken de birden fazla çözüme uygun olacak şekilde yerleştirmeye çalıştık.*

Modelleme Problemlerinin Karmaşık Olma Kriterini Sağlama Durumuna İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarının geliştirdiği modelleme problemlerinden altı tanesi karmaşık olma kriterine uygun, altı tanesi bir ölçüde uygun ve yedi tanesi de uygun değil olarak değerlendirilmiştir (bkz. Tablo 3).

Tablo 3.

Modelleme problemlerinin karmaşık olma kriterine uygunluğu

Karmaşık olma	Uygun	G ₂ , G ₇ , G ₈ , G ₁₃ , G ₁₅ , G ₁₉
	Bir ölçüde uygun	G ₃ , G ₅ , G ₉ , G ₁₀ , G ₁₂ , G ₁₄
	Uygun değil	G ₁ , G ₄ , G ₆ , G ₁₁ , G ₁₆ , G ₁₇ , G ₁₈

Örneğin G_{18} tasarlanacak olan bir kar küresinin maliyetini hesaplama üzerine geliştirdiği problemde kar küresini tasarlamak için gerekli olan tüm malzemelere ilişkin verileri problem durumunda hazır olarak vermiştir (bkz. Şekil 4). Problem çözüm sürecinde ekstra veriye ihtiyaç duyulmadan problemin çözülebilir olması sebebiyle söz konusu problem karmaşık olma kriterini sağlamamıştır.

BOYUT (ÇAP)	FIYAT
4 CM	4,05 TL
5 CM	6,55 TL
6 CM	8,10 TL
7 CM	9,00 TL
8 CM	9,50 TL

Bir hediyeelik eşya üreticisi yeni yıl için kar küreleri tasarlamaktadır. Cam küreler için anlaştığı fabrikada üretilen kürelerin boyut ve fiyat listesi yandaki gibidir.

Üretici kar kürelerinin içine düzgün koni şeklinde olan çam ağacı modeli yerleştirmeyi düşünmektedir. Çam ağaçlarını 1000 mililitresi 12 TL olan plastik maddeyi kalıba dökerek üretecektir. Böylece istediği boyutlarda koniler elde edebilmektedir. Ayrıca üreticinin kar yağdırmış görüntüsü elde edebilmesi için kürenin içine gliserin ve su karışımı koyması gerekmektedir. Gliserinin 50 mililitresi 95 TL'dir. Hazırlaması gereken karışım için her 85ml suya 5ml gliserin eklemelidir.

Bu üretici gliserin maliyetini azaltmak için kürelerin içine hacmi olabildiğince büyük çam ağaçları koymayı düşünmüştür. Sizin göreviniz ise üreticinin en düşük maliyetli kar küresini tasarlamasına yardımcı olmaktır.

1) Sizce üreticinin bulduğu bu taktik işe yarar mı? Yapabileceği başka taktikler var mıdır? Kendi fikirlerinizi sununuz.

2) Bir kürenin içine koyulabilecek en büyük hacimli koninin yüksekliği kaç cm olur? Bunu bütün küre modelleri için hesaplayınız. Böylece üretici uygun kalıpları çıkarabilsin.

Şekil 4. G_{18} problem durumu

Karmaşık olma kriterine bir ölçüde uygun olarak değerlendirilen problemlerden G_5 'in probleminde katılımcılar problem çözümü için gerekli olabilecek bazı bilgileri problem ile birlikte verirken su kanallarının boyutları, şekli ve yerleşim planı gibi çözüm için gerekli olabilecek ekstra bilgilere ihtiyaç olduğu da görülmüştür (bkz. Şekil 5).






Hayvancılığa başlamak isteyen bir çiftçi köyünde bulan kenarı 300 m olan kare şeklindeki arazisine hayvanlarını otlatmak için yonca ekmiştir. Bir tane inek olarak beslemeye başlamıştır. Arazisinin bazı bölgelerinde otlayan inek düzensiz şekilde gezdiği için bazı bölgelerdeki yoncalar ezilip ziyan olmaktadır. Bunu önlemek için 3 m'lik ip kullanarak ineği belli bir bölgeye bağlayıp otlatmaya karar verir. İneğin su ihtiyacını karşılaması için de en fazla bir metre genişliğinde su kanalları yapmak istemektedir. Bir süre sonra çiftçi inek sayısını artırır ve bahçesine konumlandırır. Çiftçinin sahip olabileceği inek sayısı en fazla kaç olabilir? Siz bu çiftçinin yerinde olsaydınız su kanallarını nasıl konumlandırırız?

Şekil 5. G_5 problem durumu

Karmaşık olma kriterine uygun olarak değerlendirilen G_7 'nin bir bahçeye dikilecek olan aydınlatma direklerinin sayısı ve dizilimine ilişkin tasarlanmış olduğu problemin çözümü için tamamen ekstra bilgiler kullanılması gerekmektedir (bkz. Şekil 6).



900 metrekare şeklinde bir bahçeye belirli aralıklarla ve bahçenin her tarafı aydınlanacak şekilde güneş panelli aydınlatma direkleri dikilecektir. |

Bu iş için kaç tane aydınlatma direğine ihtiyaç vardır ve direkler nasıl dizilmelidir? Düşününüz ve açıklayınız.

Şekil 6. G_7 problem durumu

Katılımcılarla gerçekleştirilen görüşmede ise karmaşıklık kriterine ilişkin katılımcıların farklı anlayışlara sahip oldukları görülmüştür. Örneğin bazı gruplar problem durumunun karmaşık olmasını zor bir çözümü gerektirmesi ve açık uçlu olmasıyla karıştırmışlar ve problemlerinin farklı şekillerde çözülebileceğini vurgulamışlardır. Yine bu gruplar araştırmacının "Problemin çözümü için ekstra bilgilere ihtiyaç var mı? Varsa bunlar nelerdir?" sorusu üzerine her biri problem çözümü için gerekli olacak bilgilerin neler olduğunu net bir şekilde ifade etmiştir. Söz konusu duruma ilişkin bir örnek verecek olursak,

hayvancılıkla uğraşan bir çiftçinin hayvanların kullanacağı su kanallarının nasıl yerleştirilebileceğine yönelik oluşturulan problem durumuna yönelik (bkz. Şekil 5), G_5 ile gerçekleştirilen görüşmeden bir kesit aşağıda verilmiştir:

$G_5-ÖA_1$: [Problemin karmaşık olduğunu] Düşünüyoruz hocam. İu paralel olarak yapıldığında daha kolay ama başka kompleks yapılarda sulama kanalları yerleştirilirse yani farklı farklı sayılar çıkıyordu. Bir de biz açık uçluluk koymuştuk işte 1 metreye en fazla 1 metre olabilir ha ineklerin cinsine göre mesela daha küçük kafalı olan ya da başka inek türlerinde daha dar sulama kanalları da kullanılabilir. Ama hesaplama açısından bir ya da yarım en mantıklıydı çünkü küsuratlarla uğraşmak istemez diye düşündük biz. O yüzden en fazla 1 diye bir sınır koyduk ama daha küçük de olabilirdi.

A: Ekstra hangi bilgilere ihtiyaç duyulduğunu düşünüyorsunuz? Çünkü karmaşıklık yapısında bunu barındırıyor.

$G_5-ÖA_1$: Belki sulama sistemleri diye düşündük. Ya da u bu hayvanların yaşayacağı yerler nasıl dizayn ediliyor, bunları araştırması gerekli diye düşündük. Bunlar ekstra araştırmasını gerektirecek yerlerdi.

Görüşme gerçekleştirilen bazı gruplar ise karmaşık olma kriterini doğru bir şekilde yorumlayarak problem çözümü için gerekli olabilecek ekstra bilgilerin neler olabileceğini belirterek, öğrencilerin araştırarak bu bilgilere kendilerinin ulaşması gerektiğini ifade etmişlerdir. Örneğin G_{15} en fazla kar elde edilmesi için bir serada hangi ürünün yetiştirilmesinin gerektiğini hesaplamayı içeren modelleme probleminin (bkz. Şekil 8) karmaşık olma kriterini karşıladığını aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

$G_{15}-ÖA_1$: Hocam zaten bizim problemimize baktığımızda bizim problemi çözmek için kullandığımız bir sürü veriyi çocuk problemde bulamıyor yani o fidan aralıkları, fidelerin fiyatları, işte malın satış fiyatları işte bunların hepsini zaten internet üzerinden araştırarak buluyor. Biz de öyle bulduk, çözdük zaten.

Modelleme Problemlerinin Gerçekçi Olma Kriterini Sağlama Durumuna İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarının modelleme problemleri gerçekçi olma kriterine göre incelendiğinde, dokuz problem uygun ve dokuz problem bir ölçüde uygun ve bir problem uygun değil olarak değerlendirilmiştir (bkz. Tablo 4).

Tablo 4.

Modelleme problemlerinin gerçekçi olma kriterine uygunluğu

	Uygun	$G_1, G_2, G_5, G_6, G_7, G_{10}, G_{12}, G_{13}, G_{15}$
Gerçekçi olma	Bir ölçüde uygun	$G_3, G_4, G_8, G_9, G_{11}, G_{14}, G_{16}, G_{18}, G_{19}$
	Uygun değil	G_{17}

Tablo 4 incelendiğinde yalnızca G_{17} 'nin probleminin gerçekçi yapıda olmadığı belirlenmiştir. Bunun sebebi G_{17} 'nin problem bağlamının ve verdiği görselin gerçek radar bilgilerine uygun olmaması olarak belirlenmiştir (bkz. Şekil 2).

Bununla birlikte dokuz problem gerçekliğe bir ölçüde uygun olarak değerlendirilmiştir. Bu problemlerin gerçek yaşam bağlamına sahip olduğu ancak problemin verilerinin gerçek yaşama uygun olmadığı görülmüştür. Örneğin G_3 bir bahçeye havuz yaptırma konusunu ele aldığı modelleme probleminde her ne kadar gerçek yaşamdan bir bağlamı göz önünde bulundurmuş olsa da havuzun kenar uzunluklarını 2a ve a birim şeklinde cebirsel olarak vermeleri sebebiyle gerçek yaşamdan verileri yansıtamamışlardır (bkz. Şekil 7).



Şekil 7. G_3 problem durumu

Dokuz problem gerçekliğe uygun olarak değerlendirilmiştir. Bu problemlerden G_{15} 'in probleminde en fazla kar elde edebilmek için bir serada hangi ürünün yetiştirilmesinin uygun olacağı ele alınırken, problemin gerçek yaşamdan veriler içerdiği ve öğrenciler için anlamlı bir bağlam oluşturduğu düşünülmüştür (bkz. Şekil 8).



Mersin'de tarımla geçimini sağlayan bir çiftçi kış ayında da yazın yetişen meyve ve sebzelerden yetiştirmek için boyutları 50×100 m² olan dikdörtgen şeklinde bir sera kiriliyor. Seranın aylık kirası 800 000 TL ve 12 ay boyunca aylık ortalama gider (ısıtma, işçi, sulama, gübreleme vb.) 30 000 TL olarak hesaplanmıştır.

Mersin'de seralarda genellikle salatalık, patlıcan ve domates yetiştirilmektedir. Çiftçi de serada bunlardan birisini yetiştirecektir.

Çiftçi bir yılda en fazla kar elde etmek için serada hangi ürünü yetiştirmelidir?

Şekil 8. G_{15} problem durumu

Gruplarla gerçekleştirilen görüşmede katılımcılar problemlerinde öğrencilerin günlük yaşamlarında karşılaşılabilecekleri durumları seçtiklerini ifade etmişlerdir. Örneğin G_7 'deki katılımcılar parkın aydınlatılmasına ilişkin oluşturdukları problemin (bkz. Şekil 6) içeriğinin gerçek yaşamdan olduğunu ve öğrencilerin sadece bir park özelinde değil herhangi bir durumda aydınlatma sorunu ile karşılaşılabileceklerini aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir:

G₇-ÖA₁: Hocam gerçekçi olduğunu düşünüyoruz. Çünkü günlük hayatta insanların parka gittiğini görüyoruz. Aynı zamanda tasarruf çok önemli şu an günümüzde. Bir de aydınlatma sorunu günlük hayatta karşılaşılabilecekleri bir sorun yani park olarak değil bahçeyi veya evi de aydınlatırken bununla karşılaşılabirler. O yüzden günlük hayattan olduğunu düşünüyoruz problemimizin.

Modelleme Problemlerinin Otantik Olma Kriterini Sağlama Durumuna İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarının modelleme problemleri incelendiğinde sekiz problem otantik olarak değerlendirilirken geriye kalan on bir problem otantikliğe uygun değil olarak değerlendirilmiştir (bkz Tablo 5).

Tablo 5.

Modelleme problemlerinin otantik olma kriterine uygunluğu

Otantik olma	Uygun	$G_1, G_2, G_5, G_7, G_8, G_{12}, G_{15}, G_{19}$
	Uygun değil	$G_3, G_4, G_6, G_9, G_{10}, G_{11}, G_{13}, G_{14}, G_{16}, G_{17}, G_{18}$

Otantik olma kriterine uygun olmayan problemlerden biri olarak değerlendirilen G_{14} ekmeğin israfı azaltıldığında buğday hasadı için harcanacak olan mazot miktarının bir yılda ne kadar azalacağını hesaplanmasını istemiştir. Problemde ilerleyen aylarda ekmeğin israf sayılarındaki düzenli artışın gerçek yaşamda her zaman mümkün olmaması ve öğrencileri doğrudan bir matematiksel fikre yönlendirecek olması sebebiyle problem okul dışı gerçek bir amaçtan yani otantiklikten uzaklaşmıştır (bkz. Şekil 9).



Ekmeğin israfı günümüzün en büyük problemlerinden biridir. Ekmeğin israfı, aynı zamanda ekmeğin için kullanılan buğdayın, ayrıca buğdayın hasatı için kullanılan mazotun israfı demektir. Bu israfın önüne geçmek isteyen Tarım Bakanlığı, halkı bilinçlendirmeye çalışmaktadır. Tarım Bakanlığı tarafından yayınlanan kamu spotuna göre Türkiye'de günde 4,9 milyon, yılda ise 1,79 milyar adet ekmeğin israf ediliyor.

Tarım Bakanlığı'ndan bir yetkili, matematik öğretmeni olan Gürkan Bey'e bir proje hazırlamasını istemektedir. Gürkan Öğretmen bunun için öğrencileri ile bir proje hazırlıyor. Bu proje kapsamında bir yıl içinde Türkiye'deki tüm fırınlara, otellere, yurtlara, hanelere, israfın azaltılması için hazırladıkları broşürleri ulaştırmayı planlamışlardır. Öğrenciler

1.ayın sonunda günlük ekmeğin israfını 1000 adet
2.ayın sonunda günlük ekmeğin israfını 2000 adet
3.ayın sonunda günlük ekmeğin israfını 4000 adet
4.ayın sonunda günlük ekmeğin israfını 8000 adet
olacak şekilde her ay bir önceki aya göre ekmeğin israfını 2 kat azaltmayı hedeflemektedirler.

Gürkan Öğretmen ve öğrencilerine bu problemin çözümünü konusunda yardımcı olunuz ve oluşturduğunuz modeli kullanarak bu proje ile 1 sene içinde kaç TL'lik bir mazot masrafinin önüne geçilebileceğini bulunuz.

Şekil 9. G_{14} problem durumu

Problem durumu otantik olarak değerlendirilen problemler tamamen okul dışı amaçlara yönelik geliştirilmiş problemlerdir. Örneğin G_1 köyde yaşayan insanlara kış mevsiminde gerekli olan içme suyunu depolamak amacıyla kaç tane su depolama kulesi gerektiğini hesaplamayı içeren bir problem geliştirmişlerdir (bkz. Şekil 10). Öğrenciler o köyde yaşamasalar dahi çözümleriyle o köyde yaşayan kişilerin kış mevsiminde su taşıyan boruların donması sebebiyle susuz kalma sorunlarının üstesinden gelecek olmaları sebebiyle, G_1 'in geliştirdiği problemin okul dışı gerçek bir amaca hizmet eden otantik bir problem olduğu görülmüştür.



Şekil 10. G_1 problem durumu

Problem durumlarının otantik olma kriterine ilişkin grupların görüşme verileri incelendiğinde, gruplar okul dışı bir amacı gözeterek problemlerini tasarladıklarını ifade etmişlerdir. Örneğin G_{19} 'daki katılımcılar Şekil 11'deki problem durumunda öğrencilerin deniz kirliliği ile ilgili benzer bir sorunla karşılaştığında bu sorunun üstesinden gelme ihtiyacı hissedeceklerini aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

G_{19} - ÖA_1 : [Problemde] günlük hayatta hepimizin karşılaştığı İzmir'de yaşayan özellikle şu an herkesin deniz kenarında karşılaşılabileceği bir durum var. Okul dışında da bunlarla karşılaşabilirler ve çözüme ihtiyacı hissettirebilir çocuklara.

Bununla birlikte G_7 ile gerçekleştirilen görüşmede kendilerinin otantik olma kriterindeki okul dışı kavramını sadece fiziksel bir ortam olarak açıklamaları dikkat çekmiştir. Bu durum her ne kadar G_7 'nin problemi otantik olarak değerlendirilse de katılımcıların söz konusu kriteri anlamlandırmada eksikliklerinin olduğunu göstermiştir.

G_7 - ÖA_1 : Hocam okul dışı ortamda gerçekleştiği, mesela okul içinde bir park alanını aydınlatmasını söylemiyoruz ama okul dışı bir etkinliği yani bir park alanını aydınlatması tamamen okul dışı bir etkinliğe giriyor.

Modelleme Problemlerinin Problem Durumu Oluşturma Kriterini Sağlama Durumuna İlişkin Bulgular

Grupların tasarladıkları problemler incelendiğinde öğrencilerin rutin aktivitelerle çözemeyecekleri yapıda olmaları sebebiyle hepsinin problem durumu oluşturduğu belirlenmiştir (Tablo 6).

Tablo 6.

Modelleme problemlerinin problem durumu oluşturma kriterine uygunluğu

Problem durumu oluşturma	Uygun	$G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6, G_7, G_8, G_9, G_{10}, G_{11}, G_{12}, G_{13}, G_{14}, G_{15}, G_{16}, G_{17}, G_{18}, G_{19}$
	Uygun değil	-

Örneğin G_{19} gemilerin petrol sızdırması sebebiyle deniz kirliliğini ele aldığı problemde, bir kaza sonucunda denize sızan petrolün yayıldığı alanın temizlenmesi için gerekli olabilecek sorbent miktarının hesaplanmasını amaçlamıştır (bkz. Resim 11).



Şekil 11. G₁₉ problem durumu

G₁₉ ile gerçekleştirilen görüşmede katılımcılar tasarladıkları içeriğin neden problem durumu oluşturduğunu aşağıdaki gibi açıklamışlardır:

G₁₉-ÖA₁: Modelleme probleminin olmasının getirdiği bir şey de [problem durumu oluşturması] gerekiyor. Çünkü ilk bakışta normal çözdükleri bir soru gibi çözemeyeceklerdir bunları. Farklı seçenekleri, farklı durumları göz önünde bulundurmaları gerekiyor. Bunlara göre çözümleri farklılaşıyor. İlk bakışta da çözemeler çünkü bütün veriler açıkça verilmiş değil. Yani kendilerinin bir şeyleri modelleyip, ölçüp, biçip buna göre çözüm oluşturmaları gerekiyor. O yüzden ilk bakışta çözülemez. Bir de günlük hayatta da karşılaştıkları için çözme ihtiyacı duyabilirler. Yani bunlar temizlenmezse, bu petrol atıkları ya da farklı atıklar, bize ne gibi zararları olduğunu öğrencilere düşündürebiliriz diye düşündük.

Bir başka örnekte G₁₂ tatil için gidilebilecek şehrin hangisi olduğuna karar vermeyi içeren problemlerinin (bkz. Şekil 12) neden problem durumu oluşturduğunu aşağıdaki gibi açıklamışlardır:

G₁₂-ÖA₁: [Problemin, bir problem durumu oluşturduğunu] evet hocam düşünüyoruz. Çünkü belli bir formülle ya da belli rutin bir şekilde çözülen bir problem değil. Her öğrenciye göre değişen bir durum bu. Herkes farklı bölgeler seçebilir, herkesin düşüncesi farklı olabilir.



Şekil 12. G₁₂ problem durumu

Modelleme Problemlerinin Modelleme Süreci İçerisinde Çözülebilir Olma Kriterini Sağlama Durumuna İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarının modelleme problemleri incelendiğinde, yedi problemin modelleme süreci içerisinde çözülebilir olduğu geri kalan on iki problemin ise modelleme süreci içerisinde çözülmeye uygun olmadığı belirlenmiştir (bkz Tablo 7).

Tablo 7.

Modelleme problemlerinin modelleme süreci içerisinde çözülebilir olma kriterine uygunluğu

Modelleme süreci	Uygun	G ₂ , G ₅ , G ₇ , G ₈ , G ₁₂ , G ₁₅ , G ₁₉
içerisinde çözülebilir olma	Uygun değil	G ₁ , G ₃ , G ₄ , G ₆ , G ₉ , G ₁₀ , G ₁₁ , G ₁₃ , G ₁₄ , G ₁₆ , G ₁₇ , G ₁₈

Modelleme süreci içerisinde çözülebilir olan yedi problem öğrencilerin problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama basamaklarından geçebilmelerine uygun yapıdadır. Diğer on iki problem ise çözüm sürecinde öğrencilerin varsayım oluşturmalarına uygun olmaması bir başka deyişle sadeleştirme yaparak gerçek model

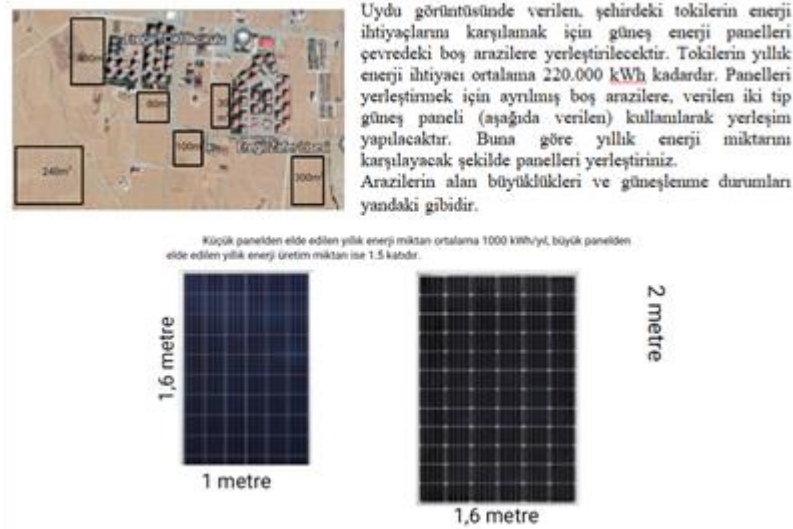
oluşturulamayacak olması veya problemi çözmek için ekstra verilere ihtiyaç duyulmaması sebebiyle modelleme süreci içerisinde çözülemez olarak değerlendirilmiştir.

Örneğin G_8 'in bir arazide siloları maksimum verimle ve minimum maliyetle depolamayı gerektiren problemi (bkz. Şekil 13) öğrenciler için anlaşılır ve açık bir yapıdadır. Silonun şekli, boyutları, maliyeti ve siloların araziye yerleşim planı problemde verilmeyip öğrencilerin kendi varsayımlarını oluşturmalarını gerektirmektedir. Söz konusu varsayımlara dayalı olarak öğrenciler farklı matematiksel modeller oluşturabilecek ve bunları matematiksel yöntemlerle çözebileceklerdir. Elde ettikleri matematiksel çözümleri maksimum verimlilik ve minimum maliyet bağlamında yorumlaması beklenen öğrenciler gerekli gördükleri durumlarda doğrulama yapıp varsa hatalarını düzeltebilirler. Bu anlamda söz konusu problem modelleme süreci içerisinde çözülebilir yapıdadır.

SORU: Hasat edilmiş ürün tüketime verinceye kadar değişik amaçlarla kısa veya uzun süreli olarak çeşitli tip ve yapıdaki depolarda saklanmaktadır. Çukurova'da kendisine tarım alanlarına yakın bir arazi alan Mahir Bey, aldığı araziye silolarla doldurup çevresindeki çiftçilere depo olarak kiralamak istiyor. Amacı arazide maksimum ürün depolamak ve bunu minimum maliyetle yapmaktır. Mahir Bey yükseklikleri 10 m olan eş silolar alacaktır ancak siloların boyutlarına ve şekline karar verememiştir. Ayrıca siloları araziye nasıl yerleştireceğini de bilmemektedir. Mahir Bey yaptığı araştırmalar sonucu siloların fiyatlarının yüzey alanları ile doğru orantılı olduğunu ve her 50 m^2 lik yüzey alanı için 1000 TL ödemesi gerektiğini öğrenmiştir. Buna göre Mahir Bey'e ne önerirsiniz, nasıl bir seçim yapmalı ve siloları nasıl yerleştirmeli? ($\pi = 3$, Mahir Bey'in aldığı arazinin ölçüleri: 130×120)

Şekil 13. G_8 problem durumu

Aksi duruma örnek verecek olursak G_4 bir şehre yıllık enerji miktarını karşılayacak güneş enerjisi panellerinin yerleştirilmesini amaçladığı problem ile birlikte sundukları uydu görüntülerindeki alanların (bkz. Şekil 14) gerçek verilere uygun olmaması sebebiyle problemin anlaşılabilirliği sorun teşkil etmektedir. Dolayısıyla öğrenciler tarafından doğru bir şekilde anlaşılamayacak olan bu problemin modelleme süreci içerisinde çözülebilmesi de mümkün değildir.



Şekil 14. G_4 problem durumu

Farklı bir örnekte verilen bir bütçeye uygun buzdolabı yaptırmayı amaçlayan G_9 grubunun probleminde problemin çözümü için hazır matematiksel modelleri içeren bir tablo verilmiştir (bkz. Şekil 15). Dolayısıyla öğrencilerin çözüm için bir varsayımda bulunmaları veya ekstra bilgileri kullanmaları gerekli değildir. Bu sebeple söz konusu problem, öncelikle sadeleştirme ve matematikselleştirme basamaklarına uygun olmaması sebebiyle modelleme süreci içerisinde çözülemez olarak değerlendirilmiştir.

Şahsa Münhasır Buzdolabı		
Kalite ve Enerji Tüketimi Sınıfları	Fiyatlandırma artışı (Minimum Fiyat=MF:15.000 TL)	İhsan Bey'in evindeki buzdolabı bozulmuştur ve yerisini almak zorundadır. Almışken hem en kalitesini almak istiyor, hem de olabildiğince geniş bir hacminin olmasını istiyordur. İhsan Bey'in elinde 20.000 TL bütçesi vardır.
A	MF + 2.500 TL	İhsan bey, buzdolabını hacim ve kalitesine göre özel olarak yapan bir firmayla konuşur ve fiyatlandırmanın nasıl olduğunu sorar. Firmanın verdiği katalog aşağıda verilmiştir:
B	MF + 2.200 TL	
C	MF + 1.900 TL	Örneğin C kalite 70x150x65 ebatlarında bir buzdolabının fiyatı:
D	MF + 1.600 TL	$16.900 + (70 - 60).10 + (150 - 150).11 + (65 - 50).8 = 16.900 + 100 + 120 = 19.100$ TL'dir.
E	MF + 1.200 TL	Buna göre İhsan Bey bütçesini aşmadan hangi kalite ve boyutlarda bir buzdolabı alırsa en doğru alışverişi yapmış olur?
F	MF + 700 TL	
G	MF	
		Fiyat artışı (Kalite ile belirlenen fiyat=KF)
En (min: 60 cm)		(En uzunluğu - 60). 30
Boy (min: 150 cm)		(Boy uzunluğu - 150). 40
Genişlik (min: 50 cm)		(Genişlik uzunluğu - 60). 30

Şekil 15. G₉ problem durumu

Matematik Öğretmeni Adaylarının Ders Kitaplarından Söz Konusu Soruları Seçme Sebeplerine İlişkin Bulgular

Matematik öğretmeni adaylarının ders kitaplarından söz konusu soruları seçerken; günlük hayata uygun olma (G₇, G₁₂, G₁₅, G₁₉), farklı çözüm yollarına uygun olma (G₂, G₈, G₁₂), ilgi çekici olma (G₇), kendi deneyimlerine uygun olma (G₂, G₁₂), toplumsal olaylara farkındalık sağlama (G₁₉), GeoGebra'da çözülebile (G₅), öğrenci düzeyini dikkate alma (G₅) ve modelleme kriterlerini sağlama (G₁₅) durumlarını göz önünde bulundurmışlardır.

Seçilen sorunun günlük hayata ve modelleme kriterlerine uygunluğuna dikkat ettiğini belirten G₁₅, 9. Sınıf fen lisesi kitabından seracılıkla ilgili bir soruyu (bkz. Şekil 16) seçmişler ve seçme sebebini aşağıdaki gibi açıklamışlardır.

G₁₅-ÖA₁: Hocam aslında seçerken daha çok günlük hayatta kullanabilir miyiz, yani günlük hayatta gerçek olan bir problem olsun diye uğraştığımız için o problemi seçmiştik ders kitabından. O yüzden yani gerçek hayata uygun olması amacıyla.

G₁₅-ÖA₃: Hocam süreçte şu şekilde oldu. Ders kitaplarını bölüştürdük kendi aramızda, modelleme kriterlerine uygun olabilecek, o şekle dönüştürülebilecek sorular hangileri olabilir onunla ilgili bir eleme yaptık... Seçtiğimiz soruları modelleme problemlerinin kriterlerini sağlayacak şekilde çevirmeye çalıştık. Sonrasında da bulunuyor mu, nasıl diyeyim, tamam bu kriterleri sağlıyor ama bu oluşturduğumuz soru öğrenciler tarafından bulunabilecek mi, sonuca varabilecek mi öğrenciler araştırmalar sonunda bununla ilgili tartışmalar yaptık en sonunda soruyu öyle seçtik yani.

 Tarımla geçimini sağlayan bir kişi, yaşadığı bölge tarıma uygun olmasına rağmen iklim şartlarından dolayı istediği ürünü yetiştirememektedir. Bu sebeple bir sera kurmaya karar verir.

Bu seranın gelir gider ve maliyet bilgileri yaklaşık aşağıdaki gibidir:

- Seranın kurulum maliyeti: 52 500 TL
- Yıllık yaklaşık gelir: 45 000 TL
- Kurulacak seranın 12 ay boyunca aylık gideri: 500 TL
- Verimlilik: Bir yılın yaklaşık %75 inde üretim yapılabilmektedir.

Verilen bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

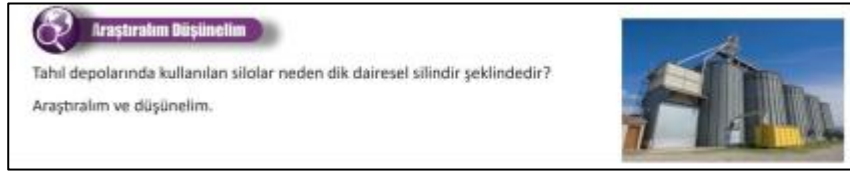
- a) Seranın bir yılın kaç ayında tam kapasiteyle çalışabileceğini bulunuz.
- b) Seranın çalıştığı zamandaki üç aylık gelirinin en fazla kaç TL olacağını bulunuz.
- c) Bu seradan kâr elde edilebilmesi için en az kaç ay üretim yapılması gerektiğini bulunuz.

Şekil 16. G₁₅ ders kitabından seçilen soru

G₈, 8. Sınıf ders kitabından seçtiği Araştırılmalı Düşünelim sorusunu (bkz. Şekil 17) farklı çözüm yollarına uygun olabilecek şekilde uyarlayabileceklerini aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir:

G₈-ÖA₁: Çünkü Araştırılmalı Düşünelim daha açık uçlıydı. Bir cevap değil de birden çok cevabın gelebileceğini öğrencilerden düşündük ve bunu geliştirmeye daha müsait bulduk. Tek bir cevap değil de daha çok üzerine düşünme olduğu için buna karar verdik.

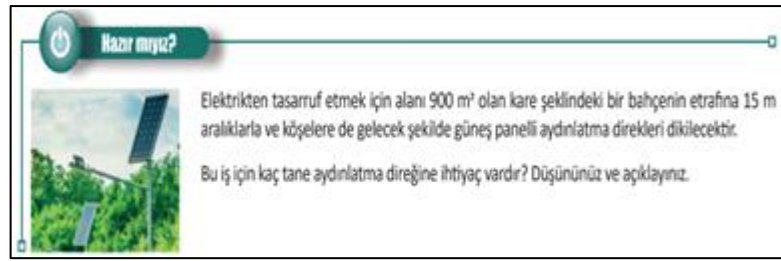
G₈-ÖA₂: Hocam aslında biz başlangıçta ekmek israftıyla ilgili bir soru vardı, onu modelleme sorusu yapmak istedik ama rakamlar falan vesaire verildiği için istediğimiz gibi değiştiremedik, açık uçlu yapamadık o yüzden birazcık da.



Şekil 17. G₈ ders kitabından seçilen soru

G₇ ilgi çekici ve günlük hayattan içeriğe sahip olması sebebiyle 8. Sınıf ders kitabından Hazır mıyız? sorusunu (bkz. Şekil 18) seçmiş ve düşüncelerini aşağıdaki gibi açıklamıştır:

G₇-ÖA₁: Hocam konunun ilgi çekici olduğunu fark ettik. Bir de elimizdeki konunun modellemeye uygun olduğunu düşündük. Ders kitaplarını da inceledik. İçlerinden bunun dikkat çekici olması bizi bu modellemeyi yapmamıza itti. Bir de günlük hayatla ilgiliydi.



Şekil 18. G₇ ders kitabından seçilen soru

G₂ ise iki noktanın birbirine göre konumunu ele alan soruyu (bkz. Şekil 19) kendilerinin oryantiring deneyimine sahip olmaları ve farklı çözüm yollarına uygun olabileceği sebebiyle seçtiklerini aşağıdaki gibi açıklamıştır:

G₂-ÖA₂: Biz aslında birçok etkinliğe baktık. Ama etkinlikleri incelerken buradan daha fazla soru üretebileceğimizi, daha fazla çözüm yolu üretebileceğimizi düşündük.

G₂-ÖA₁: Bir de biz lisedeyken oryantiring ile ilgileniyordu okulumuz o yüzden biraz dikkatimizi çekti.



Şekil 19. G₂ ders kitabından seçilen soru

G₁₉ ise 11. Sınıf ders kitabından seçtiği soruyu (bkz. Şekil 20) günlük yaşamdan olması ve deniz kirliliği konusunda öğrencilerde farkındalık kazandırmayı amaçladıkları için seçtiklerini aşağıdaki gibi açıklamıştır:

G₁₉-ÖA₂: Bu soruyu seçme nedenimiz özellikle günlük yaşamla ilgili olması, açık seçik bir şekilde. Bir de deniz kirliliği konusunda bir farkındalık oluşturması. Yani insanların denizleri temiz tutması gerektiği ve denizleri nasıl temiz tutabiliriz eğer yanlış bir hareketimiz sonucunda deniz kirlenirse nasıl temizleriz, insanlar bunlara matematiksel olarak nasıl çözüm üretir gibi o yönleri düşünmüştüm...



Şekil 20. G₁₉ ders kitabından seçilen soru

Soruyu seçerken, açık uçlu, günlük hayata ve kendi deneyimlerine uygun olmasına dikkat ettiğini belirten G₁₂, 7. Sınıf ders kitabından hava sıcaklığı ile ilgili bir etkinliği (bkz. Şekil 21) seçmişler ve seçme sebebini aşağıdaki gibi açıklamışlardır.

G₁₂-ÖA₂: *Hocam negatif sayılarla karşılaştırmada daha açık uçlu bir soru bulabiliriz diye düşündük. Günlük hayata yakın bulabiliriz diye düşündük aslında o yüzden seçtik bu etkinliği. Bir de doğrudan gözleme şansı bulduğumuz, çoğumuz 7. Sınıflarda staja girdik, daha kolay olur diye düşündük doğrudan gözlemleyebildiğimiz için.*

ETKİNLİK
Araç-Gereçler: kalem, kâğıt, termometre
Uygulama Basamakları:

Yandaki haritada Türkiye'deki bazı illerin 1 Ocak 2016 tarihindeki sıcaklık değerleri verilmiştir.

• Verilen sıcaklık değerlerini sağ taraftaki termometre üzerinde gösteriniz.
• Verilen illerin sıcaklık değerlerini termometre üzerinde 3 °C arttırarak bulduğunuz yeni sıcaklık değerlerini aşağıdaki haritaya yazınız.

• Her ilin başlangıçta verilen sıcaklık değerini 8 °C arttırdığınızda elde edilecek yeni sıcaklık değerlerini bulup tabloda ilgili sütuna yazınız.
• Her ilin yeni sıcaklık değerinin nasıl hesaplanacağını ifade eden işlemi aşağıdaki tabloda ilgili sütuna yazınız.

Tablo: İller Göre Sıcaklık Tablosu

İller	İşlem	Yeni Sıcaklık Değeri
Ankara
İzmir
Van
Burdur
Düzce
Samsun

• İllerin sıcaklık değerlerini arttırırken termometre üzerinde verilen sıcaklık değerini hangi yöne ilerlettiniz?
• Sıcaklık değerlerinden pozitif olanları arttırdığınızda sonucun nasıl değiştiğini yazınız.
• Sıcaklık değerlerinden negatif olanları arttırdığınızda sonucun nasıl değiştiğini yazınız.

Şekil 21. G₁₂ ders kitabından seçilen soru

G₅, 7. Sınıf ders kitabından Birlikte Çözüm sorusunu (bkz. Şekil 22) seçerken GeoGebra ile çözülebilecek içerikte olmasına ve öğrenci düzeyine dikkat ettiklerini aşağıdaki gibi açıklamıştı:

G₅-ÖA₁: *Hocam acaba biz bunu [problemi] ortaokul düzeyine mi uygulayacağız yoksa lisans düzeyine mi uygulayacağız, onun kararsızlığını yaşadık. Biz bunları modelleyebiliyoruz ama ortaokul düzeyine uygun değil bunun kararsızlığı çok fazlaydı.*

G₅-ÖA₂: *Hocam bir de GeoGebra kullanarak da biz problemin çözümünü gösterebilmek istedik. O yüzden de her problemin de öğrencilerin dönüştürebilmesi zor olabilir diye biraz vakit aldı. Bunu nasıl aktarabiliriz, öğrenciler bunu çözebilir mi, biz gösterebilir miyiz diye o sebeple de detaylı araştırma yoluna gittik.*



Şekil 22. G₅ ders kitabından seçilen soru

TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Matematik öğretmeni adaylarının ders kitaplarındaki soruları modelleme problemine uyarlamalarının amaçlandığı bu çalışmada, öğretmen adaylarının söz konusu soruları seçme sebepleri ve modelleme problemi kriterlerini sağlama durumları ayrıntılı incelenmiştir. İncelemeler sonucunda on dokuz grubun geliştirdiği problemlerden yedisi açık uçlu, karmaşık, gerçekçi ve otantik olma, problem durumu oluşturma ve modelleme süreci içerisinde çözülebilir kriterlerini sağlama sebebiyle matematiksel modelleme problemi olarak değerlendirilmiştir. Diğer problemler ise söz konusu kriterlerin tamamını sağlayamamıştır.

Araştırma sonuçları açık uçlu olma kriteri bağlamında ele alınırsa problemlerden yalnızca yedi tanesinin söz konusu kriteri sağladığı, geri kalan on iki tanesinin ise bu kritere uygun olmadığı görülmüştür. Problemin açık uçlu olması öğretmen adaylarının varsayımlarına bağlı farklı çözümlerin elde edilmesini gerektirmektedir (Borromeo-Ferri, 2018). Dolayısıyla söz konusu modelleme problemleri farklı varsayımların kullanılmasıyla farklı çözümlerin ortaya çıkabileceği yapıdadır. Şahin ve diğerleri (2019) çalışmasında öğretmen adaylarının matematiksel modellemenin varsayımlar gerektirmeyeceğine ilişkin kavram yanlışlarına sahip olduğunu göstermiştir. Bu anlamda bu çalışmada katılımcıların problem durumlarını açık uçlu oluşturamama sebeplerinden biri varsayım oluşturmaya yönelik yanlışlara sahip olması olarak düşünülebilir.

Modelleme problemlerinin sahip olması gereken bir diğer kriter problemin karmaşık olmasıdır. Araştırma sonuçları problemin çözümü için gerekli olan verilerin tamamının içerikte yer alması sebebiyle yedi grubun probleminin bu kriteri karşılamadığını, altı grubun ise çözüm için ekstra bilgiye ihtiyaç duyması sebebiyle bu anlamda başarılı olduğunu göstermektedir. Geri kalan altı grup, problemde yer alan verilerin yanı sıra ekstra bilgileri de kullanmaya ihtiyaç duyulması sebebiyle bir ölçüde karmaşık olarak değerlendirilmiştir. Araştırma sonuçlarına paralel olarak Doğan (2020) da öğretmen adaylarının tasarladığı modelleme problemlerinin yalnızca bir kısmının karmaşık olma kriterini sağladığını belirtmektedir. Bunun yanında Şahin ve diğerleri (2019) öğretmen adaylarının problemde mutlaka matematiksel verilerin sunulması gerektiğine dair güçlü bir kavrayışa sahip olduklarını ve modelleme problemi olabilmesi için bir sorunun zor olması gerektiği yanlışına sahip olduklarını belirtmektedir. Dolayısıyla elde edilen bu sonuç, benzer şekilde bu çalışmadaki bazı öğretmen adaylarının karmaşık olma kriterini problemin zor çözülebilir olması olarak yanlış yorumladığı sonucuyla paralellik göstermektedir.

Matematiksel modelleme en genel anlamda gerçek yaşam durumlarını içeren bir problemi anlamayı, problemin modelini kurmayı ve model üzerinde matematiksel olarak çalışarak gerçekçi çözümlere ulaşmayı hedeflemektedir (Maaß, 2010). Dolayısıyla modelleme problemlerinde tartışılması gereken en önemli özellik onun gerçek dünyayla ilgisidir. Gerçek yaşam bağamlarına sahip olmayan modelleme problemlerinde farklı varsayımlara dayalı farklı sonuçlar elde edilemeyecek, ekstra bilgiye ihtiyaç duyulmayacak, özgün olmayacak ve modelleme süreci içerisinde çözümü mümkün olmayacaktır. Modelleme problemlerinde gerçek yaşam bağlamında eksik bilgiler verilse de çeşitli varsayımlar doğrultusunda çözüm için gerekli veriler araştırma yoluyla elde edilebilir. Ayrıca gerçekçi olmayan bir problemde yorumlama ve doğrulama yapmak mümkün olmayacağından modelleme sürecinde çözülebilir de olamayacaktır. Dolayısıyla gerçekçi olma kriteri, tüm kriterler göz önüne alındığında bağlayıcı bir rol oynamaktadır (Tekin-Dede vd., 2017). Araştırma sonuçlarına göre bir grup dışında diğer tüm grupların gerçekçi olma kriterini sağladığı görülmüştür. Elde edilen sonuçlara benzer şekilde Tekin-Dede ve diğerlerinin (2017) çalışmasında, model oluşturma etkinlikleri tasarlayan yedi grup öğretmen adayından yalnızca bir grubun gerçeklik ilkesini sağlamadığı tespit edilmiştir. Paolucci ve Wessels (2017) matematik öğretmeni adaylarının gerçek yaşam bağamlarını oluşturmada yetkin olduklarını belirtmektedir. Buradan

hareketle katılımcıların ders kitaplarında yer alan soruları modelleme problemlerine uyarlarken gerçek yaşam bağlamlarını oluşturmada başarılı oldukları söylenebilir.

Otantik problemler, öğrencilerin gerçek yaşamda karşılaştıkları sorunları çözme yeteneklerinin gelişimine katkı sağlamaktadır (Kaiser ve Sriraman, 2006). Otantik problemlerin öğretimde kullanılmasının en temel amacı öğrencilerin matematiğin yararlılığı konusunda ikna olmasını, birçok insan için anlamlı olan gerçek yaşam sorunlarını anlamalarını ve bu sorunlara çözüm üretmelerini sağlamaktır (Kaiser ve Schwarz, 2010). Palm (2007) otantik problemlerin öğrencilerin başarısı üzerinde olumlu etkisi olduğunu açık bir şekilde vurgulamaktadır. Ancak bu çalışmada elde edilen sonuçlar öğretmen adaylarının ders kitaplarından uyarladığı on dokuz sorudan yalnızca sekizinin matematik dışı bir amaç içerdiğini yani otantik olduğunu göstermektedir. Benzer şekilde Doğan (2020) çalışmasında matematik öğretmeni adaylarından otantik modelleme problemlerini geliştirmeleri istemiş ve yirmi problemde yalnızca beşinin otantik modelleme problemi olduğu tespit etmiştir. Buradan hareketle öğretmen adaylarının otantik modelleme problemleri tasarlama konusunda sıkıntılar yaşadığı söylenebilir. Vos (2011) matematik eğitiminde otantiklik kavramının farklı tanımlarının olduğunu ve üzerinde fikir birliğine varılarak oluşturulmuş bir tanımının olmadığını belirtmektedir. Buradan hareketle öğretmen adaylarının otantikliğe uygun problemler geliştirmede yaşadıkları sıkıntının, otantiklik kavramını tam olarak anlamlandıramamalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Benzer şekilde bu çalışmada bir modelleme problemi her ne kadar otantik olma kriterini sağlamış olsa da katılımcılar söz konusu kriteri yanlış yorumlamışlardır (bkz. G₇). Ancak öğrencilerin gerçek yaşamlarında karşılaştığı sorunlara etkili çözümler bulabilmesi ve matematiğin gerçek yaşamla ilişkisini kavrayabilmesi için öncelikle öğretmenlerin otantik problemleri geliştirebilecek bilgi ve becerilere sahip olması gerekmektedir. Bu nedenle öğretmen eğitimlerinde otantikliğe hizmet eden modelleme problemlerine vurgu yapılması, otantikliğe uygun ve uygun olmayan örnekler sunulması ve onlarla birlikte otantik kavramının tartışılması, onların otantik problemler tasarlayabilmeleri açısından oldukça önemlidir.

Öğretmen adayları hem öğrenci hem de eğitimci olarak aşına olmadıkları bir beceri olduğundan problem kurma konusunda zorluk yaşamaktadırlar (Crespo ve Sinclair, 2008). Bu çalışmada söz konusu durumun aksine tüm grupların oluşturduğu problemlerin, öğrencilerin çözüme götüreceği stratejiler üzerinde kapsamlı düşünmesini gerektiren problem olduğu yani bir problem durumu oluşturduğu belirlenmiştir. Bunun sebebinin daha önce de belirtildiği üzere bir grup dışında diğer tüm grupların tasarladığı problemlerin gerçek yaşam bağlamına sahip olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Benzer biçimde Verschaffel ve meslektaşları (2000) ile Osana ve Pelzcer (2015) problem gerçek yaşam bağlamına sahip olduğunda öğretmen adaylarının problem oluşturma becerilerinin gelişimine önemli ölçüde katkı sağlandığını ifade etmektedirler. Bunun yanında Silver ve Cai (1996) iyi problem çözümlerinin problem oluşturmada daha iyi olduklarını ve Nicol ve Bragg (2009) öğretmen adaylarının açık uçlu sorulara aşına olmalarının problem oluşturmalarına katkı sağladığını belirtmektedir. Bu anlamda katılımcıların problem durumu oluşturma konusundaki yeterlikleri, lisans döneminde birçok derste problem çözme deneyimi kazanmaları ve aynı zamanda matematiksel modelleme dersinde açık uçlu problemler olan modelleme problemleri çözme konusunda deneyime sahip olmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Modelleme problemlerinin çözümünde, tüm modelleme sürecinin yürütülmesi gerekmektedir (Borromeo-Ferri, 2018; Maaß, 2010). Chamberlin ve Moon (2008), öğrencilerin mevcut bir formül veya modeli kullanmak yerine modelleme sürecinde kendi matematiksel modellerini geliştirmeleri gerektiğini belirtmektedir. Bu nedenle mevcut modellerin kullanıldığı problemlerde, modelleme süreci içerisinde çözülebilir olma kriterinin varlığı sorgulanamaz. Buradan hareketle çalışmada yedi grubun modelleme süreci içerisinde çözülebilir problemler oluşturduğu geri kalan grupların ise model oluşturmaya uygun çözümler üretilmeyecek problemler oluşturduğu belirlenmiştir. Ayrıca söz konusu yedi problemin diğer modelleme problemi kriterlerinin tamamını sağladığı da dikkat çekmektedir. Dolayısıyla modelleme süreci içerisinde çözülebilen problemlerin modelleme problemi olma kriterlerinin hepsine sahip olması gerektiği sonucuna ulaşılabilir.

Matematik öğretmeni adaylarının ders kitaplarından söz konusu soruları seçerken, birçoğu soruların günlük yaşamdan olmasına dikkat ettiğini belirtmektedir. Benzer şekilde literatürde yer alan çalışmalarda matematik öğretmeni adayları, matematiksel modelleme problemi özelliklerine yönelik en sık kullandıkları ölçütün gerçek yaşama uygunluğu olduğunu belirtmişlerdir (Kula-Ünver vd., 2018; Özer ve Bukova-Güzel, 2014; Şahin vd., 2019). Bununla birlikte katılımcılar modelleme problemi olma kriterlerinden biri olan açık uçlu olma kriterini de göz önünde bulundurarak, ders kitabında açık uçlu olarak uyarlanması daha mümkün olan soruları tercih ettiklerini ifade etmişlerdir. Katılımcıların ders kitaplarındaki soruları seçerken ilgi çekici olmasına dikkat etmeleri literatürde öğretmen adaylarının modelleme problemi tasarladığı Kula-Ünver ve arkadaşlarının (2018) çalışmasıyla da benzerlik göstermektedir. Gruplardan bir tanesi modelleme

problemini uyarlarken toplumsal olaylara farkındalık sağlamayı göz önünde bulundurduğunu ifade etmiştir. Paralel olarak I ve arkadaşları (2018) modelleme problemlerinde toplumsal farkındalık oluşturmayı hedefleyen çalışmalara dikkat çekmektedir.

Araştırma sonuçları genel anlamda değerlendirildiğinde, öğretmen adaylarının ders kitaplarından uyarladıkları soruların, gerçekçi olma ve problem durumu oluşturma kriterlerini sağladığı ancak karmaşıklık, otantiklik ve modelleme süreci içerisinde çözülebilmek kriterlerinde sıkıntılar olduğu görülmektedir. Dolayısıyla söz konusu sıkıntılara sebep olabilecek zorlukların önüne geçmek için öğretmen eğitimlerinde modelleme problemi oluşturma konusu üzerinde daha fazla durularak eksik olunan kriterlere vurgu yapılması önerilmektedir. Ayrıca matematik öğretmenlerinin kendi sınıf düzeylerine uygun olacak şekilde ders kitaplarından modelleme problemleri uyarlamaları için seminerler verilebilir. Böylelikle gerçek sınıf ortamında modelleme problemlerinin uygulaması gerçekleştirilerek modelleme problemi olma kriterleri daha ayrıntılı incelemelere tabi tutulabilir.

KAYNAKÇA

- Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, 86–95. <https://doi.org/10.1007/BF02655883>
- Borromeo-Ferri, R. (2014). Mathematical modelling-The teachers' responsibility. In A. Sanfratello and B. Dickman (Eds.), *Proceedings of conference on mathematical modelling at Teachers College of Columbia University* (pp. 26–31). New York. <https://doi.org/10.7916/jmetc.v0i0.660>
- Borromeo-Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modelling in school and teacher education*. Springer International Publishing.
- Borromeo-Ferri, R., & Blum, W. (2010). Mathematical modelling in teacher education-experiences from a modelling seminar. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2046-2055). Lyon.
- Borromeo-Ferri, R., & Lesh, R. (2013). should interpretation systems be considered to be models if they only function implicitly?. In G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. Brown (Eds.), *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice*, (pp. 57-66). Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5_4
- Brady, C. E., Borromeo-Ferri, R., & Lesh, R. A. (2022). Tacit knowledge and embodied insight in mathematical modeling. *Investigations in Mathematics Learning*, 14(3), 215-234. <https://doi.org/10.1080/19477503.2022.2095781>
- Brown, S. I., & Walter, M. I. (1993). *Problem posing: Reflections and applications*. Psychology Press.
- Bukova-Güzel, E. (2011). An examination of pre-service mathematics teachers' approaches to construct and solve mathematical modelling problems. *Teaching mathematics and its applications: An international journal of the IMA*, 30(1), 19-36.
- Chamberlin, S. A. & Moon, S. M. (2008). How the problem does based learning approach compare to the model-eliciting activity approach in mathematics?. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 9(3), 78-105.
- Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common core state standards for mathematics*. http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf
- Crespo, S., & Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *Journal of Mathematics Teacher Education* 11, 395–415. <https://doi.org/10.1007/s10857-008-9081-0>
- Doğan, M. F. (2020). Evaluating pre-service teachers' design of mathematical modelling tasks. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, 28(1). 44-59. <https://doi.org/10.30722/IJISME.28.01.004>
- English, L. D., Fox, J. L., & Watters, J. J. (2005). Problem posing and solving with mathematical modeling. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 156–163.
- Galbraith, P. (2015). 'Noticing' in the practice of modelling as real world problem solving. In G. Kaiser, & H. W. Henn (Eds.), *Werner Blum und seine Beiträge zum Modellieren im Mathematikunterricht. Realitätsbezüge im Mathematikunterricht*. Springer, Wiesbaden. https://doi.org/10.1007/978-3-658-09532-1_11

- Guerrero-Ortiz, C., & Camacho-Machín, M. (2022). Design modelling tasks in digital environments. In *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Bozen-Bolzano, Italy.
- Hatch, J. A. (2002). *Doing qualitative research in education settings*. New York Press.
- I, J. Y., Son, J. W., & Jung, H. (2018). Do Social Justice Contexts Matter in Mathematical Modeling?: Modeling Problem Analysis. *New England Mathematics Journal*, *Li*(1), 0–10.
- Kaiser, G., & Schwarz, B. (2010). Authentic modelling problems in mathematics education-examples and experiences. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *31*(1), 51-76.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* *38*, 302–310. <https://doi.org/10.1007/BF02652813>
- Kula-Ünver, S. K., Hıdıoğlu, Ç. N., Tekin-Dede, A., & Bukova-Güzel, E. (2018). Factors revealed while posing mathematical modelling problems by mathematics student teachers. *European Journal of Educational Research*, *7*(4), 941-952.
- Lesh, R. & Zawojewski, J.S. (2007). Problem solving and modeling. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Information Age Publishing, Greenwich.
- Maaß, K. (2010). Classification scheme for modelling tasks. *Journal für Mathematik Didaktik*, *31*, 285–311. <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0010-2>
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative Data Analysis: An Expanded Source Book*. Sage Publication.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Nicol, C., & Bragg, L. A. (2009). Designing problems: What kinds of open-ended problems do preservice teachers pose? In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 225–232). Thessaloniki.
- Osana, H.P., & Pelczer, I. (2015). A review on problem posing in teacher education. In F. F. Singer, N. Ellerton, J. Cai (Eds.). *Mathematical Problem Posing. Research in Mathematics Education*. Springer, New York.
- Özer, A. Ö. ve Bukova-Güzel, E. (2016). Öğrenci, öğretmen adayı ve öğretmenlerin bakış açısından matematiksel modelleme problemleri. *Manisa Celal Bayar Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *4* (1), 57-73.
- Özgür-Şen, E. (2020). Öğretmen adaylarının tasarladıkları matematiksel modelleme problemleri ve tasarlama sürecine ilişkin görüşleri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *21*(3), 1530-1560.
- Palm, T. (2007). Features and impact of the authenticity of applied mathematical school tasks. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Springer, Boston.
- Paolucci, C., & Wessels, H. (2017). An examination of preservice teachers' capacity to create mathematical modeling problems for children. *Journal of Teacher Education*, *68*(3), 330–344. <https://doi.org/10.1177/0022487117697636>
- Schukajlow, S., Kaiser, G. & Stillman, G. (2018). Empirical research on teaching and learning of mathematical modelling: a survey on the current state-of-the-art. *ZDM Mathematics Education* *50*, 5–18. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0933-5>
- Seel, N. M. (2012). Problems: Definition, types, and evidence. In N. M. Seel (Ed), *Encyclopedia of the Sciences of Learning*. Springer, Boston.
- Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(5), 521–539.
- Şahin, S., Doğan, M.F., Çavuş-Erdem, Z., Gürbüz, R., & Temurtaş, A. (2019). Prospective teachers' criteria for evaluating mathematical modeling problems. *International Journal of Research in Education and Science*, *5*(2), 730-743.

- Tekin-Dede, A. ve Bukova-Güzel, E. (2013). Matematik öğretmenlerinin model oluşturma etkinliği tasarım süreçleri ve etkinliklere yönelik görüşleri. *Bartın University Journal of Faculty of Education*, 2(1), 300-322.
- Tekin-Dede, A., Hıdıroğlu, Ç. N. ve Bukova-Güzel, E. (2017). Examining of model eliciting activities developed by mathematics student teachers. *Journal on Mathematics Education*. 8(2), 223-242.
- Türnüklü, E. B., ve Yeşildere, S. (2005). Problem, problem çözme ve eleştirel düşünme. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 107-123.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Swets & Zeitlinger Publishers.
- Vos, P. (2011). What Is 'Authentic' in the teaching and learning of mathematical modelling?. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri, & G. Stillman (Eds.). *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. (pp. 713-722). Springer, New York. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_68
- Vos, P. (2015). authenticity in extra-curricular mathematics activities: researching authenticity as a social construct. In G. Stillman, W. Blum, & M. Salett-Biembengut (Eds.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-18272-8_8
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2021). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık. (12. Baskı).
- Zawojewski, J. (2013). Problem solving versus modeling. In R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. Springer, Dordrecht.