

ULUSLARARASI 3B YAZICI TEKNOLOJİLERİ  
VE DİJİTAL ENDÜSTRİ DERGİSİ

INTERNATIONAL JOURNAL OF 3D PRINTING  
TECHNOLOGIES AND DIGITAL INDUSTRY

ISSN:2602-3350 (Online)

URL: <https://dergipark.org.tr/ij3dptdi>

## EKLEMELİ İMALAT TEKNOLOJİLERİNDE KULLANILABİLECEK PARALEL KİNEMATİK YAPIYA SAHİP 5 SERBESTLİK DERECELİ ROBOTİK SİSTEMİN MATEMATİKSEL ANALİZİ VE GERÇEK ZAMANLI KONTROLÜ

MATHEMATICAL ANALYSIS AND REAL-TIME CONTROL OF A  
ROBOTIC SYSTEM WITH 5 DEGREES OF FREEDOM  
PARALLEL KINEMATICS STRUCTURE THAT CAN BE USED  
IN ADDITIVE MANUFACTURING TECHNOLOGIES

**Yazarlar (Authors):** Ahmet DUMLU<sup>id\*</sup>, Mehran Mahboubkhan<sup>id</sup>, Kağan Koray AYTEN<sup>id</sup>  
Sadrettin GÖLCÜGEZLİ<sup>id</sup> Gürkan KALINAY<sup>id</sup>






**Bu makaleye şu şekilde atıfta bulunabilirsiniz (To cite to this article):** Dumlu A., Mahboubkhan M., Ayten K. K., Gölcügezli S., Kalınay G., "Eklemeli İmalat Teknolojilerinde Kullanılabilecek Paralel Kinematik Yapıya Sahip 5 Serbestlik Dereceli Robotik Sistemin Matematiksel Analizi ve Gerçek Zamanlı Kontrolü" *Int. J. of 3D Printing Tech. Dig. Ind.*, 8(1): 46-58, (2024).

DOI: 10.46519/ij3dptdi.1395993

Araştırma Makale/ Research Article

Erişim Linki: (To link to this article): <https://dergipark.org.tr/en/pub/ij3dptdi/archive>

# EKLEMELİ İMALAT TEKNOLOJİLERİNDE KULLANILABİLECEK PARALEL KİNEMATİK YAPIYA SAHİP 5 SERBESTLİK DERECELİ ROBOTİK SİSTEMİN MATEMATİKSEL ANALİZİ VE GERÇEK ZAMANLI KONTROLÜ

Ahmet DURLU<sup>a</sup> <sup>\*</sup>, Mehran Mahboubkhan<sup>b</sup> , Kağan Koray AYTEN<sup>a</sup>  Sadrettin GÖLCÜGEZLİ<sup>a</sup>   
Gürkan KALINAY<sup>a</sup> 

<sup>a</sup>Erzurum Teknik Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Elektrik Elektronik Bölümü, TÜRKİYE

<sup>b</sup>TebriZ Üniversitesi, Makine Mühendisliği Fakültesi, Makine Bölümü, İRAN

\* Sorumlu Yazar: [ahmetdumlu@erzurum.edu.tr](mailto:ahmetdumlu@erzurum.edu.tr)

(Geliş/Received: 25.11.23; Düzeltme/Revised: 08.02.24; Kabul/Accepted: 10.02.24)

## ÖZ

Bu çalışmada, özellikle katmanlı üretim sorunlarının üstesinden gelmek için geliştirilmiş, beş serbestlik derecesine sahip yeni bir sistem önerilmiştir. Önerilen sistemde, benzer sistemlerden farklı olarak, X ve Z eksenleri boyunca, sisteme dönme hareketleri dahil edilerek, geleneksel üç serbestlik dereceli yapı, beş serbestlik derecesine çıkarılmıştır. Belirtilen serbestlik derecelerinin sisteme eklenmesiyle, geleneksel sistemlerin aksine, parça yüzey bütünlüğünün iyileştirilmesi, üretim süresinden tasarruf ve üretimde kullanılan destek parça kullanımının azaltılması sağlanacaktır. Çalışmada, öncelikle, sistemin kavramsal tasarımı tanımlanmıştır. Daha sonra sistemin kinematik ve dinamik modellerini belirlemek için matematiksel analizler kullanılmıştır. Sistemin eksen hareket performansını değerlendirmek için oransal-integral-türev (PID) kontrol tekniği kullanılmış ve gerçek zamanlı test çalışmaları yapılmıştır. Bu çalışmanın literatüre temel katkısı, üretim teknolojilerine yeni bir bakış açısı sunmak, sanayideki dönüşümü yönlendirmek, gelecekteki üretim süreçlerini şekillendirmek ve endüstriyel yeniliği tetiklemektir. Önerilen sistem ile geleneksel eklemeli imalat yöntemlerine göre daha esnek, sürdürülebilir, uygun maliyetli, daha hassas ve yüksek iş hızlarına ulaşabilen bir üretim modeli olarak literatüre sunulmaktadır.

**Anahtar Kelimeler:** Eklemeli İmalat, Paralel Manipülatör, 5 Serbestlik Derecesi, 3D Yazıcı.

## MATHEMATICAL ANALYSIS AND REAL-TIME CONTROL OF A ROBOTIC SYSTEM WITH 5 DEGREES OF FREEDOM PARALLEL KINEMATICS STRUCTURE THAT CAN BE USED IN ADDITIVE MANUFACTURING TECHNOLOGIES

### ABSTRACT

In this study, a new system with five degrees of freedom has been proposed to overcome additive manufacturing problems. In the proposed system, unlike similar systems, the traditional three-degree-of-freedom structure is increased to five degrees of freedom by including rotational movements along the X and Z axes. By adding the specified degrees of freedom to the system, part surface integrity will be improved, production time will be saved and the use of support parts used in production will be reduced. In the study, first of all, the conceptual design of the system is defined. Mathematical analyzes were then used to determine the kinematic and dynamic models of the system. To evaluate the axis movement performance of the system, proportional-integral-derivative (PID) control technique was used and real-time test studies were carried out. The main contribution of this study to the literature is to offer a new perspective on production technologies, direct the transformation in the industry, shape future production processes and trigger industrial innovation. The proposed system is

presented in the literature as a production model that is more flexible, sustainable, cost-effective, more precise and can reach high work speeds compared to traditional additive manufacturing methods.

**Keywords:** Additive Manufacturing, Parallel Manipulator, 5 Degrees of Freedom (DOF), 3D Printer.

## 1. GİRİŞ

Eklmeli imalat teknolojisi, son yıllarda üretim endüstrisinde önemli bir devrim yaratmış ve üçüncü sanayi devriminin temel taşlarından biri olarak kabul edilmiştir. Önemli ekonomi dergilerinden biri olan “The Economist” dergisinde yayımlanan makaleye göre, bu teknoloji özellikle karmaşık geometrilere sahip ürünlerin üretimini mümkün kılarak, endüstri üzerinde büyük bir ilgi uyandırmıştır [1].

Günümüzde, karmaşık geometrilere sahip ürünlerin üretiminde önemli bir rol oynayan eklmeli imalat teknolojisi, sürekli olarak gelişmekte ve literatürde birçok araştırmaya konu olmaktadır. Bu teknolojinin her geçen gün iyileştirilmesiyle, üretilen ürünlerin mukavemeti artırılmakta [2], yüzey kalitesi optimize edilmekte ve üretim süresi kısaltılmaktadır. Geleneksel üretim yöntemlerinde, 3 doğrusal serbestlik derecesine sahip takım tezgâhları veya yazıcılar, ürünlerin üretiminde destek adı verilen ek parçalara ihtiyaç duymaktadır. Ancak, bu destek parçaları, üretim maliyetini artırmakta, komplike parçaların üretim süresini ve sürecini karmaşık hale getirmektedir. Günümüz sanayisinde, klasik 3 eksenli eklmeli imalat sistemlerin üretim işlemlerindeki sınırlamaları aşmak için çeşitli donanımsal geliştirmelere odaklanılmaktadır. Bu geliştirmeler arasında, farklı kinematik yapıya sahip veya daha yüksek serbestlik derecesine sahip sistemlerin tasarımı önemli bir yer tutmaktadır. Karmaşık geometri parçaların üretimi, eklmeli imalat teknolojilerinde, özellikle çok eksenli paralel kinematik robotik sistemlerin kullanılmasıyla önemli ölçüde kolaylaştırılmıştır. Bu sistemler, karmaşık geometrilere sahip ürünlerin üretiminde var olan kısıtlamaların üstesinden gelerek ürünlerin daha etkili bir şekilde üretilmesine olanak sağlamaktadır [3]. Bu bağlamda, eklmeli imalat teknolojisinin geliştirilmesi ve yeni kinematik yapıların kullanılması sayesinde, ürün mukavemeti, yüzey kalitesi ve üretim süresi gibi kritik unsurların, endüstriyel uygulamalarda iyileştirerek, bu alanda daha verimli ve

rekabetçi çözümler sunma potansiyeli elde edilecektir.

Üste belirtilenler doğrultusunda, paralel kinematik yapıya sahip sistemler, özellikle eklmeli imalat teknolojileri için yapılan üretim adımı, kartezyen sistemlere kıyasla, daha yüksek doğruluk ve parça işleme hızı potansiyeli nedeniyle tercih edilmektedir. Yapılan araştırmalarda, eklmeli imalat teknolojilerinde bir adım öne çıkan farklı paralel kinematik yapıya sahip sistemlerde, sistemde kullanılan 4 ayrı motora bağlanan ayaklar yardımıyla 3 öteleme ve 1 dönme hareketi sağlanabilmektedir. Belirtilen kinematik yapının, Z eksenini etrafında gerçekleştirdiği dönme hareketi sayesinde, sistem üzerindeki serbestlik derecesini dörde çıkardığı ve bu sayede parça üretim süresinin kısaltılabildiği gösterilmiştir [4-12]. Bir diğer çalışmada, X eksenini etrafında dönme yeteneğine sahip bir paralel kinematik yapı olan, Delta tipi sistem geliştirilmiş ve bu sayede sistemin hareket kabiliyeti artırılmıştır [5].

Belirtilen çalışmalardan farklı olarak, eklmeli imalat teknolojisinin mevcut zorluklarına çözüm getirmek amacıyla, önerilen bu çalışmada, paralel kinematik yapıya sahip yeni bir 3B yazıcı geliştirilmiştir. Geleneksel 3 doğrusal serbestlik derecesine sahip sistemlerin aksine, bu çalışmada önerilen tasarım, X ve Z eksenlerine kazandırılan dönme hareketleri sayesinde 5 serbestlik derecesine ulaşılmış, beşinci serbestlik derecesi tabla üzerine yerleştirilen ayrı bir motor yardımıyla sağlanmıştır. Benzer kinematik yapılardan farklı olarak, önerilen kinematik yapıımız sayesinde, sistem bir bütün olarak eş zamanlı çalışmakta ve bunun sonucunda da daha hassas ve daha hızlı parça üretim sağlanarak, ürün mukavemetini artırmayı, dalgalı yüzey kalitesini iyileştirmeyi ve üretim süresini kısaltmayı hedeflemekteyiz. Ayrıca, önerilen sistemde X ve Z eksenlerinde dönme hareketinin kullanılmasıyla, parça yüzeyine paralel kavisli katmanların oluşturulması hedeflenmektedir. Bu şekilde, geleneksel

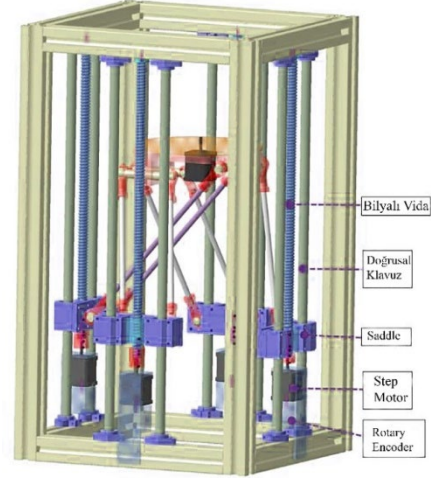
sistemlerde gereken destek parçalarının kullanımından kaçınılarak üretim süreci daha verimli hale getirilmektedir.

Bu makalede, önerilen sistem için öncelikle hem mekanik hem de elektriksel bileşenleri içeren konsept tasarımı sunulmuş ve ardından sistemin kinematik ve dinamik modeli yapılan matematiksel analizlerle belirlenmiştir. Son olarak PID kontrol tekniğini kullanılarak söz konusu sistemin eksen hareket performansları yapılan gerçek zamanlı test çalışmaları ile gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmanın literatüre asıl katkısı, geleneksel 3 boyutlu yazıcılardan farklı olarak üretim maliyetlerini azaltabilen ve daha yüksek hızlarda daha hassas çalışabilen yeni bir paralel kinematik yapıya sahip 3 boyutlu 5 serbestlik derecesine sahip yazıcının konsept tasarımı hakkında bilgi vermektir.

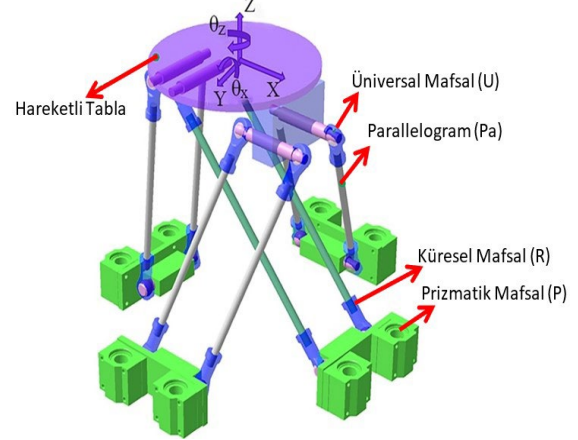
## 2. 5 SERBESTLİK DERECELİ 3D YAZICININ TASARIMI

Şekil 1 ve 2'de gösterildiği gibi, tasarlanan 3D yazıcı sistemi, dört kinematik zincirle birbirine bağlanmış sabit ve hareketli bir platformdan oluşmaktadır. Bu platform, iki adet PR(Pa)U ve iki adet PR(Pa)R kinematik zinciri içermektedir. Sistemdeki R, P, U ve Pa terimleri sırasıyla döner, prizmatik, universal mafsalları ifade etmektedir. Kinematik zincirlerin temel bileşeni, düzlemsel dört barlı paralelkenar yapısıdır. Her bir paralelkenar yapısı, dört bağımsız doğrusal ray sistemine monte edilmiş araçlar aracılığıyla hassas bir kontrol sağlamaktadır.

Paralelkenar yapısını oluşturmak için kullanılan arabalar, her bir bağlantıya küresel mafsallar aracılığıyla bağlanmaktadır. İkinci ve üçüncü kollar, hareketli platforma küresel mafsallar aracılığıyla bağlanırken, birinci ve dördüncü kollar dolaylı bir şekilde hareketli platforma bağlanmaktadır. Her bir bağlantı elemanı, hareketli platforma döner bir mafsalla bağlanmıştır. Hareketli platform, mevcut manipülatör için 3-DOF öteleme ve x-yönünde 1-DOF dönme hareketine izin veren bir yapıya sahiptir (Şekil 1 ve Şekil 2). Z yönündeki dönme hareketliliği ise bir döner tabla kullanılarak sağlanmaktadır.



Şekil 1. Önerilen 5 DOF paralel mekanizmasının yapısı.



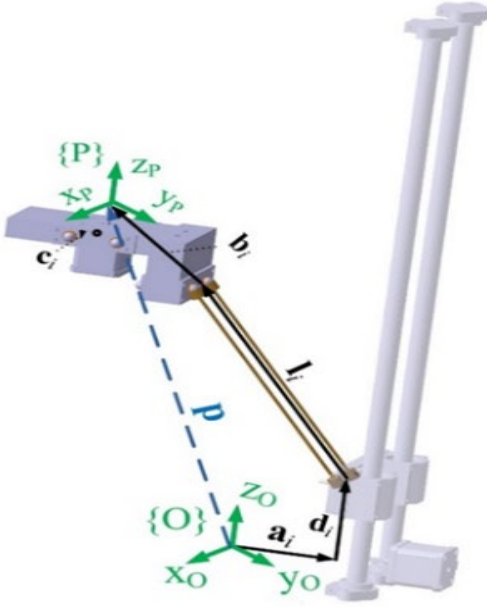
Şekil 2. Önerilen 5 DOF paralel mekanizmasının bağlantıları ve hareketli platformu

## 3. 5 SERBESTLİK DERECELİ 3D YAZICININ MATEMATİKSEL MODELLENMESİ

### 3.1. Önerilen 5-DOF 3D Yazıcı Makinesinin Ters Kinematığı

Konum ve yönelim değerleri verildiğinde, hareketli bir platformun istenilen konuma ve yönelime ulaşabilmesi için gerekli olan bağların açısal konumlarını hesaplamak, kinematik analiz olarak adlandırılır [18]. Bu analizde, doğru bir sistem kontrolü ve aynı zamanda sistemin dinamik modelini etkili bir şekilde belirleyebilmek için, kinematik analizin hassas bir biçimde gerçekleştirilmesi gereklidir. Paralel mekanizmaların kinematik analizi için literatürde çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Bunlar yöntemler arasında, geometrik yaklaşım, vektör cebri metodu, Denavit-Hartenberg metodu ve Bezout yöntemleri yer almaktadır [13-16]. Ek olarak kinematik analiz için son yıllarda Nelder-Mead ve genetik algoritmalar da faydalanılmaktadır [17].

Bu çalışmada, mekanizmanın ters kinematik analizi için vektör cebri yöntemi tercih edilmiştir. Analizi gerçekleştirebilmek amacıyla, sistemle ilgili bir vektör diyagramı Şekil 3'te sunulmuştur. Kinematik zincirlerin benzerliği nedeniyle, bu zincirlerden sadece bir tanesi ' $i$ ' indeksi ile temsil edilmiştir. Şekil 3'te gözlemlenebileceği üzere, global koordinat sistemi  $\{O\}$  orijinine sahiptir ve bu koordinat sistemi  $x_o, y_o$  ve  $z_o$  bileşenleri ile tanımlanmıştır.



Şekil 3. Önerilen manipülatörün kinematik modellemesi için vektör notasyonu

Her prizmatik eklem için, global koordinat sisteminin orijini ile rayın başlangıç noktasını birleştiren  $a_i$  vektörü kullanılmıştır; araba üzerindeki  $i$  prizmatik eklemine bağlı olan  $d_i$  vektörü ise rayın yerel başlangıç noktasını göstermektedir.  $l_i$  vektörünün büyüklüğü,  $i$ . bağlantı kolunun uzunluğuna eşittir. Ayrıca,  $c_i$  vektörü,  $i$ . konektöre bağlı olup, küresel eklemlerin orta noktasından başlayıp konektörün döner ekseninde sona eren bir vektördür. Ancak,  $i = 2,4$  durumları için, mekanizmanın yapısı gereği  $c_i$  vektörü 0'a eşittir.  $b_i$  vektörü, Şekil 3'te belirtildiği gibi, hareketli platformun  $\{P\}$  merkezine sabitlenmiştir. Aynı zamanda,  $b_i$  vektörü, yerel çerçeve tarafından belirlenen paralelkenarların konumunu ifade eder. Tüm kinematik ilişkiler, global çerçeve  $\{O\}$ 'ya bağlı olan sabit platformu dikkate alarak tanımlanmaktadır. Şekil 3'te,  $i$ . kinematik zincir için vektörel eşitlik Denklem (1)'de gösterilmektedir.

$${}^0p + {}^0R_P {}^P b_i = {}^0a_i + {}^0d_i + {}^0l_i + {}^0c_i \quad (1)$$

Bu denklemde, vektörün global koordinat sistemiyle ilişkilendirilmesi için aşağıda verilen dönüşüm ifadesinin kullanılması gerekmektedir.

$${}^0b_i = {}^0R_P {}^P b_i \quad (2)$$

Denklem (2)'de temsil edilen  ${}^0R_P$  ifadesi, mekanik sistemdeki özellikler nedeniyle Denklem (3)'te belirtilen biçimde yalnızca  $x$  yönünde tanımlanmış bir rotasyon matrisidir.

$${}^0R_P = R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & -\sin \theta_x \\ 0 & \sin \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix} \quad (3)$$

Denklem (1) ifadesinde,  ${}^0d_i$  ve  ${}^0c_i$  vektörleri daima birbirine paralel durumdadır. Bu sebeple  $\hat{d}_i$ ,  $d_i$  vektörleri birim vektördür, dolayısıyla, Denklem (1), Denklem (4)'teki gibi tekrar ifade edilebilmektedir.

$$(p + b_i - a_i - c_i \hat{d}_i) - L_i = d_i \hat{d}_i \quad (4)$$

Denklem (4)'te  $c_i$  ve  $d_i$ , sırasıyla  $c_i$  ve  $d_i$  vektörlerinin büyüklüklerini temsil etmektedir.  $L_i$  vektörel ifade ise  $l_i$  ile gösterilmekte ve değeri bilinmektedir. Denklem (4)'ün solda yer alan ifadesi, merkezi  $p + b_i - a_i - c_i \hat{d}_i$  ve yarıçapı  $l_i$  olan bir küreyi, sağda kalan ifade ise orijinden ve  $\hat{d}_i$  boyunca uzanan bir hattı belirtmektedir. Üsteki ifadeler doğrultusunda, uzayda bilinen bir küre ile bir doğrunun kesişimi, Denklem (4)'ün çözümüne karşılık gelmektedir. Belirtilen eşdeğerlilikler kullanılarak  $d_i$  ifadesi Denklem (5)'deki gibi elde edilebilmektedir.

$$d_i = \frac{-c_i + \hat{d}_i^T (p + b_i - a_i)}{\pm \sqrt{l_i^2 - (p + b_i - a_i)^T (I_{3 \times 3} - \hat{d}_i \hat{d}_i^T) (p + b_i - a_i)}} \quad (5)$$

Vektör analizi kullanılarak türetilen Denklem (5), mekanizmanın belirli bir konum ve yönelimde bulunduğu durumu tanımlamaktadır. Bu denklem aracılığıyla, mekanizmanın bu konum ve yönelim değerlerine ulaştırılabilmesi için gereken  $d_i$  uzunluğunu hesaplamayı mümkün kılmaktadır.

### 3.2. Hız ve İvme Kinematığı

Denklem (4)'ün zamana göre türevinin alınması, mekanizmanın hareketli platformuna ait hız vektörü,  $\dot{p}$ 'yi belirlemek için gereklidir.

$$\dot{p} + \dot{\theta} \hat{i} \times b_i = \dot{d}_i \hat{d}_i + \omega_{li} \times l_i \quad (6)$$

Bu ifadede, hareketli platformun açısal hız genliği,  $\dot{\theta}$ , olarak tanımlanır. Denklem (7)'nin elde edilebilmesi için, Denklem (6)'da verilen ifadenin her iki tarafı,  $l_i$  vektörü ile skaler çarpım yapılarak bulunmuştur.

$$\dot{d}_i = \frac{l_i}{\hat{d}_i \cdot l_i} \cdot \dot{p} + \frac{(\hat{i} \times b_i) \cdot l_i}{\hat{d}_i \cdot l_i} \dot{\theta} \quad (7)$$

Denklem (8), hareketli bir platformun açısal konumundan doğrusal konumuna dönüştüğü hız kinematığı ile ilgili matris gösterimini göstermektedir. Bu, elde edilen denklem (7) kullanılarak elde edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \vdots \\ \dot{d}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{l_1^T}{\hat{d}_1 \cdot l_1} & \frac{(b_1 \times l_1) \cdot \hat{i}}{\hat{d}_1 \cdot l_1} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{l_4^T}{\hat{d}_4 \cdot l_4} & \frac{(b_4 \times l_4) \cdot \hat{i}}{\hat{d}_4 \cdot l_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Bu denklemde,  $J$ , sisteme ait Jacobian matrisini temsil etmektedir. Hareketli bir platformun ivme ifadesinin elde edilmesi için hız ifadesinin Denklem (6)'nın türevi alınmıştır.

$$\begin{aligned} \ddot{p} + \ddot{\theta} \hat{i} \times b_i + \dot{\theta}^2 \hat{i} \times (\hat{i} \times b_i) \\ = \ddot{d}_i \hat{d}_i + \dot{\omega}_{li} \times l_i + \omega_{li} \times (\omega_{li} \times l_i) \end{aligned} \quad (9)$$

Denklem (9)'un her iki tarafı,  $l_i$  vektörü ile noktasal vektör olarak çarpıldığında, sistemin prizmatik mafsallarına ait ivme ifadesi aşağıdaki gibi elde edilir:

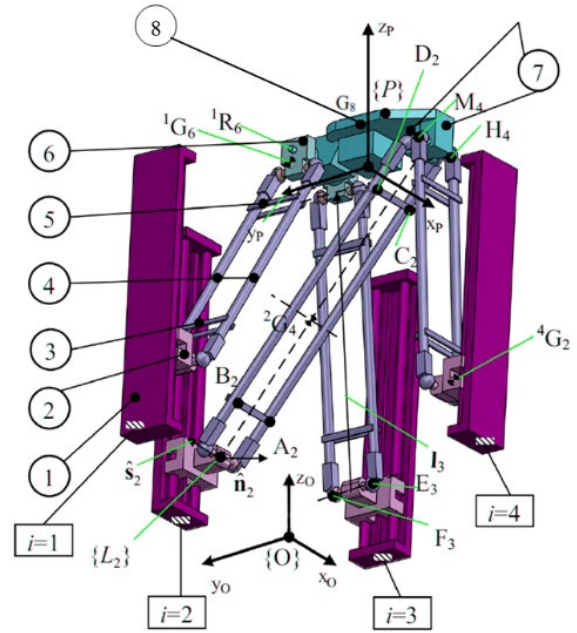
$$\ddot{d}_i = \frac{1}{\hat{d}_i \cdot l_i} \left\{ \begin{aligned} & (\ddot{p} + \ddot{\theta} \hat{i} \times b_i + \dot{\theta}^2 ((\hat{i} \cdot b_i) \hat{i} - b_i)) \cdot l_i \\ & - (\omega_{li} \cdot l_i)^2 + (\|\omega_{li}\| l_i)^2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

### 3.3. Dinamik Analizi

#### 3.3.1. Ters dinamik

Bilindiği üzere herhangi bir mekanizmanın ters dinamik analizinin temel amacı, mekanizmaya ait uç işlevcinin belirli bir yörüngeyi doğru bir şekilde takip edebilmesi için gerekli olan çalıştırma kuvvetlerinin veya torklarının belirlenmesidir [18]. Temel olarak, bu

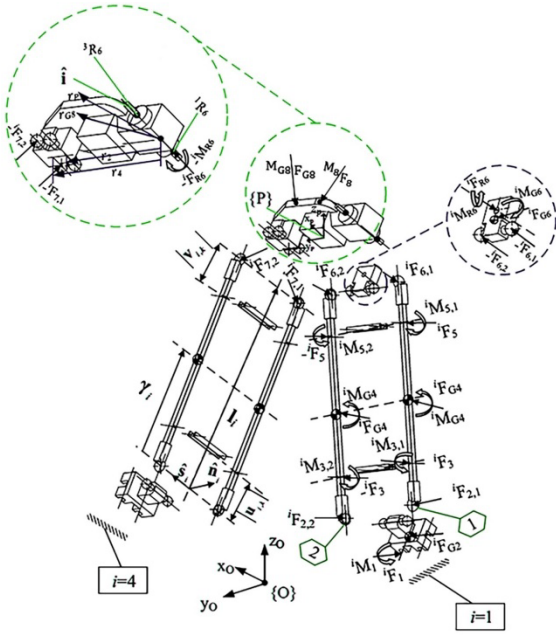
kuvvetler veya torklar, matematiksel olarak sisteme ait eklemlerin konumuna, hızına, ivmesine ve aynı zamanda hareketli platformun konumuna bağlı olan bir fonksiyon olarak kabul edilmektedir. Tasarımı yapılan sistemin analitik dinamik modeli Euler yöntemiyle türetilmiştir. Bu çalışmada Euler yönteminin tercih edilmesinin sebebi, reaksiyon kuvvetlerini dikkate almaması ve böylece sistem konum kontrolünde gerekli olan kontrolcüler için hızlıca hesaplanabilir bir dinamik modelin elde edilebilmesine olanak sağlamasıdır [19-23]. Her bir kinematik zincir için kullanılacak olan Euler metodunda, her bir bağ, bir rijit cisim olarak kabul edilmektedir. Bu bağların analizleri ayrı ayrı yapılarak daha sonra birleştirilebilmektedir. Bu sayede bacaklar arasında meydana gelen kuvvet veya tork ifadeleri rahatlıkla ortaya koyulabilmektedir. Dolayısıyla bu çalışmada her bir kinematik zincirin paralelkenarından başlanarak hareketli tablaya kadar bağlantıları tek tek analiz edilmiştir.



Şekil 4. Mekanizmanın serbest çizim diyagramı.

Şekil 4'te dinamik modellemede kullanılan mekanizmanın ve geometrik indekslerin, 3 boyutlu bir görünümünü göstermektedir. Euler yöntemine göre her bir bacak tek tek analiz edileceğinden, bu bacakların her birine kendi lokal koordinat sistemi yerleştirilmesi gerekmektedir. Bu nedenle her bir paralelkenar yapısına  $\{L_i\}$  ile tanımlanan lokal koordinat çerçeveleri yerleştirilmiştir. Şekil 4'te gösterilen  $A_i, B_i, C_i$  ve  $D_i$  her bir zincir için

konektörlerin ve paralelkenarların bağlantı noktasını temsil etmektedir. Ayrıca  $E_i$  ve  $D_i$  noktaları, paralelkenarın mekanizmada kullanılan arabalara montelenmesi için kullanılan küresel mafsalların merkez noktalarını ifade ederken,  $G_i$  ve  $M_i$  noktaları, paralelkenarın yine mekanizmada kullanılan hareketli tablaya bağlantısını gerçekleştirebilmek için kullanılan eklerin merkezini temsil etmektedir. Şekil 4'te, 1'den 8'e kadar yuvarlak içine alınan rakamlar, birbirinden bağımsız kinematik zincirlerin her bir bileşenini göstermek için kullanılmıştır. Bununla birlikte,  $G_j^i$  her bir elemanın kütle merkezini ifade etmekte olup burada üst  $i$  simgesi zincir numarasını temsil ederken, alt  $j$  simgesi eleman numarasını temsil etmektedir. Şekil 5'te tasarımı tamamlanan mekanizmanın dinamik analizinde kullanılacak olan ayrıntılı serbest cisim diyagramı gösterilmiştir.



Şekil 5. Mekanizmanın ayrıntılı serbest cisim diyagramı

Mekanizmada kullanılan 1. ve 3. aynı zamanda 4. ve 2. kinematik zincirler benzer olduğundan Şekil 5'te sadece 1. ve 4. kinematik zincir ve bu kinematik zincirlere etki eden kuvvet ve torklar ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur. Şekil 5'te gösterilen  ${}^iF_{j,k}$  ( $j=2,6,7$ ), küresel mafsallardan her bir paralelkenar bacağına etki eden kuvveti temsil etmektedir. Burada üst indis  $i$ , kinematik zincir sayısını, alt indis  $j$ , eleman sayısını ve  $k$  ise paralelkenar bacaklarında bağlantı için kullanılan mafsal sayısını ifade etmektedir. Benzer şekilde,

${}^iF_{j,k}$ ,  ${}^iM_{j,k}$  ( $j=3, 5$ ), mekanizmada kullanılan konektörler aracılığıyla paralelkenar bağlantılarına uygulanan kuvvet ve torkları,  ${}^iF_{G_j}$ ,  ${}^iM_{G_j}$  her bir bağlantı bileşenlerinin kütle merkezine uygulanan kuvvet ve torkları,  ${}^iF_{R_j}$ ,  ${}^iM_{R_j}$  ( $j=6$ ) ise dönen mafsallarda meydana gelen kuvvet ve torkları ifade etmektedir. Ayrıca, Şekil 5'te gösterilen  $u_{i,k}$ ,  $v_{i,k}$  paralelkenarların bağlantı noktaları olan  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  ve  $D_i$ 'ye doğru uzanan vektörleri temsil ederken  $\gamma_i$  ifadesi, küresel mafsallardan her bir paralelkenar bacağına kütle merkezine doğru uzanan vektörü temsil etmektedir. Bilindiği üzere  $\sum M_o = I_o\alpha + \omega \times I_o\omega$  şeklinde ifade edilen Euler eşitliği kullanılarak mekanizmanın global koordinat sistemi, orijinine göre tüm kuvvet ve torklar tanımlanabilmektedir. Bunun için önce, her paralelkenarın  $E_i$  ve  $F_i$  noktaları etrafındaki iki bağlantısının ( $k=1,2$ ) moment dengesi dikkate alınır ve ardından, bunların  $\hat{n}_i$  eksenini boyunca yansıtılan ifadeleri tanımlanmaktadır. Bu durumun matematiksel ifadesi Denklem (11) ve Denklem (12)'de gibidir.

$$\begin{pmatrix} u_{i,1} \times {}^iF_3 + \gamma_i \times {}^iF_{G_4} + v_{i,1} \times {}^iF_5 \\ + L_i \times {}^iF_{6,1} + {}^iM_{G_4} \end{pmatrix} \cdot \hat{n}_i + ({}^iM_{3,1} + {}^iM_{5,1}) \cdot \hat{n}_i = 0 \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} -u_{i,2} \times {}^iF_3 + \gamma_i \times {}^iF_{G_4} - v_{i,2} \times {}^iF_5 + L_i \times {}^iF_{6,2} \\ + M_{G_4} \end{pmatrix} \cdot \hat{n}_i + ({}^iM_{3,2} + {}^iM_{5,2}) \cdot \hat{n}_i = 0 \quad (12)$$

Denklem (11) ve Denklem (12)'de ifade edilen  ${}^iF_{G_4}$  ve  ${}^iM_{G_4}$  Denklem (13) ve Denklem (14)'de gibi tanımlanmaktadır.

$${}^iF_{G_4} = m_i(g - {}^i a_i) \quad (13)$$

$${}^iM_{G_4} = -\{\omega_i \times (I_{o,i}\omega_i) + I_{o,i}\dot{\omega}_i\} \quad (14)$$

Burada  $g$ , yerçekimi ivmesini,  $m_i$ , paralelkenarın bacağına kütle kümesini ve  $I_{o,i} = \begin{pmatrix} 0 & T_i \\ L_i & T_i^T \end{pmatrix} (I_{L_i}) \begin{pmatrix} 0 & T_i^T \\ L_i & T_i \end{pmatrix}$  ise global referans çerçevesinde ve global çerçevenin orijininde ifade edilen paralelkenarın atalet matrisini temsil etmektedir.  $I_{L_i} = I_{G_i} + m_i \|L_i\|^2 \text{diag}(0,1,1)$  ifadesi, Şekil 3'te gösterilen global referans koordinat sisteminin orijine göre paralelkenarın atalet matrisi olup,

${}^0L_i T_i = \begin{bmatrix} \frac{L_i}{\|L_i\|} & \hat{n}_i \times \frac{L_i}{\|L_i\|} & \hat{n}_i \end{bmatrix}$ ,  $i = 1, \dots, 4$  ise global koordinat sistemine göre  $\{L_i\}$  bacağı üzerine yerleştirilen lokal koordinat sisteminin dönüşüm matrisini ifade etmektedir. Denklem (1) ve Denklem (2)'nin matematiksel olarak toplanması ve aynı zamanda sistemde bulunan bacakların döner mafsallar yardımıyla sisteme bağlandığı düşünüldüğünde, bir başka ifadeyle,  ${}^iM_{3,k} \cdot \hat{n} = {}^iM_{5,k} \cdot \hat{n} = 0$ ,  $k = 1, 2$  ile ifade edilen ilişki göz önüne alındığında, Denklem (15) ile ifade edilen bağıntı elde edilebilmektedir.

$$(L_i \times \hat{n}_i) \cdot ({}^iF_{6,1} + {}^iF_{6,2}) = 2(\gamma_i \times {}^iF_{G_4} + {}^iM_{G_4}) \cdot \hat{n}_i \quad (15)$$

Ayrıca, paralelkenarlara bağlı lokal koordinat sisteminin  $\hat{s}_i$  eksenı boyunca  $E_i, F_i$  etrafındaki moment bileşenlerinin denge durumu dikkate alındığında, Denklem (16) elde edilebilmektedir.

$$(L_i \times ({}^iF_{6,1} + {}^iF_{6,2})) \cdot \hat{s}_i + 2(\gamma_i \times {}^iF_{G_4} + {}^iM_{G_4}) \cdot \hat{s}_i = 0 \quad (16)$$

Vektörel özdeşliklerden biri olan  $(a \times b) \cdot c = (c \times a) \cdot b$  ilişkisi kullanıldığında, Denklem (16), Denklem (17)'deki gibi ifade edilebilmektedir.

$$(L_i \times \hat{s}_i) \cdot ({}^iF_{6,1} + {}^iF_{6,2}) = 2(\gamma_i \times {}^iF_{G_4} + {}^iM_{G_4}) \cdot \hat{s}_i \quad (17)$$

Denklem (15) ve Denklem (17)'de elde edilen ifadeler her bir kinematik zincirin paralelkenarlarının tüm kolları için yazılarak aşağıdaki denklem sistemleri elde edilebilmektedir.

$$\begin{bmatrix} N \\ S \end{bmatrix}_{8 \times 12} \begin{bmatrix} 1F_{6,1} + 1F_{6,2} \\ \vdots \\ 4F_{6,1} + 4F_{6,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_N \\ R_S \end{bmatrix} \quad (18)$$

Burada,  $N, S, R_N$  ve  $R_S$  sırasıyla Denklem (19), Denklem (20), Denklem (21) ve Denklem (22) ile ifade edilmektedir.

$$N = \begin{bmatrix} (L_1 \times \hat{n}_1)^T & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & (L_4 \times \hat{n}_4)^T \end{bmatrix}_{4 \times 12} \quad (19)$$

$$S = \begin{bmatrix} (L_1 \times \hat{s}_1) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & (L_4 \times \hat{s}_4) \end{bmatrix}_{4 \times 12} \quad (20)$$

$$R_N = 2 \begin{bmatrix} (\gamma_1 \times {}^1F_{G_4} + {}^1M_{G_4}) \cdot \hat{n}_1 \\ \vdots \\ (\gamma_4 \times {}^4F_{G_4} + {}^4M_{G_4}) \cdot \hat{n}_4 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$R_S = 2 \begin{bmatrix} (\gamma_1 \times {}^1F_{G_4} + {}^1M_{G_4}) \cdot \hat{s}_1 \\ \vdots \\ (\gamma_4 \times {}^4F_{G_4} + {}^4M_{G_4}) \cdot \hat{s}_4 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Sisteme ait dinamik modeli elde edebilmek için bir sonraki adım ise, Şekil 2' de gösterilen ve sistemin üst hareketli platformu üzerinde bulunan konnektörlere etkiyen kuvvetleri ve momentleri ifade etmektir. Bunun için, Şekil 5 göz önüne alınarak, hareketli platforma etki eden kuvvet toplamları Denklem (23) ile ifade edilebilmektedir.

$${}^iF_{R_6} = {}^iF_{6,1} + {}^iF_{6,2} - {}^iF_{G_6}, \quad i = 1, 3 \quad (23)$$

Burada,  ${}^iF_{R_6}$  döner mafsallardan konnektöre uygulanan kuvvetleri temsil etmekte olup Denklem (24)'deki gibi ifade edilebilmektedir.

$${}^iF_{G_6} = m_6(g - {}^i a_{con}), \quad i = 1, 3 \quad (24)$$

Benzer şekilde Şekil 5'de sunulan serbest cisim diyagramına göre  ${}^1R_6$  ve  ${}^3R_6$ 'dan geçen eksen etrafındaki moment bileşenleri denge denklemi Denklem (25)'deki gibi ifade edilebilmektedir.

$$\begin{aligned} & (r_4 \times ({}^4F_{7,1} + {}^4F_{7,2})) \cdot \hat{i} + \\ & (r_2 \times ({}^2F_{7,1} + {}^2F_{7,2})) \cdot \hat{i} \\ & = (r_{G_8} \times F_{G_8}) \cdot \hat{i} + M_{G_8} \cdot \hat{i} \\ & + (r_P \times F_8) \cdot \hat{i} + M_8 \cdot \hat{i} - {}^1M_{R_6} \cdot \hat{i} - {}^3M_{R_6} \cdot \hat{i} \end{aligned} \quad (25)$$

Burada  ${}^iM_{R_6}$ ,  $i = 1, 3$  konnektörlerin döner ekleminde hareketli platforma uygulanan momentleri,  $F_8$  ve  $M_8$  sırasıyla hareketli platforma uygulanan dış kuvvet ve momentleri temsil etmekte olup, bu kuvvet ve momentlerin açık ifadeleri Denklem (26) ve Denklem (28)'deki gibi ifade edilmektedir.

$$F_{G_8} = m_8(g - a_{CP}) \quad (26)$$

$$M_{G_8} = -\{\dot{\theta}^2 \hat{i} \times (I_{G_8} \hat{i}) + \ddot{\theta} I_{G_8} \hat{i}\} \quad (27)$$



${}^iM_{R_6}$ ,  $i = 1,3$ 'ün  $\hat{i}$  boyunca herhangi bir bileşeni olmadığı gerçeği göz önüne alındığında, bir başka deyişle,  ${}^1M_{R_6} \cdot \hat{i} = {}^3M_{R_6} \cdot \hat{i} = 0$  ilişkisi dikkate alındığında, Denklem (25), aşağıdaki gibi yeniden yazılabilmektedir.

$$\begin{aligned} & (\hat{i} \times r_4) \cdot ({}^4F_{7,1} + {}^4F_{7,2}) + (\hat{i} \times r_2) \\ & \quad \cdot ({}^2F_{7,1} + {}^2F_{7,2}) \\ & = (r_{G_8} \times F_{G_8} + M_{G_8} + r_P \times F_8 + M_8) \cdot \hat{i} \end{aligned} \quad (28)$$

Ayrıca hareketli platforma etki eden kuvvetlerin toplamı Denklem (29)'da yazıldığı gibi tanımlanabilmektedir.

$$\begin{aligned} & ({}^4F_{7,1} + {}^4F_{7,2}) + ({}^2F_{7,1} + {}^2F_{7,2}) + {}^1F_{R_6} + {}^2F_{R_6} \\ & = F_{G_8} + F_8 \end{aligned} \quad (29)$$

Denklem (23)'de ifade edilen  ${}^iF_{R_6}$ ,  $i = 1,3$ , Denklem (26)'da yerine yazıldığında, Denklem (30) elde edilebilmektedir.

$$\begin{aligned} & ({}^1F_{6,1} + {}^1F_{6,2}) + ({}^2F_{7,1} + {}^2F_{7,2}) + ({}^3F_{6,1} + {}^3F_{6,2}) \\ & + ({}^4F_{7,1} + {}^4F_{7,2}) = {}^1F_{G_6} + {}^3F_{G_6} + F_{G_8} + F_8 \end{aligned} \quad (30)$$

Denklem 18, 28 ve 30 kullanılarak matris formunda kuvvet eşitliği, Denklem (31)'deki ifade tanımlanabilmektedir.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} {}^1F_{6,1} + {}^1F_{6,2} \\ {}^2F_{7,1} + {}^2F_{7,2} \\ {}^3F_{6,1} + {}^3F_{6,2} \\ {}^4F_{7,1} + {}^4F_{7,2} \end{bmatrix} = \Gamma^{-1}\Psi = \\ & = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ 0 & (\hat{i} \times r_2)^T & 0 & (\hat{i} \times r_4)^T \\ & N & & \\ & S & & \\ & {}^1F_{G_6} + {}^3F_{G_6} + F_{G_8} + F_9 & & \\ & (r_{G_8} \times F_{G_8} + M_{G_8} + r_P \times F_8 + M_8) \cdot \hat{i} & & \\ & R_N & & \\ & R_S & & \end{bmatrix}^{-1} \end{aligned} \quad (31)$$

Son olarak mekanizmada kullanılan arabaların ve paralelkenarların tek bir rijit cisim olarak kabul edilmesiyle, bunlara etki eden kuvvetlerin toplam ifadesi aşağıdaki denklem ile ifade edilmektedir.

$$\begin{aligned} & {}^iF_1 = -\{{}^iF_{G_2} + 2{}^iF_{G_4} + ({}^iF_{j,1} + {}^iF_{j,1})\}, j \\ & \quad = 6 \text{ for } i \\ & \quad = 1,3 \text{ and } j = 7 \text{ for } i = 2,4 \end{aligned} \quad (32)$$

Burada  ${}^iF_1$ , mekanizmada kullanılan rayların arabaya uyguladığı kuvvetlerdir. Denklemde yer alan  $F_{G_2}$  kuvveti aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$${}^iF_{G_2} = m_2(g - \ddot{d}_i \hat{d}_i) \quad (33)$$

Burada  $m_2$  arabanın kütesidir. Bu durumda sisteme etki eden ve  $\hat{d}_i$  vektörü boyunca uzanan  ${}^iF_1$  kuvvetinin değeri, yani,  $f_a$  kuvveti aşağıdaki gibi tanımlanabilmektedir.

$${}^i f_a = {}^i F_1 \cdot \hat{d}_i \quad (34)$$

Tek tek gerçekleştirilen bu analizlerin ardından elde edilen Denklem (31), Denklem (32) ve Denklem (34)'e göre, sisteme ait ters dinamik modelinin matris formu, Denklem (35)'deki gibi ifade edilirken, bu denklem kontrol teorisinde kullanılan standart formda ise Denklem (36)'daki gibi tanımlanabilmektedir.

$$\begin{bmatrix} {}^1 f_a \\ \vdots \\ {}^4 f_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{d}_1^T & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \hat{d}_4^T \end{bmatrix} \left[ \Gamma^{-1}\Psi + \begin{bmatrix} {}^1F_{G_2} + 2({}^1F_{G_4}) \\ \vdots \\ {}^4F_{G_2} + 2({}^4F_{G_4}) \end{bmatrix} \right] \quad (35)$$

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (36)$$

### 3.3.2. 3D yazıcıda kullanılan adım motorlarının dinamik modellemesi

Tasarımı tamamlanan 5 eksenli 3D yazıcının tanımlanan bir yörüngeyi gerçekleştirebilmesi için, sistemde kullanılan eyleyicilerin belirli bir hızda ve açıda hassas bir şekilde hareket ettirilmesi gerekmektedir. Proje kapsamında tasarlanan sistemde, beş adet hibrid adım motoru kullanılmış olup bu motorların matematiksel analizini yapabilmek için teoride tam bir elektromekanik eşdeğer model bulunamamaktadır. Bu motorlara ait dinamik modeli ortaya koyabilmek için elektromekanik eşdeğer devre yerine manyetik eşdeğer devre modelinden yararlanılmaktadır [24-26]. Manyetik eşdeğer devre modeli kullanılarak bir adım motorunun fazlarına ait elektriksel eşitlikler, Denklem (37)-(38)'deki gibi yazılabilmektedir.

$$U_a = Ri_a + L \frac{d}{dt} i_a - K_m \omega \sin(p\theta) \quad (37)$$

$$U_b = Ri_b + L \frac{d}{dt} i_b - K_m \omega \cos(p\theta) \quad (38)$$

Burada ifade edilen  $i_a, U_a, i_b$  ve  $U_b$  terimleri sırasıyla, A ve B fazlarına uygulanan kontrol akımlarını ve buna bağlı ortaya çıkan faz gerilimleri ifade etmektedir. Bununla birlikte R ve L motorların fazlarına ait direnç ve induktans değerlerinin,  $K_m$  motor tork sabitini,  $\omega$  ve  $\theta$  motorun açısal hız ve konumu,  $p$  ise adım motorunun rotor diş sayısını ifade etmektedir. Tasarlanan sistemin mekanik yapısı gereği  $\theta$  ile ifade edilen motorun açısal konumu, Denklem (35)'de  $d_i^T$  ile tanımlanan doğrusal konum ile ilişkilidir.

Kontrol akımı tarafından belirlenen motorun çıkış torku aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$K_m \{-i_a \sin(p\theta) + i_b \cos(p\theta)\} - T_L \quad (39)$$

$$= J \frac{d\omega}{dt} + K_v \omega$$

Burada ifade edilen  $J, K_v$  ve  $T_L$  sırasıyla motor milinin ataletini, viskoz sönümlenme katsayısını ve motor miline uygulanan yük torkunu ifade etmektedir. Denklem (36), Denklem (37), Denklem (38) ve Denklem (39)'da ifade edilen gerilim ve tork denklemlerine Park dönüşümü uygulandığında,  $d-q$  eksenlerinde tanımlı gerilim ve tork ifadeleri Denklem (40)'daki gibi elde edilmektedir.

$$U_d = R i_d + L \frac{d}{dt} i_d - L p \omega i_q$$

$$U_q = R i_q + L \frac{d}{dt} i_q - L p \omega i_d + K_m \omega \quad (40)$$

$$T_{motor} = K_m i_q - J \frac{d\omega}{dt} - K_v \omega$$

Denklem (40)'da elde edilen motor çıkış torku ifadesi mekanik sisteme ait ters dinamik denkleme eşitlendiğinde tüm sisteme ait dinamik eşitlik Denklem (41)'deki gibi elde edilmektedir.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = K_m i_q - J\ddot{\omega} - K_v \dot{\omega} \quad (41)$$

Denklem (41)'de matematiksel işlemler yapıldığında, Denklem (41) yeniden Denklem (42)'deki gibi yazılabilmektedir.

$$(M(q) - J)\ddot{q} + (C(q, \dot{q}) + K_v)\dot{q} + G(q) = K_m i_q \quad (42)$$

Denklem (42) daha basit bir gösterimle Denklem (43)'deki gibi ifade edilebilir;

$$M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}) = K_m i_q = \tau(t) \quad (43)$$

Burada  $N(q, \dot{q}) = (C(q, \dot{q}) + K_v)\dot{q} + G(q)$  dir.

#### 4. PID KONTROL TEKNİĞİ

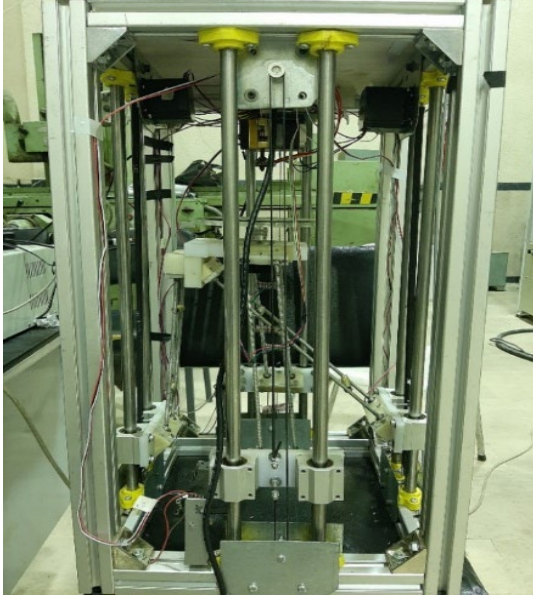
PID kontrol tekniği endüstriyel sistemlerin kontrol edilmesinde kullanılan ve geri besleme döngüsüne sahip bir kontrol yöntemidir. Bir PID denetleyicinin arkasındaki en temel fikir, bir sensör verisini okumak, ardından orantısal, integral ve türev yanıtlarını hesaplayarak aktüatör için en uygun kontrol işaretini üretmektir [27]. Bu kapsamda PID kontrolcüsünün matematiksel ifadesi en genel haliyle Denklem (44)'teki gibi tanımlanır. Denklem (44);  $u(t)$  kontrol sinyalini temsil etmektedir. Hata gösterim olarak  $e(t)$  ifadesi kullanılmıştır. Set noktası ile gerçek sürecin (prosesin) çıkışı arasındaki fark başka bir deyişle  $r(t)$  referans arzu edilen değer,  $y(t)$  sistemin çıkışı olmak üzere;  $e(t) = r(t) - y(t)$  şeklindedir.

$$u(t) = k_i \int_0^t e(t) dt + k_p e(t) + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (44)$$

$k_p$  oransal katsayıdır ve hatanın doğrudan çıkışa olan oransal etkisini,  $k_i$  integral katsayısıdır ve hatanın zaman içindeki toplamını,  $k_d$  türev katsayısıdır ve hata değişiminin çıkışa olan etkisini kontrol etmektedir.  $\int_0^t e(t) dt$  hatanın zaman içindeki toplamını ifade eder. Bu denklem, PID kontrolcüsünün çıkışını belirler ve sürecin istenen set noktasına en hızlı ve düşük hatayla ulaşmasını sağlamak için hatanın anlık değeri, zaman içindeki toplamı ve değişiminin birleşimini hesaplar.  $k_p, k_i$  ve  $k_d$  katsayıları, kontrolcünün performansını ayarlamak için kullanılmaktadır.

## 5. DENEYSEL SONUÇLAR ve TARTIŞMA

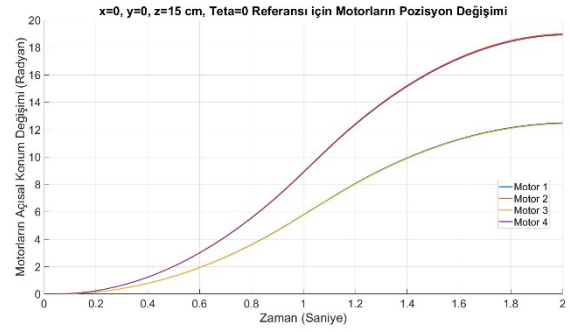
Paralel kinematik yapıya sahip 5 serbestlik dereceli robotik sistemin konsept dizaynı Şekil 6' da gösterilmiştir.



Şekil 6. Tasarımı tamamlanan 3D yazıcı.

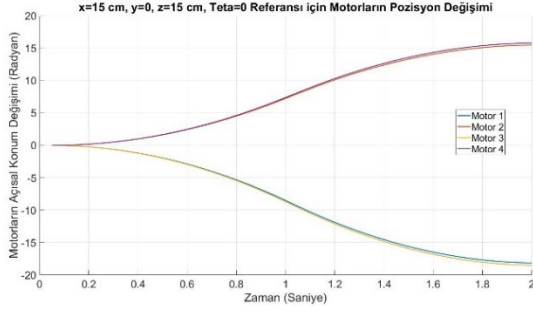
Tasarımı tamamlanan sistemin çalışma performansını değerlendirmek için öncelikle sistemde bulunan 4 ayrı adım motorunun kinematik denklemlere ve geliştirilen kontrol algoritmasına göre, bağlı buldukları hareketli tabla için, tanımlanan referans öteleme ve dönme hareket performans testleri gerçekleştirilmiştir. Öncelikle hareketli tablanın  $x = 0, y = 0, z = 0$  ve  $\theta = 0$  başlangıç koordinatından  $x = 0, y = 0, z = 15 \text{ cm}$  ve  $\theta = 0$  referans koordinatına, 2 saniyede gitmesi hedeflenmiştir. Bir başka ifadeyle hareketli tablanın herhangi bir yönelim yapmadan  $z$  koordinatında 15 cm yukarı doğru hareket etmesi amaçlanmıştır. Söz konusu bu referansın sistem tarafından gerçekleştirilebilmesi için sistemin kinematik denklemlerine göre 1. ve 3. motorların 12,54 radyan açısal konum değerinde sağa doğru dönüş yapması ve 2. ve 4. motorların ise 19,32 radyan açısal konum değerinde sağa doğru dönüş yapması gerekmektedir. Kinematik analize göre 1. ve 3. motorların 2. ve 4. motorlara göre daha az dönüş yapmasının nedeni, 2. ve 4. motorların hareketli tablaya olan bağlantı noktalarının 1 ve 3 göre farklı olmasından kaynaklanmaktadır. Yapılan deneysel sonuçları göre motorların açısal konum değişimleri Şekil 7'de sunulmuştur.

Şekil 7 incelendiğinde, söz konusu motorların 2 saniyede ivmeli hareket yaparak ve hedeflenen açısal konumlardan sapmadan düzgün bir şekilde referans değerlere vardığı görülmektedir. PID kontrolcüsü sayesinde sırasıyla 1., 2., 3. ve 4. motorlarda meydana gelen son durum kalıcı hata değerleri, 0,02, 0,03, 0,01 ve 0,035 radyan olarak elde edilmiştir.



Şekil 7.  $x = 0, y = 0, z = 15 \text{ cm}$  ve  $\theta = 0$  referansı için motorların pozisyon değişimi.

Bir başka referans değer olarak, hareketli tablanın  $x = 0, y = 0, z = 15 \text{ cm}$  ve  $\theta = 0$  başlangıç koordinatından  $x = 15 \text{ cm}, y = 0, z = 15 \text{ cm}$  ve  $\theta = 0$  referans koordinatına 2 saniyede gitmesi hedeflenmiştir. Bir başka ifadeyle hareketli tablanın herhangi bir yönelim yapmadan  $z=15 \text{ cm}$  yüksekliğinde sadece  $x$  ekseninde 15 cm sağa doğru hareket etmesi amaçlanmıştır. Söz konusu bu referansın sistem tarafından gerçekleştirilebilmesi için sistemin kinematik denklemlerine göre, 1. ve 3. motorların -18,23 radyan açısal konum değerinde sola doğru dönüş yapması ve 2. ve 4. motorların ise 15,87 radyan açısal konum değerinde sağa doğru dönüş yapması gerekmektedir. Yapılan deneysel sonuçlara göre motorların açısal konum değişimleri Şekil 8'de sunulmuştur. Şekil 8 incelendiğinde, söz konusu motorların 2 saniyede ivmeli hareket yaparak ve hedeflenen açısal konumlardan sapmadan düzgün bir şekilde referanslara vardığı görülmektedir. Bu çalışmada ise 1., 2., 3. ve 4. motorlarda meydana gelen son durum kalıcı hata değerleri -0,015, -0,025, 0,02 ve 0,03 radyan olarak elde edilmiştir.

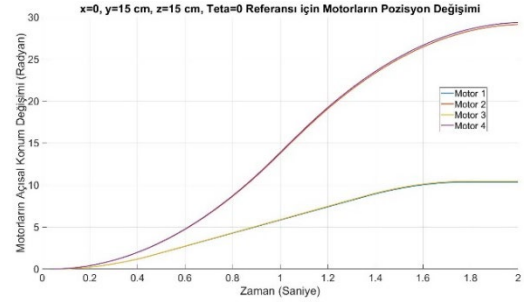


**Şekil 8.**  $x = 15 \text{ cm}$ ,  $y = 0$ ,  $z = 15 \text{ cm}$  ve  $\theta = 0$  referansı için motorların pozisyon değişimi.

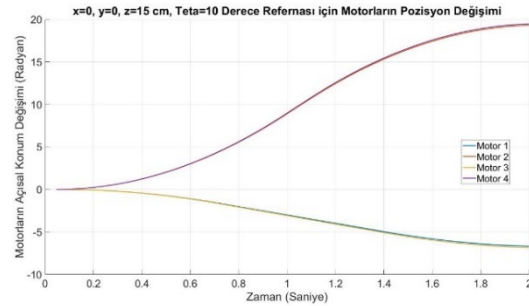
Benzer şekilde, hareketli tablanın  $x = 0, y = 0, z = 15$  ve  $\theta = 0$  başlangıç koordinatından  $x = 0, y = 15 \text{ cm}, z = 15 \text{ cm}$  ve  $\theta = 0$  referans koordinatına 2 saniyede gitmesi hedeflenmiştir. Bir başka ifadeyle hareketli tablanın herhangi bir yönelim yapmadan  $z = 15 \text{ cm}$  yüksekliğinde sadece  $y$  ekseninde  $15 \text{ cm}$  sağa doğru hareket etmesi amaçlanmıştır. Söz konusu bu referansın sistem tarafından gerçekleştirilebilmesi için sistemin kinematik denklemlerine göre 1. ve 3. motorların  $11,45$  radyan açısal konum değerinde sağa doğru dönüş yapması ve 2. ve 4. motorların ise  $28,11$  radyan açısal konum değerinde sağa doğru dönüş yapması gerekmektedir. Yapılan deneysel sonuçları göre motorların açısal konum değişimleri Şekil 9' de sunulmuştur. Şekil 9 incelendiğinde söz konusu motorların, 2 saniyede ivmeli hareket yaparak ve hedeflenen açısal konumlardan sapmadan düzgün bir şekilde referans değerlere küçük bir hata değeri ile vardığı görülmektedir. PID kontrolcüsü sayesinde sırasıyla 1., 2., 3. ve 4. motorlarda meydana gelen son durum kalıcı hata değerleri  $0,015$ ,  $0,028$ ,  $0,015$  ve  $0,035$  radyan olarak elde edilmiştir.

Son olarak, hareketli tablanın  $x = 0, y = 0, z = 15$  ve  $\theta = 0$  başlangıç koordinatından  $x = 0, y = 0, z = 15 \text{ cm}$  ve  $\theta = 10^0$  referans yönelimini 2 saniyede yapması hedeflenmiştir. Bir başka ifadeyle hareketli tablanın herhangi bir öteleme hareketi yapmadan sadece  $x$  eksen etrafında  $10$  derece sağa doğru dönmesi amaçlanmıştır. Söz konusu bu referansın sistem tarafından gerçekleştirilebilmesi için sistemin kinematik denklemlerine göre 1. ve 3. motorların  $-7,21$  radyan açısal konum değerinde sola doğru dönüş yapması ve 2. ve 4. motorların ise  $19,15$  radyan açısal konum değerinde sağa doğru dönüş yapması

gerekmektedir. Yapılan deneysel sonuçları göre motorların açısal konum değişimleri Şekil 10'da sunulmuştur. Şekil 10 incelendiğinde, söz konusu motorların 2 saniyede ivmeli hareket yaparak ve hedeflenen açısal konumlardan sapmadan düzgün bir şekilde referans değerlere vardığı görülmektedir. Bu son deneyde ise, 1., 2., 3. ve 4. motorlarda meydana gelen son durum kalıcı hata değerleri  $-0,017$ ,  $-0,026$ ,  $0,024$  ve  $0,033$  radyan olarak elde edilmiştir.



**Şekil 9.**  $x = 0$ ,  $y = 15 \text{ cm}$ ,  $z = 15 \text{ cm}$  ve  $\theta = 0$  referansı için motorların pozisyon değişimi.



**Şekil 10.**  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 15 \text{ cm}$  ve  $\theta = 10^0$  referansı için motorların pozisyon değişimi.

Sistemin referans öteleme ve dönme hareketleri için yapılan performans deneylerinden edinilen sonuçlara göre tasarlanan sistem için yapılan tüm kinematik analizlerin doğru olduğu ispatlanmış ve geliştirilen kontrol algoritmasının da iyi bir performansta çalıştığı görülmüştür. Yapılan kinematik analizler, MATLAB yazılımı üzerinde gerçekleştirilen sistem performans testleri, tasarımın beklenen performansı sergilediğini göstermektedir. Kontrol algoritması, hareketli tablanın belirlenen referans öteleme ve dönme hareketleri için başarılı bir şekilde çalışmaktadır. Sistemin hem mekanik hem de elektriksel bileşenleri içeren konsept tasarımı, klasik diğer sistemlere kıyasla üretim maliyetlerini azaltabilen, daha hassas ve yüksek iş hızına çıkabilme potansiyeli taşımaktadır.

## 6. SONUÇLAR

Literatüre sunulan paralel kinematik yapıya sahip 5 serbestlik dereceli robotik sistem, eklemeli imalat teknolojisine yapılan önemli bir katkı olarak değerlendirilmektedir. Paralel kinematik yapısı, daha yüksek doğruluk ve işleme hızı sunma potansiyeliyle öne çıkan sistemde, X ve Z eksenlerindeki dönme hareketleri, ürünlerin daha karmaşık geometrilerinin üretimini mümkün kılarak endüstri uygulamaları için çeşitli olanaklar sunacaktır. Bu tasarımın, endüstriyel üretime potansiyel katkıları arasında, ürün kalitesindeki artış, üretim süreçlerindeki hızlanma ve daha karmaşık parçaların üretimindeki kolaylık bulunmaktadır. Ayrıca, daha fazla serbestlik derecesi sayesinde tasarımcılara ve mühendislere daha esnek bir üretim ortamı sağlanmaktadır. Ancak, bu yeni tasarımın ticarileşmesi ve endüstriyel ölçekte kullanılabilirliği için daha fazla araştırma ve çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır. Örneğin, sisteme 3 boyutlu yazıcılarda kullanılan nozzle yapısı eklenerek sistemin performans testleri gerçekleştirilmelidir. Sistem üzerindeki çalışmalar devam etmekte olup ilerleyen süreçlerde sistemin üretim performansı üzerine yeni çalışmaların yapılması planlanmaktadır. Ayrıca geliştirilecek yeni kontrol teknikleri ile sistem kontrol performansı karşılaştırılmalı olarak sunulması hedeflenmektedir. Bununla birlikte, tasarımın geniş bir endüstri uygulamasına uygunluğu ve diğer üretim yöntemleriyle karşılaştırılabilirliği de araştırılacaktır.

## TEŞEKKÜR

Bu çalışma TÜBİTAK 119N707 nolu proje kapsamında desteklenmiştir.

## KAYNAKLAR

1. L. Li, A. Haghghi, ve Y. Yang, "A novel 6-axis hybrid additive-subtractive manufacturing process: Design and case studies", *Journal of Manufacturing Processes*, Vol. 33, Pages 150-160, 2018.
2. S. Çaşka, K. Gök, M. Aydın, ve İ. Özdemir, "Finite Element Method Based Structural Analysis Of Quadcopter Uav Chassis Produced With 3d Printer", *DPÜFBED*, Issue 044, Art. Issue 044, 2020.
3. P. Urhal, A. Weightman, C. Diver, ve P. Bartolo, "Robot assisted additive manufacturing: A review", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 59, Pages 335-345, 2019.

4. W. Guo, R. Li, C. Cao, ve Y. Gao, "Kinematics, dynamics, and control system of a new 5-degree-of-freedom hybrid robot manipulator", *Advances in Mechanical Engineering*, Vol. 8, 2016.
5. M. Mahboubkhah ve A. Barari, "Design and development of a novel 4-DOF parallel kinematic coordinate measuring machine (CMM)", *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, Vol. 32, Pages 1-11, Nis. 2019.
6. F. Xie ve X.-J. Liu, "Analysis of the kinematic characteristics of a high-speed parallel robot with Schönflies motion: Mobility, kinematics, and singularity", *Front. Mech. Eng.*, Vol. 11, Issue 2, Pages 135-143, Haz. 2016.
7. S. Krut, V. Nabat, ve F. Pierrot, "HELI4: a Parallel Robot for SCARA Motions with a Very Compact Travelling Plate and a Symmetrical Design", program adı: *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Eki. 2006.
8. S. Krut ve F. Pierrot, "Modelling of a 4 Axis Parallel Machine for Heavy Parts Handling", içinde *Parallel Kinematics Seminar*, Verlag Scripten, s. pp-151, 2002.
9. V. Nabat, M. de la O RODRIGUEZ, O. Company, S. Krut, ve F. Pierrot, "Par4: very high speed parallel robot for pick-and-place", içinde *2005 IEEE/RSJ International Conference on intelligent robots and systems, IEEE*, Pages 553-558, 2005.
10. J. Zhang ve F. Liou, "Adaptive slicing for a multi-axis laser aided manufacturing process", *J. Mech. Des.*, Vol. 126, Issue 2, Pages 254-261, 2004.
11. R. Clavel, "Unmanned robotic delta weapon platform", *WIPO patent*, 1987.
12. F. Pierrot ve O. Company, "H4: a new family of 4-dof parallel robots", içinde *1999 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (Cat. No. 99TH8399)*, IEEE, Pages 508-513, 1999.
13. Denavit, J., Hartenberg, R. S., "A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices", *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 77, Pages 215-221, 1955.
14. Chase, M. A., "Vector analysis of linkages", *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 85, Pages 289-297, 1963.

15. Duffy, J., Rooney, J., “A foundation for a unified theory of analysis of spatial mechanism”, ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 97, Issue 4, Pages 1159-1164, 1975.
16. Nanua, P., Waldron, K. J., Murthy, V., “Direct kinematic solution of a Stewart platform”, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 6, Issue 4, Pages 438-444, 1990.
17. Su, Y. X., Zang, C. H. and Duan B.Y., “Singularity analysis of a 6 DOF stewart platform using genetic algorithm”, IEEE International Conference on Systems Man and Cybernetics, Yasmine Hammamet, Pages 1-6, 2002.
18. L.W. Tsai, “Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators”, John Wiley & Sons, 1999.
19. Pedrammehr, S., Mahboubkhah, M. & Khani, “N. Improved dynamic equations for the generally configured Stewart platform manipulator”, J Mech Sci Technol Vol.26, Pages 711–721, 2012.
20. S. Pakzad, S. Akhbari, ve M. Mahboubkhah, “Kinematic and dynamic analyses of a novel 4-DOF parallel mechanism”, J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng., Vol. 41, Issue 12, Pages 561, Ara. 2019.
21. Craig, J. J., “Introduction to Robotics: Mechanics and Control”, Pages 19-339, Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, 2005.
22. Spong, M. W., Vidyasagar, M., “Robot dynamics and control”, Pages 26-138, Wiley, Hoboken, 2008.
23. Jazar, R.N., “Theory of applied robotics: kinematics, dynamics, and control”, Pages 35-554, Springer, Berlin, 2010.
24. Matsu, N., Nakomura M., and Kosako T., “Instantaneous torque analysis of hybrid stepping motor”, IEEE Transactions on Industry applications, Vol. 32, Issue 5, Pages 1176-1196, 1996.
25. Bellini, A., Conconi C., Franceschini G., and Toscani A., “Mixed-Mode PWM for high performance stepping motors”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 54, Issue 6, Pages 3167-3177, 2007.
26. Baluta G., and Coteata M., “Precision microstepping system for bipolar stepper motor control”, 07th International Elect. Mach. and Power Electronics Conference, Pages 291-296, Bodrum, 2007.
27. Franklin, G. F., Powell, J. D., Emami-Naeini, A., Powell, J. D., “Feedback control of dynamic systems”, Pages 202-211, Prentice hall, Upper Saddle River, 2002.