



ARAŞTIRMA MAKALESİ / RESEARCH ARTICLE

Ezgi NEVRUZ ¹, Yasemin GENÇTÜRK ²

**BAZI HASAR REZERV YÖNTEMLERİNİN PERFORMANSININ
BENZETİM İLE KARŞILAŞTIRILMASI**

ÖZ

Gelecekte ortaya çıkabilecek hasarların miktarı bilinemeyeceğinden, hasar sürecinde sigortacının yeterli rezerv ayırması, bunun için de beklenen yükümlülüğünü doğru tahmin edecek bir rezerv yöntemi seçmesi gerekmektedir. Performans testleri kullanılarak en uygun hasar rezerv yönteminin seçilmesi mümkündür. Bir yöntemin performansı, rezerv tahmin edilen değeri ile gerçekleşen değeri arasındaki sapma ile ölçülebilmektedir. Bu çalışmada, hasar gelişim üçgenleri (sol-üst ve sağ-alt üçgenler) rastgele bildirilme faktörü yöntemi, rastgele geriye doğru gelişim faktörü yöntemi, değişen tutarlı bireysel hasarlar yöntemi ve Pentikäinen ve Rantala yöntemi olmak üzere dört farklı benzetim yöntemiyle üretilmiştir. Benzetimi yapılan sol-üst üçgenler kullanılarak zincir merdiven (ZM) yöntemi, Bühlmann'ın tamamlayıcı hasar oranı (BTHO) yöntemi ve üç farklı regresyon modeli ile toplam hasar rezerv tahminleri ve her bir kaza yılına ilişkin hasar rezerv tahminleri elde edilmiştir. Hasar rezerv tahminlerinin gerçekleşen hasar rezervlerine yakınlığı performans ölçütleri yardımıyla test edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Benzetim, Bühlmann'ın tamamlayıcı hasar oranı yöntemi, Hasar gelişim üçgeni, Hasar rezervi, Performans ölçütleri, Regresyon modelleri, Zincir merdiven yöntemi.

**COMPARISON OF THE PERFORMANCE OF SOME LOSS RESERVING
METHODS WITH SIMULATION**

ABSTRACT

Since knowing future losses precisely could not be possible, insurer should allocate an adequate reserve in the loss process. For this purpose, insurer needs to select a suitable reserving method which estimates the expected liabilities truly. It is possible to choose the most suitable reserve method by carrying out performance tests. The performance of a method can be measured by the deviation between the estimated and the actual reserve. In this study, the loss development triangles (upper-left and lower-right triangles) are generated by using four simulation methods: random reporting factor method, random backward development factor method, individual losses with changing severity method and Pentikäinen and Rantala method. By using the simulated upper-left triangles, the estimated total reserves and the estimated loss reserves for each accident year are obtained with the

¹ Hacettepe Üniversitesi, Aktüerya Bilimleri Bölümü, 06800 Çankaya, Ankara, Türkiye.
E-posta: ezginevruz@hacettepe.edu.tr, Fax: +90 (312) 297 79 98

² Hacettepe Üniversitesi, Aktüerya Bilimleri Bölümü, 06800 Çankaya, Ankara, Türkiye.
E-posta: yasemins@hacettepe.edu.tr, Fax: +90 (312) 297 79 98

chain ladder (CL) method, the Bühlmann complementary loss ratio (BCLR) method and three different regression models. The closeness of loss reserve estimations to actual loss reserves is tested by the performance criteria.

Keywords: Simulation, Bühlmann complementary loss ratio method, Loss development triangle, Loss reserve, Performance criteria, Regression models, Chain ladder method.

1. GİRİŞ

Sigortacının sektör içerisinde tercih edilebilir olmasının başlıca koşulu, sözleşmeyle teminat altına aldığı bir riskin meydana gelmesi durumunda sigortalılarına karşı yükümlülüklerini karşılayabilme yeterliliğidir. Dolayısıyla, ödenmemiş hasarları tahmin etmek ve bu hasarları karşılayacak büyüklükte rezerv ayırmak sigorta şirketinin en önemli işlevlerinden biri olmaktadır. Büyük tutarlı hasarların etkileri, hasarın bildirilmesi ve kapatılmasındaki belirsizlikler gibi yapısal riskler göz önüne alındığında, sigortacının uygun bir hasar rezerv yöntemi seçmesinin büyük önem taşıdığı görülmektedir. Literatürde kabul görmüş ve belirli portföylerde iyi performans gösteren çok sayıda hasar rezerv yöntemi arasından; gerek portföye, gerekse rekabet içinde bulunulan ortamın koşullarına uygun olan yöntemin seçilerek rezerv tahmin edilmesi, sigortacının kurumsal varlığını ve rekabet gücünü devam ettirebilmesi noktasında hayati önem arz etmektedir.

Hasar rezerv yöntemlerinin karşılaştırılmasıyla ilgili çalışmalar çoğunlukla ‘geriye dönük testler’ ve ‘benzetim yöntemleri’ üzerine yoğunlaşmıştır. Hasar rezervinde benzetim yöntemlerinin kullanıldığı Stanard (1985) ile Pentikäinen ve Rantala (1992) tarafından yapılan çalışmalar literatürde önemli bir yere sahiptir. Bu çalışmalarda öngörülen yöntemlerde, sol-üst ve sağ-alt hasar gelişim üçgeni verisi benzetimle üretilmekte ve sol-üst üçgende bulunan hasar verisi sağ-alt üçgende gözlemlenebilir olmayan fakat benzetim yoluyla elde edilmiş ‘gerçek’ hasarların tahmininde kullanılmaktadır.

Deterministik bir hasar rezerv yöntemi olan ‘ZM yöntemi’ basit olması nedeniyle sıkça kullanılan yöntemlerden biridir. Verrall (1994) hasar rezervinde logaritmik doğrusal modellerin uygulanmasını incelemiştir. Doğrusal modellerin kullanılması, parametre tahminlerinin standart hatalarının elde edilebilmesini sağladığından daha avantajlıdır.

Narayan ve Warthen (2000)’de benzetim yoluyla elde edilen geçmiş hasar verisi kullanılarak geleneksel yöntemler ve regresyon modelleri yardımıyla gelecek hasarlar tahmin edilmiştir.

Bu çalışmada, hasar rezerv yöntemlerinin performansının benzetim ile karşılaştırılması amaçlanmıştır. İkinci Bölüm’de, hasar süreci ile hasar rezervlerinin etkileşimi ve hasar gelişim üçgeni hakkında genel bilgi verilmiştir. Çalışmanın Üçüncü Bölümü’nde, hasar üçgenleri üretmek için kullanılan benzetim yöntemlerine yer verilmiştir. Çalışmanın Dördüncü Bölümü’nde; ZM yöntemi, BTHO yöntemi ve üç farklı modelin bulunduğu regresyon yöntemleri ele alınmıştır. Beşinci Bölüm’de ise, çeşitli istatistiksel dağılımların kullanıldığı benzetim modelleri ve hasar rezerv yöntemlerinin birleştirilmesiyle elde edilen senaryolar tanımlanarak hasar rezerv yöntemlerinin performanslarının değerlendirildiği bir uygulama yapılmıştır.

2. HASAR SÜRECİ

Çalışmanın bu bölümünde, hasar süreci ile hasar rezervinin etkileşimi ve hasar verisini özetlemek amacıyla kullanılan hasar gelişim üçgeni hakkında genel bilgi verilecektir.

2.1. Hasar Sürecinin Hasar Rezervine Etkisi

Hasar verisinin sınıflandırılmasında, bir hasarın tahmin edilene kadar hangi süreçlerden geçtiğini ve hasar sürecinde kullanılan verinin çeşidini iyi anlamak; doğru rezerv tahmini yapılması açısından önem taşımaktadır.

Ödenmiş hasarların birikimli (cumulative) ve aşamalı (incremental) olması farklı hesaplamalar gerektirmektedir. Birikimli ödenmiş hasarlar, değerlendirme tarihi boyunca ödenen bütün hasarların toplamını; aşamalı hasar ödemeleri ise belirlenmiş bir zaman aralığı boyunca ödenen bütün hasarların toplamını ifade etmektedir. Öngörülen nihai hasarlar ile gerçek

ödenen hasarlar arasındaki fark ödenmemiş hasar tahminini vermektedir. Kaza yılı verisi kullanıldığında toplam ödenmemiş hasar, muallak hasar ve meydana gelmiş ancak bildirilmemiş (IBNR) hasardan oluşmaktadır (Friedland, 2009).

Aktüeryal projeksiyon yöntemi, hasar yükümlülükleri için sistematik bir süreçtir. Yöntemin; algoritma, veri seti ve müdahale noktaları olmak üzere üç temel elemanı vardır. Algoritma; hasarın gerçekleşmesi, bildirilmesi ve kapatılmasının matematiksel gösterimidir. Tahmin için kullanılan veri seti, yöntem tarafından girdi olarak kullanılan veridir. Müdahale noktaları ise varsayımların seçilmesi ya da aykırı verilerin göz ardı edilmesi gibi görüş bildirilen durumlardır (Jing et al., 2009). Gelecekte ortaya çıkabilecek hasarların yansız tahminini elde etmek her zaman mümkün olmayabilir. Diğer taraftan; kabul edilebilir sınırlar içerisinde bir rezerv tahmini, ödenmemiş hasarların nokta tahmini hakkında fikir verebilir. Bu nedenle hasar rezerv sürecinin, nokta tahmini ve güven aralığının bir birleşimi olarak ifade edilmesi gerekmektedir (Khury, 1980).

Bu çalışmada hasar süreci, stokastik modeller kullanılarak incelendiğinden; stokastik bir hasar rezervi sürecinin aşamaları Renshaw ve Verrall (1998)'in öngördüğü gibi; hasara ilişkin parametrelerin esnek olarak belirlendiği bir modelin tanımlanması, tanımlanan model yardımıyla elde edilen verinin hasar gelişim üçgeni biçimine uygun bir şekilde (sol-üst üçgen) düzenlenmesi ve sol-üst hasar gelişim üçgeni ve uygun tahmin yöntemleri yardımı ile hedef üçgenin (sağ-alt üçgen) elde edilmesi biçiminde ele alınmıştır.

2.2. Hasar Gelişim Üçgeni

Hasar verisini özetlemek ve analiz etmek için yaygın olarak kullanılan ve birçok hasar tahmin yönteminin önemli bir parçası olan hasar gelişim üçgeni; hasar sayısı, hasar tutarı gibi çeşitli veri gruplarının değerinin zaman içerisindeki değişimlerini (gelişimini) gösteren bir tablodur (Friedland, 2009).

Bir hasar gelişim üçgeninde kullanılan hasar verisi aşamalı ya da birikimli hasarlardan oluşmaktadır. Bir risk portföyünde, portföyün her bir hasarı kaza yılında ya da gelecekteki n gelişim yılı içerisinde kapatılsın. i kaza yılı, j

gecikme (erteleme) yılı için $S_{i,j}$ rastgele değişkeni (r.d.) aşamalı hasarları, $L_{i,j}$ r.d. ise birikimli hasarları ifade etmek üzere hasar gelişim üçgenine dayalı hasar rezerv sürecinde aşamalı ve birikimli hasarların $i+j-1 \leq n$ takvim yılları için gözlemlenebilir olduğu ve $i+j-1 \geq n+1$ takvim yıllarında ise gözlemlenebilir olmadığı varsayılınsın.

Aşamalı hasarların bilinmesi durumunda birikimli hasarlar, $L_{i,j} := \sum_{k=1}^j S_{i,k}$ biçiminde tanımlanmaktadır. $\hat{S}_{i,j}$ aşamalı hasarların tahmin edicisi olmak üzere, $i+j-1 \geq n+1$ için gözlemlenemeyen birikimli hasarların tahmini;

$$\hat{L}_{i,j} := L_{i,n-i+1} + \sum_{k=n-i+2}^j \hat{S}_{i,k} \quad (1)$$

eşitliği ile elde edilmektedir (Schmidt and Zocher, 2008).

3. RASTGELE HASAR GELİŞİM ÜÇGENLERİNİN BENZETİMİ

Hasar rezerv yöntemlerinin karşılaştırılması amacıyla yapılan çalışmaların çoğunda geriye dönük testler (hindsight testing) ya da benzetim tercih edilmektedir. Gelecekte gözlenecek çevresel koşulların geçmişten farklı olması beklenildiğinden geriye dönük testlerin kullanılması uygun olmamaktadır (Boles and Staudt, 2010). Ayrıca geçmişe dayalı çalışmalar yatırımcının tercihiyle göre yanlı olmaya meyillidir. Tahmin edicilerin özelliklerinin analitik olarak elde edilemediği durumlarda tahmin yöntemlerinin karşılaştırılması için benzetim tekniklerinin kullanılması daha uygun olacaktır. Bu çalışmada, hem hasar gelişim üçgenlerinin üretilmesinde rastgeleliğin hesaba katılması, hem de kullanılan varsayımların daha objektif olması sebebiyle benzetim teknikleri kullanılarak hasar verisi üretilecektir.

Benzetim tekniklerini kullanarak model kurma ve geliştirmenin bir avantajı hasar sürecini modelleyen algoritmaları belirleyebilmek, değişkenleri algoritmada tanımlayabilmek ve bunlarla ilgili istatistiksel varsayımlar yapabilmektir. Portföydeki muhtemel değişikliklerin sonucu ortaya çıkan yeni bir bilgi ile varsayımlar güncellenerek benzetim modeli

yeniden düzenlenebilmektedir (Rollins, 1997). Bir hasar gelişim üçgeninin rastgele elemanlarının üretilebilmesi için hasar sürecinin modellenmesinde kullanılan benzetim modelinin hasar verisinin özelliklerini yansıtmaması, rezervin hesaplanmasında da hatalara neden olabilmektedir. Bu sebeple her ne kadar benzetim algoritmasının yeterli olduğu düşünülse de; kullanılacak modelin, şirketin iç dinamiklerini dikkate alacak biçimde uyarlanması gerekmektedir. Benzetim yöntemlerinin ürettiği hasar gelişim üçgenleri stokastiktir ve herhangi bir hasar rezerv yöntemine belirgin bir avantaj sağlamamaktadır (Narayan and Warthen, 2000). Veri setinin benzetim yoluyla elde edilmesi, rezerv tahminleri yapılmadan ve hasar rezerv yöntemlerinin performansları test edilmeden önce gerçek rezerv miktarlarının bilinmesine olanak sağlamaktadır.

Bu çalışmada pozitif aşamalı hasarlar üreten benzetim yöntemleri seçilmiştir. n kaza yılı ($i = 1, 2, \dots, n$) dikkate alınmış, bütün hasarların vadesinin n 'inci gelişim yılında dolduğu ($j = 1, 2, \dots, n$) varsayılarak $i, j = 1, 2, \dots, n$ için $L_{i,j}$ birikimli hasarları elde edilmiştir.

3.1. Rastgele Bildirilme Faktörü Yöntemi

Rastgele bildirilme faktörü yönteminde öncelikle, her bir kaza yılı için N_i rastgele hasar sayıları ve $C_{i,k}$ bireysel hasar tutarları üretilip toplam hasar tutarları elde edildikten sonra, toplam hasar tutarları e enflasyon oranı ile büyütülerek her bir kaza yılı için L_i nihai hasar tutarları belirlenmektedir:

$$L_i = L_{i,n} = (1 + e)^{(i-1)} \sum_{k=1}^{N_i} C_{i,k} \quad (2)$$

$j = 1, 2, \dots, n-1$ için $U_{i,j}$ (0,1) aralığında tekdüze (uniform) dağılımlı rastgele sayı olmak üzere $T_{i,j} = 0,1 + 0,5U_{i,j} + 0,5\ln(j)$ rastgele bildirilme faktörleri üretilecek her bir kaza yılı için belirlenen nihai hasar,

$$L_{i,j} = L_{i,n} \left(1 - e^{-X_{i,j}}\right) \quad (3)$$

biçiminde aynı kaza yılının gelişim yıllarına dağıtılmaktadır.

Burada $X_{i,j}$ birikimli bildirilme faktörü olup

$$X_{i,j} = T_{i,1} + T_{i,2} + \dots + T_{i,j} = \sum_{k=1}^j T_{i,k} \quad \text{eşitliği}$$

ile hesaplanmaktadır (Narayan and Warthen, 2000).

3.2. Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi

Bu benzetim yönteminde de rastgele bildirilme faktörü yönteminde olduğu gibi $L_{i,n}$ nihai hasar tutarları belirlendikten sonra; $j = 1, 2, \dots, n-1$ gelişim periyotları için,

parametreleri $\mu_{i,j} = a_j = \frac{(j + (j-1)^2)}{100}$ ve

$\sigma_{i,j} = b_j = \frac{(j + (j-1)^2)}{500}$ olan lognormal dağılımlı

$Y_{i,n-j}$ rastgele gelişim faktörü değişkenleri üretilmektedir. Burada $Y_{i,j}$, i kaza yılı ve j gelişim periyodu için gelişim faktörüdür. a_j ve b_j parametreleri ε çok küçük bir değer olmak üzere $\Pr(Y_{i,j} > 1) = 1 - \varepsilon$ olacak şekilde seçildiğinden $Y_{i,j}$ büyük bir olasılıkla 1'den büyüktür. Gelişim faktörleri yardımıyla her bir kaza yılı için bildirilen hasarlar

$$L_{i,j} = \frac{L_{i,j+1}}{Y_{i,j}}; j = n-1, n-2, \dots, 2, 1 \quad (4)$$

biçiminde geriye doğru hesaplanmaktadır (Narayan and Warthen, 2000).

3.3. Değişen Tutarlı Bireysel Hasarlar Yöntemi

Değişen tutarlı bireysel hasarlar yönteminde; hasarların bildirilmesi ve kapatılması için geçen gecikme sürelerinin üstel dağılıma sahip olduğu varsayımına ek olarak, bireysel hasar tutarı r.d.nin λ ve θ parametreleriyle Pareto dağılımlı olduğu ve bireysel hasar tutarının gecikmeyle birlikte değişeceği varsayılmaktadır. Bu yöntemde, her bir kaza yılı için rastgele hasar sayıları ve bireysel hasar tutarları üretilmektedir.

Bireysel hasarların yüzdeler seviyesinin zaman boyunca sabit kalacağı, fakat λ ve θ parametrelerinin hasar kapatılana kadar değişeceği varsayılmaktadır. i kaza yılındaki " k ." bireysel hasar tutarı olan $C_{i,k}$ 'nin yüzdeler seviyesi $U_{i,k} = 1 - \left(1 + \frac{C_{i,k}}{\lambda}\right)^{-\theta}$ biçiminde elde edilmektedir.

N_i , i kaza yılı için hasar sayısını göstermek üzere; $k = 1, 2, \dots, N_i$ için $X_{i,k,1}$ hasarın meydana gelme tarihi tekdüze dağılımdan, $X_{i,k,2}$ bildirilme gecikmesi ve $X_{i,k,3}$ kapatılma gecikmesi üstel dağılımdan üretildikten sonra $\lambda = \lambda(1)$ ve $\theta = \theta(1)$ olmak üzere; i kaza yılında meydana gelen k 'inci bireysel hasar için j gelişim yılındaki $\hat{C}_{i,k,j}$ hasar tutarı tahmini,

$$\hat{C}_{i,k,j} = \begin{cases} 0 & ; j = 1, 2, \dots, r_{i,k} \\ \lambda(j) \left[\frac{1}{(1 - U_{i,k})^{1/\theta(j)}} - 1 \right] & ; j = r_{i,k} + 1, \dots, R_{i,k} \\ \lambda(R_{i,k} + 1) \left[\frac{1}{(1 - U_{i,k})^{1/\theta(R_{i,k} + 1)}} - 1 \right] & ; j = R_{i,k} + 1, \dots, n \end{cases} \quad (5)$$

biçiminde elde edilmektedir. Bu eşitliğe göre; eğer bir hasar j gecikmesinde kapatılmışsa, $\hat{C}_{i,k,j}$ daha sonraki değerlemelerde sabit kalacaktır.

$$L_{i,j} = (1 + e)^{(i-1)} \sum_{k=1}^{N_i} \hat{C}_{i,k,j} \quad (6)$$

eşitliği yardımıyla hesaplanır (Bühlmann et al., 1980; Stanard, 1985).

$\lfloor x \rfloor$, x 'ten küçük veya x 'e eşit en büyük tamsayıyı göstermek üzere, (5) eşitliğinde $r_{i,k} = \min \left\{ \lfloor (X_{i,k,1} + X_{i,k,2}) \rfloor, n \right\}$ ve $R_{i,k} = \min \left\{ \lfloor (X_{i,k,1} + X_{i,k,2} + X_{i,k,3}) \rfloor, n \right\}$ biçimindedir. Yani, i kaza yılındaki k 'inci hasar $i + r_{i,k}$ takvim yılında bildirilmekte ve $i + R_{i,k}$ takvim yılında kapatılmaktadır. Bir hasarın nihai değerinin hasar gerçekleşikten sonraki n yıl içerisinde bilinmesi gerektiğinden, bildirilme tarihini gösteren $X_{i,k,1} + X_{i,k,2}$ ve kapatılma tarihini gösteren $X_{i,k,1} + X_{i,k,2} + X_{i,k,3}$ değerleri n 'yi aşmamaktadır. Ayrıca $j = r_{i,k} + 1, \dots, R_{i,k}$ için j değeri arttıkça $\hat{C}_{i,k,j}$ değerinin arttığı ve bunun da aşamalı hasarların pozitif olmasını sağladığı görülmektedir.

3.4. Pentikäinen ve Rantala Yöntemi

Pentikäinen ve Rantala yöntemi, toplam hasarların bir kaza yılından diğerine büyüme göstereceği varsayımına dayanmaktadır. Hasarların bildirilme süreci ve takvim yıllarına ait enflasyon oranları otoregresif süreçlerle modellenmektedir. Sabit olmayan enflasyon oranı ve portföy büyüme faktörü hasar rezerv sürecine eklenerek i kaza yılı için j yıl gecikmeli aşamalı hasarlar,

$$S_{i,j} = K \times XP(i) \times X(j) \times q(i, j) \times INF(i + j - 1) \quad (7)$$

$\hat{C}_{i,k,j}$ 'ler hesaplandıktan sonra e enflasyon oranını göstermek üzere i kaza yılı ve j gecikme yılı için birikimli hasarlar;

biçiminde üretildikten sonra aşamalı hasarların toplamı alınarak $L_{i,j}$ birikimli hasarlar elde edilmektedir. (7) eşitliğinde; K , ilk kaza yılının toplam hasarıyla bağlantılı sabit bir parametreyi; $XP(i)$, portföy büyüme faktörünü; $X(j)$; $j = 1, 2, \dots, n$ olmak üzere $i + j - 1$ takvim yılında bildirilen hasarın i kaza yılı toplam hasarına oranını; $q(i, j)$, hasarların bildirilme

sürecini ve $INF(t)$, t takvim yılına ilişkin birikimli enflasyon faktörünü göstermektedir. Tüm hasarların vadesinin $j = n$ tarihinde dolacağı varsayıldığı için $\sum_{j=1}^n X(j) = 1$ olmalıdır. k takvim yılına ait enflasyon oranı,

$$\delta(k+1) = \max[0, 0,03; 0,06 + 0,7(\delta(k) - 0,06) + w_k]; \delta(1) = 0,06; w_k \sim N(0; 0,015)$$

olduğunda birikimli enflasyon faktörü,

$$INF(t) = \prod_{k=1}^t [1 + \delta(k)] \text{ olarak elde edilmektedir. Hasarların bildirilme süreci ise,}$$

$$q(i, j) = 0,4 + 0,6q(i, j-1) + \varepsilon_{i,j}; q(i, 0) = 1; \varepsilon_{i,j} \sim N(0; 0,05)$$

biçimindedir (Pentikäinen and Rantala, 1992; Narayan and Warthen, 2000).

4. HASAR REZERV YÖNTEMLERİ

Hasar rezervi hesabı, uzun yıllar sigortacının, yükümlülüğüne karar vermek için kullandığı basit bir algoritma olarak algılandığından deterministik modeller kullanılarak rezerv tahmini yapılmış ancak 1970'lerden itibaren hasar rezervinin tahmininde rezervin değişkenliğini de veren stokastik modeller kullanılmaya başlanmıştır (Wüthrich and Merz, 2008). Rezerv tahmininde kullanılan yöntemler genellikle geçmiş hasarların gruplanarak üçgenel hasarlar şeklinde düzenlenmesine dayalı yöntemlerdir (Wiser, 2001).

4.1. Zincir Merdiven Yöntemi

ZM yöntemi; herhangi bir dağılım varsayımına gerek kalmaksızın hesaplama yapılmasına olanak tanıyan deterministik bir yöntemdir (Mack, 1999). Bu yöntemde gelecek hasarların gelişiminin önceki yılların gelişimi ile benzer olduğu varsayıldığından yöntemin istikrarlı sigorta portföylerinin rezerv tahmininde kullanılması uygundur (Friedland, 2009). Yöntemde her bir gelişim yılı için hesaplanan 'gelişim faktörü (bağ oranı)' kullanılarak ödenmemiş hasar tahminleri elde edilmektedir.

$j = 2, 3, \dots, n$ gelişim yılları için \hat{f}_j gelişim faktörleri,

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j+1} L_{i,j}}{\sum_{i=1}^{n-j+1} L_{i,j-1}} \quad (8)$$

biçiminde hesaplanır. (8) eşitliğinden bulunan gelişim faktörleriyle her bir kaza yılının en son birikimli hasarı çarpılarak gelecek birikimli hasarlar, $\hat{L}_{i,n-i+2} = L_{i,n-i+1} \hat{f}_{n-i+2}$ elde edilir. Her bir kaza yılı için nihai hasarlar,

$$\hat{L}_i = \hat{L}_{i,n} = L_{i,n-i+1} \prod_{k=n-i+2}^n \hat{f}_k \quad (9)$$

eşitliğinden hesaplandıktan sonra i kaza yılı için rezerv tahmini, $\hat{R}_i = \hat{L}_i - L_{i,n-i+1}$ ile elde edilir (England and Verrall, 2002).

4.2. Bühlmann'ın Tamamlayıcı Hasar Oranı Yöntemi

İlk kez Bühlmann (1983) tarafından geliştirilen ve ödenmiş hasar verisine dayalı olan bu yöntem, belirli bir gecikme ile ödenen hasarların oranının zaman boyunca sabit kaldığı varsayımına dayanmaktadır. Geçmiş hasar tecrübesinden elde edilen hasar oranları kullanılarak gelecek hasarlar tahmin edilmektedir.

Her bir kaza yılına ait aşamalı hasarlar enflasyon ile büyütülerek n yılındaki nihai değerleri elde edilir. Elde edilen bu değerlerin ortalaması alınarak hasar oranı,

$$\bar{M}_j = \frac{1}{n-j+1} \sum_{i=1}^{n-j+1} S_{i,j} (1+e)^{n-i}; j = 2, 3, \dots, n \quad (10)$$

biçiminde bulunur. Bu oranlar kullanılarak,

$\hat{S}_{i,j} = \bar{M}_j(1+e)^{i-n}$; $j = n+2-i, \dots, n$ ve $i = 2, 3, \dots, n$ (11)
 tahmin edildikten sonra i kaza yılı için rezerv

tahmini $\hat{R}_i = \sum_{j=n+2-i}^n \hat{S}_{i,j}$ hesaplanır.

4.3. Regresyon Yöntemleri

Regresyon yöntemleri nokta tahmini ve güven aralığı tahminleri elde edilmesine olanak sağladığından, hasar gelişim üçgenlerinin regresyon ile modellenmesine olan ilgi giderek artmaktadır. Regresyon yöntemleri varyans tahmininin doğrudan elde edilmesini sağlamaktadır (Narayan and Warthen, 2000).

Aşamalı hasarların bir dağılıma sahip olduğu varsayılan regresyon modellerinde, model parametreleri tahmin edilmeden önce, genellikle, hasarları doğrusallaştırmak için logaritmik dönüşüm gibi belirli dönüşümler uygulanmaktadır.

Regresyon yöntemleri kullanılarak ödenmemiş hasarların tahminlerinin elde edilebilmesi için aşamalı hasarların pozitif olduğu hasar gelişim üçgenleri ele alınmaktadır. Aşamalı hasarlarının pozitif olduğu varsayımı altında, logaritmik dönüşüm yardımı ile $Z_{i,j} = \ln(S_{i,j})$ 'ler elde edilir. μ , α_i ve β_j modelin parametrelerini, $\varepsilon_{i,j}$ hata terimini göstermek üzere regresyon modeli $Z_{i,j} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{i,j}$ biçimindedir. Regresyon modelinde hata terimleri 0 ortalama ve σ^2 varyanslı normal dağılıma sahip bağımsız r.d.lerdir (Narayan and Warthen, 2000).

$\{S_{i,j} : i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n-i+1\}$ r.d.nin bağımsız ve lognormal dağılımlı olduğu varsayıldığında, $Z_{i,j}$ r.d. bağımsız ve normal dağılımlıdır. $E[Z_{i,j}] = X_{i,j}\beta$ ve $Var(Z_{i,j}) = \sigma^2$ olmak üzere aşamalı hasarların beklenen değeri $E[S_{i,j}] = \theta_{i,j} = \exp\left(X_{i,j}\beta + \frac{1}{2}\sigma^2\right)$ biçimindedir. Burada; $X_{i,j}$, açıklayıcı değişkenlerin satır vektörünü, β ise parametrelerin sütun vektörünü göstermektedir.

4.3.1. Regresyon Modellerinin Yapısı

Model 1: $Z_{i,j} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{i,j}$

Bu modelde $i, j = 2, 3, \dots, n$ olmak üzere α_i ve β_j parametrelerinin tümü birbirinden farklıdır ve $\alpha_1 = \beta_1 = 0$ 'dır. Bu nedenle parametreler vektörü $\beta = [\mu, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta_2, \dots, \beta_n]$ biçimindedir.

Model 2: $Z_{i,j} = \mu + (i-1)\alpha + \beta_j + \varepsilon_{i,j}$

Bu modelde $i = 2, 3, \dots, n$ için $\alpha_i = (i-1)\alpha$, $\beta_1 = 0$ ve $j = 2, 3, \dots, n$ için β_j parametreleri farklıdır. Bu nedenle parametreler vektörü $\beta = [\mu, \alpha, \beta_2, \dots, \beta_n]$ biçimindedir.

Model 3: $Z_{i,j} = \mu + (i-1)\alpha + (j-1)\beta + \gamma \ln(j) + \varepsilon_{i,j}$

Bu modelde $i = 2, 3, \dots, n$ için $\alpha_i = (i-1)\alpha$ ve $j = 2, 3, \dots, n$ için $\beta_j = (j-1)\beta + \gamma \ln(j)$ biçimindedir. Bu nedenle parametreler vektörü: $\beta = [\mu, \alpha, \beta, \gamma]$ biçimindedir.

Regresyon modellerinin parametre sayıları farklıdır. Regresyon modelleri; birbirleriyle karşılaştırma amaçlı değil, modeldeki parametre sayısının azaltılmasının etkisini incelemek amacıyla seçilmiştir.

4.3.2. Regresyon Yöntemleri ile Rezerv Tahmini

$z = [Z_{1,1}, Z_{1,2}, \dots, Z_{1,n}, Z_{2,1}, \dots, Z_{n,1}]'$ olmak üzere, en küçük kareler yöntemiyle parametreler vektörü;

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'z$$

tahmin edildikten sonra hata varyansı $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{r-p} (z - X\hat{\beta})'(z - X\hat{\beta})$ hesaplanır. Tahmin edilen parametreler gelecekteki aşamalı hasarların öngörüsü için kullanılmaktadır. Burada r , gözlem sayısı ($r = \frac{1}{2}n(n+1)$) ve p parametre sayısı iken; X , satırları $X_{i,j}$ olan ($r \times p$) boyutundaki tasarım matrisi ve z gözlemlenen hasarların vektörüdür. Regresyon modellerindeki parametre sayıları farklı olduğundan, X tasarım matrisi her bir model için farklılık göstermektedir.

$\theta_{i,j}$, aşamalı hasarların beklenen değerini göstermek üzere $i = 2, \dots, n$ ve $j = n - i + 2, \dots, n$ için $\theta_{i,j}$ 'lerin yansız tahmini;

$$\hat{\theta}_{i,j} = \exp(X_{i,j}\hat{\beta})g_m \left[\frac{1}{2} \left(1 - X_{i,j}(XX)^{-1}X'_{i,j} \right) s^2 \right] \quad (12)$$

biçiminde elde edilir (Verrall, 1991).

$\hat{\sigma}^2$, σ^2 'nin yanlış tahmini iken, $s^2 = \frac{r}{r-p} \hat{\sigma}^2$

yansızdır ve $m = r - p$ ise serbestlik derecesidir.

Ayrıca $g_m(t)$ fonksiyonu, $\hat{\sigma}^2$ 'ye ilişkin serbestlik derecesinin m olması halinde;

$$g_m(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{m^k (m+2k)}{m(m+2)\dots(m+2k)} \frac{t^k}{k!} \text{ biçimindedir}$$

(Finney, 1941).

Veri lognormal dağılıma sahip olduğunda, p uzunluğundaki herhangi bir Z satır vektörü ve a skaleri için $\exp(Z\beta + a\sigma^2)$ 'nin yansız tahmin edicisi $\exp(Z\hat{\beta})g_m \left[\left(a - \frac{1}{2} Z(XX)^{-1}Z' \right) s^2 \right]$ biçimindedir (Bradu and Mundlak, 1970).

5. UYGULAMA

Çalışmanın bu bölümünde dört farklı benzetim yöntemiyle R programlama dili kullanılarak 10.000 adet hasar gelişim üçgeni üretilmiştir. Üretilen her bir hipotetik veri seti için ZM, BTHO ve regresyon yöntemleriyle kaza yıllarına ilişkin rezervler ve kaza yılı rezervlerinin toplamı olan toplam rezervler tahmin edilmiştir. Hasar rezerv tahminleri ile benzetim yoluyla üretilen gerçek hasar rezervleri arasındaki sapmalar hesaplanarak yöntemlerin performansları incelenmiştir. Hasar gelişim üçgenlerinin üretilmesinde kullanılan benzetim yöntemlerinde $n = 11$ alınmıştır. Hasar rezervinin tahmin edilmesi için kullanılan üç regresyon yönteminde; $n = 11$ olduğunda parametre sayısı, Model 1 için 21 $(\mu, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{11}, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_{11})$, Model 2 için 12 $(\mu, \alpha, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_{11})$ ve Model 3 için ise 4 $(\mu, \alpha, \beta, \gamma)$ 'tür.

Bu çalışmada kullanılan performans ölçütleri yanlışlık, ortalama karesel hataların karekökü (OKHK), ortalama mutlak sapma

(OMS), ortalama hata yüzdesi (OHY) ve korelasyondur (KOR).

Genel olarak en iyi yöntemin, yansız ve beklenen hata karesini minimize eden tahminler üreten yöntem olduğu savunulmaktadır. En küçük hata kareleri ölçütü performans ölçütlerinin en güçlüsüdür. Yansızlık ise daha zayıf bir ölçüttür. Eğer yanlış ölçülebilir ve önemsizse yanlış yöntemler kabul edilebilir. Yanlılığın kontrol edilebilir bir düzeyi için, hata karesi küçük olan yöntem tercih edilmektedir (Jing et al., 2009).

5.1. Senaryolar ve Veri Setleri

Hasar sayısı ve bireysel hasar tutarı r.d. için uygun istatistiksel dağılımlar belirlenerek farklı beklenen değer ve varyanslı 60 senaryo oluşturulmuş ve her bir senaryo için benzetim ile hasar üçgenleri üretilmiştir. Rezerv tahmininin gerçek rezerv değerine yakın olması, nihai hasarların tahminindeki hatanın az olmasına bağlı olduğundan, nihai hasarların yani birikimli hasarların yapısının iyi analiz edilmesi gerekir. Birikimli hasarların dağılımı, hasar sayısı ve bireysel hasar tutarı r.d.lerinin dağılımları tarafından belirlendiğinden; sigortacılıkta bu r.d.lerinin modellenmesinde yaygın olarak kullanılan çeşitli istatistiksel dağılımlar ile senaryolar çeşitlendirilmiştir. İstatistiksel dağılımlar, hasar sayısı r.d. için Poisson dağılımı ve bireysel hasar tutarı r.d. için lognormal, gamma ve Pareto dağılımları olarak belirlenmiştir. Sigorta risklerinin modellenmesinde hasar sayısı için Poisson dağılımının kullanışlı özellikleri vardır (Klugman et al., 2004). Bickerstaff (1972) ve Dropkin (1964) sigortacılıkta hasar tutarı verisinin lognormal dağılım, Hewitt (1966) ise gamma dağılımı kullanılarak modellenebileceğini belirtmişlerdir. Hasar tutarlarının değişkenliğinin yüksek olması yani veri setinde meydana gelme olasılığı düşük olmasına rağmen oldukça yüksek tutarlı hasarların da bulunması (hasar tutarlarının uzun kuyruklu olması) durumunda Pareto dağılımı doğru tahminler vermektedir (Patrik, 1980).

Çalışmanın uygulama bölümünde hasar sayısı ve hasar tutarının yüksek ya da düşük ortalama ve standart sapmaya sahip olmasının (uzun ya da kısa kuyruklu bir yapıya sahip olmasının) en iyi rezerv yönteminin seçimine etkisini incelemek amacıyla farklı ortalama ve standart sapmaya sahip veri setleri üretilmiştir.

Rezerv tahmininin gerçek veri setleri için yapılması mümkündür ancak bu çalışmada amaç farklı rezerv yöntemlerinin performanslarının karşılaştırılması olduğundan benzetim tekniği kullanılarak farklı yapıda veri setleri oluşturulmuştur. Benzetim yönteminde; karesel gelişim yapısında olan verinin sağ-alt üçgeni çıkarılarak, sol-üst üçgen verisiyle yapılan rezerv tahmini (sağ-alt üçgenin tahmini) ile sağ-alt üçgende bulunan gerçek verinin karşılaştırılması yardımıyla rezerv yönteminin performansı değerlendirilir. Dolayısıyla rezerv yöntemlerinin karşılaştırılması amacıyla yapılan çalışmalarda analiz, sol-üst ve sağ-alt üçgenin mevcut olduğu gerçek veri setleri ile yapılabilir.

Senaryolarda kullanılan benzetim yöntemleri ve rezerv yöntemleri, varsayımlar ve r.d.lerinin sahip olduğu dağılımlara ilişkin ayrıntılı bilgi Tablo 1’de verilmiştir. Çalışmada amaç mevcut bir veriye uyumlu olan dağılımı ve o dağılıma ait parametreleri belirlemek ve etkilerini incelemek değil, rezerv yöntemlerinin farklı ortalama ve standart sapmalı dağılımlara sahip farklı veri setlerinde performanslarını incelemektir. Bu nedenle Tablo 1’deki parametreler seçilen dağılımların beklenen değer ve varyans bilgileri kullanılarak ‘momentler yöntemi’ ile elde edilmiştir. ‘Ort.’ dağılımın ortalamasını, ‘S.S.’ ise dağılımın standart sapmasını ifade etmektedir.

Tablo 1. Farklı benzetim ve rezerv yöntemleriyle oluşturulan senaryolar

Senaryolar	Benzetim Yöntemi	Hasar sayısının dağılımı	Hasar tutarının dağılımı	Diğer Varsayımlar	Hasar Rezerv Yöntemi
Senaryo 1	Rastgele Bildirilme Faktörü Yöntemi	Poisson $\lambda=100$ Ort.=100 S.S.=100	Lognormal $\mu=7,3659$ $\sigma=1,517427$ Ort.=5.000 S.S.=15.000	Enflasyon oranı $e=\%6$	ZM
Senaryo 2					BTHO
Senaryo 3					Reg. Model 1
Senaryo 4					Reg. Model 2
Senaryo 5					Reg. Model 3
Senaryo 6	Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi	Poisson $\lambda=100$ Ort.=100 S.S.=100	Lognormal $\mu=7,3659$ $\sigma=1,517427$ Ort.=5.000 S.S.=15.000	Enflasyon oranı $e=\%6$	ZM
Senaryo 7					BTHO
Senaryo 8					Reg. Model 1
Senaryo 9					Reg. Model 2
Senaryo 10					Reg. Model 3
Senaryo 11	Değişen Tutarlı Bireysel Hasarlar Yöntemi	Poisson $\lambda=100$ Ort.=100 S.S.=100	Pareto $\lambda=1.000$ $\theta=2,5$ Ort.=667 S.S.=1.491	Enflasyon oranı $e=\%6$ Meydana gelme tarihi Uniform (0,1) Bildirilme gecikmesi Üstel ($\lambda=0,5$) Kapatılma gecikmesi Üstel ($\lambda=0,2$)	ZM
Senaryo 12					BTHO
Senaryo 13					Reg. Model 1
Senaryo 14					Reg. Model 2
Senaryo 15					Reg. Model 3
Senaryo 16	Pentikâinen ve Rantala Yöntemi	-	-	X(j) azalan K=500.000 Riske maruz birim sayısı büyümesi (%1) Toplam hasarın bir kaza yılından diğerine büyümesi (%6) Enflasyon oranı AR(1)	ZM
Senaryo 17					BTHO
Senaryo 18					Reg. Model 1
Senaryo 19					Reg. Model 2
Senaryo 20					Reg. Model 3

Tablo 1. (Devam) Farklı benzetim ve rezerv yöntemleriyle oluşturulan senaryolar

Senaryolar	Benzetim Yöntemi	Hasar sayısının dağılımı	Hasar tutarının dağılımı	Diğer Varsayımlar	Hasar Rezerv Yöntemi
Senaryo 21	Rastgele Bildirilme Faktörü Yöntemi	Poisson $\lambda=100$ Ort.=100 S.S.=100	Gamma $\alpha=1/9$ $\beta=1/45.000$ Ort.=5.000 S.S.=15.000	Enflasyon oranı $e=\%6$	ZM
Senaryo 22					BTHO
Senaryo 23					Reg. Model 1
Senaryo 24					Reg. Model 2
Senaryo 25					Reg. Model 3
Senaryo 26	Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi	Poisson $\lambda=100$ Ort.=100 S.S.=100	Gamma $\alpha=1/9$ $\beta=1/45.000$ Ort.=5.000 S.S.=15.000	Enflasyon oranı $e=\%6$	ZM
Senaryo 27					BTHO
Senaryo 28					Reg. Model 1
Senaryo 29					Reg. Model 2
Senaryo 30					Reg. Model 3
Senaryo 31	Değişen Tutarlı Bireysel Hasarlar Yöntemi	Poisson $\lambda=100$ Ort.=100 S.S.=100	Pareto $\lambda=10.000$ $\theta=3$ Ort.=5.000 S.S.=8.660	Enflasyon oranı $e=\%6$ Meydana gelme tarihi Uniform (0,1) Bildirilme gecikmesi Üstel ($\lambda=0,5$) Kapatılma gecikmesi Üstel ($\lambda=0,125$)	ZM
Senaryo 32					BTHO
Senaryo 33					Reg. Model 1
Senaryo 34					Reg. Model 2
Senaryo 35					Reg. Model 3
Senaryo 36	Pentikâinen ve Rantala Yöntemi	-	-	X(j) artan K=500.000 Riske maruz birim sayısı büyümesi (%1) Toplam hasarın bir kaza yılından diğerine büyümesi (%6) Enflasyon oranı AR(1)	ZM
Senaryo 37					BTHO
Senaryo 38					Reg. Model 1
Senaryo 39					Reg. Model 2
Senaryo 40					Reg. Model 3

Tablo 1. (Devam) Farklı benzetim ve rezerv yöntemleriyle oluşturulan senaryolar

Senaryolar	Benzetim Yöntemi	Hasar sayısının dağılımı	Hasar tutarının dağılımı	Diğer Varsayımlar	Hasar Rezerv Yöntemi
Senaryo 41	Rastgele Bildirilme Faktörü Yöntemi	Poisson $\lambda=1.000$ Ort.=1.000 S.S.=1.000	Lognormal $\mu=6,17152$ $\sigma=0,29356$ Ort.=500 S.S.=150	Enflasyon oranı $e=\%6$	ZM
Senaryo 42					BTHO
Senaryo 43					Reg. Model 1
Senaryo 44					Reg. Model 2
Senaryo 45					Reg. Model 3
Senaryo 46	Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi	Poisson $\lambda=1.000$ Ort.=1.000 S.S.=1.000	Lognormal $\mu=6,17152$ $\sigma=0,29356$ Ort.=500 S.S.=150	Enflasyon oranı $e=\%6$	ZM
Senaryo 47					BTHO
Senaryo 48					Reg. Model 1
Senaryo 49					Reg. Model 2
Senaryo 50					Reg. Model 3
Senaryo 51	Rastgele Bildirilme Faktörü Yöntemi	Poisson $\lambda=1.000$ Ort.=1.000 S.S.=1.000	Gamma $\alpha=100/9$ $\beta=1/45$ Ort.=500 S.S.=150	Enflasyon oranı $e=\%6$	ZM
Senaryo 52					BTHO
Senaryo 53					Reg. Model 1
Senaryo 54					Reg. Model 2
Senaryo 55					Reg. Model 3
Senaryo 56	Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi	Poisson $\lambda=1.000$ Ort.=1.000 S.S.=1.000	Gamma $\alpha=100/9$ $\beta=1/45$ Ort.=500 S.S.=150	Enflasyon oranı $e=\%6$	ZM
Senaryo 57					BTHO
Senaryo 58					Reg. Model 1
Senaryo 59					Reg. Model 2
Senaryo 60					Reg. Model 3

Uygulamada Pentikäinen ve Rantala yöntemi dışındaki benzetim yöntemlerinde enflasyon oranı sabit ve %6 olarak varsayılmıştır. Pentikäinen ve Rantala yönteminde ise enflasyon oranı en düşük %3 olacak şekilde her takvim yılı için AR(1) modelinden elde edilmiştir. Ayrıca riske maruz birim sayısının her bir kaza yılı için geometrik olarak %1 oranında artış gösterdiği ve bir kaza yılından diğerine toplam hasarın geometrik olarak %6 oranında büyüme gösterdiği varsayılmıştır. Değişen tutarlı bireysel hasarlar yönteminde ise; hasarların meydana gelme tarihi (0,1) aralığında tekdüze dağılımlı, hasarların bildirilme gecikmesi 2 ortalama ile üstel

dağılımlı ve hasarların kapatılma gecikmesi ise küçük hasar tutarlı senaryolar için 5, büyük hasar tutarlı senaryolar için ise 8 ortalama ile üstel dağılımlı varsayılmıştır. Ayrıca $\hat{C}_{i,k,j}$ değerleri hesaplanırken küçük hasar tutarlı senaryolar için $\lambda(j) = 50(20 + j - 1)(1,06)^{j-1}$ ve $\theta(j) = (50 - (j - 1)) / 20$, büyük hasar tutarlı senaryolar için ise $\lambda(j) = 500(20 + j - 1)(1,06)^{j-1}$ ve $\theta(j) = (60 - (j - 1)) / 20$ olarak alınmıştır.

5.1. Toplam Hasar Rezervinin Performansı

Çalışmanın bu kısmında toplam rezerv tahminlerinin gerçek toplam rezervlerden sapmaları ölçülerek performans ölçütlerinin değerleri hesaplanmıştır. Toplam hasar rezervinin performansına ilişkin elde edilen sonuçlar Senaryo 1-20 için Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Senaryo 1-20 için toplam hasar rezervinin performansı

Performans Ölçütleri	Hasar Rezerv Yöntemleri				
	ZM	BTHO	Regresyon		
			Model 1	Model 2	Model 3
Rastgele Bildirilme Faktörü Yöntemi (Senaryo 1-5)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=1.115.631; Std. Sapma=259.393					
Yan	10.780	-693	219.078	70.034	114.164
OKHK	382.717	280.736	670.658	348.890	375.240
OMS	305.407	209.065	475.656	266.466	287.341
OHY	3,78%	4,45%	22,25%	10,49%	14,63%
KOR	0,32	0,09	0,31	0,16	0,15
Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi (Senaryo 6-10)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=6.369.280; Std. Sapma=705.527					
Yan	370.981	2.604	436.386	64.232	23.076.650
OKHK	1.846.395	1.770.114	1.977.457	1.714.218	23.739.510
OMS	1.394.576	1.305.028	1.488.845	1.314.898	23.076.650
OHY	5,90%	1,05%	6,94%	1,28%	363,06%
KOR	0,35	0,02	0,33	0,29	0,44
Değişen Tutarlı Bireysel Hasarlar Yöntemi (Senaryo 11-15)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=655.834; Std. Sapma=44.594					
Yan	1.484	61	17.048	3.151	2.588
OKHK	79.687	72.006	89.497	69.932	67.630
OMS	62.047	54.636	69.161	54.716	53.252
OHY	0,50%	0,42%	2,87%	0,75%	0,66%
KOR	0,24	0,07	0,22	0,27	0,28
Pentikâinen ve Rantala Yöntemi (Senaryo 16-20)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=5.495.777; Std. Sapma=723.005					
Yan	7.171	-1.784.272	752.638	11.512	85.764
OKHK	348.914	1.845.187	910.993	376.745	394.549
OMS	274.237	1.784.272	764.014	295.386	305.934
OHY	0,01%	-31,99%	13,33%	0,10%	1,44%
KOR	0,92	0,87	0,91	0,90	0,90

Tablo 2 incelendiğinde rastgele bildirilme faktörü yöntemi kullanılarak elde edilen veriler için, incelenen yöntemler içerisinde en iyi hasar rezerv yönteminin BTHO yöntemi olduğu, rastgele geriye doğru gelişim faktörü yöntemi ile üretilen hasar gelişim üçgenleri kullanıldığında en iyi performans gösteren hasar rezerv yönteminin regresyon yöntemlerinden Model 2 olduğu söylenebilir, ancak performans ölçütlerinden yan ölçütü dikkate alındığında BTHO rezerv yönteminin de uygun olduğu düşünülebilir. Değişen tutarlı bireysel hasarlar

yöntemine göre elde edilen sonuçlara bakıldığında, en güçlü ölçüt olan OKHK’ye göre Model 3’ün performansının diğer rezerv yöntemlerinden yüksek olduğu görülmekle birlikte yan ölçütü dikkate alındığında BTHO yönteminin performansının daha iyi olduğu; genel olarak da Model 3 ve BTHO yönteminin her ikisinin de uygun yöntemler oldukları söylenebilir. Pentikâinen ve Rantala yöntemine göre ise en uygun rezerv yönteminin ZM yöntemi olduğu ancak Model 2’nin de iyi sonuçlar verdiği söylenebilir.

Pentikâinen ve Rantala yöntemi dışındaki tüm benzetim yöntemlerinde hasar rezerv yöntemlerine ilişkin korelasyon katsayıları (KOR) genel olarak düşüktür. Performansı yüksek olan hasar rezerv yöntemlerine ilişkin KOR'un düşük olması şaşırtıcıdır, ancak bu ölçütün güçlü bir performans ölçütü olmaması nedeniyle düşük KOR değerleri dikkate alınmamıştır. Rastgele geriye doğru gelişim faktörü benzetim yönteminde, Model 3'ün güçlü performans ölçütleri için çok yüksek değerler verdiği yani bu regresyon modelinde kullanılan parametre sayısının yetersiz kaldığı gözden kaçırılmamalıdır.

Bireysel hasar tutarlarının yüksek ortalama ve standart sapmayla lognormal dağılımlı

olduğu durumda en iyi hasar rezerv yönteminin, rastgele bildirilme faktörü yöntemine göre BTHO yöntemi ve rastgele geriye doğru gelişim faktörü benzetim yöntemine göre Model 2 olduğu söylenebilir. Bireysel hasar tutarlarının düşük ortalama ve standart sapmayla Pareto dağılımlı olduğu durumda ise değişen tutarlı bireysel hasarlar yöntemine göre Model 3 ve BTHO yönteminin uygun olduğu görülmektedir. Bildirilme yapısının azalan olması durumunda Pentikâinen ve Rantala benzetim yöntemine göre hasar rezervi tahmininde en iyi performans gösteren yöntemin ZM yöntemi olduğu görülmektedir

Toplam hasar rezervinin performansına ilişkin elde edilen sonuçlar Senaryo 21-40 için Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. Senaryo 21-40 için toplam hasar rezervinin performansı

Performans Ölçütleri	Hasar Rezerv Yöntemleri				
	ZM	BTHO	Regresyon		
			Model 1	Model 2	Model 3
Rastgele Bildirilme Faktörü Yöntemi (Senaryo 21-25)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=1.118.430; Std. Sapma=260.424					
Yan	12.917	-4.213	227.057	77.833	124.167
OKHK	384.656	283.683	649.820	369.665	400.162
OMS	306.726	223.559	482.384	288.538	310.416
OHY	3,98%	4,90%	22,69%	11,71%	16,07%
KOR	0,31	0,07	0,29	0,16	0,15
Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi (Senaryo 26-30)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=6.355.014; Std. Sapma=657.144					
Yan	356.737	-12.731	412.986	45.081	23.228.850
OKHK	1.822.527	1.795.625	1.955.388	1.737.653	23.934.630
OMS	1.389.748	1.420.685	1.472.142	1.350.737	23.228.850
OHY	5,68%	0,79%	6,57%	0,88%	366,03%
KOR	0,34	0,03	0,33	0,31	0,46
Değişen Tutarlı Bireysel Hasarlar Yöntemi (Senaryo 31-35)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=7.303.920; Std. Sapma=404.050					
Yan	19.775	-4.496	203.603	41.954	-49.615
OKHK	709.660	627.297	827.485	630.018	613.121
OMS	560.968	497.547	646.928	500.305	488.060
OHY	0,43%	0,21%	2,94%	0,74%	-0,52%
KOR	0,27	0,09	0,26	0,30	0,31
Pentikâinen ve Rantala Yöntemi (Senaryo 36-40)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=14.642.842; Std. Sapma=2.065.965					
Yan	79.362	-5.014.570	217.728	66.248	121.940
OKHK	1.342.274	5.195.793	1.418.733	1.400.746	1.423.555
OMS	1.040.589	5.014.570	1.095.284	1.088.819	1.104.680
OHY	0,35%	-33,76%	1,31%	0,29%	0,67%
KOR	0,87	0,83	0,86	0,85	0,85

Tablo 3 incelendiğinde rastgele bildirilme faktörü yöntemi kullanılarak elde edilen veriler için, en iyi hasar rezerv yönteminin BTHO yöntemi olduğu söylenebilir. Rastgele geriye doğru gelişim faktörü yöntemi ile üretilen hasar gelişim üçgenleri kullanıldığında en iyi performans

gösteren hasar rezerv yönteminin regresyon yöntemlerinden Model 2 olduğu, ancak performans ölçütlerinden yan ölçütü dikkate alındığında BTHO rezerv yönteminin de uygun olduğu söylenebilir. Değişen tutarlı bireysel hasarlar yöntemine göre elde edilen sonuçlara bakıldığında, en güçlü ölçüt olan OKHK'ye göre Model 3'ün performansının diğer rezerv yöntemlerinden yüksek olduğu görülmekle birlikte yan ölçütü dikkate alındığında BTHO yönteminin performansının daha iyi olduğu; genel olarak da Model 3 ve BTHO yönteminin her ikisinin de uygun yöntemler olduğu söylenebilir. Pentikäinen ve Rantala yöntemine göre ise veri setine en uygun rezerv yönteminin ZM yöntemi olduğu ancak Model 2'nin de iyi sonuçlar verdiği söylenebilir. Senaryo 21-40 için de Senaryo 1-20'de olduğu gibi Pentikäinen ve Rantala yöntemi dışındaki tüm benzetim yöntemlerinde hasar rezerv yöntemlerine ilişkin KOR değerleri düşüktür. Senaryo 1-20'deki benzer sebeplerden dolayı rastgele geriye doğru gelişim faktörü benzetim yöntemi için Model 3'ün parametre sayısının yetersiz kaldığı söylenebilir.

Bireysel hasar tutarlarının yüksek ortalama ve standart sapmayla gamma dağılımlı olduğu durumda en iyi hasar rezerv yönteminin, rastgele bildirilme faktörü yöntemine göre BTHO yöntemi ve rastgele geriye doğru gelişim faktörü benzetim yöntemine göre Model 2 olduğu söylenebilir. Bireysel hasar tutarlarının yüksek ortalama ve standart sapmayla Pareto dağılımlı olduğu durumda ise değişen tutarlı bireysel hasarlar yöntemine göre Model 3 ve BTHO yönteminin uygun olduğu görülmektedir. Bildirilme yapısının artan olması durumunda Pentikäinen ve Rantala benzetim yöntemine göre hasar rezervi tahmininde en iyi performans gösteren yöntemin bildirilme yapısının azalan olduğu durumdaki sonuçlarla benzer bir şekilde ZM yöntemi olduğu söylenebilir.

Toplam hasar rezervinin performansına ilişkin elde edilen sonuçlar Senaryo 41-60 için Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. Senaryo 41-60 için toplam hasar rezervinin performansı

Performans Ölçütleri	Hasar Rezerv Yöntemleri				
	ZM	BTHO	Regresyon		
			Model 1	Model 2	Model 3
Rastgele Bildirilme Faktörü Yöntemi (Senaryo 41-45)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=1.114.407; Std. Sapma=117.025					
Yan	12.649	-221	190.559	45.253	79.520
OKHK	365.145	130.588	556.012	202.355	223.566
OMS	303.221	105.796	449.586	162.276	178.726
OHY	3,95%	1,07%	21,12%	5,54%	8,70%
KOR	-0,64	0,03	-0,65	-0,26	-0,27
Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi (Senaryo 46-50)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=6.357.241; Std. Sapma=88.882					
Yan	345.358	-3.296	409.388	160.121	22.737.390
OKHK	1.783.924	470.295	1.932.955	1.487.866	23.273.720
OMS	1.362.586	373.295	1.457.633	1.151.041	22.737.390
OHY	5,50%	-0,01%	6,50%	2,54%	357,91%
KOR	-0,12	-0,22	-0,10	0,00	-0,15
Rastgele Bildirilme Faktörü Yöntemi (Senaryo 51-55)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=1.114.443; Std. Sapma=117.338					
Yan	16.322	-416	195.115	44.833	79.185
OKHK	363.564	130.811	554.769	201.156	222.265
OMS	303.302	106.278	450.380	161.614	177.394
OHY	4,28%	1,07%	21,54%	5,50%	8,66%
KOR	-0,64	0,03	-0,65	-0,25	-0,26
Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi (Senaryo 56-60)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=6.354.624; Std. Sapma=90.138					
Yan	339.532	1.121	429.657	165.893	22.718.900
OKHK	1.779.336	469.305	1.950.667	1.489.785	23.257.810
OMS	1.365.497	371.793	1.479.477	1.149.145	22.718.900
OHY	5,40%	0,06%	6,82%	2,62%	357,77%
KOR	-0,10	-0,21	-0,08	0,02	-0,15

Tablo 4 incelendiğinde rastgele bildirilme faktörü yöntemine göre lognormal dağılımlı ve gamma dağılımlı veriler için performans ölçütleri sonuçlarında büyük değişiklikler olmadığı ve en iyi hasar rezerv yönteminin her iki dağılım için de BTHO yöntemi olduğu söylenebilir. Rastgele geriye doğru gelişim faktörü yöntemi ile lognormal ve gamma dağılımlı hasar verisi kullanıldığında performans ölçütleri sonuçlarının değişmediği, en iyi performans gösteren hasar rezerv yönteminin her iki dağılım için de BTHO yöntemi olduğu görülmektedir.

Tüm senaryolara ilişkin elde edilen sonuçlar incelendiğinde; aynı ortalama ve standart sapmaya sahip veri setlerinde, bireysel hasar tutarlarının lognormal ya da gamma dağılımlı olmasının en iyi performans gösteren hasar rezerv yöntemlerini değiştirmedeği sonucuna varılmıştır. Bireysel hasar tutarının dağılımı aynı fakat ortalama ve standart sapması farklı olduğunda elde edilen sonuçlar incelendiğinde;

- Hasar tutarlarının lognormal dağılımlı olması durumunda en iyi rezerv yönteminin rastgele bildirilme faktörü benzetim yöntemi baz alındığında hasar tutarı ortalaması ve standart sapmasının büyük veya küçük olması durumunda değişiklik göstermediği, rastgele geriye doğru gelişim faktörü benzetim yöntemi için ise; en uygun rezerv yönteminin, ortalama ve standart sapmanın büyük olduğu verilerde Model 2, düşük olduğu verilerde ise BTHO olduğu
- Hasar tutarlarının gamma dağılımlı olması durumunda en iyi performans gösteren hasar rezerv yöntemlerinin, lognormal dağılıma sahip verilerle aynı olduğu

- Hasar tutarlarının Pareto dağılımlı olması durumunda ise verinin ortalama ve standart sapmasının değişmesinin en iyi performans gösteren hasar rezerv yöntemlerini etkilemediği

biçiminde özetlenebilir.

6. SONUÇ ve ÖNERİLER

Ödenmemiş hasarları tahmin etmek ve bu hasarları karşılayacak büyüklükte rezerv ayırmak için sigorta şirketlerinin portföyüne yani hasarlarının büyüklüğüne ve değişkenliğine uyumlu bir rezerv yöntemi kullanarak rezerv hesabı yapması, sermaye yeterliliği açısından en önemli gerekliliklerinden birisidir. Bu zorunluluktan yola çıkılarak bu çalışmada farklı rezerv yöntemlerinin farklı portföylerdeki performansı incelenmiştir. Belirli bir yıldan sonra herhangi bir hasar gelişiminin olmadığı varsayıldığında, gözlemlenebilir birikimli hasar verisi kullanılarak gelecekteki birikimli hasarlar ve rezerv tahmin edilmiştir.

Benzetim yöntemleri ve hasar rezerv yöntemlerinin kombinasyonlarıyla yapılan uygulama ile; bireysel hasar tutarlarının lognormal dağılımlı olduğu durumda BTHO yöntemi ve Model 2'nin hasar rezervi tahmininde daha iyi performans gösterdiği, hasar tutarları düşük olduğunda ise BTHO yönteminin tercih edilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır. Bireysel hasar tutarlarının gamma dağılımına sahip olduğu durumda da benzer sonuçlar elde edilmiştir. Bireysel hasar tutarlarının Pareto dağılımlı olduğu durumda ise Model 3'ün ve çok düşük yan değerleri üreten BTHO yönteminin performanslarının yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, toplam hasarların bir kaza yılından diğerine büyüme göstereceği varsayımına dayanan Pentikäinen ve Rantala benzetim yöntemine göre hasar rezervi tahmininde en iyi performans gösteren yöntemin ZM yöntemi olduğu söylenebilir.

Sigortacının portföyüne ve rekabet içinde bulunduğu ortamın koşullarına uygun olan hasar rezerv yöntemini seçmesi gerektiğinden; ödenmemiş hasarların tahmininde kullanılan yöntemlerin portföye ilişkin bilgileri analize katıp katmadığı büyük önem taşımaktadır. Örneğin, geleneksel zincir merdiven yöntemi kullanılırken çevresel faktörler de dikkate alınmalıdır. Gelişim faktörleri farklı ağırlıklandırmalar kullanılarak çeşitlendirilebilir

ve bunlar arasından portföye uygun olan gelişim faktörleri seçilebilir. Pentikäinen ve Rantala yöntemi dışında kullanılan benzetim yöntemlerinde enflasyon oranının sabit olduğu varsayılmış ve riske maruz birim sayısına ilişkin herhangi bir bilgi analize katılmamıştır. Riske maruz birim sayısında ve enflasyon oranında gelecekte meydana gelebilecek değişiklikler, hasar gelişim üçgeninin yapısını değiştirebilir. Bu durumların ortaya çıkması halinde; portföyün durağan olduğu varsayımının yapıldığı ZM yöntemiyle tahmin edilen rezerv, meydana gelebilecek hasarların karşılanmasında yetersiz kalabilir.

Hasar rezervinin tahmininde kullanılan regresyon modellerinin genel olarak iyi performans gösterdiği yapılan analizler sonucu ortaya çıkmıştır. Bu çalışmada literatürde daha önce denenmiş modeller kullanılmıştır, ancak incelenen veri seti analiz edilerek regresyon modellerinin yapısı genişletilebilir. Veriye uygun regresyon modeli belirlendikten sonra, ödenmemiş hasarı karşılamak için gerekli olan hasar rezerv tahmininin elde edilmesi gerekir.

Bu çalışmada sadece hasar bilgisi üreten benzetim yöntemleri kullanıldığından, sadece hasar tutarı bilgisine dayalı hasar rezerv yöntemlerinin performansları değerlendirilmiştir. Yıllar itibarıyla kazanılan prim, hasar sayısı gibi bilgileri de kullanan hasar rezerv yöntemlerinin performanslarının incelenebileceği benzetim modelleri geliştirilebilir.

KAYNAKLAR

- Bickerstaff D. R. (1972). Automobile Collision Deductibles and Repair Cost Groups: The Lognormal Model, *Proc. CAS* 59, 68-102.
- Boles T., Staudt A. (2010). On the Accuracy of Loss Reserving Methodology, *CAS E-Forum Fall* 2010, 43-104.
- Bradu D., Mundlak Y. (1970). Estimation in Lognormal Linear Models, *JASA Vol.* 6, 198-211.
- Bühlmann H. (1983). Estimation of IBNR Reserves by The Methods of Chain-Ladder, Cape-Cod, and Complementary Loss Ratio, International Summer School 1983, Unpublished.

- Dropkin L. B. (1964). Size of Loss Distributions in Workmen's Compensation Insurance, *Proc. CAS* 51, 198-242.
- England P. D., Verrall R. J. (2002). Standard Errors of Prediction in Claims Reserving: A Comparison of Methods, General Insurance Convention & Astin Colloquium, London: *Institute of Actuaries*, Vol. 1, 459-478.
- Finney D. J. (1941). On the Distribution of a Variate Whose Logarithm is Normally Distributed, *JRSS Suppl.* 7, 155-161.
- Friedland J. (2009). Estimating Unpaid Claims using Basic Techniques, CAS-FCAS, KPMG LLP, Version II.
- Hewitt C. C. (1966). Distribution by Size of Risk-A Model, *Proc. CAS* 53, 106-115.
- Jing Y., Lebens J., Lowe S. (2009). Claim Reserving: Performance Testing and The Control Cycle, *CAS: Variance Advancing The Science of Risk*, Vol. 3 Issue 2.
- Khury C. K. (1980). Loss Reserves: Performance Standards, *Proc. CAS* 67, 1-21.
- Klugman S. A., Panjer H. H., Willmot G. E. (2004). Loss Models: From Data to Decisions, 2nd Edition, John Wiley&Sons Ltd.
- Mack T. (1999). The Standard Error of Chain-Ladder Reserve Estimates: Recursive Calculation and Inclusion of a Tail Factor, *ASTIN Bulletin* 29, 361-366.
- Narayan P., Warthen, T. V. (2000). A Comparative Study of The Performance of Loss Reserving Methods Through Simulation: *Journal of Actuarial Practice*, Vol. 8.
- Patrik G. (1980). Estimating Casualty Insurance Loss Amount Distributions, *Proc. CAS* 67, 57-109.
- Pentikäinen T., Rantala J. (1992). A Simulation Procedure for Comparing Different Claims Reserving Methods, *ASTIN Bull*, Vol. 22, No. 2, 191-216.
- Renshaw A. E., Verrall R. J. (1998). A Stochastic Model Underlying The Chain-Ladder Technique, *British Actuarial Journal*, Vol. 4, 903-923.
- Rollins J. W. (1997). Performance Testing Aggregate and Structural Reserving Methods: A Simulation Approach, *CAS Forum Summer 1997*, Vol. 1, 137-173.
- Schmidt K. D., Zocher M. (2008). The Bornhuetter-Ferguson Principle, *CAS: Variance Advancing The Science of Risk*, Vol. 3 Issue 2.
- Stanard J. N. (1985). A Simulation Test of Prediction Errors of Loss Reserving Techniques, *CAS Proceedings May 1985*, Vol. 72, 124-148.
- Verrall R. J. (1991). On The Unbiased Estimation of Reserves from Loglinear Models, *Insurance: Mathematics and Economics*, 10, 1, 75-80.
- Verrall R. J. (1994). Statistical Methods for The Chain Ladder Technique, *CAS Forum Spring 1994*, 393-446.
- Wiser R. F. (2001). Loss Reserving, Revised and Updated By Jo Ellen Cockley and Andrea Gardner, In: *Foundations of Casualty Actuarial Science*, New York, 197-285
- Wüthrich M. V, Merz M. (2008). *Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance*, John Wiley&Sons Ltd.

