Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi A-Uygulamalı Bilimler ve Mühendislik
Anadolu University Journal of Science and Technology A- Applied Sciences and Engineering
Cilt: 15 Sayı: 2 - 2014
Sayfa: 113 - 124

ARAŞTIRMA MAKALESİ / **RESEARCH ARTICLE**

Haluk YAPICIOĞLU [1]

ZAMAN KISITLARI ALTINDA ÇOK PERİYODLU ÇOKLU GEZGİN SATICI PROBLEMİ

ÖZ

Gezgin satıcı problemi pek çok farklı gerçek hayat problemini modellemekte kullanılabilen klasik bir optimizasyon modelidir. Bu çalışmada gezgin satıcı probleminin genelleştirilmiş hali olan çoklu gezgin satıcı problemi, zaman kısıtları altında 0 - 1 tamsayılı olarak modellenmiştir. Bu modelde literatürden farklı olarak gezgin satıcı sayısı değişken olarak alınmıştır. Literatüre getirilen bir başka önemli yenilik de şehirlerin birden fazla periyodda ziyaret edilebilecek olmasıdır. Bu özellik zaman kısıtları göz önünde bulundurulduğunda daha da önem kazanmaktadır. Önerilen model mevcut hali ile Anadolu Üniversitesi Açıköğretim, İktisat ve İşletme Fakülteleri tarafından yurt çapında düzenlenen ara sınav, final sınavı ve bütünleme sınavlarında iller bazında görevlendirilecek olan üniversite temsilci sayısının en küçük değerinin belirlenmesine yönelik problemin çözümünde kullanılabilmektedir. Geliştirilen model farklı büyüklükteki örnek problemler ele alınarak farklı senaryolar için tamsayılı programlama yaklaşımı ile çözdürülmüş ve sonuçlar yorumlanmıştır. Elde edilen sonuçlar ışığında geliştirilen modelin performansı tartışılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Çoklu gezgin satıcı problemi, Zaman kısıtları, Tamsayılı programlama.

MULTIPERIOD MULTI TRAVELING SALESMEN PROBLEM UNDER TIME WINDOW CONSTRAINTS

ABSTRACT

Traveling salesman problem is a classical optimization model that can be used to model various real life problems. In this study, multiple traveling salesman problem, which is a generalized version of the traveling salesman problem is modeled as a 0 – 1 integer programming approach under time window constraints. Different from the models existing in the literature, the number of salesmen is treated as a decision variable. Another new feature of the model is the addition of multiple periods which is especially important in the presence of time window constraints. Proposed model can be used to determine the minimum required number of university representatives that are assigned to cities throughout Turkey during the midterm, final and make-up exams of the faculties of Distance Education, Economics and Business Administration. Developed model is tested with various example problems with differing number of cities and different scenarios using integer programming approach. Based on the results obtained, the performance of the model is discussed.

Keywords: Multiple travelling salesmen problem, Time windows, Integer programming.

[1,] Anadolu Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, İki Eylül Kampüsü, Eskişehir.
E-posta: hyapicio@anadolu.edu.tr

Geliş:11 Eylül 2014 **Düzeltme:** 10 Ekim 2014 **Kabul:** 10 Kasım 2014

1. GİRİŞ

Anadolu Üniversitesi, başta Açıköğretim Fakültesi, İktisat Fakültesi ve İşletme Fakültesi olmak üzere uzaktan eğitim tekniklerini içeren eğitim olanakları sunan bir üniversitedir. Öğrencilerin başarılarını değerlendirmek üzere her öğretim yılında en az dört defa yurt çapında sınav organizasyonları düzenlenmektedir. Uzaktan eğitime sistemine dâhil olan yaklaşık 1,5 milyon öğrenci göz önüne alındığında bu organizasyonun önemi daha iyi anlaşılmaktadır. Her sınav döneminde üniversite kendi imkânları ile sınav sorularını içeren kitapçıkları ve öğrenciler için özel olarak hazırlanmış cevap kâğıtlarını bastırır, bu materyalleri tüm Türkiye'ye dağıtır, sınavlar yapıldıktan sonra sınav materyallerini Eskişehir'deki merkez kampüsüne getirip değerlendirir ve sınav sonuçlarını öğrencilere duyurur. Her bir ilde sınav organizasyonunun gerçekleştirilmesi Anadolu Üniversitesi tarafından belirlenen il koordinatörünün sorumluluğundadır. İl koordinatörleri kendi illerinde sınavın gerçekleştirileceği binaları (ilgili ildeki devlet üniversiteleri ve Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı okullar) bulmak, her bir bina için sınavın kusursuz bir şekilde gerçekleştirilmesini sağlamak amacıyla görevlendirilecek sınav görevlilerini organize etmek ve sorumlu olduğu şehre gönderilen sınav materyallerinin güvenlikli önlemleri altında dağıtılmasından ve saklanmasından sorumludur. İl koordinatörlerine ek olarak açıköğretim sınavı yapılan her şehre Anadolu Üniversitesi kendi öğretim elemanlarından seçtiği üniversite temsilcilerini de göndermektedir. Üniversite temsilcileri görevlendirildikleri ilde sınavın Anadolu Üniversitesi tarafından belirlenen kural ve düzenlemelere uygun yapılıp yapılmadığını gözlemlemekten sorumludur. Böylelikle üniversite temsilcileri açıköğretim sınavlarının ülke çapında aynı standartlarda uygulanmasını sağlamaktadır.

Bir sınav organizasyonu için her şehre kaç üniversite temsilcisi gönderileceği ilgili şehirde kaç sınav merkezi olduğuna bağlı olarak belirlenmektedir. Üniversite temsilcileri görevlendirildikleri ile vardıklarında il koordinatörü ile birlikte hangi sınav merkezinin hangi üniversite temsilcisi tarafından ziyaret edileceğine karar vermektedirler. Bu karar alınırken temel ölçütlerden bir tanesi her sınav merkezinin en az bir kere ziyaret edilmesi, bir diğeri ise sınav merkezlerinin coğrafi konumudur. İl koordinatörünün sınav merkezlerinin coğrafi konumu hakkında bilgi sahibi olduğu küçük şehirlerde bu yaklaşım genelde iyi sonuçlar vermektedir. Ancak büyük şehirler için bu yaklaşım geçerli olmamaktadır. Ankara, İstanbul ve İzmir gibi yüzlerce sınav merkezinin olduğu büyük şehirlerde bazı sınav merkezlerinin hiçbir üniversite temsilcisi tarafından ziyaret edilmemesi riski ortaya çıkmaktadır. Bu riski ortaya çıkaran üç temel faktör vardır. Bunlardan birincisi cumartesi ve pazar günleri sabah ve öğleden sonra olmak üzere toplam dört oturumun tamamı tüm sınav merkezlerinde gerçekleşmeyebilir. Öğrencilerin sınav merkezlerine dağılımına bağlı olarak bir sınav merkezinde dörtten az oturum olması durumunda ilgili sınav merkezinin sınav yapılan oturumlardan birinde ziyaret edilmesi gerekir. İkinci faktör ise sınav merkezinde her bir oturumda sınav süresinin uzunluğu ile ilgilidir. Herhangi bir oturumda bir sınav merkezindeki sınav süresi öğrencilerin kaç dersten sınava girdiğine bağlı olarak 30, 60, 90, 120 ya da 150 dakika olabilir. Son olarak sınav merkezlerinin birbirine olan mesafesi ve bu mesafenin kat edilmesi için gerekli süre de bir sınav merkezindeki gözlemlerini tamamlayan üniversite temsilcisinin bir sonraki sınav merkezine giderken göz önünde bulunduracağı faktörler arasındadır. Üniversite temsilcisi sınav merkezlerini hangi sıra ile ziyaret edeceğini belirlerken tüm bu faktörleri göz önünde bulundurmalıdır.

Üniversite temsilcilerinin sınav merkezlerinin ziyaretleri sırasında ortaya çıkabilecek tüm bu eksiklikler ve riskler göz önüne alındığında her bir ilde hangi sınav merkezinin hangi oturumda ve hangi sıra ile ziyaret edilmesi gerektiği problemi sınav organizasyonunun sorunsuz bir şekilde yürütülmesi açısından önem kazanmaktadır. Endüstri mühendisliği yaklaşımları kullanılarak bu probleme getirilecek bir çözüm yalnızca tüm sınav merkezlerinin eksiksiz bir şekilde ziyaret edilmesini sağlamakla kalmayacak, aynı zamanda her bir ile o ilin ihtiyacı kadar üniversite temsilcisi gönderilmesini de sağlayacaktır. Bu amaca yönelik olarak bu çalışmada öncelikle problem ile ilgili literatür incelenmiş, var olan modellerden yola çıkılarak yeni bir model geliştirilmiştir. Çalışmada önerilen bu model literatürde pek çok farklı çalışmanın temelini oluşturan gezgin satıcı problemi ve onun bir uzantısı olan çoklu gezgin satıcı problemi temel alınarak geliştirilmiştir. Geliştirilen model birden fazla gezgin satıcı kullanılmasının yanı sıra hem birden fazla periyodu, hem de ziyaret edilmesi gereken noktalarla ilgili olarak zaman kısıtlarını da göz önünde bulundurduğundan zaman kısıtları altında çok periyodlu çoklu gezgin satıcı problemi olarak adlandırılmıştır. Literatürde genel kabul görmüş tanımlamalarla uyum sağlamak açısından bu çalışma kapsamında üniversite temsilcileri gezgin satıcı, sınav merkezleri de şehirler olarak anılacaktır.

Çalışmanın ikinci bölümünde gezgin satıcı problemi modelleri ana hatları ile açıklanmış ve literatürde yer alan bir çoklu gezgin satıcı problemi modeline yer verilmiştir. Üçüncü bölümde bu çalışmada geliştirilen 0 – 1 tamsayılı model ayrıntıları ile açıklanmıştır. Dördüncü bölümde geliştirilen modelin farklı büyüklükteki örnek problemler kullanılarak çözdürülmesi ile elde edilen sonuçlar raporlanmış ve yorumlanmıştır. Beşinci ve son bölümde ise elde edilen sonuçlar ışığında ileriye yönelik ne tür çalışmalar yapılabileceği tartışılmıştır.

2. GEZGİN SATICI PROBLEMİNE GENEL BAKIŞ

Bu bölümde çalışmada önerilen modelin geliştirilmesinde temel alınan gezgin satıcı problemi ve çoklu gezgin satıcı problemine genel bir giriş yapılmıştır. Konunun literatürdeki farklı bilim insanları tarafından çalışılmış pek çok farklı versiyonu bulunmakla birlikte, bu bölümde verilen bilgiler önerilen modelin geliştirilmesine yönelik literatürle sınırlı tutulmuştur.

2.1. Gezgin Satıcı Problemi (GSP)

Gezgin satıcı probleminde (GSP) amaç, bir satıcının bulunduğu şehirden başlayıp her şehre bir kez uğradıktan sonra başladığı şehre geri dönen en kısa turu bulmaktır (Süral, 2003). En basit hali ile gezgin satıcı probleminin 0 – 1 tamsayılı modeli aşağıda verilmiştir:

$$\text{enk } z = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0,\, j\neq i}^{n} c_{ij} x_{ij} \tag{1}$$

$$\sum_{i=0,\, i\neq j}^{n} x_{ij} = 1 \qquad j = 0,\ldots,n \tag{2}$$

$$\sum_{j=0,\, j\neq i}^{n} x_{ij} = 1 \qquad i = 0,\ldots,n \tag{3}$$

$$u_i - u_j + n x_{ij} \leq n-1 \qquad 1 \leq i \neq j \leq n \tag{4}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}; i, j = 0,\ldots,n; \quad u_i \in Z; i = 0,\ldots,n$$

Bu modelde, amaç fonksiyonunda yer alan c_{ij}, i. şehirden j. şehre gitmenin maliyeti olarak tanımlanır. Bu maliyet ise iki şehir arasındaki mesafe olarak tanımlanabileceği gibi, şehirler arasındaki seyahat süresi ya da şehirler arasındaki seyahatin maliyeti de olabilir. Modelde x_{ij} 0 – 1 tamsayılı karar değişkeni olup bir çözümde j. şehir i. şehirden hemen sonra ziyaret ediliyorsa 1, diğer durumlarda 0 değerini alır. Eşitlik (2) ile verilen kısıtlar bir şehre yalnızca bir başka şehirden gelinebileceğini, Eşitlik (3) ile verilen kısıtlar bir şehirden sadece bir başka şehre gidilebileceğini düzenler. Eşitlik (4) ile verilen kısıtlar ise tamsayılı u_i değişkenleri ile alt tur eleme kısıtları olarak adlandırılır ve tüm şehirleri birbirine bağlayan tek bir tur oluşturulmasını sağlar.

Gezgin satıcı problemi ilk olarak 1930'da Menger (Menger, 1930) tarafından ortaya atılmıştır. Problemin yöneylem araştırmacılarının dikkatini ilk olarak 1940'larda çekmiş, Robinson (Robinson, 1949) tarafından önerilen ve türünün ilk örneği sayılabilecek 54 şehirli turun en iyi çözümü Dantzig ve arkadaşları tarafından 1954 yılında bulunmuştur (Dantzig ve ark, 1954). İlerleyen yıllarda da gezgin satıcı problemi araştırmacıların ilgisini çekmeye devam etmiştir. En basit hali ile bile gezgin satıcı probleminin NP zor bir problem olduğu ilk kez 1972 yılında Karp tarafından kanıtlanmıştır (Karp, 1972). Günümüzde en iyi çözümü bilinen en büyük problem ise 2006 yılında çözülen 85.900 şehirlik problemdir. Bu problem için en iyi çözüme gezgin satıcı problemi için özel olarak geliştirilmiş Concorde TSP Solver (http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/concorde/index.html) kullanılarak ulaşılmıştır.

2.2. Çoklu Gezgin Satıcı Problemi (ÇGSP)

Çoklu gezgin satıcı problemi gezgin satıcı probleminin genelleştirilmiş hali olarak tanımlanır. ÇGSP'de amaç aynı depodan hareket eden ve aynı depoya dönen m adet satıcı ile n adet şehrin her birinin satıcılardan sadece birisi tarafından ziyaret edildiği, toplam uzunluğu en kısa olan turu bulmaktır. Bu problem ilk defa Tucker ve arkadaşları (Tucker ve ark, 1960) tarafından önerilmiş, ardından Svestka ve Huckfeldt, (1973), Gavish (1976), Laporte ve Nobert (1980), Kulkarni ve Bhave, (1985), Gavish, ve Srikanth (1986) tarafından da çalışılmıştır. Kara ve Bektaş (2006) bu problem için aşağıda verilen modeli önermişlerdir:

$$\text{enk } z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \quad (5)$$

$$\sum_{j=2}^{n} x_{1j} = m, \quad (6)$$

$$\sum_{j=2}^{n} x_{j1} = m, \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad j = 2,\ldots,n, \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad i = 2,\ldots,n, \quad (9)$$

$$u_i + (L-2)x_{1i} - x_{i1} \le L-1, \quad i = 2,\ldots,n, \quad (10)$$

$$u_i + x_{1i} - (2-K)x_{i1} \le 2, \quad i = 2,\ldots,n, \quad (11)$$

$$x_{1i} + x_{i1} \le 1, \quad i = 2,\ldots,n, \quad (12)$$

$$u_i - u_j + Lx_{ij} + (L-2)x_{ji} \le L-1, \quad 2 \le i \ne j \le n, \quad (13)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \text{for} \quad \forall(i,j), i, j = 1,\ldots,n;.$$

Eşitlikler (5) – (12) ile verilen modelde kullanılan parametre ve değişkenlerin tanımları şöyledir:

c_{ij}: i. şehirden j. şehre gitme maliyeti, i, j = 1, 2, ..., N

n: ziyaret edilmesi gereken toplam şehir sayısı i, j = 1, 2, ..., N

K, L: bir gezgin satıcının bir periyodda ziyaret edebileceği en küçük ve en büyük şehir sayısı

m: Çözümde kullanılan gezgin satıcı sayısı

x_{ij}: 0 – 1 karar değişkeni, i, j = 1, 2, ..., N ,; i. şehir j. şehirden hemen sonra ziyaret ediliyorsa 1, diğer durumlarda 0 değerini alır.

u_{ik}: alt tur eleme kısıtlarında kullanılan tamsayılı yardımcı değişkenler, i = 1, 2, ..., N, k = 1, 2, ..., P;.

Bu modelde gezgin satıcı sayısı birden fazla olduğu için alt tur eleme kısıtları her bir gezgin satıcı için ayrı ayrı tanımlanmalıdır. Eşitlikler (10), (11), ve (13) de yer alan, değerleri karar verici tarafından belirlenen parametreler K ve L, her bir gezgin satıcı tarafından ziyaret edilecek en küçük ve en büyük sayıda şehri belirlemektedir. Her bir gezgin satıcı tarafından ziyaret edilecek olan şehir sayılarına getirilen kısıtlamalar ile Kara ve Bektaş'ın önerdiği model kendilerinden önceki çoklu gezgin satıcı modellerinden ayrılmaktadır. Bu yenilik özellikle farklı gezgin satıcılar arasındaki iş yükü dağılımının dengelenmesi açısından özel bir önem taşımaktadır. Yine bu kısıtlarda yer alan tamsayılı yardımcı değişkenler u_i vasıtasıyla Kara ve Bektaş modeli alt tur oluşumunu engellemektedir. Başka bir ifade ile, Kara ve Bektaş modelindeki (10), (11), (12) ve (13). kısıtlar GSP modelinde verilen (4). kısıtın ÇGSP'ye uyarlanmasıdır. Kara ve Bektaş'ın modeli çoklu gezgin satıcı problemi için geliştirilmiştir. Bu model, hem problem birden fazla periyodun olduğu durumlarda, hem de ziyaret edilmesi gereken şehirlerin ziyaret edileceği saatlere dair kısıtların olduğu durumlarda yetersiz kalmaktadır. Bu çalışmada önerilen model her iki eksikliğe de cevap verebilir niteliktedir. Geliştirilen model izleyen bölümde ayrıntıları ile açıklanmıştır.

Kara ve Bektaş (Kara ve Bektaş, 2006) önerdikleri model için 30, 50 ve 70 şehir içeren örnekleri kullanarak modelin anılan büyüklükteki problemlerin en iyi çözümlerine matemetiksel programlama yöntemi ile kabul edilebilir zamanlarda ulaşılabildiğini belirtmişlerdir. Carter ve Ragsdale (2006), Venkatesh ve Singh (2015) ve Yuan ve ark. (2013) ise problemin çözümüne ilişkin genetik algoritma ve yapay arı kolonisi metasezgisel yöntemlerden faydalanan çözüm yaklaşımları önermişlerdir.

3. ZAMAN KISITLARI ALTINDA ÇOK PERİYODLU ÇOKLU GEZGİN SATICI PROBLEMİ

Literatürde var olan ÇGSP modellerinde ne birden fazla planlama periyodunun olduğu, ne de gezgin satıcı sayısının değişken olarak kabul edildiği bir modele rastlanmamıştır. Bir önceki bölümde de ifade edildiği gibi, Kara ve Bektaş (2006) tarafından önerilen model hem birden fazla planlama periyodunun olduğu durumlarda yetersiz kalmaktadır, hem de zaman kısıtlarını içermemektedir. Bu eksikliklere ek olarak, Kara ve Bektaş (2006) modeli gezgin satıcı sayısını sabit kabul etmektedir. Hâlbuki uygun bir formülasyonla kullanılacak olan gezgin satıcı sayısı bir karar değişkeni ya da amaç fonksiyonu olarak da tanımlanabilir. Özellikle gezgin satıcı sayısının toplam seyahat mesafesinden daha önemli olduğu durumlarda bu esneklik önemli avantajlar sağlayacaktır. Bu durumlara örnek olarak gezgin satıcı başına yapılan sabit ödemenin kat edilen mesafeye bağlı olarak ödenen değişken maliyete göre çok yüksek olduğu durumlar gösterilebilir. Bunun yanında, her ne kadar şehirlere yapılacak olan seyahatler birden fazla periyodu kapsayacak şekilde düzenlenecek olsa da; karar verici verilen sayıda gezgin satıcı ile ziyaret edilmesi gereken şehirlerin en az kaç periyodda ziyaret edileceği ile de ilgilenebilir. Böylelikle gezgin satıcıların faaliyette olmadıkları periyodlar karar verici tarafından başka amaçlarla kullanılabilir. Model geliştirilirken tüm bu gereksinimler göz önünde bulundurulmuştur. Modelde kullanılan parametrelerin tanımları aşağıda verilmiştir:

w_1, w_2, w_3 Amaç fonksiyonunda kullanılan ağırlık değerleri.

c_{ij}: i. şehir ile j. şehir arasındaki mesafe, $i, j = 1, 2, ..., N$

m_{min}, m_{max}: gezgin satıcı sayısının alabileceği değerler için alt ve üst sınır değerleri,

N: ziyaret edilmesi gereken toplam şehir sayısı $i, j = 1, 2, ..., N$

P: periyod sayısı, $k = 1, 2, ..., P$

K, L: bir gezgin satıcının bir periyodda ziyaret edebileceği en küçük ve en büyük şehir sayısı.

T_{ik}: k. periyodda i. şehre varış zamanı

t_{ij}: i. şehirden j. şehre seyahat süresi, $i, j = 1, 2, ..., N$

t_i: i. şehirde işlem süresi, $i = 1, 2, ..., N$

b_{ik}: k. periyodda i. şehrin ziyaret edilebileceği en geç zaman, $i = 1, 2, ..., N$, $k = 1, 2, ..., P$

Modelde kullanılan karar değişkenleri ise:

m: Çözümde kullanılan gezgin satıcı sayısı.

x_{ijk}: 0 – 1 karar değişkeni, $i, j = 1, 2, ..., N$, $k = 1, 2, ..., P$; i. şehir k. periyodda j. şehirden hemen sonra ziyaret ediliyorsa 1, diğer durumlarda 0 değerini alır.

y_{ik}: 0 – 1 karar değişkeni, $i = 1, 2, ..., N$, $k = 1, 2, ..., P$; i. şehir k. periyodda ziyaret ediliyorsa 1, diğer durumlarda 0 değerini alır.,

z_k: 0 – 1 karar değişkeni, $k = 1, 2, ..., P$; k. periyodda ziyaret edilen şehir varsa 1, diğer durumlarda 0 değerini alır.

u_{ik}: alt tur eleme kısıtlarında kullanılan tamsayılı yardımcı değişkenler, $i = 1, 2, ..., N$, $k = 1, 2, ..., P$;.

Bu bilgiler ışığında, geliştirilen model aşağıda verilmiştir:

$$\text{enk } z = w_1\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{P} c_{ij}x_{ijk}\right) + w_2 m + w_3\sum_{k=1}^{P} z_k \tag{14}$$

$$m_{\min} \le m \le m_{\max}, \tag{15}$$

$$\sum_{j=2}^{n} x_{1jk} \le m, \quad k = 1,\dots,P \tag{16}$$

$$\sum_{j=2}^{n} x_{j1k} \le m, \quad k = 1,\dots,P \tag{17}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{P} x_{ijk} = 1, \quad j = 2,\dots,n, \tag{18}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{P} x_{ijk} = 1, \quad i = 2,\dots,n, \tag{19}$$

$$\sum_{l=2}^{N} x_{lik} - \sum_{j=2}^{N} x_{ijk} = 0, \quad i = 2,\dots,n, \quad k = 1,\dots,P \tag{20}$$

$$u_{ik} + (L-2)x_{1ik} - x_{i1k} \le L-1, \quad i = 2,\dots,n, \quad k = 1,\dots,P \tag{21}$$

$$u_{ik} + x_{1ik} - (2-K)x_{i1k} \le 2, \quad i = 2,\dots,n, \quad k = 1,\dots,P \tag{22}$$

$$x_{1ik} + x_{i1k} \le 1, \quad i = 2,\dots,n, \quad k = 1,\dots,P \tag{23}$$

$$u_{ik} - u_{jk} + Lx_{ijk} + (L-2)x_{jik} \le L-1, 2 \le i \ne j \le n, \quad k = 1,,P \tag{24}$$

$$T_{jk} + t_{ij} + t_i - T_{ik} - M(1 - x_{ijk}) \le 0, \quad 2 \le i \ne j \le n, \quad k = 1,\dots,P \tag{25}$$

$$T_{ik} \le b_{ik}, \quad i = 2,\dots,n, \quad k = 1,\dots,P \tag{26}$$

$$\sum_{j=2}^{N} x_{ijk} - y_{ik} \leq 0, \quad i = 2,\ldots,n, \quad k = 1,\ldots,P \tag{27}$$

$$y_{jk} - \sum_{i=2}^{N} x_{ijk} \leq 0, \quad j = 2,\ldots,n, \quad k = 1,\ldots,P \tag{28}$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_{ik} - Mz_k \leq 0, \quad k = 1,\ldots,P \tag{29}$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\}, \quad \forall(i,j), i, j = 1,\ldots,n; k = 1,\ldots P.$$

$$y_{ik} \in \{0,1\}, \quad \forall(i,k), i = 1,\ldots,n; k = 1,\ldots P.$$

$$z_k \in \{0,1\}, \quad \forall(k), k = 1,\ldots P.$$

$$T_{ik} \geq 0, \quad i = 2,\ldots,n, \quad k = 1,\ldots,P$$

Modelde önerilen amaç fonksiyonu üç kısımdan oluşmaktadır. Eşitlik (14)'de;

$$w_1\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{P} c_{ij} x_{ijk}\right)$$

ile ifade edilen birinci kısım tüm gezgin satıcılar tarafından kat edilen toplam mesafenin en küçüklenmesini tanımlar. $w_2 m$ ile ifade edilen ikinci kısım toplam kullanılan gezgin satıcı sayısının en küçüklenmesini hedefler. Son terim

$$w_3 \sum_{k=1}^{P} z_k$$

ise toplam periyod sayısının en küçüklenmesini amaçlar. Ağırlıklar w_1, w_2 ve w_3 değerleri karar vericinin tercihleri doğrultusunda belirlenebilir. Eğer karar verici için toplam kat edilecek mesafe en önemli ölçüt ise, $w_1 = 1$, $w_2 = 0$ ve $w_3 = 0$ kullanılması uygun olacaktır. Öte yandan, eğer karar verici için en önemli ölçüt kat edilen mesafeden bağımsız olarak kullanılacak gezgin satıcı sayısının en küçüklenmesi ise $w_1 = 0$, $w_2 = 1$ ve $w_3 = 0$ kullanılması uygun olacaktır.

Modelde eşitlik (15) ile ifade edilen kısıt bir uygun çözümde yer alabilecek en küçük ve en büyük gezgin satıcı sayısını belirtir. Kısıtlar (16) ve (17) her bir periyodda ilgili çözümde kullanılan gezgin satıcı sayısının her periyodda karar değişkeni m'i aşmamasını sağlar. Ancak herhangi bir periyodda kullanılan gezgin satıcı sayısı m' den küçük olabilir. Eşitlik (18) ile verilen kısıtlar bir şehre yalnızca bir başka şehirden gelinebileceğini, Eşitlik (19) ile verilen kısıtlar bir şehirden sadece bir başka şehre gidilebileceğini düzenler. Eşitlik (20) verilen bir periyodda gezgin satıcının ziyaret ettiği bir şehirden aynı periyodda ayrılmasını da düzenler. Kısıtlar (21), (22), (23), (24) Kara ve Bektaş'ın (Kara ve Bektaş, 2006) modelinden çok periyodlu duruma göre yeniden düzenlenerek oluşturulmuş alt tur eleme kısıtlarıdır. Bu kısıtlarda *K* ve *L* parametreleri yine belirli bir periyodda bir gezgin satıcı tarafından ziyaret edilmesi istenen en küçük ve en büyük şehir değerlerini belirtmek için kullanılmıştır. Kısıtlar (25) ve (26) şehirlerin zaman kısıtlarına uygun bir şekilde ziyaret edilmesini düzenler. Kısıt (25)'te t_{ij} *i*. şehirden *j*. şehre seyahat süresini, t_i ise gezgin satıcı *i*. şehirde iken geçen zamanı belirleyen parametrelerdir. T_{ik} *i*. şehre varış zamanı olup, kısıt (26) *i*. şehrin ziyaret edildiği periyoddaki zaman kısıtını sağlamasını düzenler. Kısıt (26)'de b_{ik} parametresi *i*. şehrin *k*. periyodda ziyaret edilebileceği en geç zamanı belirtir. Son olarak kısıtlar (27), (28) ve (29) birlikte bir periyodun verilen bir çözümde kullanılıp kullanılmadığını denetler. Kısıt (27) ve (28)'de 0 – 1 tamsayılı değişken y_{ik} *i*. şehir *k*. periyodda ziyaret edildiği durumlarda "1" değerini alır. Bu durumda kısıt (29)'de yer alan 0 – 1 tamsayılı değişken z_k da "1" değeri alarak ilgili periyodun verilen çözümde kullanıldığını gösterir.

Modelin geneline bakıldığında açıköğretim sınav sisteminde görev alan üniversite temsilcilerinin tüm şehirleri ziyaret edebilmesini sağlayacak özelliklere sahip olduğu gibi karar vericinin amaç fonksiyonu dışındaki bir takım isteklerine cevap verebileceği görülebilir. Örneğin karar verici sınav yapılan her ile gönderilecek en az sayıdaki üniversite temsilcisi ile ilgili politikalarını sadece m_{min} parametresini kullanarak uygulayabilir. Herhangi bir sınav merkezinde belirli bir periyodda sınav oturumu yapılmayacaksa ilgili periyoddaki zaman kısıtının ($b_{ik} = 0$) olarak düzenlenmesi yeterlidir. Zaman ve mesafe kısıtlarına ek olarak, eğer bir periyodda herhangi bir üniversite temsilcisinin ziyaret edeceği sınav merkezi sayısı için belirlenmiş bir üst sınır değeri varsa, bu değer kısıt (24)'te yer alan *L* parametresi ile modelde tanımlanabilir.

4. SAYISAL SONUÇLAR

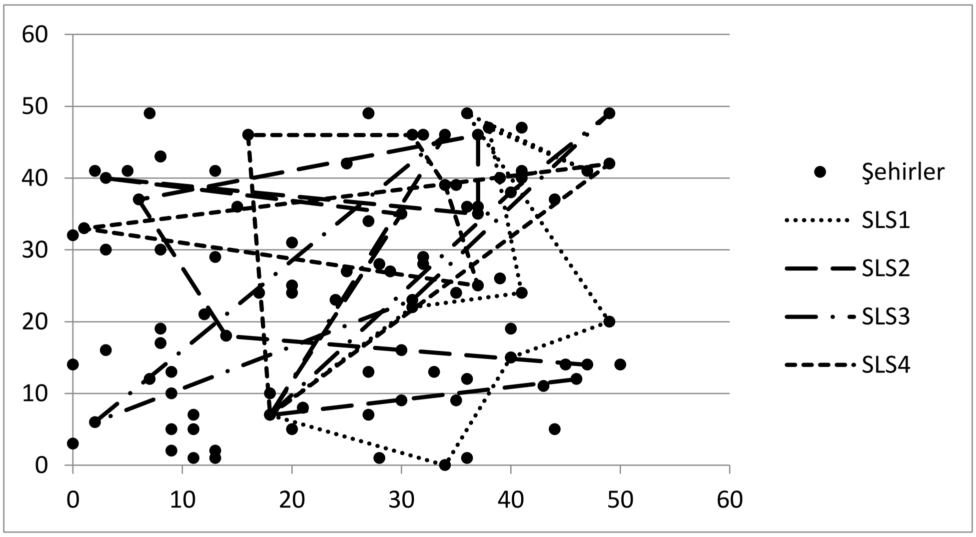
Bu bölümde geliştirilen model farklı büyüklükteki problemler ve farklı kısıtlar altında çözdürülmesi sonucu elde edilen sonuçlar raporlanmıştır. Önerilen model literatürde bilindiği kadarı ile bir ilk olduğundan literatürden örnek problem kullanılamamış, bu nedenle örnek problemler önerilen modele uygun olarak türetilmiştir. Yine aynı sebebe bağlı olarak literatürden önceki çalışmalarla karşılaştırma imkânı da bulunmamaktadır. Örnek problemler şehir sayısı n = 40, 60, 80 ve 100 kullanılarak oluşturulmuştur. Şehirlerin (x, y) koordinatlarındaki pozisyonları (0, 50) aralığında rassal olarak belirlenmiş, şehirler arasındaki mesafe (c_{ij}) Öklid uzaklığı yöntemi ile hesaplanmış, şehirler arasındaki seyahat süresi de (t_{ij}) mesafe ile orantılı olacak şekilde belirlenmiştir. Şehirlerde harcanan süreler (t_i) birbirine eşit ve sabit kabul edilmiştir. Şehir sayısındaki değişikliklere ek olarak, modelde yer alan m_{min} ve m_{max} değerleri ve problemdeki periyod sayıları da değiştirilerek toplamda 13 farklı senaryo elde edilmiştir. Çözdürülen modelde amaç $w_1 = 0$, $w_2 = 1$ ve $w_3 = 0$ kullanılarak verilen kısıtlar altında en küçük gezgin satıcı sayısının bulunmasına indirgenmiştir. Bu yaklaşımın literatüre temel katkısı problemin çözümünde kullanılacak olan toplam gezgin satıcı sayısının en küçüklenmesi ile toplam maliyetlerde daha büyük tasarruf sağlanabilecek olmasıdır. Ancak bu yaklaşım verilen bir problem için farklı sayılarda gezgin satıcı kullanılarak elde edilecek sonuçlarda toplamda kat edilen mesafelerin karşılaştırılmasıyla doğrulanabilecektir. Önerilen model ve örnek problemler Windows 7 işletim sistemine sahip Intel Xeon 5 3,6 GHz işlemcili, 32 GB RAM'e sahip bir iş istasyonunda IBM ILOG Optimization Studio 12.5.1 sürümü kullanılarak çözdürülmüştür. Her bir örnek problem için belirlenen diğer parametre değerleri Tablo 1'de her bir problemin çözüm zamanı ile birlikte verilmiştir.

Tablo 1'den de görülebileceği gibi, 40 şehirden oluşan örnek problem bir dakikadan biraz daha uzun bir zaman içinde çözülebilmektedir. Ancak periyod sayısı azaltıldıkça en iyi çözüme ulaşmak için harcanan süre hızlı bir artış göstermektedir. 60 şehirden oluşan örnek problem için periyod sayısı m_{max} değeri ile birlikte azaltıldığında en iyi çözüme ulaşmak için harcanan süre önce azalmakta, periyod sayısı daha da azaltıldığında ise çözüm süresinde yine hızlı bir artış gözlenmektedir. 4. Problem olarak adlandırılan bu örnek problem için m_{min} ile verilen alt sınır değerine ulaşmak yaklaşık 10 saatlik hesaplama süresi sonunda bile mümkün olmamış, bu nedenle optimizasyon prosedürü sonlandırılarak 10 saat sonunda bulunan en iyi çözüm raporlanmıştır. 80 şehirden oluşan örnek problemin 4 periyodlu versiyonu için iki farklı alt sınır değeri (m_{min}) kullanılmıştır. Tablo 1'den de görülebileceği gibi, alt sınır değerinin daha küçük olarak belirlendiği durumda en iyi çözüme ulaşma süresinde yine hızlı bir artış gözlemlenmektedir. 100 şehirden oluşan örnek problem için elde edilen sonuçlar da 40, 60 ve 80 şehirli problemlerde elde edilen sonuçlarla benzerlik göstermektedir. 13. Problemde de m_{min} ile verilen alt sınır değerine ulaşmak yaklaşık 24 saatlik hesaplama süresi sonunda bile mümkün olmamış, bu nedenle optimizasyon prosedürü bu süre sonunda bulunan en iyi çözüm raporlanarak sonlandırılmıştır. 12. Problem için elde edilen sonuçlar ışığında her bir gezgin satıcının turları Şekil 1, Şekil 2, Şekil 3 ve Şekil 4'de grafik olarak, Tablo 2'de de şehir numaraları ile verilmiştir.

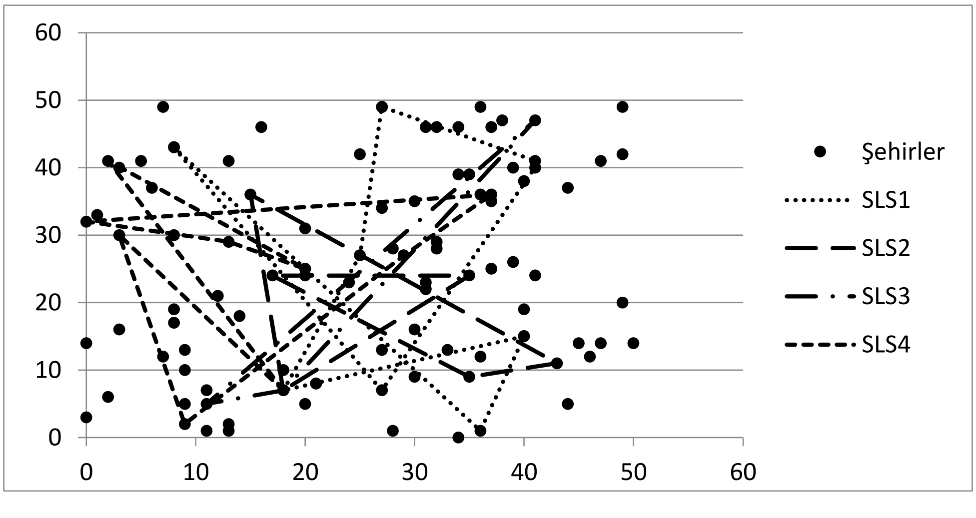
Tablo 1. Örnek problemler ve çözüm süreleri

Problem No	n	m_{min}	m_{max}	m^*	P	K	L	Zaman (s)
1	40	2	3	2	4	1	10	73,71
2	40	2	3	2	3	1	10	189,00
3	40	2	3	2	2	1	15	3748,47
4	60	3	6	3	4	1	10	202,91
5	60	3	4	3	3	1	10	130,50
6	60	3	4	4	2	1	15	35526,28*
7	80	4	8	4	4	1	10	2370,84
8	80	3	4	3	4	1	10	14138,92
9	80	4	5	4	3	1	10	3213,62
10	80	5	6	5	2	1	15	14465,72
11	100	5	10	5	4	1	10	12886,48
12	100	4	5	4	4	1	15	32488,25
13	100	5	6	6	3	1	10	86328,00*

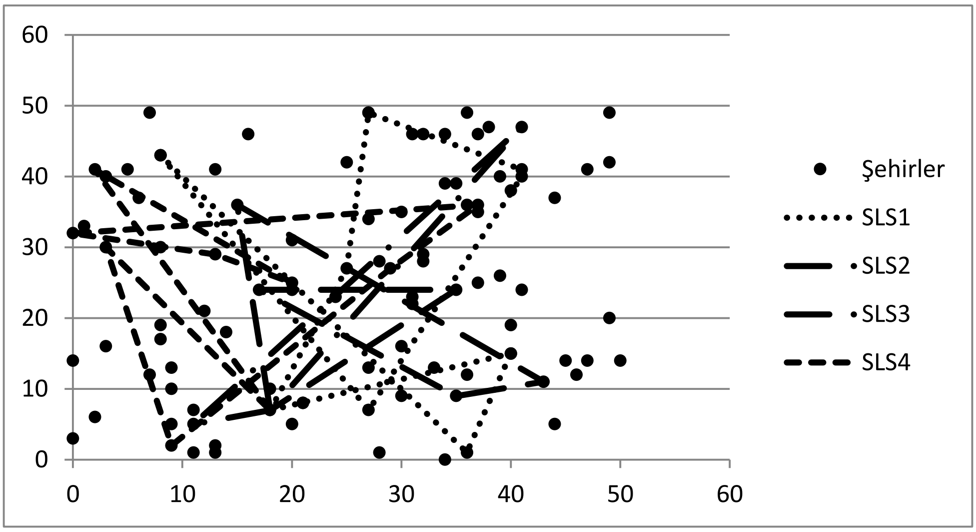
**: m bu çalışmada ele alınan model için amaç fonksiyonudur.*



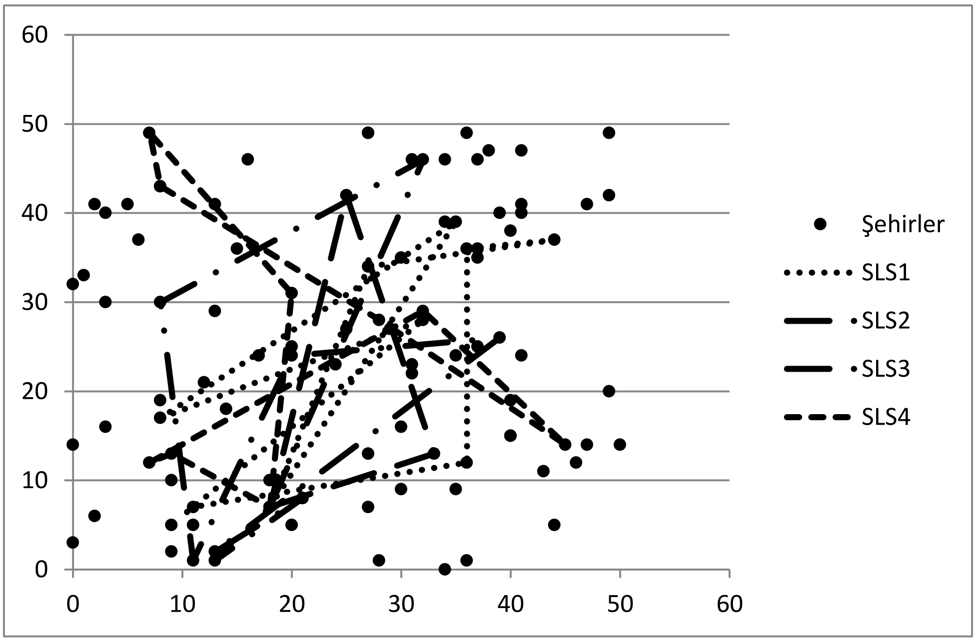
Şekil 1. n = 100, m = 4 için 1. periyottaki gezgin satıcı turları



Şekil 2. n = 100, m = 4 için 2. periyottaki gezgin satıcı turları



Şekil 3. n = 100, m = 4 için 3. periyottaki gezgin satıcı turları



Şekil 4. n = 100, m = 4 için 4. periyottaki gezgin satıcı turları

Örnek problemlerin çözüm süreleri göz önüne alındığında şehir sayısı seksene kadar olan durumlarda modelin en iyi çözümünün kabul edilebilir sürelerde elde edilebildiği gözlemlendiği söylenebilir. Şehir sayısı daha da arttırıldığında ise çözüm sürelerinin özellikle gezgin satıcı sayısı kısıtındaki alt sınır değeri küçültüldüğünde en iyi çözüme ulaşmak için gereken çözüm süresinin ciddi seviyelerde arttığı da bir gerçektir. Amaç fonksiyonunda verilen $w_1\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{P} c_{ij}x_{ijk}\right)$ (toplam mesafenin en küçüklenmesi) ve $w_3\sum_{k=1}^{P} z_k$ (toplam periyod sayısının en küçüklenmesi) terimleri amaç fonksiyonu olarak kullanılarak da bazı deneyler yapılmış, ancak tatmin edici sonuçlar elde edilemediğinden bu çalışmada raporlanmamıştır.

Tablo 2. Problem 13 için elde edilen gezgin satıcı turları

Periyod	Gezgin Satıcı	Tur
p= 1	SLS1	1 → 22 → 10 → 46 → 72 → 65 → 61 → 8 → 2 → 1
	SLS2	1 → 27 → 59 → 49 → 24 → 44 → 31 → 11 → 47 → 1
	SLS3	1 → 58 → 77 → 57 → 25 → 56 → 1
	SLS4	1 → 88 → 48 → 73 → 14 → 12 → 67 → 1
p = 2	SLS1	1 → 17 → 5 → 39 → 91 → 4 → 93 → 100 → 89 → 1
	SLS2	1 → 34 → 63 → 82 → 51 → 15 → 1
	SLS3	1 → 52 → 86 → 1
	SLS4	1 → 94 → 71 → 28 → 70 → 38 → 74 → 41 → 20 → 1
p = 3	SLS1	1 → 64 → 43 → 75 → 50 → 37 → 9 → 84 → 45 → 1
	SLS2	1 → 66 → 42 → 1
	SLS3	1 → 79 → 55 → 40 → 32 → 29 → 35 → 33 → 36 → 1
	SLS4	1 → 99 → 19 → 16 → 6 → 26 → 7 → 97 → 69 → 81 → 1
p = 4	SLS1	1 → 3 → 83 → 62 → 96 → 1
	SLS2	1 → 30 → 54 → 53 → 68 → 18 → 80 → 76 → 85 → 87 → 92 → 1
	SLS3	1 → 95 → 23 → 21 → 1
	SLS4	1 → 98 → 13 → 90 → 78 → 60 → 1

5. SONUÇ ve TARTIŞMA

Bu çalışmada gerçek hayatta karşılaşılan bir problemden yola çıkılarak gezgin satıcı problemini temel alan yeni bir model geliştirilmiş, karar vericinin farklı tercihlerine cevap verebilecek şekilde üç farklı ölçütü değerlendirebilecek bir 0 – 1 tamsayılı bir model önerilmiştir. Önerilen model tamsayılı programlama tekniği ile toplam gezgin satıcı sayısını en küçüklemek amacı kullanılarak çözdürülmüş ve sonuçlar raporlanmıştır. Raporlanan sonuçlar önerilen modelin karar vericiler için önemli bir destek aracı olabileceğini göstermiştir. Açıköğretim sınavları özelinde düşünüldüğünde modelin ihtiyaç duyduğu verilerin (sınav merkezleri arası mesafe ve seyahat süreleri) derlenmesinin zaman alıcı olacağı düşünülebilir, ancak günümüzün gelişmiş küresel konumlandırma sistemleri yardımıyla bu ihtiyacın kolaylıkla karşılanabileceği değerlendirilmektedir. Yine açıköğretim sınavları için her sınav merkezinin ziyaretinde harcanan sürenin örnek problemlerde sabit kabul edilmesi realite ile örtüşmese de, bu süreler daha detaylı analiz gereken durumlarda daha ayrıntılı olarak incelenebilir. Bu bağlamda önerilen modelin gerçek sınav verilerinden derlenen örnek problemlerle denenmesi önem kazanmaktadır.

Örnek problemlerle yapılan deneylerden ortaya çıkan bir başka sonuç çözüm süreleri ile ilgilidir. Özellikle ziyaret edilecek şehir sayısının arttığı durumlarda çözüm süresinde gözlenen artış karar vericinin tercih etmeyeceği kadar yüksek olabilmektedir. Bu durum gezgin satıcı problemi ve bu problemin farklı versiyonları ile ilgili çalışmaları bulunan diğer bilim insanları tarafından da raporlanan ve beklenen bir durumdur. Bu sebeple özellikle ziyaret edilmesi gereken şehir sayısının 80’den büyük olduğu durumlarda genetik algoritma, karınca koloni optimizasyonu, tavlama benzetimi ve tabu arama gibi metasezgisel algoritmalar kullanılarak iyi çözümlere ulaşma imkanları gelecekteki çalışma hedefleri arasında yer almaktadır. Metasezgisel algoritmalar aynı zamanda önerilen modelin çok ölçütlü versiyonunun çözümünde de kullanılabileceği için zengin bir araştırma potansiyeli ortaya koymaktadır.

İleriye dönük çalışmalar kapsamında planlanan bir başka araştırma konusu da daha önce de belirtildiği gibi modelin geliştirilmesine ilham veren Anadolu Üniversitesi açıköğretim sınav sisteminden derlenen verilerin uygulamada kullanılması olacaktır. bu çalışmada önerilen modelin gerçek veri ile test edilmesi hem sınav organizasyonunun daha verimli bir şekilde gerçekleştirilmesini sağlayacak, hem de modelin eksiklikleri ve geliştirilmeye açık yönleri hakkında fikir verecektir. Son olarak, önerilen model temel alınarak geliştirilecek bir karar destek sistemi ile açıköğretim sisteminde üniversite temsilcisi olarak görev alan öğretim üyelerine görevlendirildikleri şehirde hangi gün, hangi oturumda hangi okulları hangi sıra ile ziyaret etmelere gerektiği bilgisi de sağlanabilecektir.

*** Bu çalışma Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonunca kabul edilen 1306F149 nolu proje kapsamında desteklenmiştir.**

KAYNAKLAR

Applegate, D.L., Bixby, R. E., Chvatal, V., Cook, W.J. (2006) The Traveling Salesman Problem: A Computational Study, Princeton University Press.

Carter, A. E., Ragsdale, C. T. (2006) A New Approach to Solving The Multiple Traveling Salesperson Problem using Genetic Algorithms, *European Journal of Operational Research*, 175(1), 246-257.

Dantzig, G, Fulkerson, R, Johnson, S (1954) Solution of A Large-Scale Traveling-Salesman Problem, *Operations Research* 2, 393-410.

Gavish, B. (1976) A Note on The Formulation of The M-Salesman Traveling Salesman Problem, *Management Science*, 22 (6), 704–705.

Gavish, B., Srikanth, K. (1986) An Optimal Solution Method for Large-Scale Multiple Traveling Salesman Problems, *Operations Research*, 34(5), 698–717.

Kara, İ, Bektas, T. (2006) Integer Linear Programming Formulations of Multiple Salesman Problems and Its Variations, *European Journal of Operational Research*, 174, 1449 – 1458.

Karp, R. M. (1972). "Reducibility Among Combinatorial Problems". Editörler: R. E. Miller and J. W. Thatcher. *Complexity of Computer Computations*. New York: Plenum. 85–103.

Kulkarni, R.V., Bhave, P.R. (1985) Integer Programming Formulations of Vehicle Routing Problems, *European Journal of Operational Research*, 20, 58–67.

Laporte, G., Nobert,Y. (1980) A Cutting Planes Algorithm for The M-Salesmen Problem, *Journal of The Operational Research Society*, 31, 1017–1023.

Menger, K. (1930) Das Botenproblem, in Ergebnisse Eines Mathematischen Kolloquiums 2 (K. Menger, editor), Teubner, Leipzig, 11-12.

Miller, C.E., Tucker, A.W., Zemlin, R. A. (1960) Integer Programming Formulation of Travelling Salesman Problems, *Journal of The Association of Computing Machinery*, 7(4) 326 – 329.

Süral, H. (2003) Gezgin Satıcı Problemi, *Matematik Dünyası*, 2003-III, 37 – 40.

Svestka, J.A., Huckfeldt, V.E. (1973) Computational Experience with An M-Salesman Traveling Salesman Algorithm, *Management Science*, 19 (7), 790–799.

Venkatesh, P., Singh, A. (2015) Two Metaheuristic Approaches for The Multiple Traveling Salesperson Problem, *Applied Soft Computing*, 26, 74-89.

Yuan, S, Skinner, B., Huang, S., Liu, D. (2013) A New Crossover Approach for Solving The Multiple Travelling Salesmen Problem Using Genetic Algorithms, *European Journal of Operational Research*, 228(1), 72-82.