MATEMATİK ve MÜZİK

Ayten ESİ

Ögr.Gör.;Adıyaman Üniversitesi
Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü

ÖZET

Matematik ile sanatın ilişkili olduğu alanlardan biri de müziktir. İnsanlık tarihi boyunca pek çok matematikçi müzik ile ilgilenmiştir. Bu çalışmamızda matematik ve müzik arasındaki ilişkiler incelenmiş ve bu ikilinin aslında biri diğerinin ayrılmaz bir parçası olduğu çeşitli örneklerle anlatılmaya çalışılmış ve matematiğin müzik ile iç içe var olduğu vurgulanmaya çalışılmıştır.

Anahtar Sözcükler: *Altın Oran,Fibonacci Dizisi,Oktav,Aralık Dizileri*

MATHEMATICS AND MUSIC

ABSTRACT

One of the areas where mathematics and art are related is music. Throughout human history, many mathematicians have been interested in music. In this study, the relations between mathematics and music were examined and tried to be explained with various examples that these two are inseparable parts of the each other, and it was tried to be emphasized that mathematics is in the music.

Keywords: *Golden Ratio,Fibonacci Sequence,Octave,Interval Sequence*

1. GİRİŞ

İnsanın bulunduğu her yerde vardır müzik. İnsanı insan yapan en önemli kültürel öğelerden biridir. Peki, insanın en önemli keşiflerinden biri olan müzik yalnızca sanatsal bir öğe midir? Sanatın ötesinde acaba müziğin müzik olmasında matematiksel bir öğe, herkesin sezemediği bir başka ahenk yok mudur?

Tarihsel olarak, ilk önce ritim, daha sonra müziğin ikinci önemli unsuru olan ezgi keşfedilmiştir. Modern müziğin temelini oluşturan armoni ise geçen bin yılın ikinci yarısında olgunlaşmıştır. Yıllar yılı müzik kimi sanatçının ekmek kapısı, kimi antropoloğun araştırma konusu, kimi meraklı fizikçi ve matematikçinin kafasını kurcalayan gizemli bir problem olmuştur.Ne ilginçtir, müziğin tarihsel gelişimiyle matematiğin tarihsel gelişimi paralellik göstermektedir. Her ikisi de önce somut bir düşünceyle ortaya çıkmış daha sonra soyut-somut arasında salınıp durmuştur. Örneğin matematik nesne , saymayla başlamışken, müzik, ilkel toplumlarda dinsel ayinlerde çalınan ritim olmuştur. Kim bilir belki de o zamanın müzisyenleri sayı saymayı ilk keşfedenlerdi!

Kimi görüşe göre tanrı tamsayıları, insan da matematiği yaratmıştır. Müzikte, seslerle notalar arasındaki ilişki bu görüşe benzetilebilir. Ancak birinin bir sanat diğerinin ise bir bilim dalı olduğunu da kabul etmek gerekir. İnsan, müziğin ham maddesi olan sesleri yüzyıllar içinde yoğurarak günümüz tonal müziğini oluşturmuştur. Bu tarihsel gelişimde dönemin büyük matematik dehalarına taş çıkaracak matematiksel zekâya sahip J.S. Bach ve W.A. Mozart'ın payı büyük olmuştur. Özellikle Bach'ın en büyük hobisinin matematik olması ilginç bir tespittir. Bach müzikte devrimsel nitelikli füg sanatını geliştirirken matematiksel yaklaşımlardan destek almış ve müzikte yeni bir çığır açmıştır. Öte yandan matematik tarihinde müzisyen matematikçilere de rastlamak mümkündür.

Örneğin; ünlü matematikçi olarak bilinen Pisagor aynı zamanda iyi bir müzisyen olup, müzikte oktavı bulmuştur. Bir teli iki eşit parçaya bölerek aynı sesin incesini elde ettiğini gözlemiştir.

Çok az kişi besteciyle tanışma fırsatı bulmuştur. Bu fırsatı bulanlar, eğer matematikçileri biraz tanımışlarsa aralarındaki benzerlikleri hemen fark ederler. Besteciler, yakaladıkları ezgiyi düzenlerken sürekli sayarlar, dillerinden düşmeyen rakamlar mırıldandıklarını ezgiye güfte olurken parmak hesabı bir şeyler sayıp ince bir tahtanın üstünde dengede durmaya çalışan birinin psikolojisini sergilerler. Eminim o sırada beyinlerinin matematikle uğraşan bölümünü yoğun olarak kullanıyorlardır. Gündelik hayatları damatematikçilerin hayatına çok benzer, analiz yetenekleri çok kuvvetlidir.

Kötü şarkı söyleyen birinin sesinin kötü olmasının asıl nedeni çoğunlukla ton dışına çıkması ya da, matematiksel bir ifadeyle, kullanılan tanım aralığının dışındaki notaları kullanmasıdır. Şarkılardaki ezgiler belirli dizileri takip ederler. Bu dizilerin çok bilinen bazı matematiksel dizilere benzediklerini söyleyebiliriz.

Modüler aritmetiğin güzel uygulamalarından olan müzik dizileri toplumdan topluma değişiklik gösterir. Örneğin batıda tam ve yarım seslerden oluşan majör ve minör diziler kullanılırken, doğuda komalı seslerden de yararlanılarak oluşturulmuş makamlar kullanılır. Heyecan uyandıran bir diğer önemli nokta LA notasıdır. Fiziksel olarak 440 khz frekanslı ses dalgası olarak bilinen LA "doğanın sesi" olarak bilinir. Telefonu ilk açtığınızda kesiksiz düüüt sesi ya da elektrik tellerindeki uğultu genellikle LA notasıdır. Bunun içindir ki müzisyenler akortlarını bu değişmez referans sese göre yaparlar. Öyle ki klasik müzik konserleri başlamadan önce, baş kemancı ayağa kalkarak tüm orkestraya LA sesini vererek ona olan saygısını gösterir ve böylece orkestranın bütünlüğünü ve uyuşumunu sağlar.

Rakamları bu kadar aşikâr kullanan tek sanat dalı olan müziğin asıl ilgi çekici yönü, armoninin gelişmesiyle ortaya çıkmıştır. Farklı seslerin aynı andaki birlikteliğinden doğan uyum anlamına gelen armoni, aslen doğanın içinde hep vardır. İyi müzik kulağına sahip herhangi biri, doğanın birçok seslenişinde, belki kuşların ötüşünde ya da elektrik tellerinin uğuldamasında bu doğuşkan sesleri duyabilir. Örneğin tınılayan bir gitar telinin ardına daha az şiddetteki armonik sesleri (doğuşkanları) iyi müzik kulağına sahip herkes algılayabilir.

Eğer evinizde bir müzik aleti varsa DO-Mi-SOL seslerini aynı anda tınlatarak siz de basit bir akor oluşturabilirsiniz. Ya da derinlik hissi uyandıran modern bir caz akordu elde etmek isterseniz buna bir de Si notasını eklemenizi öneririm. Öte yandan DO-FA sesi (1. ve 4. sesler) ise uyumsuz sesler olduğundan insanda bir gerilim hissi uyandırır. Orta çağda kilise tarafından yasaklanan bu gerilimli uyumsuz sesler şeytan sesleri olarak nitelendirilmiştir.

Kısacası matematik ve müzik tarih boyunca el ele dünyamızı güzelleştirmişlerdir. Kimi matematikçilerin matematiğin bir çeşit sanat, kimi müzisyenlerin ise müziğin bir çeşit bilim olduğunuiddia etmeleri, herhalde birbirlerine duydukları hayranlıktan kaynaklanmaktadır. Matematik yüzyıllar boyunca kendi evrensel dilini oluşturarak akla hitap etmiş, müzikse aynı evrensellikte gönüllerin ortak dilini oluşturmuştur.Bir de matemüzikçiler vardır: hem gönülden hem de akılla aynı anda konuşurlar ya da en azından konuşulanları dinleyebilmek isterler.

Matematik ve müzik ilişkisini incelemeye, doğal bir giriş olması için, bu iki alanın bazı tanımlarıyla başlamak gerekirse, matematik için: "Tümdengelimli akıl yürütme yoluyla, soyut varlıkların (sayılar, geometrik şekiller, fonksiyonlar, uzaylar vb.) özelliklerini ve bunlar arasında kurulan bağıntıları inceleyen bilim" (Büyük Larousse Sözlük ve Ansiklopedisi, 1992: 7860); "[gerçek dünyadaki hiçbir şeyle ilişkisi olması *gerekmeyen*] formal sistemlerin kurulması ve keşfedilmesi"; "aksiyomlardan[doğayla değil mantıkla sınanan] teoremler türetme uğraşı"; müzik için: "İnsana, sesler aracılığıyla kendini anlatma olanağı veren sanat, bu sanatın ürünleri" (Büyük Larousse Sözlük ve Ansiklopedisi, 1992: 8490); "işitsel ortam ve seslerin belli bir ölçüde bilinçli olarak düzenlenmiş hali"; "seslerin insanın biyolojik ritmini sembolik olarak canlandırmak için kullanılışı" (Winsor, 1997); "anlamlı bir yapı oluşturmak üzere melodik, armonik ve ritmik desenler halinde düzenlenmiş sesler" gibi tanımlar sıralanabilir. Şekil 1'de görülen sınıflandırma, günümüzden yaklaşık 26 yüzyıl önceki Pisagor okulunun müfredatını gösteriyor (Garland and Kahn, 1995: 64)[4]. Burada "ayrıklık özelliği olan nicelikler" ve "süreklilik özelliği olan büyüklüklerle uğraşan iki grup yapılmış; aritmetik mutlak olan, müzik göreceli (bağıl) olan niceliklerle, geometri sabit duran, astronomi ise hareketli büyüklüklerle ilişkili olarak sınıflandırılmıştır.

Acaba müziği neden matematiğin dalı olarak sınıflandırmışlardı; bu hiç yerinde olmayan bir sınıflandırma mıydı yoksa mantıklı yanları mı vardı? Bu sorunun yanıtını düşünürken müziği en küçük, temel bileşeninden en üst düzeydeki yapılarına kadar gözden geçirerek anımsamak matematik–müzik ilişkisini aydınlatmaya yardımcı olacaktır.

Q U A D R I V I U M

Matematik ('değişmez'in bilimi)			
Aritmetik (mutlak)	Müzik (göreceli)	Geometri (sabit)	Astronomi (hareketli)

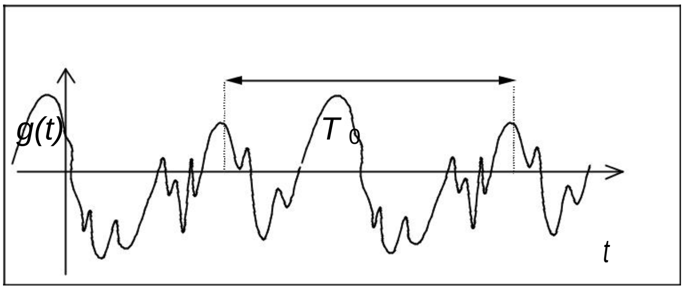
Şekil 1. *Quadrivium ve bileşenleri*

2. MÜZİKTE MATEMATİKSEL YAPILAR

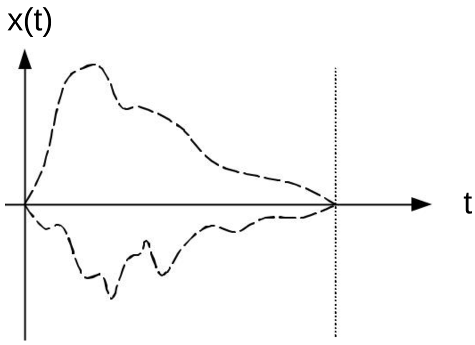
2.1. Müziksel Sesin Başlıca Özellikleri

Girişteki tanımlarda, müziğin öncelikle ses içermesi gerektiğine değinilmişti. Bu ses, genellikle müziksel bir ses olacaktır. Müziksel sesleri gürültü seslerinden ayıran özellik, müziksel seslerin ayırt edilebilir bir perde verebilme özelliğinin olmasıdır*. Bilindiği gibi perde, sesin tizlik derecesine ilişkin bilgiyi taşıyan parametresidir. Yani sesin temel frekansına bağlı bir tizlik derecesi (perde) algılanıyor. Bir sese ilişkin bir perdenin algılanabilmesinin ölçütü ise, o sesin periyodik olma derecesidir. Müziksel bir ses, zamana bağlı bir periyodik fonksiyon olarak düşünülebilir:

$$g(t \pm mT_0)=g(t) \qquad \begin{cases} m \in Z \\ -\infty < t < \infty \end{cases}$$

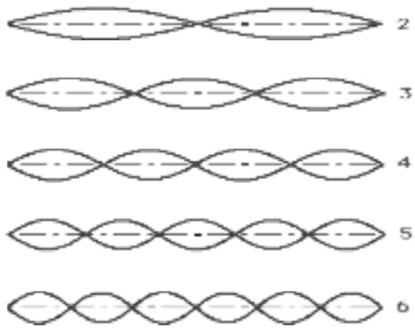


Şekil 2. Periyodik birg(t)fonksiyonu



Şekil 3. Doğal bir müziksel ses zarfı örneği

***** Müzikte yalnızca müziksel sesler değil, gürültü sesleri ve konuşma sesleri de yer alabilir.



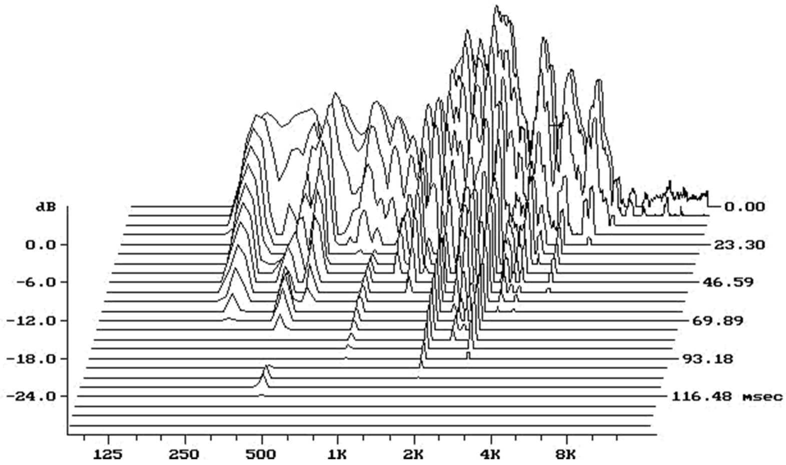
Şekil 4. Titreşen bir telin ilk 6 harmoniği

Şekil 2'de T_0 periyoduyla periyodik olan bir ses yeralıyor, dikey eksen de şiddetini gösteriyor. Ancak doğal kaynaklı müziksel seslerin sınırlı bir süresi vardır ve yarı periyodik özelliktedirler (Bora, 1994: 258-59) (Şekil 3). Müziksel seslerin belirleyici özellikleri arasında 'perde', 'şiddet' ve 'süre'nin yanı sıra bir de tını, yani örneğin keman, flüt ve piyano seslerini birbirinden ayırmamızı sağlayan özellik bulunmaktadır. Tını, "sesin dokusu" olarak adlandırılabilir. Doğal müziksel ses zarfı örneğini gösteren şekilde, sesin şiddetindeki yükselme ve alçalmalar, nasıl söndüğü vb. gibi özellikler, o sese ilişkin tınıyı belirleyen özellikler arasındadır. Daha kapsamlı bir inceleme için ise harmoniklerine göz atmalıyız.

Gergin bir tel gibi titreşebilen yapılar, birden çok sayıda frekansta titreşir. Titreşimde temel frekansın yanısıra yeralan "temel frekansın tamsayı katları", harmonikler olarak adlandırılır (Şekil 4). Tını farkını belirleyen de, titreşen sistemlerin boyut, biçim, malzeme bakımından farkları nedeniyle gerek harmoniklerin, gerekse harmonik olmayan spektral bileşenlerin zaman içinde izledikleri ayrı genlik değişimlerinin (nasıl bir şiddet değeri konturu izleyip ne zaman söndüğü vb) farklı sistemler (titreşim kaynakları) için farklı olmasıdır. Böylece, tını farklarını inceleyebilmek için sesin frekans spektrumunun zaman içindeki değişiminin bilinmesi gerektiğinden, zaman– frekans gösterimi elde edilmelidir. Bunun için biraz daha matematik kullanmamız gerekiyor. Sözgelimi, "sinyal işleme"cilerin klasik yöntemlerinden biri olan "kısa süreli Fourier dönüşümü" ile bir sesin zaman–frekans gösterimi elde edilebilir:

$$STFT_x^{(\gamma)}(\tau , f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\gamma^{*}(t - \tau)e^{-j2\pi ft}\, dt$$

Burada $x(t)$ incelenen "ses sinyalini", $\gamma(t)$ pencereleme fonksiyo-nunu, τ pencere merkezinin zaman eksenindeki konumunu simgeliyor. Böylece, özetle açıklanırsa, incelenen sinyalin iç çarpım yoluyla doğal logaritma tabanlı (e) terimin içeriğindeki sinüs ve kosinüs bileşenleri ile korelasyonu saptanarak sinüsoidal dekompozisyonu elde ediliyor. Şekil 5'te bir keman sesinin zaman–frekans gösterimi yer alıyor.

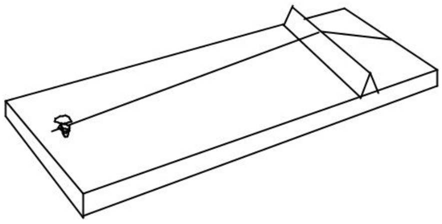


Şekil 5. Bir keman sesinin waterfall diyagramıyla gösterilen zaman-frekans gösterimi
(http://www.ciarm.ing.unibo.it/researches/violin-1.html

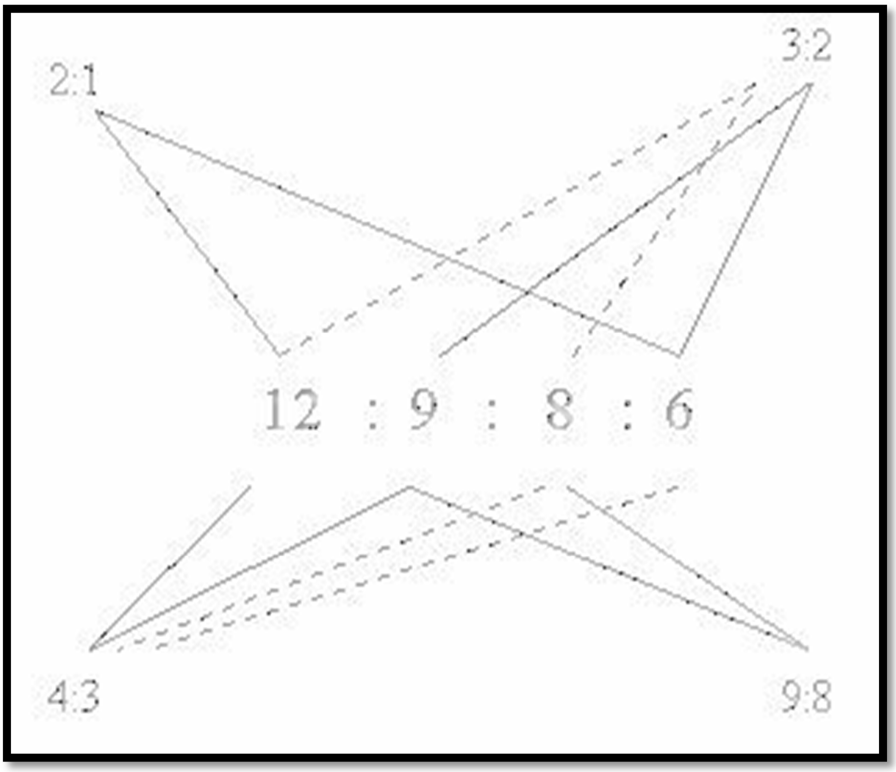
2.2. Müziksel Ses Sistemi, Diziler, Zamanla İlişkili Ögeler

Yukarıda müziksel seslere ve gürültü seslerine değinilmişti. "Konuşma sesleri", müziksel ses ve gürültü sesi olarak tarif edilen sesleri bir arada içeriyor. Basit bir örnekle açıklarsak, örneğin "kitap" sözcüğündeki k, t, ve p harflerini söylediğimiz anlarda gürültü yapıyoruz, yani belli bir perdenin algılanamadığı sesler üretiyoruz. İ ve a'yı söylediğimiz anlarda ise perdeler oluşuyor. Şarkı söyleyen bir kişinin sesinde de bu periyodik ve periyodik olmayan kısımların hepsi bulunuyor; o halde niçin konuşma değilama şarkı müzik olarak duyuluyor? Çünkü şarkıda yer alan perdeler "bir müziksel ses sistemini oluşturacak biçimde belirlenmiş bir perdeler kümesi" içinden seçilerek kullanılan perdelerdir. Müziksel ses sisteminin oluşumu ve yapısından sözedebilmek için yine 26 yüzyıl öncesine gitmek gerekiyor. Eski Yunanlılar, bir sesin, temel frekansları o sesin temel frekansının tamsayı katlarına eşit olan seslerle uyumlu tınladığını keşfetmişlerdi. Bu frekanslar yukarıda sözedilen tek sesin harmonik bileşenlerinin frekanslarına eşittir: f_1 ile $2f_1$, $3f_1$, $4f_1$, vb.

Efsaneye göre, Pisagor ellerinde çekiçlerle çalışan bazı demircilere rastlar. Çekiçlerden çıkan sesler birbiriyle çok uyumlu tınlamaktadır. Pisagor çekiçleri tarttığında ağırlıklarının (12:9:8:6) oranında olduğunu farkeder. Çekiç ağırlıklarıyla seslerinin temel frekansları arasında matematiksel bir ilişki kurmak doğal olarak pek olası değil; ama gergin bir telin boyu ile sesinin temel frekansı arasında kesin bir ilişki bulunuyor (Şekil 6). Pisagorcular (12:9:8:6) oranlarından Şekil 7'deki gibi türettikleri (2:1), (3:2), (4:3) ve (9:8) oranlarını müzikteki esas aralıklar olarak kabul ettiler. Bu oranlar, tamsayı katlardaki frekansların tek bir oktav (başlangıç frekansı ile onun iki katı olan frekans arasındaki oktav) içine aktarıldığında başlangıç frekansına oranlarını belirtiyor. Şekil 6'da görülen monokordu kullanarak, telin boyunu değiştirmek yoluyla bu "bağıl frekansları" kolayca hesaplaya-biliyorlardı. (Müziği "bağıl niceliklerin" hesabıyla uğraşan bir öğreti olarak tanımladıklarını burada anımsamak yerinde olur.)



Şekil 6. Monokord



Şekil 7 Pisagorculara göre “esas aralıklar”

2:1 → oktav (sekizli) (f_1,$2f_1$,$4f_1$,$8f_1$,...) 3:2 → tam beşli

4:3 → tam dörtlü

9:8 → tam ses (büyük ikili)

Frekans oranı (2:1) (“oktav”) olan sesler (f_1, $2f_1$, $4f_1$, $8f_1$, ...), aynı ses renginin (kromanın*) açık/koyu tonları gibiydi, böylece aynı adla adlandırıldılar. Ancak, esas aralıklar olarak saptadıkları aralıkların (2:1) dışında hiçbir çeşidini tek başına üst üste ekleyerek başlangıç kromasını üst oktavlardan herhangi birinde tam olarak elde etmeye olanak yoktu, çünkü p 1’den büyük bir doğal sayı olmak üzere ($p+1)/p$ şeklindeki Pisagor tipi aralıkların hiçbir pozitif tamsayı kuvveti, 2’nin hiçbir pozitif tamsayı kuvvetine eşit değildir:

$$2^m \neq \left(\frac{p+1}{p}\right)^n \qquad \begin{cases} m, n, p \in N \\ p > 1 \end{cases}$$

*kroma: Oktav göz önüne alınmaksızın algılanan tizlik derecesi; bir tizlik derecesinin algılanışında oktava göre değişmeyen özellik.

Bununla birlikte, çok önem verdikleri (3:2) oranındaki bağıl frekansı (müzik dilinde “tam beşli”) 12 kez üst üste ekleyerek başlangıç sesinin 7oktav yukarısına yaklaşık olarak ulaşabildiklerini saptadılar

($(3/2)^{12} \approx 2^7$) ve buldukları 12 sesin frekanslarını başlangıç oktavına aktararak oktavı 12 parçaya böldüler. Aşağıda gösterilen, buldukları 12 tam beşli yukarıdaki frekansın tam 7. oktavın frekansına oranına “Pisagor koması” denir

Eşitlikte görüldüğü gibi, bu oran aynı zamanda 6 “tam ses” yukarıdaki sesin de başlangıç oktavındaki bağıl frekansıdır. Bu farklılık, başlangıç sesinin değişik bir yere aktarılması, dizilerin tiz ve kalın bölgelere doğru sürdürülerek genişletilmek istenmesi ve daha karmaşık ve çok sesli müziğin geliştirilmek istenmesi söz konusu olduğunda yeni ses uyumsuzluklarının oluşmasına yol açtı. Bu sorunları gidermek için bugün “eşit düzenli” sistem kullanılmaktadır. Bu ses sisteminin iki kriteri, 12 “yarım sesin” eşit aralıklı olması ve oktavın tam iki kat frekansta olmasıdır. Bu yolla, katsayısı ikinin on ikinci dereceden köküne eşit olan bir geometrik dizi elde edilmektedir:

$$\frac{f_1}{f_0} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{f_3}{f_2} = \cdots = \frac{f_{12}}{f_{11}} = a$$

$$\left.\begin{matrix} f_{12} = a^{12} f_0 \\ f_{12} = 2f_0 \end{matrix}\right\} \Longrightarrow a = \sqrt[12]{2}$$

Böylece örneğin doğal tam beşli biraz küçültülmüş, doğal tam dörtlü biraz büyütülmüştür. Piyano akortçularının saatlerce irrasyonel frekans oranlarıyla uğraştıkları bugünkü sistem, sözgelimi, Johann Sebastian Bach’a, 12 sesten her birinin majör ve minör tonlarında ikişer tane bestelediği ve “Eşit Düzenli Klavye” adını verdiği ünlü 48 Prelüd ve Füg’ü yazma olanağını sağlamıştır.

Aralarındaki müziksel aralık “yarım ses” olarak adlandırılan ve her oktavda yinelenen bu 12 kroma arasından seçilen bir başlangıç sesine çeşitli ardışık aralık kombinasyonları uygulanarak, bu başlangıç sesini bir üst oktavdaki karşılığına bir merdiven gibi bağlayan çeşitli diziler elde edilir.

Bu dizileri oluşturan aralık kombinasyonlarına örnek olarak:

Kromatik dizi için:	[½, ½, ½, ½, ½, ½, ½, ½, ½, ½, ½, ½]
Majör dizi için:	[1, 1, ½, 1, 1 1, ½]
Armonik minör dizisi için:	[1, ½, 1, 1, ½, $\frac{3}{2}$, ½]
Tam ses dizisi için:	[1, 1, 1, 1, 1, 1]
Blues dizisi için:	[$\frac{3}{2}$, 1, ½, ½, $\frac{3}{2}$, 1]

yazılabilir.

Dizilerin bir ya da daha fazla türüne ait seslerin çeşitli besteleme kuralları içinde seçilip sıralanmasıyla "melodiler (ezgiler)" oluşturulur.

Müzikte zamanla ilişkili ögeler olan tempo, ritim, ölçü gibi kavramlara şöyle tanımlar getirilebilir:

Tempo = vuruş sayısı / zaman

Ritim : Vuruş sürelerinin (ve bazen şiddetlerinin de) periyodik olarak yinelenen deseni.

Ölçü : Genellikle ritmin 1 periyodunda yer alan toplam vuruş sayısı

Bu durumda, çeşitli ritimler, bu deseni oluşturan ardışık süre oranları olarak gösterilebilir. Örneğin desenin 1 periyodunun süresi 1 birim alınırsa:

şeklinde yazılabilir. Eğer vuruşların sürelerinin yanı sıra şiddetlerinin de simgelenmesi

Vals :	[$\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$]
Swing :	[$\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$]
Samba :	[$\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{8}$]
Bossa nova:	[$\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$]

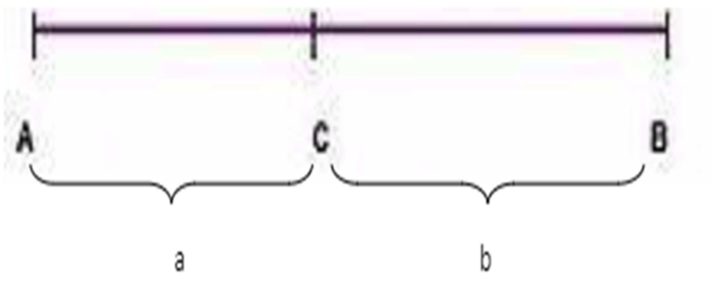
istenirse, her bir vuruş ikişer değer ile gösterilebilir. Sözgelimi, 'kuvvetli'yi 3, 'hafif'i '1' ile simgelersek Vals için

[(1/3, 3), (1/3, 1), (1/3, 1)] yazılabilir.

2.3. Karşılaşılan Bazı Özel Matematiksel Yapılar

Görsel sanat dallarının yanısıra müzikte de sıkça anılan bir konu

“Fibonacci dizisi” ve “altın oran”dır. Fibonacci dizisi, ilk iki elemanı 1,sonraki her bir elemanın değeri kendisinden önceki son iki elemanın değerlerinin toplamına eşit olan dizidir



$$\frac{|AC|}{|CB|} = \frac{|AB|}{|AC|}$$

$$x = \frac{a}{b} \rightarrow x^2 - x - 1 = 0$$

biçiminde yazılabilir.

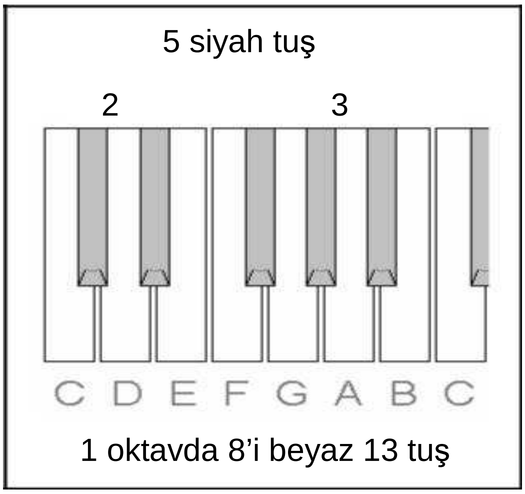
Bu denklemin pozitif kökü

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \cong 1,618 = \varphi$$

altın orandır.

Fibonacci dizisi = {1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...}

Bir piyano klavyesinin bir oktavlık bölümüne bakıldığında, diyatonik ve kromatik dizilerin bağlandığı başlangıç perdesi ile birlikte düşünülerek, Fibonacci dizisinin ilk yedi elemanı görülebilir[8] (Şekil 8)



Şekil 8. Piyano klavyesi ve Fibonacci dizisİ

Fibonacci dizisi sonsuza giderken dizinin her bir elemanının bir sonraki elemanına oranının yakınsadığı değer olan altın oranın geometrik anlamı, bir doğru ya da dikdörtgen bu oranda bölündüğünde, büyük parçanın bütüne oranının küçük parçanın büyük parçaya oranına eşit olmasıdır.

Altın oran = 1,618

Bestecilerin, yapıtlarında kimi zaman yapıtı oluşturan daha küçük bölümlerin sürelerini, kimi zaman da yapıtın doruk noktasının konumunu altın orana uygun olarak yerleştirdikleri bulunmuştur.

KAYNAKÇA

Bora, U., “Geleneksel Türk Sanat Müziği Çalgılarının Dinamik Spektrum Analizi”, 2. Sinyal İşleme ve Uygulamaları Kurultayı Bildiriler Kitabı, s. 258-263, 1994.

Büyük Larousse Sözlük ve Ansiklopedisi, Cilt 15-16, Milliyet yayınları, İstanbul, 1992.

Garland, T.H., and Kahn, C.V., Math and music: Harmonious connections, Palo Alto, Dale Seymour Publications, 1995.

Lerdahl, F., “Calculating Tonal Tension”, Music Perception, Vol. 13, No. 3, pp.319-363, Spring 1996.

Sertöz , Sinan, Matematiğin Aydınlık Dünyası,TÜBİTAK,1996

Solomon, L., “Symmetry as a Compositional Determinant”, Perspectives of New Music, Vol. 11/2, pp.257-263, Spring/Summer 1973 (revised 2000 in http://cc.pima.edu/users/larry/diss8.htm).

Sturik, D.J., Kısa Matematik Tarihi, Sarmal Yayınları, 1996

Winsor, J. “A Definition of Music (And Why It's Needed)”, http://home.att.net/~j-winsor/jhw_art1.html, 1997.

Xenakis, I., Formalized Music: Thought and Mathematics in Composition, Indiana University Press, Bloomington, London, 1972.