



Basit Harmonik Harekete Sahip Kam Profilinin Aşınma Modeli

İlknur Keskin Öner^{1*}

^{1*} Yıldız Technical University, Faculty of Naval Architecture and Maritime, Department of Marine Engineering, İstanbul, Turkey, (ORCID: 0000-0003-1584-4479), keskin@yildiz.edu.tr

(İlk Geliş Tarihi 6 Aralık 2023 ve Kabul Tarihi 29 Aralık 2023)

(DOI: 10.5281/zenodo.10442182)

ATIF/REFERENCE: Keskin Öner, İ. (2024). Basit Harmonik Harekete Sahip Kam Profilinin Aşınma Modeli. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, (53), 1-11.

Öz

Makine sistemi içinde ömür tahmini, dizayn açısından teknik ve maddi kayıplardan dolayı oldukça önemlidir. Birbirine sürtünen yüzeylerin aşınması elemanın ömür süresini kısaltan önemli bir parametredir. Aşınma sıradan bir olay olmasına rağmen aşınmanın teorisi ve mekanizması, malzeme özellikleri, hız, pürüzlülük, yağlama, yük v.s. gibi sınır şartlarını kapsayan karmaşık bir yapıdır. Ancak bu kadar çok bileşeni bir matematik model üzerinde sisteme dahil etmek mümkün değildir. Literatürde, kam yüzeyinde atalet kuvvetini ihmal edebilmek adına, kamın hızının ve sistemin kütlelerinin sınırlı tutularak sadece yay kuvvetinin modele dahil edildiği analitik ve deneysel sonuçları kapsayan çalışmalar mevcuttur. Bu çalışmada ise, kam mekanizmasını etkileyen yay kuvveti ve izleyicinin ivmelenmesinden doğan atalet kuvvetleri de modelleme çalışmasına dahil edilmiştir. Archard'ın, aşınmanın yük ile ilişkisini ortaya koyan ve aşınma derinliğini veren denklemi mevcut çalışmanın temelini oluşturmuştur. Kurulan matematik model için belirlenen kamın devir sayıları, PTFE (Teflon) olarak belirlenen kam malzemesi ve toplam tur sayısı için kurulan deney düzeneğinde aşınma işlemi yapılmıştır. Daha sonra aşınmış profil üzerinden CMM (koordinat ölçüm makinesi) yardımıyla ölçüm alınarak, kamın üzerinde her 5° lik noktalarda aşınma derinlikleri belirlenmiştir. Matematik model ile tahmin edilen aşınma derinlikleri, deneysel olarak gözlemlenen sonuçlar ile kıyaslanmış ve modelin güvenilir olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Aşınma, Kam, Aşınma Katsayısı.

Wear Modeling of Cam Profile with Simple Harmonic Motion

Abstract

Life estimation within the machine system is very important in terms of design due to technical and financial losses. Wear of surfaces rubbing against each other is an important parameter that shortens the life of the element. Although wear is an ordinary phenomenon, the theory and mechanism of wear is affected by material properties, speed, roughness, lubrication, load, etc. However, it is not possible to include such a multi-component mathematical model into the system. In the literature, there are studies containing analytical and experimental results in which only the spring force is included in the model, keeping the speed of the cam and the mass of the system limited in order to neglect the inertial force on the cam surface. In this research, the spring force affecting the cam mechanism and the inertia forces arising from the acceleration of the follower were also included in the modeling study. Archard's equation, which reveals the relationship between wear and load and gives the wear depth, formed the basis of the current study. Wearing process was carried out in the experimental setup established for the number of revolutions of the cam determined for the mathematical model, the cam material determined as PTFE (Teflon) and the total number of revolutions. Then, measurements were taken on the worn profile with the help of CMM (coordinate measuring machine) and the wear depths were determined at every 5° points on the cam. The wear depths predicted by the mathematical model were compared with experimentally observed results and the model was found to be reliable.

Keywords: Wear, Cam, Wear Coefficient.

* Sorumlu Yazar: keskin@yildiz.edu.tr

1. Giriş

Aşınma ve buna bağlı olarak sistem içindeki elemanların aşınma periyotlarının tahmini üzerine pek çok çalışma yapılmıştır ve halen üzerinde çalışılmaya devam edilmektedir. Ancak bu çalışmaların çoğu, üzerinde çalışılan sisteme özeldir. Bunun sonucunda da burada elde edilen sonuçlar, başka bir sistem üzerinde başarılı olamayacaktır. Şartların değiştiği durumları kapsayacak genellemeler yapılamayacaktır. Aşınma çalışmalarının bu özelliği nedeniyle, aşınmayı etkileyen parametrelerde çeşitlilik çok fazladır. Bu konuda çalışanların ortak olarak kullanabilecekleri bir model ya da kabul mümkün olamamakta her çalışma kendine özel sonuçlar verebilmektedir. Bu konuda yapılabilecek tek genelleme yapılan çalışmaların mekanik sisteme bağlı olması ve sonuçların deneylerle desteklenebilmesidir. Parametre olarak yalnız malzeme, yağlayıcı çeşidi ya da buradaki aşınma mekanizmasının ön plana çıktığı araştırmaların sonucunda bir genelleme yapılamamaktadır.

Cheng vd., (1994), kam ve izleyici aşınmasının malzeme, yük ve hız parametrelerini öne çıkardığı çalışmasında, sistemde meydana gelen arızaların en etkili sebebinin yüzey yorulması olduğunu tespit etmiştir. Fries ve Rogers (1988), izleyici ve kam temaslarında aşınmayı basit mekanizmalara dönüştürecek çalışmalar yapmışlardır. İzleyicinin devir sayısını dikkate almamışlardır. Standart Hertzian teorisine yakın bir yöntemle basıncı hesaplamışlardır.

1994'de Michigan Üniversitesinde, Heisen-Chung tarafından yapılan doktora tezinde, 1957 ve 1992 yılları arasındaki aşınma denklemlerini içeren toplam 5325 araştırmacı tarafından kaleme alınmış 5466 modelleme çalışması incelenmiş, buradaki denklemler 2 başlık halinde toparlanmış, yüz seksen iki adet aşınma denklemi üzerinde çalışıldığı görülmüştür.

Hugnell ve Andersson (1994), kam ve izleyici arasındaki aşınmayı kamın devir sayısının bir fonksiyonu olarak ortaya koymuşlardır. Soejima vd. (1994:23), sürtünme ve aşınma üzerine yaptıkları çalışmada, etkili olan yükün, devir sayısının, yağlayıcı ve malzeme çeşidinin etkisini ortaya koyan bir araştırma yapmışlardır. Shigley ve Uicker (1995), temel mekanizmalar için kayma hızı, yerdeğiştirme ve normal yükleri içeren değişkenlere bağlı olarak aşınmayı tahmin edebilmeyi sağlayacak çalışmalar yapmışlardır. Blanchet (1997:119), basit bir mekanizma için aşınmanın çizgi değme boyunca analitik bir ifade üzerinde çalışmışlardır.

Son yıllarda Archard'ın aşınma denklemini temel alacak şekilde sonlu elemanlar metodunu içeren oldukça fazla simülasyon çalışmaları yapılmaktadır.

Podra ve Andersson (1999:32), Podra ve Andersson (1999:224), bir düzlem üzerindeki pim aşınmasını tahmin edebilmek adına sonlu elemanlar yöntemini kullanmışlardır.(Michalski vd. (2000:240), kam ve izleyici aşınmasını malzeme özellikleri parametresi üzerinden yapmışlardır.Dickrell vd. (2003) dairesel profilli bir kamın aşınmasını deneysel ve matematik bir model kurarak incelemiş, model ve deney sonuçları arasındaki farkı yüzdesel olarak ortaya koymuşlardır. Aşınmayı atalet kuvveti bileşenini ihmal ederek sadece kam üzerinde etkili yay kuvveti ve kamın devir sayısı bileşeni açısından ele almışlardır. Kurulan matematik model Archard'ın aşınma denklemi esasına dayanmıştır.

Nayak vd. (2006), dizel motorlarda kullanılan kam ve izleyicilerin aşınma tahminini mekanizmaya ait kinematik ve dinamik denklem ilişkilerini kullanarak oluşturdukları matematik model ile yapmışlardır.

Bilimsel yaklaşımlarda, aşınma derinliği, aşınma hacminden çok daha fazla ilgi görmektedir. Bu nedenle (Archard,1980), aşağıdaki eşitliğin her iki tarafını görünen değme alanına bölmeyi tavsiye etmiştir.

$$\frac{V}{s.A} = \frac{h}{s} = k \cdot \frac{F_N}{H.A} = K \cdot p$$

h aşınma derinliğini (m), K boyutlu aşınma katsayısını (Pa⁻¹), p normal değme basıncını (Pa), ve s kayma mesafesini (m) ifade etmektedir.

Sawyer (2003:57), basit bir kam ve izleyici çifti için, Archard'ın aşınma sabitini kullanarak, değmenin koordinat eksenini (s) boyunca basınç dağılımının p_s ile verildiği iki boyutlu çizgi değme şeklinde hareket eden diferansiyel bir eleman için aşınma derinliğinin artış değeri için bir ifade geliştirdi. Bu ifade denklem 2 eşitliğinde verildi. K Archard aşınma sabiti, L değmenin uzunluğu, b genişliği, F_n ise normal yüküdür.

$$\frac{dh}{ds} = K \cdot p_s \quad (1)$$

$$dh = K \cdot p_s \cdot ds$$

$$h = K \cdot \int_0^L p_s \cdot ds = K \cdot \frac{F_n}{b} \quad (2)$$

2. Materyal ve Metot

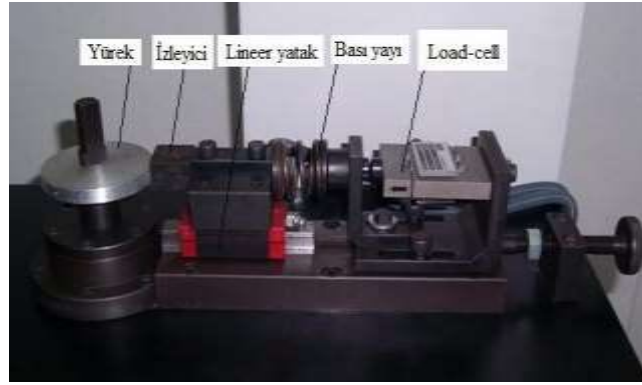
2.1. Test Düzenegi

Kam ve izleyici aşınma test düzenegi, aşınma mekanizmasının yük ve hız bileşeni ile olan ilişkisini ortaya koymak için geliştirilmiştir. Bu düzenegin detayı Şekil 1'de gösterilmiştir. Kam profili PTFE malzemeden imal edilmiştir. Bu çalışma için imal edilen dairesel kam 40 mm yarıçapa, 6 mm kaçıklığa ve 10 mm kalınlığa sahiptir. İzleyici ise, kamın aşınma miktarının izleyici aşınmasına oranla çok daha fazla olması için HSS çeliğinden imal edilmiştir. Kamın aşınmasını sağlayacak olan izleyici yüzeyinin arkasına gerekli

ön yükleme kuvvetini sağlamak için 20 N/mm yay katsayısına sahip olan bir bası yayı yerleştirilmiştir. Kamın izleyici ile ilk teması, kam yarıçapının 34 mm olarak minimum değere sahip olduğu, yani izleyiciye en yakın nokta olan ve kamın dönmeye başladığı ve üzerinde 0° olarak işaretlediğimiz bölge üzerindedir. Kam harekete başlamadan önce, kam üzerinde 0° olarak işaretlediğimiz noktaya etki edecek şekilde bir yay vasıtasıyla 30 N'luk bir ön yükleme kuvveti tatbik edilmiştir. Bu nedenle, yay kuvveti, kamın ilk turu boyunca kabaca 30 N ila 270 N arasında değişmektedir. Elektrik motoru 1365 d/dk hıza sahiptir ve bir inverter sayesinde devir sayıları değiştirilebilmektedir.

Lineer yatak sistemi ve izleyicinin toplam kütlesi 1274 gr'dır. Kurulan matematik model üzerinde etkili olan kuvvet parametresinin içinde atalet kuvvetinin de etkili olabilmesi için kütle sınırlandırılmamış ve kamın devir sayısı da 350 d/dak, 1000 d/dak olacak şekilde aşınma testi tekrarlanmıştır. HSS (yüksek hız çeliği) çeliğinden imal edilmiş izleyici üzerindeki PTFE kam numunesi için aşınma oranı (K) deneysel olarak pin-on-disk aparatında 10 cm/sn lik kayma hızı altında ve ortalama 10 MPa'lık değme basıncında deneysel olarak $18,02 \times 10^{-4} \text{ mm}^3 / \text{Nm}$ tespit edilmiştir.

Kam ve onunla temas halindeki izleyici malzemesinin sertlik farkı, maksimum düzeyde seçilmiş, bu sayede aşınma miktarı artırılmış ve izleyici üzerindeki aşınma dikkate alınmamıştır. Amaç kam profilinin belli bir devir sayısı için, belirlenen tur sayıları sonunda oluşan ortaya çıkacak aşınma ürünü profillerine ulaşmaktır.



Şekil 1. Test düzeneği

Figure 1. The experimental setup

2.2. Aşınmanın Modellenmesi

Aşınma sıradan bir olay olmasına rağmen aşınmanın teorisi ve mekanizması, malzeme özellikleri, hız, pürüzlülük, yağlama, yük v.s. gibi sınır şartlarını kapsayan karmaşık bir yapıdır. Aşınma konusunda üzerinde araştırma yapılmış çok fazla çalışma vardır. Ancak malzeme, hız ve yük sabitlerini içeren kompleks durumlar için, burada oluşturulan modeller yeterli değildir, genele uygulanamaz ve üzerinde çalışılan sisteme bağlıdır. Aşınma parametrelerindeki bu çeşitlilik, aşınma modellerinde de yapılan yaklaşım sayısını arttırmıştır. Bundan dolayı araştırmacılar kendi aralarında uzlaşmamakta ve üzerinde çalıştıkları sistem için geçerli modeller geliştirmektedirler. Tüm bu bahsi geçen mevzulardan dolayı modelleme araştırmaları mekanik sisteme bağlı olmalıdır.

Malzemelerin genel olarak aşınmalarını ölçmek zor ve karmaşıktır. Aşınma olgusunun yük, hız, malzeme ve daha pek çok parametre ile ilişkili olması, anlaşılır ve sınıflandırılabilir olmasını zorlaştırmaktadır. Bu nedenle yapılan çalışmalar sadece bir iki değişen parametreye bağlı olmaktadır. İfade edilmeye çalışılan bu zorluklardan dolayı triboloji alanında çalışan uzmanlar aşınma haritaları yöntemini geliştirmişlerdir. (Özmen,2004).

Aşınmada dinamik bir olguda olduğu gibi parametre çeşitliliğine bağlı olarak bazı tahminler yürütmek için aşınma oranı olarak birim kayma mesafesine düşen aşınma derinliği olarak ifade edilebilir (Soejima vd., 1994:23).

$$\frac{dh}{ds} = f(\text{yük, hız, sıcaklık, malzeme, yağlayıcı ...})$$

Aşınma derinliği (m) h ve kayma mesafesi de s (m) ile ifade edilmiştir. Literatürde birçok aşınma modeli kullanılmıştır. Bunların matematiksel ifadeleri basit ampirik ilişkilerden, fiziksel kavram ve tanımlamalara dayanan karmaşık denklemler şeklinde sınıflandırılabilir (Halling,1983:105), (Hutchings,1992). Üzerinde kurulan sisteme bağlı olarak sonuçlar verir. Sistem değiştiğinde geçerliliğini korumaz. Bu modellerin sadece bir kısmı pratik olarak aşınmayı tahmin etmede etkindir.

2.2.1. Aşınma Haritalarının Elde Edilmesinde Kullanılan Parametreler

Lim ve Ashby (1987), çelik malzemeler için oldukça kapsamlı bir aşınma sınıflandırmasını, geniş kapsamda kayma hızları ve yükler için vermişlerdir. Oluşturulan bu aşınma haritalarında etkili olan parametrelerden alınan sonuçlar normalize edilmiştir. Gerçek uygulamalarda ise aşınma değerlerinin kabul görür değerleri logaritmik olarak bir derece düşüktür ve bu da gerçekte 10 kat daha düşük olduğunu sonucunu verir (Özmen,2004).

Boyutsuz aşınma oranı $\tilde{\theta}$, boyutsuz normalize edilmiş basınç \tilde{p} ve boyutsuz normalize edilmiş hızın \tilde{v} bir fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi tanımlanmıştır (Halling, 1983:105).

$$\tilde{\theta} = \frac{V}{A.s} , \quad \tilde{p} = \frac{F_N}{A.H} v \quad \tilde{v} = \frac{v.r_0}{a_0} \quad (3)$$

Burada aşınma hacmini v (m^3), değme alanını A (m^2), ve değme yarıçapı r_0 (m), normal yük F_N (N), değme noktasındaki daha yumuşak malzemenin sertliği H (N/ m^2), v bağlı kayma hızı (m/sn) ve a_0 malzemenin termal yayılımı (m^2/sn) olarak tanımlanmıştır. Ani sıcaklıklar aşınmada önemli rol oynar, ısı dağılım katsayısı $\alpha_{12}=0,5$ alınır. Ani değme sıcaklığı olan $700^\circ C$ 'nin üstünde ise oksidonal aşınma mekanizması hakim olacaktır. Bu sıcaklık limitinin altında aşınma kanununun yük ile lineer ilişkili, hızdan ise bağımsız olduğu kanıtlanmıştır.

En sık kullanılan lineer aşınma denkleminde $\tilde{\theta}=k \cdot \tilde{p}$, aşınma hacmi normal yüke orantılıdır. Denklem 3 den

$$\tilde{\theta} = k \cdot \tilde{p} \quad \frac{V}{A.s} = k \cdot \frac{F_N}{A.H}$$

Buradan

$$\frac{V}{s} = k \cdot \frac{F_N}{H} \quad (4)$$

Aşınma katsayısı k teori ve deneyler arasında tutarlılık sağlamak için tanımlanmış bir katsayıdır.

Bununla beraber özel bir değme için k 'nın gerçek değeri genellikle deneysel olarak tanımlanır ve daima 1'den daha küçüktür.

Mühendislik yaklaşımlarında aşınma derinliği, aşınma hacminden daha ilgi çekicidir. (Archard,1980) denklem 4' ün her iki tarafını görünen değme alanına bölmeyi önerir.

$$\frac{V}{s.A} = \frac{h}{s} = k \cdot \frac{F_N}{H.A} = K \cdot p \quad (5)$$

Burada h aşınma derinliği (m), K boyutlu aşınma katsayısı (Pa^{-1}) ve p normal değme basıncı (Pa), s kayma mesafesi (m) dir.

Sawyer (2003:57), basit bir kam ve izleyici çifti için, Archard'ın aşınma sabitini kullanarak, değmenin koordinat eksenini (s) boyunca basınç dağılımının p_s ile verildiği iki boyutlu çizgi değme şeklinde hareket eden diferansiyel bir eleman için aşınma derinliğinin artış değeri için bir ifade geliştirdi. Bu ifade denklem 6 eşitliğinde verildi. K Archard aşınma sabiti, L değmenin uzunluğu, b genişliği, F_n ise normal yüküdür.

$$\frac{dh}{ds} = K \cdot p_s$$

$$dh = K \cdot p_s \cdot ds$$

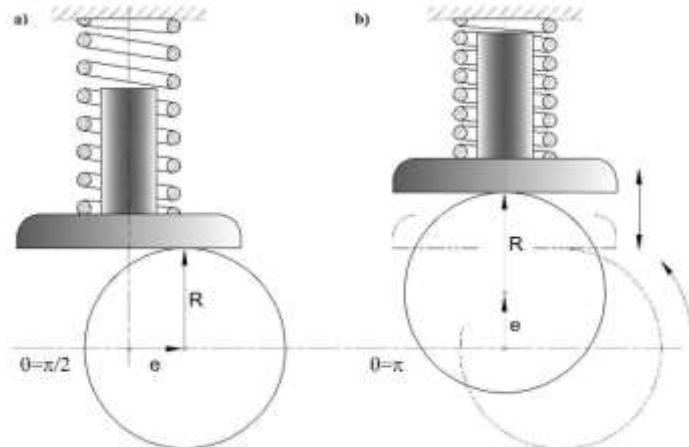
$$h = K \cdot \int_0^L p_s \cdot ds = K \cdot \frac{F_n}{b} \quad (6)$$

2.2.2. Analitik Model

Bu modelleme çalışmasında düz yüzeyli bir izleyici ve onunla temaslı olarak dönen kaçık merkezli bir dairesel kamın aşınma periyodu normal yük ve hız değişkeninin etkili olduğu şartlar altında analitik olarak yapıldı ve aynı şartlardaki deney sonuçlarıyla kıyaslandı. Kamın geometrik merkezi R yarıçaplı daire olup dönme merkezi geometri merkezinden e mesafesi kadar kaçıktır ve kam genişliği $b=10$ mm dir. Aşınmanın sadece kam tarafında olacağı kabul edilmiş ve izleyicinin aşınması dikkate alınmamıştır. Devir sayısı için değme şartları, sabitlenmiş koordinat sistemine uyacak şekilde açılmal koordinatlar kullanılarak ifade edilecektir.

Eksantrik dairesel kam ile düz yüzeyli izleyici için kapalı denklem 7' de ve Şekil 3 de gösterildiği gibidir.

$$\vec{p} = \vec{e} + \vec{R} = e \cdot \cos \theta \cdot i + e \cdot \sin \theta \cdot j + R \cdot j \quad (7)$$



Şekil 2. Matematik model için kamın 90 ve 180 döndürülmüş konumları (a) aşınma kam yarıçapı boyunca ilerler (b) aşınma kam yarıçapı ve kaçıklık vektörü toplamı boyunca ilerler

Figure 2. Two configuration examples for the analytical model (a) wear progresses along the cam radius (b) wear progresses along the cam radius and eccentricity vectors

Bu denklemde \vec{p} vektörü kamın dönme merkezinden izleyici üzerindeki değme noktasıdır. \vec{e} vektörü dönme merkezinden kamın geometri merkezinedir ve \vec{R} ise geometri merkezinden izleyici üzerindeki değme noktasına olan radyal kuvvettir. Dairesel kam için varsayımlar bütün kam yüzeyi için aşınmanın kam üzerinde iki özel yerde tanımlanacağı şeklindedir. Bu özel noktalar Şekil 3’de görüldüğü gibi $\theta = \pi/2$ ve $\theta = \pi$ dir. Önceki çalışmaların modellerinde kam üzerindeki her yerdeki aşınma derinliği değme çizgisinden içe doğru dik olarak ifade edilmiştir. $\theta = \pi/2$ için yay yerdeğiştirmesi d_0 olarak ve yay kuvveti $F_{yay} = k \cdot d_0$ olarak belirtilir. Ancak bu d_0 ifadesinin içinde başlangıçta yaya verilen ön yükleme neticesindeki sıkışma miktarı da vardır. Aşınma derinliği çizgisi için kullanılan ifade $h_1 = K \cdot F_n / b$, $\theta = \pi/2$ de ilk ve ikinci devir aşınma derinliği, kamın izleyiciye yaptırdığı hareketin basit harmonik olması durumunda denklem 13 ve 17 de verilmiştir. Buradaki F_n ifadesi en genel yaklaşımdır. Kamın izleyiciye yaptırdığı harekete bağlı olarak d_0 ve a ile ifade ettiğimiz ivme değerleri her durum için şekillenecektir.

(Dickrell vd., 2003:125) kendi çalışmalarında toplam normal kuvvet içindeki atalet kuvvetini, aşınma denklemini amprik olarak daha kolay genelleyebilmek adına ihmal edebilmek için deney şartlarını sınırlamışlar ve bu sayede 0,5 N luk atalet kuvvetini ihmal etmişlerdir. Burada ise kütle ve hız sınırlandırılması yapılmamış ve atalet kuvveti de matematik modele dahil edilmiştir.

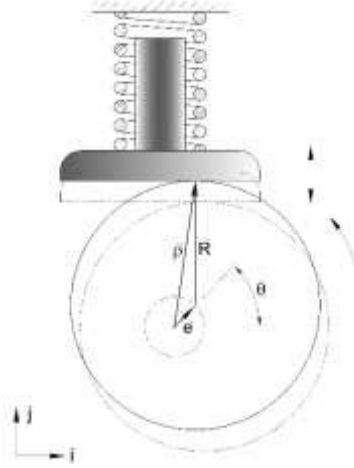
Yüreğe etkiyen normal kuvvetlerin toplamı, yaya başlangıçta sıkışma olarak verilen ön yükleme kuvveti $F_{ön} = k \cdot d$, yay kuvveti $k \cdot s$ ve atalet kuvveti $m \cdot a$ olarak, Denklem 8’ de verilmiştir.

$$F_n = F_0 + k \cdot s + m \cdot a \quad (8)$$

Kamın ilk tam turu sonunda ortaya çıkan aşınma derinliği Denklem 6’daki F_n ifadesinin yerine (8) eşitliğinin yazılması sonucu Denklem 9’daki gibi yazılabilir.

$$h_1 = K \frac{F_0 + k \cdot s + m \cdot a}{b} \quad (9)$$

Burada kuvvet bileşenini oluşturan yay ve atalet kuvvetinin hesabında kamın hareketi boyunca izleyiciye yaptırdığı hareketin kinematığı önemlidir. Kam profili kaçık merkezli dairesel bir geometriye sahip olup izleyiciye yaptırdığı hareket basit harmonik hareket olarak tanımlıdır.



Şekil 3. Kaçık eksenli dairesel bir kam ait tanımlama

Figure 3. Description of circular cam with eccentric axis

Basit harmonik hareketi veren kam profilinin sırasıyla konum, konumun θ açısına bağlı geometrik türevleri, Denklem 10, 11 ve 12 de verilmiştir. Kinematik bu ifadeler düzenlenerek denklem 13 elde edilir.

$$s(\theta) = e \cdot (1 - \cos\theta) \quad (10)$$

$$s(\theta)' = e \cdot \sin\theta \quad (11)$$

$$s(\theta)'' = e \cdot \cos\theta \quad (12)$$

$$F_n = k \cdot d + k \cdot e \cdot (1 - \cos\theta) + m \cdot e \cdot \omega^2 \cdot \cos\theta \quad (13)$$

$$d_0 = d + s(\theta) = d + e \cdot (1 - \cos\theta)$$

$$a = \omega^2 s(\theta)''$$

Kamın birinci devri sonundaki aşınma derinliği denklem 9 da yerine yazılırsa, denklem 14 elde edilir.

$$h_1 = \frac{K}{b} (k \cdot d_0 + k \cdot e + m \cdot a)$$

$$h_1 = \frac{K}{b} (k \cdot d_0 + k \cdot (1 - \cos\theta) \cdot e + m \cdot \omega^2 \cdot \cos\theta \cdot e) \quad (14)$$

İşlemi kolaylaştırabilmek için bazı basit tanımlamalar yaparsak

$$C = \frac{K}{b}$$

$$B = (1 - \cos\theta)$$

$$A = m \cdot \omega^2 \cdot \cos\theta$$

Kamın birinci devri sonundaki aşınma derinliği, Denklem 15'deki gibi basitleşir.

$$h_1 = C \cdot (k \cdot d_0 + k \cdot B \cdot e + A \cdot e) \quad (15)$$

Kamın ikinci devri sonundaki aşınma derinliği, Denklem 16'daki gibi ifade edilebilir.

$$h_2 = C \cdot [k(d_0 - h_1) + kB(e - h_1) + A \cdot (e - h_1)]$$

$$h_2 = C \cdot [k(d_0 - C \cdot k \cdot d_0 - C \cdot k \cdot e \cdot B - C \cdot A \cdot e + B \cdot e - B \cdot C \cdot k \cdot d_0 - B^2 \cdot k \cdot e \cdot C - B \cdot C \cdot A \cdot e) + A \cdot e - A \cdot C \cdot k \cdot d_0 - A \cdot C \cdot k \cdot e \cdot B - A^2 \cdot C \cdot e]$$

$$h_2 = C[k \cdot d_0 - C \cdot k^2 \cdot d_0 - C \cdot k^2 \cdot e \cdot B - C \cdot k \cdot A \cdot e + k \cdot B \cdot e - B \cdot C \cdot k^2 \cdot d_0 - B^2 \cdot K^2 \cdot e \cdot C - k \cdot B \cdot C \cdot A \cdot e$$

$$+ A \cdot e - A \cdot C \cdot k \cdot d_0 - A \cdot C \cdot k \cdot e \cdot B - A^2 \cdot C \cdot e]$$

$$h_2 = C \cdot [-C \cdot k \cdot d_0(k + B \cdot k + A) - C \cdot A \cdot e(k + B \cdot k + A) - k \cdot e \cdot B \cdot C(k + B \cdot k + A) + e(A + B \cdot k) + k \cdot d_0]$$

$$h_2 = C \cdot [-(C \cdot k \cdot d_0 + C \cdot A \cdot e + k \cdot e \cdot B \cdot C)(k + B \cdot k + A) + e(A + B \cdot k) + k \cdot d_0]$$

$$h_2 = C[-h_1(k + B \cdot k + A) + e(A + B \cdot k) + k \cdot d_0]$$

$$h_2 = -C \cdot h_1(k + B \cdot k + A) + C \cdot A \cdot e + C \cdot e \cdot B \cdot k + C \cdot k \cdot d_0$$

$$h_2 = h_1(1 - C(k + B \cdot k + A)) \quad (16)$$

C, B ve A kısaltmaları denklem 16'da yazılırsa denklem 17 elde edilir.

$$h_2 = h_1(1 - \frac{K}{b}(k + k(1 - \cos\theta) + m \cdot \omega^2 \cdot \cos\theta)) \quad (17)$$

Kamın üçüncü devri sonundaki aşınma derinliği denklem 18 de verilmiştir.

$$h_3 = C[k \cdot (d_0 - (h_1 + h_2)) + k \cdot B \cdot (e - (h_1 + h_2)) + A \cdot (e - (h_1 + h_2))]$$

$$h_1 + h_2 = h_1 + h_1(1 - C(k + B \cdot k + A)) = 2 \cdot h_1 - C \cdot k \cdot h_1 - C \cdot B \cdot k \cdot h_1 - C \cdot A \cdot h_1$$

$$h_3 = C \cdot [k \cdot (d_0 - 2 \cdot h_1 + C \cdot k \cdot h_1 + C \cdot B \cdot k \cdot h_1 + C \cdot A \cdot h_1) + k \cdot B \cdot (e - 2 \cdot h_1 + C \cdot k \cdot h_1 + C \cdot B \cdot k \cdot h_1 + C \cdot A \cdot h_1) + A \cdot (e - 2 \cdot h_1 + C \cdot k \cdot h_1 + C \cdot B \cdot k \cdot h_1 + C \cdot A \cdot h_1)]$$

$$h_3 = C[k \cdot d_0 - 2 \cdot k \cdot h_1 + C \cdot k^2 \cdot h_1 + C \cdot B \cdot k^2 \cdot h_1 + C \cdot A \cdot k \cdot h_1 + k \cdot B \cdot e - 2 \cdot k \cdot B \cdot h_1 + k^2 \cdot B \cdot C \cdot h_1 + k^2 \cdot B^2 \cdot C \cdot h_1 + C \cdot B \cdot k \cdot A \cdot h_1 + A \cdot e - 2 \cdot A \cdot h_1 + A \cdot C \cdot k \cdot h_1 + A \cdot C \cdot B \cdot k \cdot h_1 + C \cdot A^2 \cdot h_1]$$

$$h_3 = h_1 + h_1(-2 \cdot C \cdot k + C^2 k^2 + C^2 \cdot B \cdot k^2 + C^2 \cdot A \cdot k - 2 \cdot C \cdot B \cdot k + k^2 \cdot B \cdot C^2 + k^2 \cdot B^2 C^2 + C^2 \cdot B \cdot k \cdot A - 2 \cdot A \cdot C + A \cdot C^2 \cdot k + A \cdot C^2 \cdot B \cdot k + C^2 \cdot A^2)$$

$$h_3 = h_1(1 - 2 \cdot C \cdot k + C^2 k^2 + 2 \cdot C^2 \cdot B \cdot k^2 + 2 \cdot C^2 \cdot A \cdot k - 2 \cdot C \cdot B \cdot k + k^2 \cdot B^2 C^2 + 2 \cdot C^2 \cdot B \cdot k \cdot A - 2 \cdot A \cdot C + C^2 \cdot A^2)$$

$$h_3 = h_1(1 - C(k + B \cdot k + A))^2 \quad (18)$$

3. tur sonundaki aşınma derinliğini veren ifade denklem 18 tanımlanmış ve her bir tur sonucu oluşan aşınma derinliği Denklem 19'daki şekliyle basitleştirilmiş ve ortaya konmuştur.

$$h_n = h_1(1 - \frac{K}{b}(k + k(1 - \cos\theta) + m \cdot \omega^2 \cdot \cos\theta))^{n-1} \quad (19)$$

Kamın 3. turu sonunda oluşan toplam aşınma derinliği veren ifade denklem 20'de genelleştirilmiştir.

$$\Delta h = h_1 + h_2 + h_3$$

$$\Delta h = h_1 + h_1(1 - C(k + B.k + A)) + h_1(1 - C(k + B.k + A))^2$$

$$\Delta h = h_1(1 + (1 - C(k + B.k + A)) + (1 - C(k + B.k + A))^2)$$

$$\sum_{k=1}^n r^{k-1} = 1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r} \quad (r \neq 1)$$

İfadesinden

$$h_{top} = \sum_{N=1}^n h_N = h_1 \frac{1-(1-C(k+B.k+A))^n}{1-(1-C(k+B.k+A))} \quad (20)$$

Belirlenen tur sayısı sonunda kam yüzeyinde oluşan aşınma derinliğinin toplamı veren ifadenin içinde C,B ve A kısaltmaları yerine konursa (21) ifadesi elde edilir.

$$h_{top} = \sum_{N=1}^n h_N = h_1 \cdot \frac{1-\left(1-\frac{K}{b}(k+k.(1-\cos\theta)+m.\omega^2.\cos\theta)\right)^n}{1-\left(1-\frac{K}{b}(k+k.(1-\cos\theta)+m.\omega^2.\cos\theta)\right)} \quad (21)$$

θ açısının 0° olduğu konum için yarıçap (\vec{R}) vektörü her bir devir sayısı için ve bu devirdeki toplam aşınma için ilk yarıçap vektörü R_0 'ın bir fonksiyonu olarak ifade edilebilir ve Denklem 22'deki gibi yazılabilir.

$$R = R_0 - \sum_{n=1}^n h_n = R_0 - h_1 \cdot \frac{1-\left(1-\frac{K}{b}(k+k.(1-\cos\theta)+m.\omega^2.\cos\theta)\right)^n}{1-\left(1-\frac{K}{b}(k+k.(1-\cos\theta)+m.\omega^2.\cos\theta)\right)} \quad (22)$$

2.2.3. Kamın Polar Konumu

Burada kamın aşınma öncesindeki, aşınmadan sonraki ve analitik model ile aşınmasının tahmin edilmeye çalışılan profilini geometrik olarak ortaya koyacağımız sistem tanıtılacaktır. Şekil 4'de düz yüzeyli izleyici ile kamın konumu ifade edilmiştir. Sabit koordinat sistemi X ve Y olarak, yüreğe ait koordinat sistemi x ve y olarak, sabit koordinat sistemi ile yüreğin koordinat sistemi arasındaki açısal durum θ , temel daire yarıçapı R_b ve değme noktası c ile tanımlanmıştır.

Burada ani dönme merkezi teoremi ya da Arnould-Kennedy ani dönme merkezi teoremi kullanılmıştır. Bu teoreme verilen herhangi iki ani dönme merkezini ifade eder. Üçüncü ani dönme merkezi bu bilinen iki ani dönme merkezine bir çizgi bağlantısı üzerinde düşmelidir.

Denklem 23'de izleyicinin hızı verilmiştir ve Denklem 24'de değme noktasının (X_c), X koordinatı, Denklem 25'de ise değme noktasının (Y_c) Y koordinatı verilmiştir. $\dot{s}(\theta)$ zamana bağımlı değişken s'nin türevi ve $s'(\theta)$, θ 'ya bağlı s'nin geometrik türevidir.

$$\dot{s}(\theta) = \omega \cdot s'(\theta) \quad (23)$$

$$X_c \cdot \omega = \dot{s}(\theta) = \omega \cdot s'(\theta) \quad , \quad X_c = s'(\theta) \quad (24)$$

$$Y_c = R_b + s(\theta) \quad (25)$$

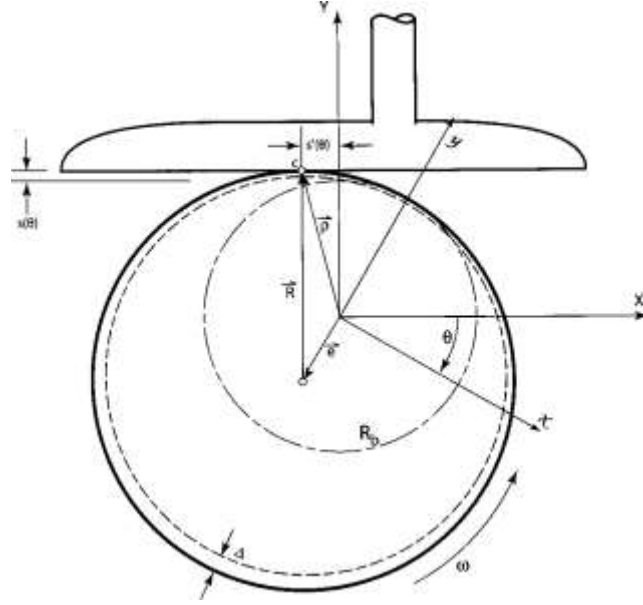
Bu koordinatlarının dizilişinde kamın dönüş yönü, saat yönü için pozitif kabul edilir. Neticede ilgili koordinatlara taşınan koordinat sistemi denklem 26'deki gibi matris formunda ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} \quad (26)$$

Kam profilin yüzeyine dik olan aşınma olayına göre bir aşınma dairesinden sonra yeni kam yüzeyi koordinatları (\bar{x}_c, \bar{y}_c), denklem 27 ve 28'de ifade edildiği gibidir. Yüzey teğet vektörü x_c' ve y_c' nin i ve j bileşenlerine sahiptir.

$$\bar{x}_c = x_c + \Delta \frac{y_c'}{\sqrt{(x_c')^2 + (y_c')^2}} \quad (27)$$

$$\bar{y}_c = y_c - \Delta \frac{x_c'}{\sqrt{(x_c')^2 + (y_c')^2}} \quad (28)$$



Şekil 4. Bilgisayar simülasyonu için tanımlama (Dickrell III, D.C., 2003)

Figure 4. Identification for computer simulation (Dickrell III, D.C., 2003)

Bir eksantrik dairesel kam örneği için, hareket $s(\theta)$ ve $s(\theta)$ nin türevi $s'(\theta)$ ile ifade edilebilir. $s(\theta) = e(1 - \cos \theta)$ ve $s'(\theta) = e \cdot \sin \theta$, burada e kaçıklıktır. Aşınmış kam yüzeyi koordinatları için denklem 27 ve 28'deki denklemlerde bu ifadeler düzenlenirse

Denklem 26 den

$$x_c = \cos \theta \cdot X_c + \sin \theta \cdot Y_c \quad (29)$$

$$y_c = -\sin \theta \cdot X_c + \cos \theta \cdot Y_c \quad (30)$$

$$x'_c = -\sin \theta \cdot X_c + \cos \theta \cdot Y_c \quad (31)$$

$$y'_c = -\cos \theta \cdot X_c - \sin \theta \cdot Y_c \quad (32)$$

Denklem 24 ve denklem 25, denklem 29 de yerine konursa

$$\begin{aligned} x_c &= \cos \theta \cdot e \cdot \sin \theta + \sin \theta (R_b + e(1 - \cos \theta)) = \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot e + \sin \theta \cdot R_b + e \cdot \sin \theta - \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot e \\ &= (R_b + e) \cdot \sin \theta \end{aligned} \quad (33)$$

$$x'_c = (R_b + e) \cdot \cos \theta \quad (34)$$

Denklem 24 ve denklem 25, denklem 30 da yerine konursa

$$\begin{aligned} y_c &= -\sin \theta \cdot e \cdot \sin \theta + \cos \theta \cdot (R_b + e(1 - \cos \theta)) \\ &= -\sin^2 \theta \cdot e + R_b \cdot \cos \theta + e \cdot \cos \theta - \cos^2 \theta \cdot e \\ &= -e(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + (R_b + e) \cdot \cos \theta \\ &= (R_b + e) \cdot \cos \theta - e \end{aligned} \quad (35)$$

$$y'_c = -(R_b + e) \cdot \sin \theta \quad (36)$$

$$\begin{aligned} (x'_c)^2 + (y'_c)^2 &= (R_b + e)^2 \cdot \cos^2 \theta + (R_b + e)^2 \cdot \sin^2 \theta \\ &= (R_b + e)^2 \end{aligned}$$

Denklem 27 yeniden yazılırsa,

$$\begin{aligned} \bar{x}_c &= (R_b + e) \cdot \sin \theta + \Delta \frac{-(R_b + e) \cdot \sin \theta}{\sqrt{(R_b + e)^2}} = [(R_b + e) - \Delta] \cdot \sin \theta \\ \bar{x}_c &= [(R_b + e) - \Delta] \cdot \sin \theta \end{aligned} \quad (37)$$

Denklem 28 yeniden yazılırsa

$$\bar{y}_c = (R_b + e) \cdot \cos \theta - e - \Delta \frac{(R_b + e) \cdot \cos \theta}{\sqrt{(R_b + e)^2}}$$

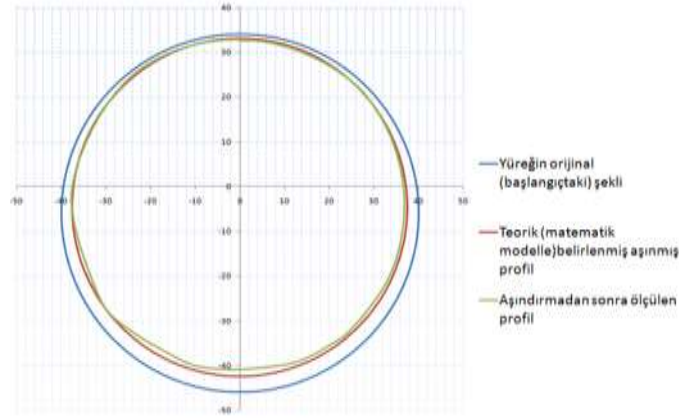
$$\bar{y}_c = [(R_b + e) - \Delta] \cdot \cos \theta - e$$

(38)

Bu koordinat tanımlamaları da yapıldıktan sonra her devir sayısı için ayrı olmak üzere, kamın daha önce belirlenmiş her 5° lik açısındaki, matematik model yoluyla yapılan analitik hesap sonrası ve deney sonrası ölçüm yoluyla belirlenen aşınma derinlikleri polar olarak kam profili için çizilmiştir.

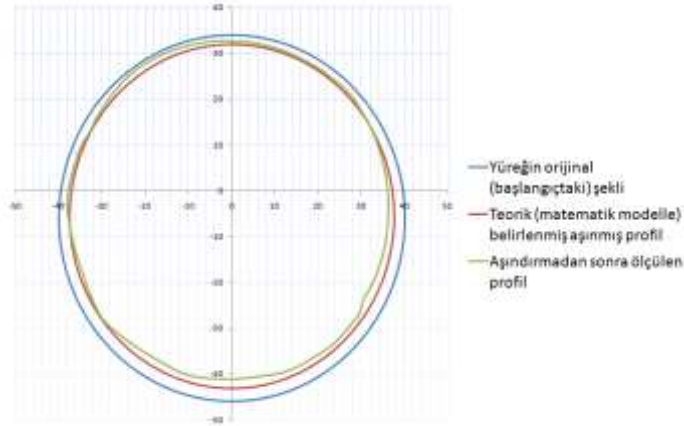
3. Araştırma Sonuçları ve Tartışma

Bu modelleme çalışması ile kam profilinin aşınması, yük, hız ve malzeme bileşenleri dikkate alınarak geliştirildi. Toplam tur sayısı 150.000 tur olarak iki deney takip eden aşınma deneyleri için sabit tutulmuş ancak aynı deney şartları için kam profilinin aşınma testleri tekrarlanmış ve dolayısıyla değişen yük değerleri için de aşınma derinlikleri ölçülmüştür. Ölçülen aşınma derinliği analitik hesaplarla karşılaştırılmıştır. Matematik model yoluyla analitik olarak hesaplanan ve aşınmış profilin CMM de ölçüm yoluyla belirlenen aşınma derinlikleri polar olarak, 350 d/dak için Şekil 5’de ve 1000 d/dak için Şekil 6’da verilmiştir.



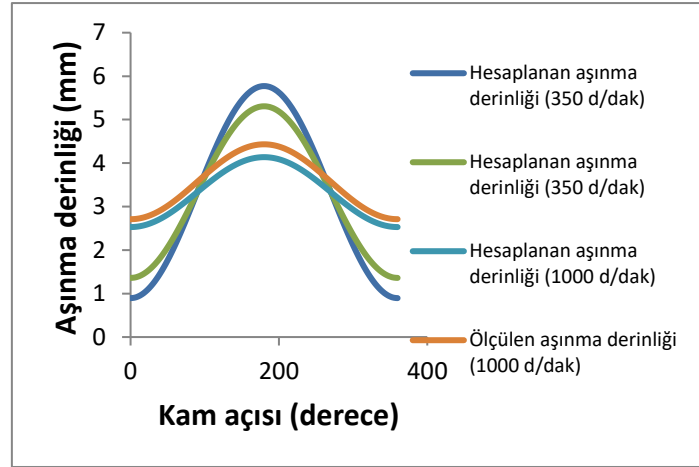
Şekil 5. Kamın 350 d/dak.da aşınmış profili(150.000 tur)

Figure 5. 350 rpm and after 150000 rounds



Şekil 6. Kamın 1000 d/dak. Da aşınmış profili (150.000 tur)

Figure 6. 1000 rpm and after 150000 rounds



Şekil 7. PTFE malzemeye sahip kam profilinin farklı devir sayılarındaki hesaplanan ve ölçülen aşınma derinliği

Figure 7. Calculated and measured wear depth of the PTFE cam profile at different speeds

4. Sonuç

PTFE malzemeden hazırlanan kamın iki farklı devir sayısı için, 150.000 tur olarak sabitlenen hareketinin sonucunda geliştirilen matematik model ile deney sonucu ortaya çıkan kam profili üzerinden sonuçlar karşılaştırılmış ve aradaki farkın ortalama % 3.3 oranında olduğu görülmüştür. Başlangıçta, kamın dönme merkezini izleyiciye en yakın mesafede olduğu noktadan, 180° sonraki konumunda toplam kuvvet maksimuma ulaşmakta ve bu açı üzerindeki aşınmanın da en fazla % 8 oranında farklılık gösterdiği görülmüştür. Aşınmış profillerin ölçüm hassasiyetlerinin iyileştirilebilmesi, deney şartlarının daha stabilize kılınması aradaki bu farkı daha da düşürecektir. Aşınma derinliğini tahmin edebilme açısından bu farklar tolere edilebilir düzeydedir. Geliştirilen bu matematik model farklı çalışma şartları için (farklı kam malzemeleri, farklı hızlar) de aşınma derinliği tahmin edebilme kolaylığı getirecektir. Bu çalışmada atalet kuvvetinin de, kam üzerindeki toplam normal kuvvet içinde etkisinin olabilmesi için hız ve kütle sınırlaması yapılmamış, her tur sonundaki ve toplam tur sayısı sonundaki aşınma derinlikleri analitik olarak Denklem 19 ve denklem 21 de geliştirilmiştir. Modelin güvenilir olduğu sonucunda, hızı, malzemeyi ve yüklenme durumunu değiştirebileceğimiz şartlar için de kullanabileceğimiz analitik bir yaklaşıma ulaşmış olduk. Aşınmanın kuvvetle orantılı olması nedeniyle, izleyiciye, tanımlı hareket olan basit harmonik hareketi sağlayacak olan kaçık merkezli dairesel kam profili seçilerek, bu hareket için geçerli yay ve atalet kuvvetleri hesaplanabilmiş ve aşınma denklemi içinde yerini almıştır. Burada gözlemlenen bir diğer önemli sonuç ise, aşınmanın maksimum olduğu yani kamın 180 derecelik turu sonundaki konumunda, kamın devir sayısının bir diğer ifade ile hızının arttığı durumda, beklentinin aşınma miktarının da artması yönünde olduğudur. Ancak aşınma miktarı, burada etkili olan yükte doğru orantılıdır. Kam üzerinde etkili olan yay ve atalet kuvveti toplamını veren denklem 13 deki bağıntı incelendiğinde, hız arttıkça büyüklük olarak atalet kuvveti de artmakta ancak yay kuvveti ile ters yönde etki etmesi nedeniyle toplam kuvvetin artan hızla birlikte düşmesi sonucunda Şekil 7 de görüleceği üzere, aşınma miktarı düşmektedir. Bu geliştirilen model ile alınan sonuçların, deneysel sonuçlarla uyum içinde olması, farklı kam profilleri için de, bu aşınma oranı tahminlerini fikir verebilmesi adına kullanabileceğimizi göstermiştir.

Kaynakça

- Archard, J.F., (1980). *Wear Theory and Mechanism, ASME Wear Control Handbook*.
- Blanchet, T.A., (1997). *The Interaction of Wear and Dynamics of a Simple Mechanism*, Journal of Tribology, 119:597-599.
- Cheng vd., (1994). *Wear and Life Prediction of Cam Roller Follower*, SAE, 940822:468-479.
- Czichos, H., (1978). *Tribology- a System Approach to the Science and Technology of Friction, Lubrication and Wear*, Elsevier.
- Dickrell III, D.J., Dooner, D. B. ve Sawyer, W. G., (2003). *The Evolution of Geometry for a Wearing Circular cam:Analytical and Computer Simulation With Comparison to Experiment*, Journal of Tribology, 125:187-192.
- Dinc, O.S., Cromer, R. ve Calabrese, S.J., (1995). *Redesigning Mechanical Systems for Low Wear Using System Dynamics Modeling*, Journal of tribology, 35:1-8.
- Fries, R.H. ve Rogers, C.A., (1988). *Predictions of Cam Wear Profiles*, Proceedings of the 15 th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, 6-9 September 1988, Leeds.
- Hugnell, A., Andersson, S., (1994). *Simulating Follower Wear in a Cam-Follower Contact*, Wear, 179:101-107
- Hugnell, B.-J. A., Björklund, S. ve Andersson, S., (1996). *Simulation of the Mild Wear in a Cam-Follower Contact with Follower Rotation*, Wear, 199:202-210.
- I Bell, J.C., vd., (1985). *Prediction of Automotive Valve Train Wear Patterns with Simple Mathematical Models*, 1985, Proceedings of the 12 th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, 6-9 September 1985, Lyon, France.

- Jain, V.K. ve Bahadur, S., (1980). *Development of a Wear Equation for Polymer-Metal Sliding in Terms of the Fatigue and topography of the Sliding Surfaces*, Wear:237-248.
- Kar, M.K. ve Bahadur, S. (1980). *Estimation of Wear Particle Thickness in Polymer-Metal Sliding*, Wear:105-112.
- Keskin, İ., (2012). *Yürek mekanizmalarında Aşınma ve Elastohidrodinamik Yağlama*, Doktora tezi, Y.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Lacey, P.ve Torrance, A.A., (1991). *The calculation of Wear Coefficients for Plastic Contacts*, Wear145:367-383.
- Mehenny ve Taylor, (2001). *Analysis of the influence of cam surface waviness on the lubrication of an automotive cam and flat faced follower*; in:Tribology Research: From Model Experiment to Industrial Problem, Elsevier.
- Meng, H., (1994). *Wear Modeling: Evaluation and Categorization of Mear models*, Ph.D., The University of Michigan.
- Michalski, J., Marszalek, J. Ve Kubiak, K., (2000). *An Experimental Study of Diesel Engine Cam and Follower Wear with Particular Reference to the Properties of the Materials*, Wear, 240:168-179.
- Nayak,N., Lakshminarayanan, P.A., Gajendra Babu, M.K., Dani A.D., (2006). *Predictions of cam follower wear in diesel engines*, Wear, 260:181-192.
- Özmen, Y., (2004). *Makine elemanlarının Tribolojik Hasarları ve Uygun Malzeme Seçimi*, Makine Teknolojileri Elektronik Dergisi, 2004(1):31-37.
- Podra, P. ve Andersson,S., (1999). “*Simulating Sliding Wear With Finite Element Method*”, Tribology International, 32:71-81.
- Podra, P. ve Andersson,S., (1999).*Finite Element Analysis Wear Simulation of a Conical Spinning Contact Considering Surface Topography*, Wear, 224:13-21.
- Rabinowicz, E., (1965). *Friction and Wear of Materials*, New York, Wiley.
- Sawyer, W. G., (2003). *Wear Predictions for a Simple-Cam Including the Coupled Evolution of Wear and Load*, Lubrication Engineering, 57:31-36.
- Shigley, J.E. ve Uicker, J.J.,(1995),. *Theory of Machines and mechanisms*, McGraw-Hill.
- Soejima,M., vd., (1994).*Experimental Studies on Friction and Wear of Cam and Tappet*,JSAE Review,23:140-146.
- Soejima, M., Wakuri, Y. Ve Ejima, Y., (1997). *Experimental Studies on Improvement of Lubrication for Cam and Follower*, JSAE Review, 18:301-305.