



İki Serbestlik Dereceli Rotor-Hidrodinamik Yatak Sisteminin Kararlılığının Termal Etki Altında İncelenmesi

Investigation of the Stability of a 2-DOF Rotor-Hydrodynamic Bearing System Considering Thermal Effects

Abdurrahim Dal^{1*}

^{1*} Adana Alparslan Türkeş Bilim ve Teknoloji Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Adana, TÜRKİYE

Başvuru/Received: 13/12/2023

Kabul / Accepted: 29/12/2023

Çevrimiçi Basım / Published Online: 31/01/2024

Son Versiyon/Final Version: 31/01/2024

Öz

Hidrodinamik yataklar dönel mekanik sistemlerin önemli bir elemanı olup, birçok makinada tercih edilmektedir. Ancak rotorun yüksek hızlarda ve ağır yükler altında çalıştırıldığı durumlarda, yağın ısınması sebebiyle, yatak-rotor sistemleri önemli rotor dinamiği problemleri ile karşı karşıya kalmaktadır. Bu çalışmada hidrodinamik yatak ile desteklenmiş rotorun statik ve dinamik karakteristikleri ve sistemin kararlılığı, yağlayıcı viskozitesinin sıcaklığa bağlı değişimi dikkate alınarak sayısal olarak incelenmiş ve farklı radyal boşluk değerleri için termal durumun sistem karakteristikleri üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Yağlayıcının yatak ve rotor yüzeyleri arasındaki akışı Dowson denklemi ile değişken viskozite için modellenmiş ve pertürbasyon denklemleri 2 serbestlik dereceli bir sistem için türetilmiştir. Yağın sıcaklık dağılımı 3 boyutlu enerji denklemi ile modellenmiş, ve yatak ile yağ arasındaki ısı transferi modele dahil edilmiştir. Geliştirilen algoritma ile pertürbasyon denklemleri ve sıcaklık modelleri eş zamanlı olarak sonlu farklar şeması ile çözülmüş, farklı çalışma koşulları ve farklı parametreler için benzetimler gerçekleştirilmiş ve sistemin kararlılığı analiz edilerek kritik hız oranları ve kritik rotor ağırlıkları incelenmiştir. Termal etkinin küçük radyal boşluk oranına sahip hidrodinamik yataklarda yük taşıma kapasitesini %33, sertlik oranını en az %30 ve sönüm katsayısını %34 oranında azalttığı tespit edilmiş, sistemin kararlı bölgelerinin termal etki ile azaldığı görülmüştür.

Anahtar Kelimeler

“hidrodinamik yatak, dinamik karakteristik, kararlılık analizi, pertürbasyon yöntemi”

Abstract

Hydrodynamic journal bearings that is an important machine element of mechanical systems are generally preferred in a lot of machines. However, when the rotor operates with heavy loads and high speeds, the bearing-rotor system is subject to crucial rotor dynamics problems due to heat generation into the lubricant. In this study, the stability of a hydrodynamic journal bearing-rotor system was investigated taking into consideration of thermal influences on the viscosity of the lubricant, as well as static and dynamic characteristics of the bearing. The lubricant flow was modelled with Dowson's equation for variable viscosity, and the perturbation equations were derived for 2 degrees-of-freedom system. The temperature distribution of the lubricant was modelled with a 3D energy equation, and the heat transfer between the journal and lubricant was also included in this model. These mathematical models were numerically simultaneously solved with an algorithm based on a finite difference scheme, a serial simulation was performed for different parameters under operational conditions, and critical whirl ratios and critical mass were investigated by analyzing of the stability. It was determined that the thermal effects on the static and dynamic performance characteristics are more dominant when the radial clearance becomes smaller.

Key Words

“hydrodynamic bearing, dynamic characteristic, stability analysis, perturbation method”

1. Giriş

Türbinler, pompalar ve kompresörler gibi endüstrinin birçok uygulamasında yer alan dönel makinaların en önemli elemanlarından biri olan hidrodinamik yataklarda, yağlayıcı akışkan rotor ve yatak yüzeylerinin temas etmesini önleyerek rotoru taşır. Yüzeyler arasına besleme deliğinden sızarak giren yağlayıcı rotor ve yatak yüzeyleri arasında ince bir film oluşturarak, sürtünmeyi azaltır ve daha sonra yatak kenarlarından atmosfere akar. Yağlayıcı akışkanın oluşturduğu bu ince film rotorla doğrudan temas halinde olması sebebiyle rotorun yatak içerisindeki dinamik hareketi yağlayıcının karakteristik özellikleri ile doğrudan ilişkilidir. Endüstride kullanılan makine yağları çoğunlukla parafinik yağlar olup, viskozitelerinin sıcaklığa bağlı değişimleri performanslarını, bir başka ifadeyle kullanım alanlarını da belirlemektedir. Hidrodinamik yataklar tercih edildikleri makinalara önemli avantajlar sağlamalarına rağmen, özellikle yüksek hızlarda veya ağır yükler altında dönen rotorlar için kullanıldıklarında önemli sorunlara da sebep olmaktadır (Zhang vd. (2022), Shi vd. (2023)). Hidrodinamik yatak-rotor sistemleri yüksek hızlarda veya yüksek yükler altında çalıştırıldıklarında yağlayıcı film tabakalarındaki sürtünmenin artması beraberinde sıcaklığında artmasına sebep olacaktır. Yağlayıcı sıcaklığının artması ise beklendiği gibi viskozitesinin azalmasına yol açacaktır. Ağır koşullarda çalışan bu sistemlerde viskozitenin düşmesi, performans karakteristiklerinin değişmesine ve bununla birlikte dolanım kararsızlıkları olarak bilinen önemli rotor dinamiği problemlerine sebep olacaktır. Dolayısıyla hidrodinamik yatakların statik ve dinamik karakteristiklerinin incelenmesi için geliştirilen modellerde termal etkilerin değerlendirilmesi ve bununla birlikte hidrodinamik yataklar ile desteklenmiş rotor-yatak sisteminin kararlılığının da termal etkiler altında incelenmesi önemlidir (Sun vd. (2021), Xu vd. (2022), Tamminen vd. (2023)).

Yatak-rotor sistemi tasarımları için doğru tahminler yapabilecek modellerin geliştirilmesi uygulama açısından oldukça önemli olup, bu kapsamda akışkanın yüzeyler arasındaki hareketi için geliştirilen farklı matematiksel modeller bulunmaktadır. Akış rejiminin (laminer ve türbülans), atalet etkileri ve akışkan tipleri gibi çeşitli kabuller içim türetilen modeller kullanılarak hidrodinamik yatakların performans özelliklerinin incelendiği çeşitli çalışmalar literatürde yer almaktadır (Garg (2010), Feng vd. (2019)). Bununla birlikte yağlayıcı viskozitesinin sıcaklığa bağlı değişiminin de matematiksel modellerde yer alması (Dowson vd. (1966)), bir başka ifadeyle termal etkilerin modele dahil edilmesi de bu alanda önemli bir araştırma konusu olup, termal etkilerin hidrodinamik yatakların basınç ve sıcaklık dağılımları ve yük taşıma kapasiteleri gibi statik performans özelliklerine etkileri detaylı olarak araştırılmıştır. Yapılan teorik ve deneysel çalışmalar ile radyal ve eksenel hidrodinamik yataklar, dairesel ve dairesel olmayan, düz ve oluklu gibi farklı tip yataklar için analizler gerçekleştirilmiş ve sıcaklığın hidrodinamik yatakların performansını özellikle ağır çalışma koşullarında büyük oranda etkilediği belirtilmiştir. Maneshian vd. (2009) bir hidrodinamik radyal yatak için yağın sıcaklık ve basınç değişimlerini farklı eksen kaçıklığı oranları için sayısal olarak araştırmışlardır. Syhu vd. (2010) sayısal olarak hidrodinamik yatağın yük taşıma kapasitesi, hücum açısı ve sürtünme karakteristiği gibi statik performans özelliklerini termal etkiler altında araştırmışlardır. Syhu vd. (2012) diğer bir çalışmada bir hidrodinamik yatağın statik performans özelliklerini hesaplayabilen ve daha hızlı sonuçlar veren bir nümerik hesaplama yöntemi önermişlerdir. Tala-Ighil ve Fillon (2015) yatak yüzey yapısının hidrodinamik yatakların performansına etkilerini teorik olarak incelemişlerdir. Termal etkileri de dikkate aldıkları çalışmalarında, yüzeyde oluşturulacak özel bir dokunun yatak performansını iyileştirdiğini belirtmişlerdir. Li vd. (2019) hidrodinamik yataklarda eksenel hareketle birlikte eksen kaçıklığının statik performans özelliklerine etkilerini viskozitenin sıcaklığa bağlı değişimini dikkate alarak incelemişlerdir. Yatak performansı eksen kaçıklığı ve termal etki ile birlikte önemli ölçüde etkilendiğini belirtmişlerdir. Zhu vd. (2020) teorik bir çalışma ile yüzey pürüzlülüğü ve eksen kaçıklığının yatak performansı üzerindeki etkilerini termal koşullar altında incelemişlerdir. Yaptıkları bu çalışma ile termal etkilerin, eksen kaçıklığının ve yüzey pürüzlülüğünün modelde yer alması gerektiği sonucuna varmışlardır.

Hidrodinamik yataklar ile desteklenmiş rotorların dinamiği ve dolayısıyla kararlılığı sistemin katılığı ve sönüm katsayısı ile ilişkilidir. Yüzeyler arasında hareket eden yağlayıcı sisteme hem bir sertlik hem de bir sönüm etkisi sağlar, bir başka ifadeyle sertlik ve sönüm katsayıları yağlayıcının özelliğine bağlı olarak değişir. Literatürde hidrodinamik yatakların dinamik performans özelliklerinin araştırılması üzerine birçok farklı çalışma bulunmakta olup, doğrusal pertürbasyon analizi ve geçici cevap analiz yöntemleri kullanarak sistemin kararlılığı izotermal durum için incelenmiştir. Klit ve Lund (1986) ilk olarak yağmalama problemlerinin çözümü için pertürbasyon yöntemini önermişlerdir ve Reynold's denklemini çözerek yatak-rotor sisteminin sertlik ve sönüm katsayılarını elde etmişlerdir. Rao ve Sawicki (2001) bir hidrodinamik yatağın doğrusal kararlılığını sayısal olarak araştırmışlar, sistemin katılık ve sönüm katsayılarını hesaplamışlardır. Yaptıkları çalışmada türettikleri modele kaviteasyon etkisini de dahil ederek, kaviteasyonun sistem kararlılığına etkilerini incelemişlerdir. Majumdar (2004) benzer şekilde pertürbasyon metodu ile bir hidrodinamik yatak için sertlik ve sönüm katsayılarını hesaplamıştır. Pai vd. (2008) su yağlamalı hidrodinamik yatağın iç yüzeyine yerleştirilmiş olukların sistemin kararlılığına etkilerini araştırmışlardır. Pai vd. (2012) 3 loblu bir hidrodinamik yatak için doğrusal pertürbasyon metodu ile dinamik performans özelliklerini hesaplamış ve sistemin kararlılığını analiz etmişlerdir. Bunların yanı sıra sıcaklığın hidrodinamik yatakların dinamik performans özelliklerine etkilerinin araştırıldığı birkaç çalışma literatürde yer almaktadır. Xu vd. (2015) hidrodinamik yataklarda eksen kaçıklığının statik ve dinamik performans etkilerini sayısal olarak araştırmışlardır. Çalışmalarında yağ filminde meydana gelen ısı transferini ve türbülansı modele dahil ederek, farklı eksen kaçıklığı durumları için benzetim yapmışlardır. Shi vd. (2023) radyal ve eksenel bütünlük hidrodinamik yatağın statik ve dinamik karakteristiklerini termal etkiler altında teorik ve deneysel olarak araştırmışlardır.

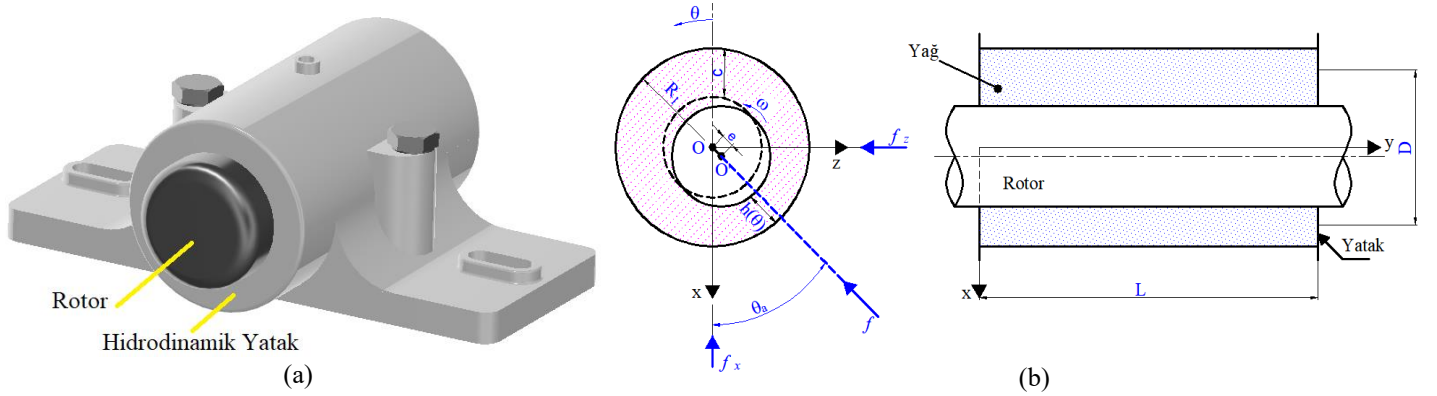
Literatürde, yatakların statik ve dinamik performans özelliklerinin araştırılması ile ilgili birçok farklı çalışma olduğu görülmektedir. Bu çalışmalar içerisinde bazı araştırmacılar termal etkilerin akışkan viskozitesi üzerindeki etkilerini değerlendirerek, yağlayıcının sıcaklık dağılımlarını hesaplamış ve yatakların statik performanslarını araştırmışlardır. Öte yandan yatak-rotor sisteminin dinamik karakteristiklerinin ve kararlılığının araştırılması önemli bir araştırma alanı olmasına rağmen, yapılan çalışmaların çoğunluğunda

sistemin izotermal olduğu, viskozitenin sabit olduğu varsayılarak analizler gerçekleştirilmiştir. Ancak viskozitenin sıcaklığa bağlı değişimi, sistemin dinamik performans özellikleri olarak bilinen katlık ve sönüm katsayılarını da sıcaklığa bağımlı hale getirmektedir. Dolayısıyla yatak-rotor sistemlerinin kararlılıklarının termal etkiler altında incelenmesi, sistemlerin güvenli çalışma bölgelerinin tespit edilmesi için önemlidir. Bu çalışmada bir hidrodinamik yatak ile desteklenmiş rotorun dinamik karakteristikleri ve kararlılığı, yağlayıcı viskozitesinin sıcaklığa bağlı değişimi de dikkate alınarak sayısal olarak incelenmiştir. Endüstriyel bir yağın yatak ve rotor yüzeyleri arasındaki akışı Dowson denklemi ile değişken viskozite için modellenmiş ve pertürbasyon denklemleri 2 serbestlik dereceli bir sistem için türetilmiştir. Yağın sıcaklık dağılımı 3 boyutlu enerji denklemi ile modellenmiş, ve yatak ile yağ arasındaki ısı transferi modele dahil edilmiştir. Geliştirilen bir algoritma ile pertürbasyon denklemleri ve sıcaklık modelleri eş zamanlı olarak sonlu farklar şeması ile çözülmüştür. Farklı eksen kaçıklığı oranları ve farklı radyal boşluk değerleri için termal etkilerin sistemin statik ve dinamik performans özelliklerine etkileri araştırılmış, sistemin kararlılığı analiz edilerek kritik hızları ve kritik rotor ağırlıkları incelenmiştir.

2. Matematiksel Modeller

2.1. Yağlayıcının Akış Modeli

Şekil 1’de verilen hidrodinamik yatak ile desteklenmiş bir rotor-yatak sisteminde, rotor ve yatak yüzeyleri arasındaki yağlayıcı akışkan rotoru destekler ve yüzeylerin birbirine olan temasını önler. Dolayısıyla sistemin dinamik karakteristiği bu akışkanın yüzeyler arasındaki akışı ile doğrudan ilişkilidir. Bu kapsamda yağlayıcı akışkanın hareketi Dowson denklemi ile modellenebilir. Dowson denklemi boyutsuz olarak silindirik koordinatlarda Eş. 1’deki gibi yazılabilir.



Şekil 1. Hidrodinamik yatak ile desteklenmiş bir rotor-yatak sistemi, a) izometrik görüntü, b) koordinat sistemi ve şematik görünüm

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}^3 F_2 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\bar{h}^3 F_2 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \xi} \right) = \Omega \left[\frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h} \frac{F_1}{F_0} \right) \right] \quad (1)$$

burada \bar{h} boyutsuz yağ filmi kalınlık fonksiyonunu ifade etmektedir. Eş.1’de yer alan F_0, F_1, F_2 ve boyutsuz parametreler ise aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\theta = x/R, \quad \xi = y/R, \quad \bar{h} = h/c, \quad \Omega = \left(\frac{\omega \mu}{P_s} \right) \left(\frac{R}{c} \right)^2, \quad \bar{z} = z/h, \quad \bar{\mu} = \mu/\mu_0$$

$$F_0 = \int_0^1 \frac{d\bar{z}}{\bar{\mu}}, \quad F_1 = \int_0^1 \frac{\bar{z} d\bar{z}}{\bar{\mu}}, \quad F_2 = \int_0^1 \frac{\bar{z}}{\bar{\mu}} \left(\bar{z} - \frac{F_1}{F_0} \right) d\bar{z}$$

2.2. Pertürbasyon Denklemleri

Rotorun yatak içerisinde x ve z yönünde, denge noktası etrafında Δx ve Δz kadar çok küçük hareketler yaptığı varsayırsa, Dowson denkleminde yer alan, pertürbe edilmiş boyutsuz yağ filmi kalınlığı, \bar{h} , Eş. 2’deki gibi ifade edilebilir.

$$\bar{h} = \bar{h}_0 + \Delta x \cos \theta + \Delta z \sin \theta \quad (2)$$

burada \bar{h}_0 , rotorun yatak içerisindeki denge noktası için, yağ filmi kalınlık fonksiyonunu ifade etmekte olup, Eş.3’teki gibi hesaplanabilir.

$$\bar{h}_0 = 1 + \varepsilon \cos (\theta - \theta_a) \quad (3)$$

Eş.3’te yer alan ε eksen kaçıklığı oranını ve θ_a hücum açısını ifade etmektedir. Rotorun yatak merkezindeki küçük hareketleri esnasında yağlayıcı akışkanın basınç fonksiyonu da Taylor serileri ile açılarak Eş. 4’deki gibi yazılabilir (Xu, (2022)).

$$\bar{p} = \bar{p}_0 + \Delta x \bar{p}_x + \Delta y \bar{p}_y + \Delta \bar{x} \bar{p}_x + \Delta \bar{y} \bar{p}_y \quad (4)$$

Eş. 4’de yer alan \bar{p}_0 durağan durumdaki basıncı, \bar{p}_β ($\beta = x, y, \dot{x}$ ve \dot{y}) pertürbe basınçları ifade etmektedir. Eş. 2 ve Eş.4 verilen pertürbasyon ifadeleri Dowson denkleminde yerlerine yazılarak, yüksek mertebeli terimler ihmal edilirse; \bar{p}_0 ve \bar{p}_β Eş. 5’deki gibi modellenebilir.

$$\begin{aligned}
 &= \Omega \left[\frac{\partial \bar{h}_0}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}_0 \frac{F_1}{F_0} \right) \right] & \beta = 0 \\
 \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}_0^3 F_2 \frac{\partial \bar{p}_\beta}{\partial \theta} \right) &= -\frac{\partial}{\partial \theta} \left(3\bar{h}_0^2 F_2 \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \theta} \cos \theta \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(3\bar{h}_0^2 F_2 \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \xi} \cos \theta \right) + \Omega \left[-\sin \theta - \bar{h}_0 \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{F_1}{F_0} \right) + \sin \theta \left(\frac{F_1}{F_0} \right) \right] & \beta = x \\
 + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\bar{h}_0^3 F_2 \frac{\partial \bar{p}_\beta}{\partial \xi} \right) &= -\frac{\partial}{\partial \theta} \left(3\bar{h}_0^2 F_2 \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \theta} \sin \theta \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(3\bar{h}_0^2 F_2 \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \xi} \sin \theta \right) + \Omega \left[\cos \theta - \bar{h}_0 \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{F_1}{F_0} \right) + \cos \theta \left(\frac{F_1}{F_0} \right) \right] & \beta = y \\
 &= \cos \theta & \beta = \dot{x} \\
 &= \sin \theta & \beta = \dot{y}
 \end{aligned} \tag{5}$$

2.2.1. Pertübasyon denklemleri için sınır koşulları

Durağan durumdaki $\bar{p}_\beta(\theta, \xi)$ basınç fonksiyonunun sınır koşulları radyal bir hidrodinamik yatak geometrisi için aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}
 \bar{p}_0(\theta, \xi) &= \bar{p}_0(\theta, \xi + 2\pi) \\
 \bar{p}_0(\theta, 0) &= \bar{p}_0(\theta, L) = \bar{p}_a
 \end{aligned} \tag{6}$$

Pertürbe basınç fonksiyonunun, $\bar{p}_\beta(\theta, \xi)$ sınır koşulları da benzer şekilde Eş. 7’deki gibi verilebilir.

$$\begin{aligned}
 \bar{p}_\beta(\theta, \xi) &= \bar{p}_\beta(\theta, \xi + 2\pi) \\
 \bar{p}_\beta(\theta, 0) &= \bar{p}_\beta(\theta, L) = \bar{p}_a
 \end{aligned} \tag{7}$$

2.3. Sıcaklık Modelleri

2.3.1. Enerji denklemi

Bu çalışmada sıcaklığın yatak karakteristikleri üzerindeki etkilerinin incelenebilmesi için, yağlayıcı film tabakasındaki sıcaklık dağılımı 3 boyutlu olarak enerji denklemi ile modellenmiştir. Bu kapsamda enerji denklemi silindirik koordinatlarda boyutsuz olarak Eş. 8’deki gibi ifade edilebilir.

$$\bar{h}^2 \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{T}_f}{\partial \theta} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}_f}{\partial \bar{y}} + \frac{\bar{w}}{h} \frac{\partial \bar{T}_f}{\partial \bar{z}} - \bar{u} \frac{\bar{z}}{h} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{T}_f}{\partial \bar{z}} \right) = P_e \frac{\partial^2 \bar{T}_f}{\partial \bar{z}^2} + D_e \bar{\mu} \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{z}} \right)^2 \right] \tag{8}$$

Eş. 8’de yer alan \bar{T}_f boyutsuz yağlayıcı sıcaklığını, P_e ve D_e sırasıyla Peclet sayısını ve yayılma sayısını ifade etmektedir. Enerji denkleminde yer alan boyutsuz hız bileşenleri \bar{u} , \bar{v} ve \bar{w} , ise sırasıyla Eş. 9, Eş. 10 ve Eş. 11’den hesaplanabilir.

$$\bar{u} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \left(\int_0^{\bar{z}} \bar{h}^2 \frac{\bar{z} d\bar{z}}{\bar{\mu}} - \frac{F_1}{F_0} \int_0^{\bar{z}} \bar{h}^2 \frac{d\bar{z}}{\bar{\mu}} \right) + \frac{\Omega}{F_0} \int_0^{\bar{z}} \bar{h}^2 \frac{d\bar{z}}{\bar{\mu}} \tag{9}$$

$$\bar{v} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial \xi} \left(\int_0^{\bar{z}} \bar{h}^2 \frac{\bar{z} d\bar{z}}{\bar{\mu}} - \frac{F_1}{F_0} \int_0^{\bar{z}} \bar{h}^2 \frac{d\bar{z}}{\bar{\mu}} \right) \tag{10}$$

$$\bar{w} - \frac{\bar{u} \bar{z} \partial \bar{h}}{\partial \theta} - \frac{\bar{v} \bar{z} \partial \bar{h}}{\partial \xi} = \left(-\frac{\partial}{\partial \theta} \int_0^{\bar{z}} \bar{h} \bar{u} d\bar{z} - \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^{\bar{z}} \bar{h} \bar{v} d\bar{z} \right) \tag{11}$$

2.3.2. Yatak Üzerindeki Isı Transfери Modeli

Hidrodinamik yatağın sıcaklık dağılımı Eş. 12’deki gibi silindirik koordinatlarda modellenebilir.

$$\frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 \bar{T}_b}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}_b}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{T}_b}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 \bar{T}_b}{\partial \bar{r}^2} = 0 \tag{12}$$

Eş. 12’de yer alan \bar{T}_b boyutsuz yatak sıcaklığını, \bar{r} ise silindirik koordinatı ifade etmektedir.

2.3.3. Sıcaklık Modellerinin Sınır Koşulları

Hidrodinamik yatağın geometrisine bağlı olarak sınır koşulları aşağıda listelenmiştir.

- Yağlayıcı akışkan ile yatak iç yüzeyi arasında;

$$-\frac{k_b}{R} \frac{\partial \bar{T}_b}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=0} = \frac{k_f}{c\bar{h}} \frac{\partial \bar{T}_f}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=0} \quad (13)$$

- Yağlayıcı akışkanın sıcaklığı, rotor yüzeyi ile temas ettiği yerlerde rotor yüzeyi sıcaklığına eşit olduğu kabul edilmiştir.

$$\bar{T}_f \Big|_{\bar{z}=\bar{h}} = \bar{T}_R \quad (14)$$

- Yatağın yan yüzeyleri ve dış yüzeyi ile dış ortam arasında;

$$-\frac{k_b}{R_b} \frac{\partial \bar{T}_b}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=R_2} = -h_b(\bar{T}_b - \bar{T}_a) \quad (15)$$

$$-\frac{k_b}{R_2} \frac{\partial \bar{T}_b}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0 \text{ and } 1} = -h_b(\bar{T}_b - \bar{T}_a) \quad (16)$$

2.3.4. Sıcaklık ve viskozite ilişkisi

Endüstriyel bir yağ için viskozitenin sıcaklığa bağlı değişimi Eş. 17'de verilen Vogel denklemi ile ifade edilmiştir, benzetimlerde kullanılan yağ için denklem içerisinde yer alan katsayı, η değeri 0.034'dür.

$$\bar{\mu} = e^{-\eta(\bar{T}_f-1)} \quad (17)$$

2.4. Statik ve Dinamik Karakteristikler

Hidrodinamik yatakların static karakteristiklerinden bir tanesi yağ filmi kuvveti olup, pertürbasyon denklemleri çözülerek elde edilen durağan durum basınç fonksiyonunun, \bar{p}_0 bulunabilir. Bu fonksiyonun aksel ve çevresel yönlerde integrali alınarak, x ve z yönlerindeki kuvvetler ve bileşke kuvveti Eş. 18'deki gibi hesaplanabilir.

$$\begin{aligned} \bar{f}_x &= \int \int \bar{p}_0(\theta, \xi) \cos\theta d\theta d\xi \\ \bar{f}_y &= \int \int \bar{p}_0(\theta, \xi) \sin\theta d\theta d\xi \end{aligned} \quad (18)$$

$$\bar{f} = \sqrt{(\bar{f}_x^2 + \bar{f}_y^2)}$$

Sürtünmeye bağlı olarak rotorun yatak içerisindeki dönme hareketi esnasında harcanan güç, Eş. 19'daki gibi ifade edilebilir.

$$\bar{P}_f = \bar{F}_s U \quad (19)$$

burada F_s ve U sırasıyla sürtünme kuvvetini ve rotor yüzeyinin çizgisel hızını ifade etmektedir. Eş. 19'da yer alan sürtünme kuvveti F_f ise kayma gerilmesinin integrali alınarak, aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\bar{F}_s = \int \int \left(\frac{\bar{h}\partial\bar{p}_0}{\partial\theta} - \frac{\bar{h}F_1}{F_0} + \frac{\Omega}{\bar{h}F_0} \right) d\theta d\xi \quad (20)$$

Yatağın dinamik karakteristikleri ise yatak katılığı ve sönüm katsayısı olup, pertürbe basınç fonksiyonlarının (\bar{p}_x , \bar{p}_y , \bar{p}_x ve \bar{p}_y) hem çevresel hem de aksel yönlerde integralleri alınarak hesaplanabilir. Bu kapsamda yatak katılığı ve sönüm katsayısı sırasıyla Eş. 21 ve Eş. 22'de matris formunda iki serbestlik dereceli bir yatak-rotor sistemi için verilmiştir.

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} \bar{k}_{xx} & \bar{k}_{xy} \\ \bar{k}_{yx} & \bar{k}_{yy} \end{bmatrix} = \int \int \begin{bmatrix} -\cos\theta \\ -\sin\theta \end{bmatrix} [\bar{p}_x \quad \bar{p}_y] d\theta d\xi \quad (21)$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} \bar{c}_{xx} & \bar{c}_{xy} \\ \bar{c}_{yx} & \bar{c}_{yy} \end{bmatrix} = \int \int \begin{bmatrix} -\cos\theta \\ -\sin\theta \end{bmatrix} [\bar{p}_x \quad \bar{p}_y] d\theta d\xi \quad (22)$$

2.5. Kararlılık Analizi

Kararlılık analizinde, rotorun kritik kütlesi belirlenerek gerçekleştirilebilir. Böylelikle sistemin kararlı olduğu bölgeler tespit edilebilir. Bu kapsamda bir hidrodinamik yatak ile desteklenmiş rotorun hareket denklemleri 2 serbestlik dereceli olarak modellenilebilir. Bu hareket denklemleri analitik olarak çözümlenip, öz değerleri bulunursa; rotorun kritik kütlesi dinamik karakteristiklere bağlı olarak Eş. 23'deki gibi ifade edilebilir.

$$M_k = \frac{K_e}{\gamma^2} \quad (23)$$

Eş. 23'de yer alan K_e ve γ sırasıyla eşdeğer yatak katılığı ve dolanım frekansı oranını (whirl frequency ratio) ifade etmekte olup, yatak-rotor sisteminin iki önemli kararlılık parametresidir. Bu parametreler Eş. 24 ve Eş. 25'deki gibi hesaplanabilir.

$$K_e = \frac{k_{xx}c_{yy} + k_{yy}c_{xx} - k_{xy}c_{yx} - k_{yx}c_{xy}}{c_{xx} + c_{yy}} \quad (24)$$

$$\gamma^2 = \frac{(K_e - k_{xx})(K_e - k_{yy}) - k_{xy}k_{yx}}{c_{xx}c_{yy} - c_{xy}c_{yx}} \quad (25)$$

Sistemin kararlılık parametrelerinden biri olan, kritik kütle ise Eş. 26'dan hesaplanabilir.

$$M_{cr} = \frac{K_e}{\gamma^2} \quad (25)$$

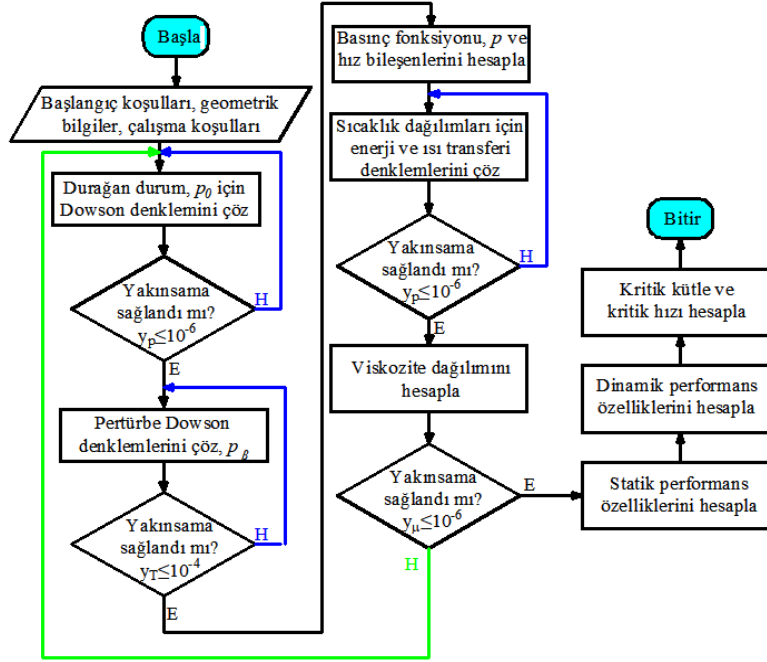
3. Sayısal Çözüm Metodu ve Modellerin Doğrulanması

Hidrodinamik yatak ile desteklenmiş rotor-yatak sisteminin statik ve dinamik performans özelliklerinin hesaplanması ve kararlılığının araştırılması için, matematiksel modelleri bir arada çözebilen bir algoritma geliştirilmiş ve bu algoritmaya ait akış şeması Şekil 2'de verilmiştir. Matematiksel modellerin sayısal çözümleri için 148x24x24 düğüm noktasından oluşan dikdörtgen bir çözüm ızgarası üzerinde sonlu farklar metodu kullanılmıştır. Bu sayısal çözüm, sistemin geometrik özellikleri, çalışma koşulları ve başlangıç şartlarının tanımlanması ile başlatılmaktadır. İlk olarak rotorun yatak içerisindeki eksen kaçıklığı durumuna bağlı olarak Eş.2 ve Eş. 3'te verilen film kalınlığı fonksiyonları durağan ve pertürbe durum için hesaplanmaktadır. Bu film kalınlığı fonksiyonu için Dowson denklemi yakınsama şartı sağlanana kadar çözümlenmekte ve durağan durum basınç dağılımı elde edilmektedir. Elde edilen bu basınç dağılımı ile Eş. 5'de verilen pertürbe Dowson denklemleri çözülerek pertürbe basınç dağılımları hesaplanmaktadır. Eş. 4'de ifade edilen toplam basınç dağılımı fonksiyonu durağan durum ve pertürbe durum basınç dağılımları ile hesaplanmakta ve bu basınç dağılımı üzerinden hız bileşenleri elde edilmektedir. Hız bileşenlerinin elde edilmesinin ardından üç boyutlu enerji denklemi ve ısı transferi denklemleri birlikte çözülerek hem yağ filminin hem de yatağın sıcaklık dağılımları hesaplanmaktadır. Bunun ardından Eş. 17'de verilen viskozite sıcaklık bağıntısı kullanılarak, çözüm ızgarası üzerindeki düğüm noktalarının viskozite değerleri hesaplanmakta ve bu viskozite değerleri yakınsayana kadar bu çözüm adımları tekrar ettirilmektedir. Yakınsamanın ardından yatak-rotor sisteminin statik ve dinamik performans özellikleri hesaplanmakta ve sistemin kararlılığının araştırılması için kritik hız ve kritik kütle belirlenmektedir. Çözümlerde kullanılan yakınsama koşulları basınç, sıcaklık ve viskozite için sırasıyla Eş. 26'da verilmiştir.

$$y_p = \sum_{m=1}^{m=M} \sum_{n=1}^{n=N} \frac{|p_{m,n}^{yeni} - p_{m,n}^{eski}|}{p_{m,n}^{yeni}} \leq 1 \times 10^{-6}$$

$$y_T = \sum_{k=1}^{k=K} \sum_{m=1}^{m=M} \sum_{n=1}^{n=N} \frac{|T_{m,n,k}^{yeni} - T_{m,n,k}^{eski}|}{T_{m,n,k}^{yeni}} \leq 1 \times 10^{-4} \quad (26)$$

$$y_\mu = \sum_{k=1}^{k=K} \sum_{m=1}^{m=M} \sum_{n=1}^{n=N} \frac{|\mu_{m,n,k}^{yeni} - \mu_{m,n,k}^{eski}|}{\mu_{m,n,k}^{yeni}} \leq 1 \times 10^{-4}$$

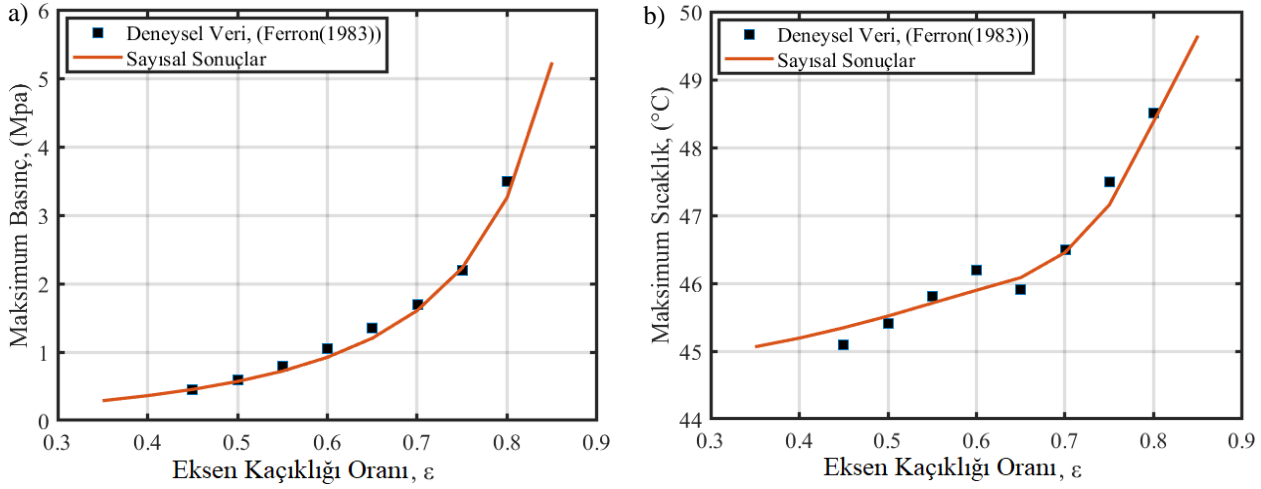


Şekil 2. Algoritma akış diyagramı

Bu çalışmada matematiksel modellerin çözümü için geliştirilen algoritmanın ve dolayısıyla sayısal sonuçların doğrulanması için Ferron (1983) tarafından gerçekleştirilen deneysel çalışma sonuçları ile sayısal sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bu kapsamda Tablo 1’de verilen hidrodinamik yatak ve çalışma koşulları için algoritma çalıştırılmış ve yatağın maksimum basınç ve maksimum sıcaklık değişimleri farklı eksen kaçıklığı oranları için hesaplanmıştır. Şekil 3’de maksimum basınç ve maksimum sıcaklık değerlerinin eksen kaçıklığı oranına göre değişimleri karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Hidrodinamik yatağın maksimum basınç değerlerinin eksen kaçıklığı ile değişimi deneysel veriler ile iyi bir uyum içerisinde olduğu, matematiksel modelin doğru çalıştığı Şekil 3’de görülmektedir. Sıcaklık değişimi değerlendirildiğinde deneysel veriler ve sayısal sonuçların uyumlu olduğu fakat eksen kaçıklığı oranı arttığında sonuçlar arasındaki farkın da azaldığı görülmektedir.

Tablo 1. Model doğrulamasında kullanılan hidrodinamik yatağın geometrik özellikler ve çalışma koşulları

Parametreler	Semboller	Değerler
Dönüş hızı	n	1500 rpm
Yatak çapı	D	100 mm
Yatak boyu	L	80 mm
Radyal boşluk	c	0.145 mm
Yağ viskozitesi	μ	0.0277 Pa.s
Yağın termal iletkenliği	k_f	0.13 W/m°C
Yağın yoğunluğu	ρ	860 kg/m ³
Yağın özgül ısısı	C_f	2000 J/kg.°C
Yatağın termal iletkenliği	k_b	250 W/m°C
Yatağın ısı iletim katsayısı	h_b	80 W/m ² °C
Ortam sıcaklığı	T_a	40 °C



Şekil 3. Ferron (1983)'den alınan deneysel veriler ile sayısal sonuçların karşılaştırılması (a) basınç dağılımı; (b) sıcaklık dağılımı

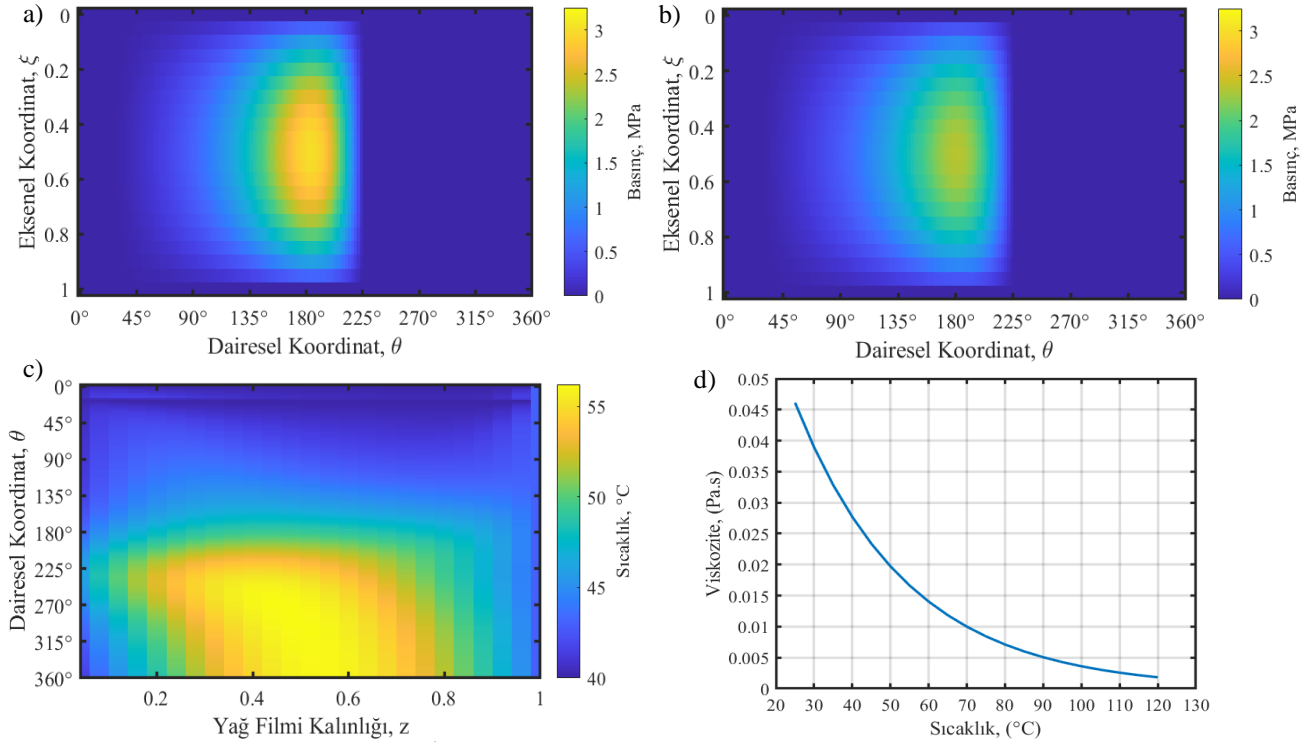
4. Bulgular ve Tartışma

Bu çalışmada bir rijit rotorun radyal bir hidrodinamik yatakla desteklendiği bir yatak-rotor sistemi ele alınmış ve Bölüm 3'de detaylı olarak açıklanan algoritma kullanılarak çeşitli çalışma koşulları ve geometrik özellikler için benzetimleri gerçekleştirilmiştir. Benzetimlerde farklı radyal boşluklara sahip hidrodinamik yataklar için basınç değişimi, sıcaklık değişimi, yük kapasitesi, sistemin sürtünmeye bağlı olarak harcadığı güç gibi statik performans özellikleri ve sertlik ve sönüm katsayıları, sistemin kararlılığı gibi dinamik performans özellikleri izotermal ve termal durumlarda analiz edilmiştir. Tablo 2'de benzetimlerde kullanılan hidrodinamik yataklara ait geometrik özellikler ve çalışma koşulları sunulmuştur.

Tablo 2. Benzetimlerde kullanılan geometrik parametreler ve çalışma koşulları

Parametreler	Semboller	Değerler
Dönüş hızı	n	7500 rpm
Yatak çapı	D	100 mm
Yatak boyu	L	80 mm
Yatak boy-çap oranı	L/D	0.8
Radyal boşluk	c	0.100 mm, 0.125 mm ve 0.15 mm
Yağ viskozitesi	μ	0.0277 Pa.s (40 °C'de)
Yağın termal iletkenliği	k_f	0.13 W/m°C
Yağın yoğunluğu	ρ	860 kg/m ³
Yağın özgül ısısı	C_f	2000 J/kg.°C
Yatağın termal iletkenliği	k_b	250 W/m°C
Yatağın ısı iletim katsayısı	h_b	80 W/m ² °C
Ortam sıcaklığı	T_a	40 °C
Rotor yüzeyi sıcaklığı	T_s	43 °C

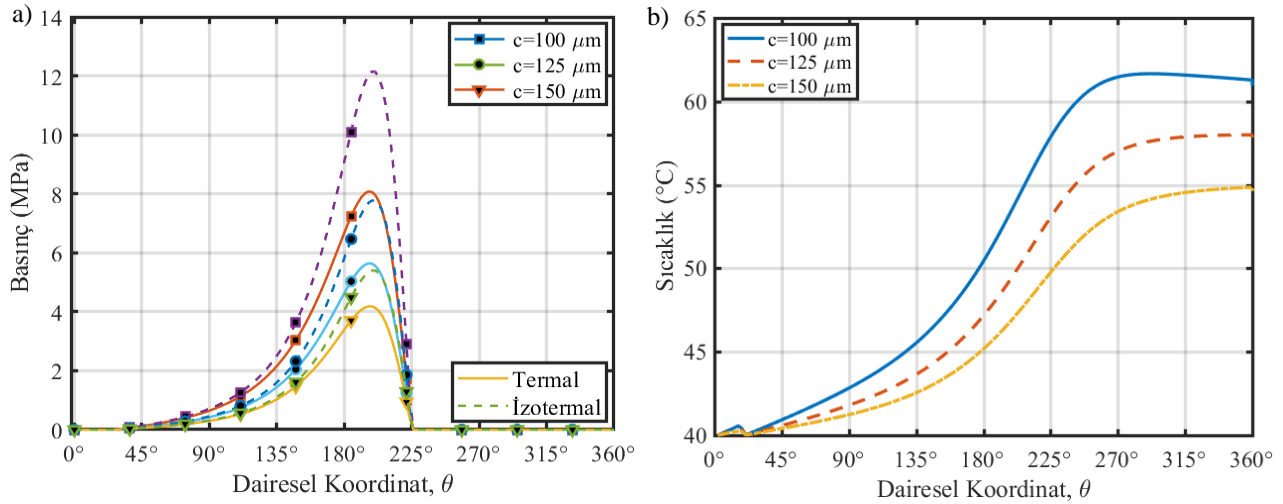
Termal durumun yağ filmi basınç dağılımına etkisinin araştırılması amacıyla radyal boşluk değeri 0.125 mm olan hidrodinamik yatağın $\epsilon=0.5$ için benzetimi gerçekleştirilmiş ve yüzeyler arasındaki yağ filminin basınç dağılımı termal ve izotermal durumlar için sıcaklık dağılımı ile birlikte Şekil 4'de verilmiştir. Basınç dağılımları incelendiğinde, beklendiği gibi, rotorun yatak içerisindeki eksen kaçıklığı pozisyonundan kaynaklı olarak, yatağın 135° ve 225° arasındaki kalan bölgesi için yüksek, diğer bölgelerde ise hemen hemen atmosfer basıncına eşit olduğu görülmektedir. Ancak basınç değerleri kıyaslandığında, termal durumdaki basınç değerlerinin maksimum 2.5 MPa olduğu, izotermal durumda ise basıncın 3 MPa değerlerine ulaştığı görülmektedir. Yatak boyunun ortasında ($L/2$), yatak çevresi ve yağ filmi kalınlığı eksenlerinde sıcaklık dağılımının verildiği Şekil 4c değerlendirildiğinde, rotorun dönüş hızının ve eksen kaçıklığının etkisi ile birlikte sıcaklığın 55 °C'nin üzerine çıktığı bölgelerin oluştuğu ve bu bölgelerin yağ filmi merkezi çevresinde yoğunlaştığı görülmektedir. Hidrodinamik yataklarda yağ filminin basınç dağılımı viskoziteye bağlı olarak değişmekte olup, yağ filminde oluşan bu sıcaklık dağılımı beklendiği gibi yağ viskozitesinin düşmesine (Bknz. Şekil 4d) ve dolayısıyla yağ filmi basıncının da azalmasına yol açmaktadır.



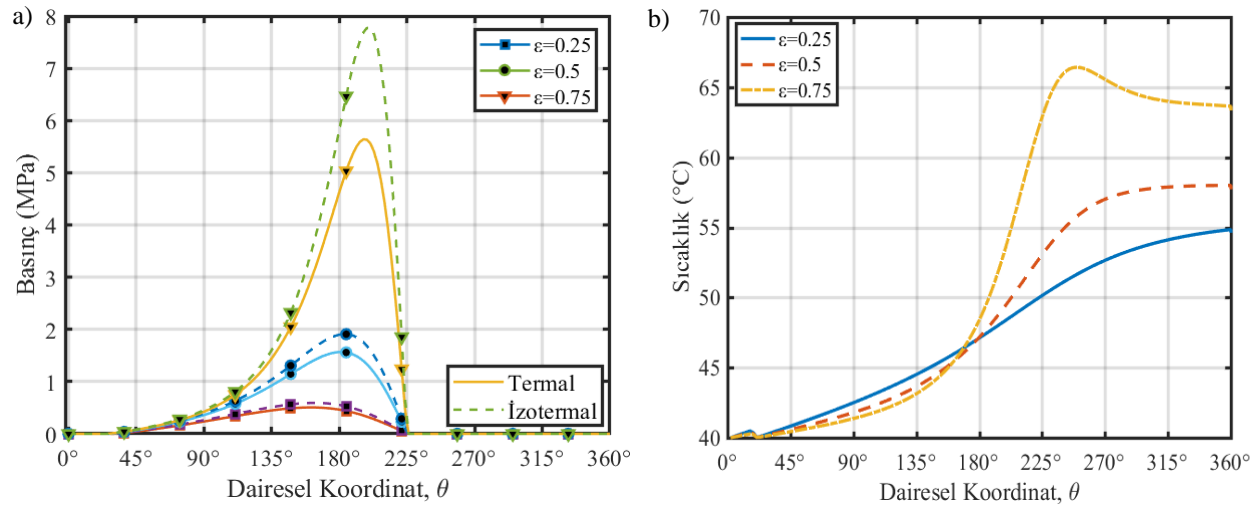
Şekil 4. Basınç ve sıcaklık dağılımları (a) İzotermal; (b) Termal; (c) Sıcaklık dağılımı; (d) Viskozite-sıcaklık değişimi ($\epsilon=0.5$)

Termal etkinin farklı boşluk değerlerine sahip hidrodinamik yataklarda basınç ve sıcaklık dağılımlarına etkisinin araştırılması amacıyla, eksen kaçıklığı oranı, $\epsilon=0.5$ için termal ve izotermal durumlarda basınç ve sıcaklık fonksiyonları hesaplanmış ve yatak ortasındaki yağ filminin basınç ve sıcaklık değerlerinin yatak çevresine göre değişimleri Şekil 5’de sunulmuştur. Basınç değerlerinin değişimleri incelendiğinde, radyal boşluk miktarının artması ile birlikte hem izotermal hem de termal durumda basınç değerlerinin azaldığı görülmektedir. Radyal boşluk miktarının azalması, rotor ve yatak yüzeyleri arasında kalan bölgede akışkanın daha fazla sıkışmasına ve beklendiği gibi daha fazla basınç kuvveti oluşturmasına sebep olmaktadır. Termal etkinin basınç dağılımına etkisi değerlendirildiğinde, viskozitenin sıcaklıkla birlikte azalması basınç değerlerini de düşürmektedir. Bunun yanı sıra radyal boşluk miktarı 100 μm olan hidrodinamik yatakta, termal etkiden dolayı maksimum basınç değerinde %33’lük azalış meydana gelmektedir. Basınç değerindeki bu azalma 125 μm radyal boşluğa sahip hidrodinamik yatak için %25 iken, 150 μm radyal boşluk değeri için %20’ye düşmektedir. Bir başka ifadeyle radyal boşluğun artması ile birlikte sıcaklığın basınç dağılımı üzerindeki etkisi de azalmaktadır. Şekil 5b’de verilen sıcaklık değerlerinin değişimi incelendiğinde, daha küçük radyal boşluğa sahip hidrodinamik yataktaki yağ filminin daha fazla ısındığı görülmektedir. Ayrıca eksen kaçıklığının da etkisi ile 100 μm radyal boşluk değeri için sıcaklık değerleri 62 °C’ye ulaştığı görülmektedir. Radyal boşluğun azalması beraberinde hidrodinamik sınır tabakanın da azalmasına ve yüzeylerin birbirine yaklaşmasına sebep olmakta ve böylelikle sıcaklık değerlerini de arttırmaktadır. Yağ filminde meydana gelen bu sıcaklık artışı viskoziteyi düşürmekte ve dolayısıyla termal etki daha küçük radyal boşluğa sahip hidrodinamik yataklarda hem basınç değerleri hem de sıcaklık değerleri üzerinde daha baskın olmaktadır.

Şekil 6a’da 125 μm radyal boşluğa sahip hidrodinamik yatağın izotermal ve termal durumlarındaki basınç değerlerinin yatak çevresine göre değişimleri farklı eksen kaçıklığı değerleri için verilmiştir. Eksen kaçıklığı oranının artması, radyal boşluğun oluşturduğu etkiye benzer olarak, yüzeylerin birbirine yaklaşmasına, yağ filminin hareket ettiği bölgenin daralmasına ve dolayısıyla basınç değerlerinin artmasına sebep olmaktadır. Termal ve izotermal durumlar karşılaştırıldığında, düşük eksen kaçıklığı oranları için basınç değerleri arasındaki farkın az olduğu ancak eksen kaçıklığı oranının artması ile birlikte termal etkinin daha baskın olduğu görülmektedir. eksen kaçıklığı oranı 0.25 için, termal basınç değerleri izotermal basınç değerlerine göre %9 küçük, eksen kaçıklığı oranı 0.5 olduğunda iki durum arasındaki fark %17’ye çıkmakta iken, eksen kaçıklığı oranı 0.75 olduğunda fark en yüksek seviyeye ulaşarak %28 olmaktadır. Şekil 6b’de sıcaklık değerlerinin çevresel koordinata göre değişimi farklı eksen kaçıklığı oranlarına göre sunulmuştur. Eksen kaçıklığı oranının artması, rotor ve yatak yüzeylerinin birbirine yaklaşmasına ve hidrodinamik sınır tabakanın azalmasına yol açmaktadır. Böylece yağ filmindeki sıcaklık değerleri de eksen kaçıklığı oranının artması ile artmakta olup, 0.75 eksen kaçıklığı oranında 67 °C’ye kadar ulaştığı görülmektedir. Sıcaklık değerlerindeki bu artış viskozitenin azalmasına yol açtığından, termal etkinin yüksek eksen kaçıklığında basınç değerleri üzerinde daha baskın olduğu anlaşılmaktadır.

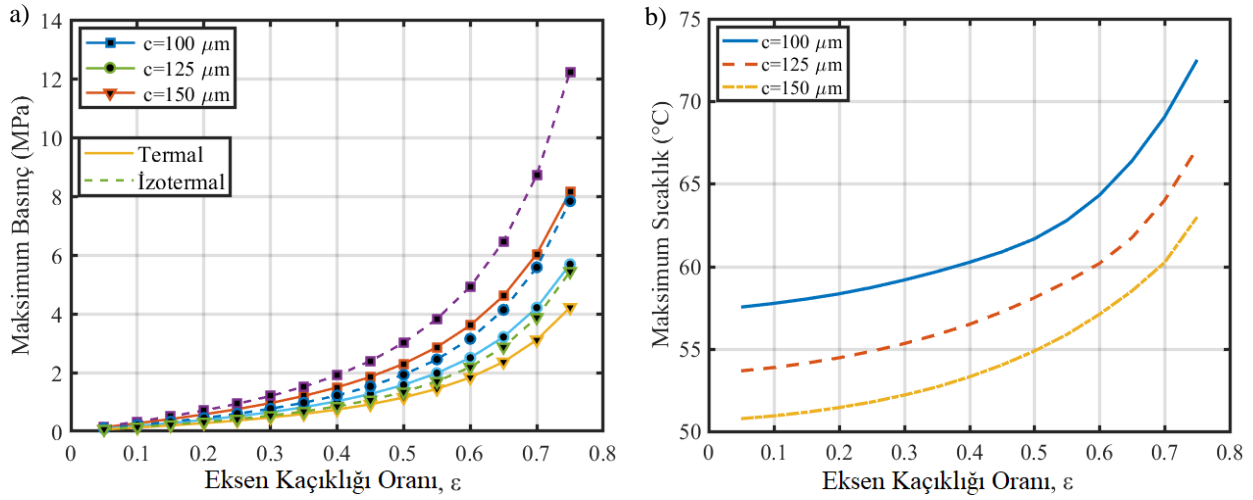


Şekil 5. Farklı radyal boşluk değerleri için yağ filminin (a) Basınç dağılımı; (b) Sıcaklık dağılımı ($\epsilon=0.5$)



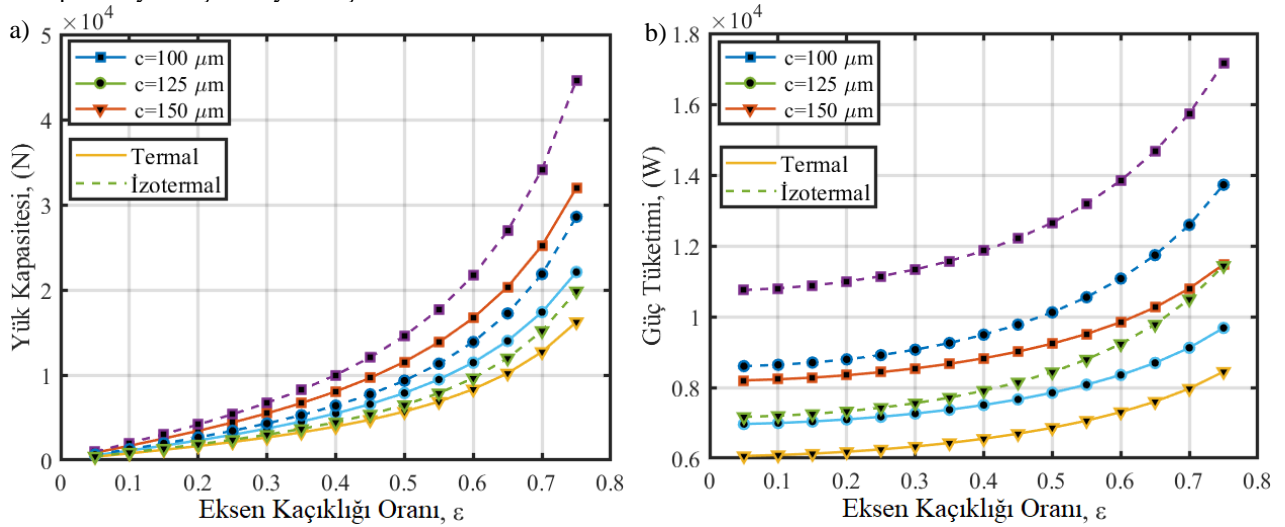
Şekil 6. Farklı eksen kaçıklığı oranları için yağ filminin (a) Basınç dağılımı; (b) Sıcaklık dağılımı ($c=125 \mu\text{m}$)

Termal etkinin hidrodinamik yatağın statik performans kriterlerinden biri olan maksimum basınç değerleri üzerindeki etkinin araştırılması için, matematiksel modeller termal ve izotermal durumlarda her bir radyal boşluk değeri için çözülmüş ve maksimum basınç değerlerinin eksen kaçıklığı oranına göre değişimi Şekil 7a'da sunulmuştur. Eksen kaçıklığı oranının artması ile birlikte tüm durumlar için maksimum basınç doğrusal olmayan bir şekilde artmaktadır. Bunun yanı sıra termal durumda maksimum basınç değerlerinin izotermal durumda maksimum basınç değerlerine göre, sıcaklığın viskozite üzerindeki etkisi sebebiyle, tüm radyal boşluk değerleri için daha düşük olduğu görülmektedir. Ayrıca eksen kaçıklığı oranının artması ile birlikte termal ve izotermal durumlar arasındaki fark da her bir radyal boşluk değeri için artmaktadır. Öte yandan aynı eksen kaçıklığı oranında, radyal boşluğun artması ise termal ve izotermal maksimum basınç değerleri arasındaki farkı azalttığı, 0.75 eksen kaçıklığı oranı için, iki durum arasındaki fark $c=100 \mu\text{m}$ için %33'e ulaşmaktadır. Radyal boşluk değeri 125 μm olan hidrodinamik yatak için, fark %27 iken, radyal boşluk 150 μm çıktığında, iki durum arasındaki fark %24'e gerilemektedir. Oluşan bu farkın açıklanabilmesi amacıyla, Şekil 7b'de maksimum sıcaklık değerlerinin eksen kaçıklığı oranına göre değişimi her bir radyal boşluk değeri için sunulmuştur. Maksimum sıcaklık değerlerindeki değişim incelendiğinde, eksen kaçıklığı oranının artması tüm radyal boşluk değerleri için maksimum sıcaklığı artırmaktadır. Bunun yanı sıra en yüksek sıcaklık değerleri 100 μm radyal boşluğa sahip hidrodinamik yatak için oluşurken, radyal boşluğun artması maksimum sıcaklık değerlerini de düşürmektedir. Sıcaklık değerlerinin eksen kaçıklığı oranına göre sergilediği bu değişim, viskoziteyi ve beklendiği gibi basınç değerlerini de etkilemekte, yüzeyler arasındaki mesafenin hem eksen kaçıklığı oranı ile hem de radyal boşluğun küçülmesi ile birlikte azalması sıcaklık değerlerinde artışa yol açmaktadır.



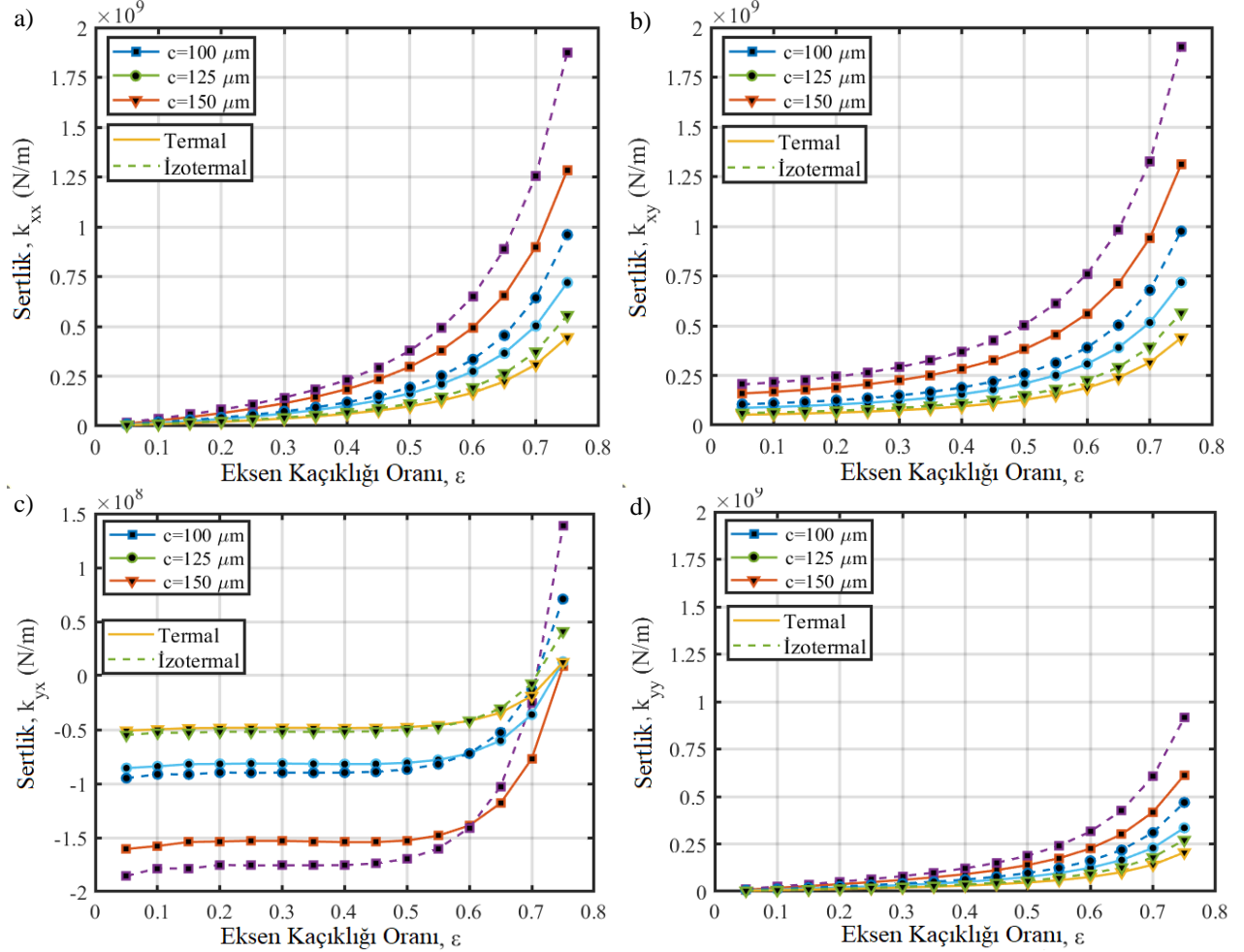
Şekil 7. Farklı radyal boşluklar için yağ filminin (a) maksimum basınç değerleri; (b) maksimum sıcaklık değerleri

Hidrodinamik yatakların en önemli statik performans özelliklerinden bir tanesi yük taşıma kapasitesi olup, sıcaklığın yük taşıma kapasitesi üzerindeki etkilerini araştırmak amacıyla, bir dizi benzetim gerçekleştirilmiş, yük taşıma kapasitesi ve sürtünme kuvveti hesaplanarak eksen kaçıklığı oranına göre değişimleri her bir radyal boşluk değeri için Şekil 8a ve Şekil 8b'de verilmiştir. Yük taşıma kapasitesi yüzeyler arasındaki basıncın rotor yüzeyinde oluşturduğu kuvvet olduğundan, eksen kaçıklığı oranı arttıkça yük taşıma kapasitesinin her bir durum ve yatak için arttığı görülmektedir. Ancak termal etki ile birlikte yağ filmi sıcaklığının da hesaplamalara dahil olması ve sıcaklık-viskozite değişiminin basınç değerleri üzerindeki etkisi sebebiyle, termal durumda yük taşıma kapasitesi izotermal duruma göre daha düşük oluşmaktadır ve en yüksek fark eksen kaçıklığı oranı en fazla olduğu durum için ortaya çıkmaktadır. Sıcaklık dağılımının etkisi farklı radyal boşluk değerleri için değerlendirildiğinde, termal ve izotermal durumlar arasındaki fark $100 \mu\text{m}$ radyal boşluklu yatak için %30, $125 \mu\text{m}$ radyal boşluklu yatak için % 24 ve $150 \mu\text{m}$ radyal boşluklu yatak için %20'dir. Hidrodinamik yataklarda yağlayıcı film tabakları arasındaki sürtünmeye karşı harcanan güç önemli bir performans özelliği olup, güç tüketiminin termal etki ile birlikte viskozitenin düşmesi sebebiyle azaldığı Şekil 8b'den görülmektedir. Bunun yanı sıra güç tüketimi her iki durum ve her bir yatak için eksen kaçıklığı oranı arttıkça artmaktadır. Aynı zamanda daha düşük radyal boşluğa sahip yatak için daha fazla güç tüketimi gerekmektedir. Güç tüketimi yağlayıcı tabakalar arasındaki sürtünme ile ilişki olduğundan, sıvı tabakları arasındaki kayma gerilmesinin artması durumunda artacaktır. Eksen kaçıklığı oranının artması, öte yandan radyal boşluk değerinin azalması yağlayıcı film tabakaları arasındaki kayma gerilmesini arttırmakta, dolayısıyla sürtünme kuvvetini ve güç tüketimini de arttırmaktadır. Ancak termal etki ile birlikte sıcaklığın dahil olması ve sıcaklığın artması ile birlikte viskozitenin düşmesi güç tüketimini de azaltmaktadır. Bunun yanı sıra termal ve izotermal durumlarda güç tüketimleri arasındaki fark, eksen kaçıklığı oranı arttıkça büyümekte olup, her iki durum arasındaki en yüksek fark, $100 \mu\text{m}$ radyal boşluklu yatak için %33, $125 \mu\text{m}$ radyal boşluklu yatak için %29 ve $150 \mu\text{m}$ radyal boşluklu yatak için %26 olmaktadır.



Şekil 8. Farklı radyal boşluk değerleri için (a) yağ filminin yük taşıma kapasitesi; (b) yağ filmi güç tüketimi

Yatak-rotor sisteminin kararlılığını belirleyen ve hidrodinamik yatağın dinamik performans özelliklerinden biri olan sertlik katsayıları, izotermal ve termal durumlarda her bir radyal boşluğ değeri için pertürbe basınç dağılımı fonksiyonu ile hesaplanmıştır; direkt (k_{xx} ve k_{yy}) ve çapraz (k_{xy} ve k_{yx}) sertlik katsayılarının eksen kaçıklığı oranına bağlı olarak değişimleri Şekil 9'da sunulmuştur. Sertlik katsayılarının eksen kaçıklığı oranına bağlı değişimleri farklı olup, her bir durumda da k_{xx} , k_{yy} ve k_{xy} katsayıları eksen kaçıklığı oranının büyümesi ile birlikte artmaktadır. Ancak k_{yx} katsayısı $\varepsilon=0.25$ 'e kadar artmakta, daha sonra azalmakta ve eksen kaçıklığı oranı 0.5'i aştığında ise ani olarak yükselişe geçmektedir. Katsayılar kendi aralarında değerlendirildiğinde en yüksek değerin k_{xx} ve k_{xy} katsayıları için olduğu, en düşük katsayılar ise k_{yx} katsayısı için ortaya çıktığı görülmektedir. Sertlik katsayısı k_{yx} , negatif olması toparlayıcı olmadığı anlamına gelmekte olup, yatak-rotor sisteminin kararsız olmasına sebep olabilmektedir. Bunlarla birlikte radyal boşluğun artması ile birlikte x , y ve çapraz yönlerdeki sertlik katsayıları düşmektedir. Ayrıca sertlik katsayılarının termal durum ve izotermal durumu arasındaki fark hem eksen kaçıklığı oranına göre hem de radyal boşluk miktarına göre farklılaşmakta olup, en büyük fark eksen kaçıklığı oranının en yüksek olduğu değerde ortaya çıkmaktadır. İki durum arasındaki maksimum farklar yüzdelik olarak Tablo 3'de verilmiştir. Tabloda sunulan veriler değerlendirildiğinde, termal etkinin k_{yx} katsayısı üzerinde baskın olduğu, diğer katsayılar için hemen hemen aynı etkiye sebep olduğu görülmektedir.

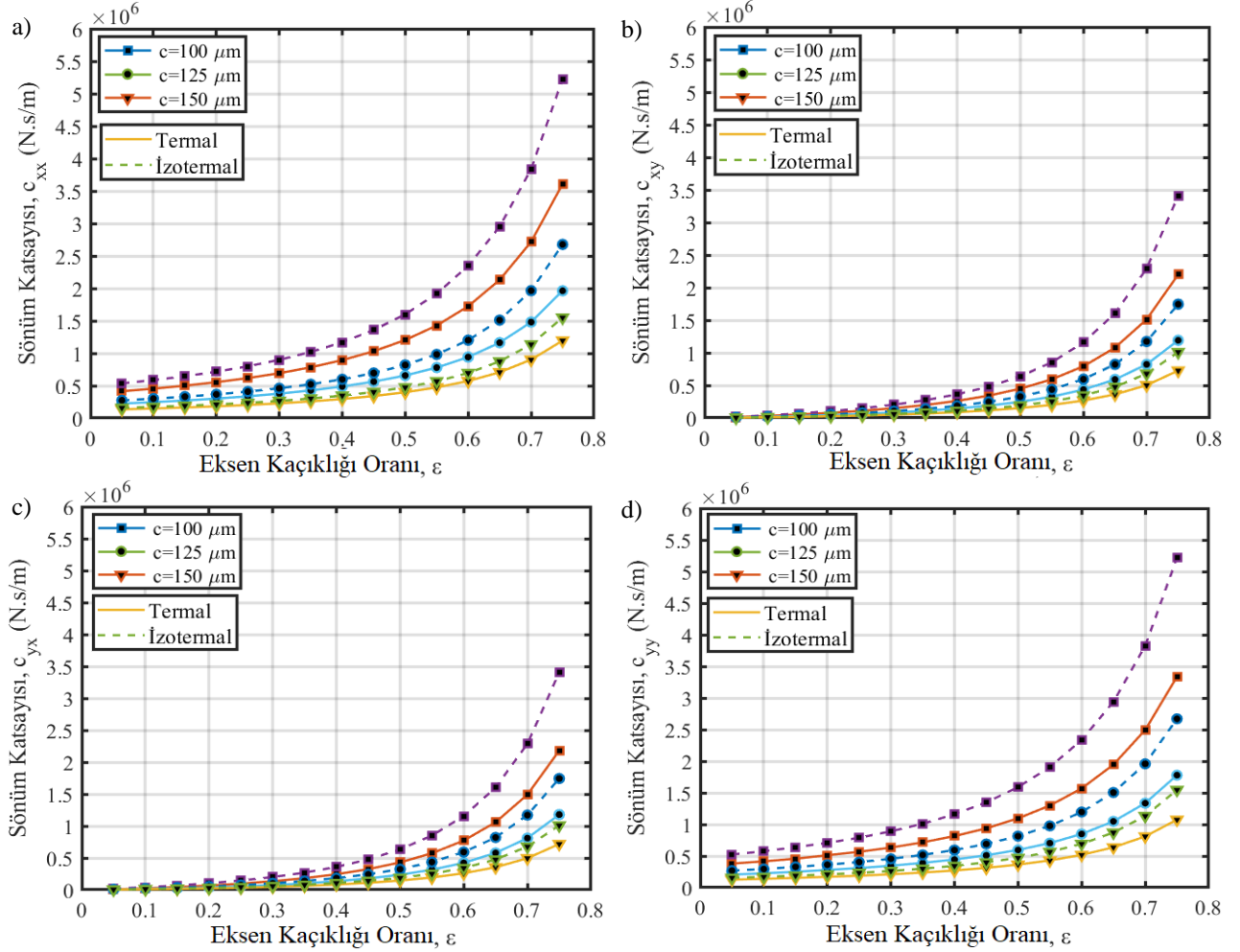


Şekil 9. Sertlik katsayılarının eksen kaçıklığı oranına göre değişimleri (a) k_{xx} , (b) k_{xy} , (c) k_{yx} , (d) k_{yy}

Tablo 3. Termal ve izotermal durumlar için sertlik katsayıları arasındaki yüzdelik farklar

Sertlik Katsayısı	Radyal boşluk, c (μm)		
	100	125	150
k_{xx}	30	25	21
k_{xy}	31,5	26	24
k_{yx}	85	73	55
k_{yy}	29	27	22

Yatak-rotor sisteminin kararlılığını belirleyen bir diğer dinamik performans özelliği sönüm katsayısı olup, izotermal ve termal durumlarda her bir radyal boşluğu için direkt (c_{xx} ve c_{yy}) ve çapraz (c_{xy} ve c_{yx}) sönüm katsayıları hesaplanmıştır. Şekil 10a-10d, sırasıyla c_{xx} , c_{xy} , c_{yx} ve c_{yy} katsayılarının eksen kaçıklığına bağlı olarak değişimleri Şekil göstermektedir. Sönüm katsayılarının termal ve izotermal durumlarda eksen kaçıklığı oranının artması ile birlikte arttığı, çapraz sönüm katsayılarının küçük eksen kaçıklığı oranları için çok küçük değerlere sahip olduğu görülmektedir. Bunlarla birlikte c_{xx} ve c_{yy} sönüm katsayıları, c_{xy} ve c_{yx} çapraz sönüm katsayılarından aynı koşullar altında daha büyüktür. Şekil 10a ve Şekil 10d'den görüldüğü üzere, x ve y koordinatlarındaki direkt sönüm katsayılarının hemen hemen birbirleri ile aynı olduğu ve benzer olarak çapraz sönüm katsayılarının da birbirlerine çok yakın değerlere sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca sönüm katsayılarının termal durum ve izotermal durumları arasındaki en büyük fark eksen kaçıklığı oranının en yüksek olduğu değerde ortaya çıkmaktadır. Bunlarla birlikte radyal boşluğun artması ile birlikte x , y ve çapraz yönlerdeki sönüm katsayıları düşmektedir. Eksen kaçıklığının artması ve radyal boşluk değerinin ise artması yatak ve rotor yüzeyleri arasındaki film kalınlığını azaltmakta olup, yağlayıcının sönüm etkini de iyileştirmektedir. Ancak sıcaklığın artması viskoziteyi azalttığından dolayı, beklendiği gibi sönüm katsayısını da azaltmaktadır. Bu durum farklı radyal boşluk değerleri için doğrusal olmayan şekilde değişmekte ve bu iki durum arasındaki maksimum farklar yüzdelik olarak Tablo 4'de her bir radyal boşluk değeri için sunulmuştur. Tabloda sunulan veriler değerlendirildiğinde, termal etkinin daha küçük radyal boşluğa sahip yatak için daha etkili olduğu ve ayrıca termal etkiden dolayı c_{xy} ve c_{yx} katsayılarındaki azalışın daha fazla olduğu söylenebilir.

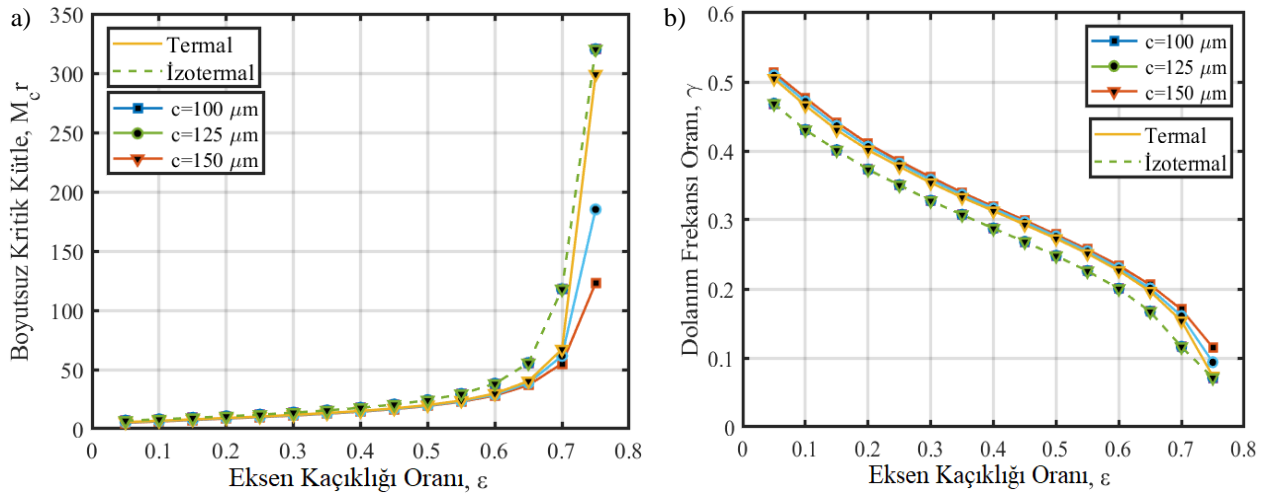


Şekil 10. Sönüm katsayılarının eksen kaçıklığı oranına göre değişimleri (a) c_{xx} , (b) c_{yy} , (c) c_{xy} , (d) c_{yx}

Tablo 4. Termal ve izotermal durumlar için sönüm katsayıları arasındaki yüzdelik farklar

Sönüm Katsayısı	Radyal boşluk, c (μm)		
	100	125	150
c_{xx}	31.4	27	16
c_{xy}	34	28	25
c_{yx}	34	28	25
c_{yy}	31.4	27	16

Şekil 11'de farklı radyal boşluk değerlerine sahip hidrodinamik yataklar ile desteklenmiş yatak-rotor sistemlerinin doğrusal kararlılığı ile ilişkili parametreleri olan kritik rotor kütle ve dolanım kararsızlığı frekans oranının eksen kaçıklığına bağlı değişimi termal ve izotermal durumlar için sunulmuştur. Kritik kütle ve dolanım frekans oranının eksen kaçıklığına bağlı değişim grafiğinde eğrilerin üstünde kalan bölge sistemin kararsız olduğu bölgeyi ifade etmekte olup, yüksek eksen kaçıklığı oranlarında, izotermal durumda sistemin kararlı olduğu bölgeler, termal durum dikkate alındığında kararsız olduğu Şekil 11a'da görülmektedir. Ayrıca izotermal durumlarda radyal boşluğun değişmesi, sistemin kararlı olduğu bölgeleri etkilememesine rağmen, termal durumda radyal boşluğun artması ile birlikte sistemin kararlı davrandığı kritik kütle değerleri azalmaktadır. Bunun yanı sıra eksen kaçıklığı oranı 0.25'den 0.5'e arttığında, tüm durumlar ve radyal boşluk değerleri için kritik kütle %25 civarında artmaktadır. Ancak eksen kaçıklığı oranı 0.5'den 0.75'e arttığında, kritik kütledeki artış her bir radyal boşluk değeri için farklılaşmakta olup, en yüksek artış 100 μm radyal boşluğa sahip yatakta izotermal durum için 13 katına çıkmaktadır. Sistemlerin dolanım frekansı oranlarının eksen kaçıklığı oranına göre değişiminin sunulduğu Şekil 11b'de sunulmuş olup, hem termal hem de izotermal durumlarda sistemin dolanım frekansı oranı eksen kaçıklığının artması ile azaldığı görülmektedir. Ayrıca dolanım frekansı oranı eğrilerinin altında kalan alan sistemin kararsız olduğu ifade etmektedir. Bu kapsamda değerlendirildiğinde, termal durumlar için eğrinin altında kalan alanın daha büyük olduğu, izotermal durumda kararlı olan sistemin sıcaklık etkisi ile incelendiğinde kararsız bölgede olduğu ifade edilebilir. Öte yandan radyal boşluk değerinin değişimi termal durumda sistem kararlılığını etkilediği ve düşük radyal boşluk değerine sahip hidrodinamik yatak için daha yüksek kritik hızlar ortaya çıktığı görülmektedir. Bunun yanı sıra eksen kaçıklığı oranı 0.25'te termal durum için yatakların dolanım frekansı oranı 0.39 civarında iken, izotermal durum için bu değer 0.35'dir. Eksen kaçıklığı oranı 0.25'ten 0.5'e arttığında dolanım frekansı değerleri tüm durumlar için hemen hemen %28 civarında azalmakta iken, eksen kaçıklığı oranı 0.5'den 0.75'e arttığında ise dolanım frekansı değerindeki azalış izotermal durumlar için en yüksek olup %68 civarındadır.



Şekil 11. Kararlılık parametrelerinin eksen kaçıklığı oranına göre değişimleri, (a) kritik kütle, (b) dolanım frekansı oranı

5. Sonuçlar

Hidrodinamik yataklar ile desteklenmiş rotorlar ağır yükler ve yüksek hızlarda çalıştıklarında yağ filminde meydana gelen sıcaklık artışı sistem kararlılığını etkilemektedir. Bu çalışmada da bir rijit rotorun radyal bir hidrodinamik yatakla desteklendiği bir yatak-rotor sistemi ele alınarak farklı radyal boşluk değerleri için termal durumun statik ve dinamik performans karakteristikleri üzerindeki etkileri incelenmiş, sistemin kararlılığı araştırılmıştır. Bu kapsamda yağlayıcının akışı, yağ filminde meydana gelen ısı transferi ve sıcaklık viskozite ilişkisi modellenmiş ve bu matematiksel modeller geliştirilen bir algoritma ile çözümlenerek sistemin performans özellikleri hesaplanmıştır. Yapılan bu çalışma ile yatak ve rotor yüzeyleri arasındaki akışkanın sıcaklık dağılımının sistemin basınç dağılımını etkilediği ve dolayısıyla statik performans özellikleri olan yük taşıma kapasitesi ve güç tüketimini düşürdüğü belirlenmiştir. Bunlarla birlikte radyal boşluğun azalması ile yağ filmindeki sıcaklığın arttığı ve dolayısıyla termal etkinin küçük radyal boşluk değerleri için statik performans üzerindeki etkisinin daha baskın olduğu tespit edilmiştir. Sistemin dinamik performans karakteristiklerinin termal etkiler dikkate alındığında izotermal duruma göre azaldığı ve bu iki durum arasındaki farkın küçük radyal boşluk değerleri için daha büyük olduğu belirlenmiştir. Termal etkilerin sistemin kritik hızlarını ve kritik kütlelerini etkilediği ve sistemin kararlılığını değiştirdiği tespit edilmiştir. Sistemin termal durumlar dikkate alındığında kararlı bölge alanının azaldığı ve izotermal durumlarda kararlı bir kütle de veya hızda çalışan rotorun termal durumda kararsız olduğu görülmüştür. Termal etkinin 100 μm radyal boşluğa sahip hidrodinamik yataklarda yük taşıma kapasitesini %30, güç tüketimini %33, sertlik oranını k_{xx} , k_{xy} ve k_{yy} için %30 civarında azaltırken, k_{yx} için bu oranın oldukça yüksek olduğu ve %85 oranında azalttığı tespit edilmiştir. Bunların yanı sıra aynı yatak için sönüm katsayılarını da %34 oranında azalttığı tespit edilmiştir. Sistemin kararlı bölgelerinin termal etki ile azaldığı, eksen kaçıklığı oranı arttığında izotermal durum için kritik kütle 13 kat arttığı, dolanım frekansı oranının ise %68 civarında azaldığı görülmüştür.

Referanslar

- Dowson, D., Hudson, J.D., Hunter, B. & March, C.N. (1966). An experimental investigation of the thermal equilibrium of steadily loaded journal bearings. *Proceedings of Institution of Mechanical Engineering Conference Proceedings*, 181, 70–80. https://doi.org/10.1243/pime_conf_1966_181_034_02
- Ferron, J., Frene, J. & Boncompain, R. (1983), A study of the thermohydrodynamic performance of a plain journal bearing comparison between theory and experiments, *ASME. J. of Lubrication Tech.*, 105:3, 422–428. <https://doi.org/10.1115/1.3254632>
- Feng, H., Jiang, S. & Ji, A. (2019). Investigations of the static and dynamic characteristics of water-lubricated hydrodynamic journal bearing considering turbulent, thermohydrodynamic and misaligned effects. *Tribology International*, 130, 245-260, <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2018.09.007>
- Garg, H. C., Kumar, V., & Sharda, H. B. (2010). Performance of slot-entry hybrid journal bearings considering combined influences of thermal effects and non-Newtonian behavior of lubricant. *Tribology International*, 43(8), 1518-1531. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2010.02.013>
- Klit, P., & Lund, J. W. (1986). Calculation of the Dynamic Coefficients of a Journal Bearing, Using a Variational Approach. *ASME. Journal of Tribology*, 108:(3), 421–424. <https://doi.org/10.1115/1.3261223>
- Li, B., Sun, J., Zhu, S., Fu, Y., Zhao, X., Wang, H., Qing, T., Ren, Y., Li, Y., & Zhu, G. (2019). Thermohydrodynamic lubrication analysis of misaligned journal bearing considering the axial movement of journal. *Tribology International*, 135, 397-407. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2019.03.031>
- Majumdar, B., C., Pai, R., & Hargreaves, D., J. (2004) Analysis of water-lubricated journal bearings with multiple axial grooves. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 218:(2),135-146. <https://doi:10.1177/135065010421800208>
- Maneshian, B., & Nassab, S., A., G. (2009). Thermohydrodynamic analysis of turbulent flow in journal bearings running under different steady conditions. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 223:(8), 1115-1127. <https://doi:10.1243/13506501JET575>
- Pai, R., S., & Pai, R. (2008). Stability of four-axial and six-axial grooved water-lubricated journal bearings under dynamic load. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 222:(5), 683-691. <https://doi:10.1243/13506501JET356>
- Pai, R., Rao, D. S., Shenoy, B. S., & Pai, R. S. (2012). Stability characteristics of a Tri-taper journal bearing: A linearized perturbation approach. *Journal of Materials Research and Technology*, 1:(2), 84-90. [https://doi.org/10.1016/S2238-7854\(12\)70016-9](https://doi.org/10.1016/S2238-7854(12)70016-9)
- Sawicki, J., T., & Rao, T., V., V., L., N. (2001). Nonlinear prediction of rotordynamic coefficients for a hydrodynamic journal bearing. *Tribology Transactions*, 44:(3), 367-374. <https://doi.org/10.1080/10402000108982469>
- Shi, J., Zhao, B., He, T., Tu, L., Lu, X., & Xu, H. (2023). Tribology and dynamic characteristics of textured journal-thrust coupled bearing considering thermal and pressure coupled effects. *Tribology International*, 180, 108292. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2023.108292>
- Shyu, S., Fuli, L., Yeau-Ren, J., Wei-Ren, L., & Sheng-Jii, H. (2010). THD Effects of Static Performance Characteristics of Infinitely Wide Turbulent Journal Bearings. *Tribology Transactions*, 53:(6), 948-956, <https://doi:10.1080/10402004.2010.512116>
- Shyu, S-H., Lee, W-R., Hsieh, S-J., & Liang, S-M. (2012). Static performance characteristics of finite-width turbulent journal bearings with THD effect. *Tribology Transactions*, 55:(3), 302-312. <https://doi.org/10.1080/10402004.2011.654322>
- Sun, X., & Sepahvand, K. K. & Marburg, S. (2021). Stability Analysis of Rotor-Bearing Systems under the influence of misalignment and parameter uncertainty. *Applied Sciences*, 11, 7918. <https://doi.org/10.3390/app11177918>
- Tala-Ighil, N., & Fillon, M. (2015). A numerical investigation of both thermal and texturing surface effects on the journal bearings static characteristics. *Tribology International*, 90, 228-239. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2015.02.032>
- Tammineni, N.M., & Mutra, R.R. (20223). A review on recent advancements in an automotive turbocharger rotor system supported on the ball bearings, oil film and oil-free bearings. *Journal of Brazilian Society of Mech. Sci. Eng.* 45:481. <https://doi.org/10.1007/s40430-023-04383-8>

Xu, G., Zhou, J., Geng, H., Lu, M., Yang, L., and Yu, L. (2015). Research on the static and dynamic characteristics of misaligned journal bearing considering the turbulent and thermohydrodynamic effects. *ASME. J. Tribol.* April 137:(2), 024504. <https://doi.org/10.1115/1.4029333>

Xu, B., Guo, H., Wu, X., He, Y., Wang, X., & Bai, J. (2022). Static and dynamic characteristics and stability analysis of high-speed water-lubricated hydrodynamic journal bearings. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 236(4):701-720. <https://doi.org/10.1177/13506501211027018>

Zhang, Y., Wang, W., Wei, D., Wang, G., Xu, J., & Liu, K. (2022). Coupling analysis of tribological and dynamical behavior for a thermal turbulent fluid lubricated floating ring bearing-rotor system at ultra-high speeds. *Tribology International*, 165, 107325. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2021.107325>.

Zhu, S., Sun, J., Li, B., & Zhu, G. (2020). Thermal turbulent lubrication analysis of rough surface journal bearing with journal misalignment. *Tribology International*, 144, 106109. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2019.106109>