



Probability in Early Childhood: A Look from the Current Situation to the Future

Pınar GÜRLER AĞAÇKIRAN ^{a*} (ORCID ID - 0000-0002-2068-9234)

Durmuş ASLAN ^a (ORCID ID - 0000-0001-5204-7749)

Kamuran TARIM ^a (ORCID ID - 0000-0002-2048-5207)

^a Cukurova University, Faculty of Education, Adana/Türkiye



Article Info

DOI: 10.14812/cuefd.1413232

Article history:

Received 02.01.24

Revised 01.02.25

Accepted 17.04.25

Keywords:

Early Childhood,
Mathematics,
Probability,
Probabilistic Thinking.

Review Article

Abstract

In recent years there has been a growing interest in fostering probabilistic thinking in early childhood. An increasing number of countries include the subject of probability in their early childhood curricula, and the topic has attracted greater attention in academic research. The aim of this study is to critically review the theoretical and developmental aspects of probability in early childhood education and to draw conclusions based on the results of previous research. The study also provides recommendations for the future regarding this concept, which has not yet been adequately addressed in the early childhood education level in Türkiye. Existing research emphasizes the importance of probability by stressing that probabilistic thinking, which begins to develop in early childhood, supports a lifelong perspective. This study discusses probability, the basic components of probability, the framework of probabilistic thinking, probabilistic thinking in early childhood and existing studies, relevant curricula in early childhood education and their scope, instructional planning for teaching probabilistic thinking, and the place of probability in early childhood education in Türkiye.

Erken Çocuklukta Olasılık: Mevcut Durumdan Geleceğe Bir Bakış

Makale Bilgisi

DOI: 10.14812/cuefd.1413232

Makale Geçmişi:

Geliş 02.01.24

Düzeltilme 01.02.25

Kabul 17.04.25

Anahtar Kelimeler:

Erken Çocukluk,
Matematik,
Olasılık,
Olasılıksal düşünme.

Derleme Makalesi

Öz

Son yıllarda çocukların erken olasılıksal düşünmesine yönelik artan bir ilgi bulunmaktadır. Her geçen gün daha fazla ülke erken çocukluk müfredatında olasılık konusuna yer vermekte ve ilgili literatürde olasılık daha fazla sayıda araştırmanın konusu haline gelmektedir. Bu çalışmanın amacı, erken çocukluk döneminde olasılık konusunu teorik ve gelişimsel olarak ele alarak eleştirel bir bakış ile gözden geçirmek ve geçmiş araştırmaların sonuçlarından bir çıkarıma varmaktır. Çalışmada ayrıca, ülkemizde erken çocukluk eğitimi düzeyinde henüz yeterince ele alınmayan bu kavramla ilgili geleceğe yönelik öneriler ele alınmıştır. Mevcut araştırmalar, erken çocukluk döneminde gelişmeye başlayan olasılık düşüncesinin yaşam boyu sürececek bir bakış açısını desteklediğinin altını çizerek olasılığın önemine vurgu yapmaktadır. Buradan hareketle bu çalışmada olasılık, olasılığı oluşturan temel bileşenler, olasılıksal düşünme çerçevesi, erken çocukluk döneminde olasılık düşüncesi ve mevcut çalışmalar, erken çocukluk döneminde olasılık içeren müfredatlar ve kapsamaları, olasılıksal düşünmeye yönelik öğretimin planlanması ve Türkiye’de erken çocukluk eğitiminde olasılığın yeri konuları ele alınmıştır.

*Corresponding Author: pinarrgurur@gmail.com

Introduction

The actions we take, the situations we encounter and the events we experience in our daily lives often have predictable outcomes. It is therefore necessary to think about events or situations in a logical way. Examples include the potential impact of weather on daily activities or the outcome of pressing a button on a technological device. Children and adults alike can understand such causal sequences and infer event outcomes. (Bullock & Gelman, 1979). In this context, probability is the phenomenon that enables us to draw causal inferences from uncertain outcomes. Understanding probability is crucial in all aspects of our lives (Bryant & Nunes, 2012).

Method

Research Model

This study, which explores probabilistic thinking in early childhood, is a literature review. The objective of a review study is to provide a comprehensive and objective presentation of the existing literature on a given topic, with the aim of justifying future research based on the findings of the study in question (Cronin et al., 2008). A variety of classification systems exist for review studies, including the traditional review, systematic review, and meta-analysis (Sutton et al., 2019). A traditional review is designed to comprehensively gather and synthesize existing literature on a given topic, with the objective of identifying gaps in the existing literature on that topic (Cronin et al., 2008). A systematic review is a methodical examination of existing literature on a specific topic, with the objective of identifying relevant studies, evaluating their quality, and integrating them into a coherent research framework. This process is guided by a set of pre-defined criteria and aims to synthesize the findings within the context of the research question (Higgins & Green, 2011). In contrast, a meta-analysis seeks to derive conclusions and identify relationships through the statistical analysis of the findings of studies on the current topic (Polit & Beck, 2006).

This study, which aims to provide a comprehensive review of the fundamental aspects of probabilistic thinking in early childhood, adheres to the traditional review format. The study presents a comprehensive review of the national and international literature on probability in early childhood, including a classification, comparison, and presentation of the literature. In this context, the current topic is discussed in accordance with four headings. Firstly, the fundamental components of probability are presented. This section presents an analysis of the definition of probability, examining it from a variety of perspectives. Subsequently, the fundamental constituents of probability are elucidated. The definitions of the aforementioned components are provided, and the studies included in the literature that address these components are presented as examples. Secondly, the development of probabilistic thinking skills in early childhood is discussed. In order to facilitate the development of probabilistic thinking, the theories of Piaget and Piaget's developmental stages were elucidated, and subsequently, the developmental framework proposed by Fischbein and Way was subjected to analysis. Thirdly, the teaching of probability in early childhood is analysed in terms of the curricula and teaching methods employed. In conclusion, a synthesis of the literature discussed thus far is presented, along with recommendations for future practice.

Probability and its Basic Components

Probability refers to a scenario where an event or situation can take place, but the outcome remains uncertain (Doruk, 2021). According to the Turkish Language Association, probability is defined as the possibility of an occurrence, likelihood, or possibility (Turkish Language Association [TDK], 2023). While these definitions are appropriate for casual discourse, they do not offer sufficient insights into the constituents of probability. On the contrary, there exist definitions that incorporate these elements, enabling us to draw more inferences concerning probability. For instance, the Collins reference dictionary characterizes probability as "the measurement of an individual's confidence and belief regarding the occurrence of an event by assigning the outcome on a scale ranging from 0 to 1, where 0 denotes impossible, 1 signifies definite, and proportioning the total outcomes to the favorable circumstances simultaneously. According to Collins Reference Dictionary (1998), as cited in Way (2003), probability

encompasses ideas of impossibility, probability, and certainty as well as components like sample space and randomness.

Each perspective has its unique conception of probability that complements the shortcomings of the other perspectives (Doruk, 2021). Definitions of probability in mathematics are based on various perspectives, including classical probability, frequency probability, and subjective probability. Classical probability mainly holds that the probable outcomes of an event can be derived by carefully identifying the structure of the sample space. Probability based on frequency involves a subjective evaluation of the likelihood of an event occurring. In contrast, probability based on empirical evidence relies on experiments and trials to estimate the probability. The larger the number of trials, the more accurate the probability estimate. This approach enables a more objective understanding of probability as it is grounded in knowledge gained through experimentation. Conversely, a small number of trials may produce a less reliable estimate. Subjective probability is an approach that attributes probability to judgments influenced by factors like context and beliefs (Way, 2003). These probabilities, which can be categorized as either classical or frequency within the framework of objective probability, as well as subjective probability, form the foundation for employing probability in scientific studies or practical applications, irrespective of which approach is preferred.

To better understand probability, which is an extremely complex concept, it is necessary to understand its components as well as its definition. There are four basic components to probability. These components are understanding randomness, understanding the sample space, quantifying probabilities by comparing them, and understanding the relationship between events.

Understanding randomness as the first component of probability means understanding the nature and consequences of randomness by integrating it into our daily lives. Understanding the impact of randomness is fundamental to statistical thinking. Probability problems are marked by uncertainty, which is essentially the outcome of randomness. In competitive games, randomness is a crucial factor that significantly affects the outcomes. Determining who serves first in a volleyball game based on whether a coin is tossed in the air and lands heads or tails or shuffling and distributing a deck of cards before the game are examples of situations involving randomness. Although randomness may seem like a negative situation because it creates uncertainty, it contains luck and justice. Piaget (Piaget & Inhelder, 1975), the first person to study randomness in children, found that preschool children could not fully understand randomness. His experiments paved the way for subsequent research and initiated discussions about the developmental trajectory of probability (as cited in Nikiforidou & Pange, 2010). Following Piaget, researchers who suggested that randomness may be present in some cases in early childhood emphasized that the potential to support probabilistic reasoning should be developed from these periods (Kuzmak, 1983; Paparistodemou et al., 2008). For example, Kuzmak and Gelman (1986) presented children with a task in which they were asked to make predictions about the outcome of both a random and a non-random event, using the apparatus that they had prepared. The results of the experiment indicated that the majority of children aged four and above were able to make accurate predictions, demonstrating an ability to distinguish between random and non-random situations.

The second principle of probability involves comprehending the *sample space*. To clarify, solving any probability problem requires identifying all possible events and sequences of events (Keren, 1984). Considering all probable outcomes is crucial to determining the likelihood of an event occurring. Knowing the sample space, which contains all possible outcomes, is crucial for solving probability problems. However, determining the sample space requires certain cognitive prerequisites. Children must be capable of visualizing specific situations, considering all feasible outcomes and eliminating the improbable to identify the sample space, while retaining the possible. Technical jargon and complex terminology are avoided to ensure a clear, logical progression of ideas. For instance, when picking balls from a sphere with red, yellow, and blue balls, the only possible colors are red, yellow, and blue, making a green ball impossible. Therefore, this procedure includes probability concepts such as possible, probable, and impossible (Bryant & Nunes, 2012). Furthermore, Piaget (Piaget & Inhelder, 1975) suggested that children can comprehend randomness through the sample space (as cited in English, 1991). In 1991, an Australian

psychologist conducted an experiment in which children were presented with a teddy bear and an assortment of clothes that the teddy bear could wear. The objective was to ascertain the number of combinations that could be made. During the experiment, the children were instructed to identify all possible combinations by forming all possible pairs of clothes. The experiment yielded evidence that a method utilizing concrete materials, though initially perceived as complex for early childhood, proved highly effective in facilitating children's comprehension of sample space. Similarly, Kafoussi (2004) underscored that children demonstrated considerable advancement in their probabilistic thinking abilities related to sample space when instructed using a constructivist approach-based curriculum.

Comparing and quantifying probabilities entails calculating the probabilities of two or more events. Probability is a quantitative measure expressible as a fraction or ratio. The proportions of red and blue balls in a container can be determined and quantified (e.g., 8/12) to assess which color is more probable. Similarly, young children can develop basic comparison skills such as more-less, which is equivalent to calculating probabilities. In other words, according to Bryant and Nunes's (2012) findings, the likelihood of the ball being red increases as there are more red balls than blue balls. In their study with young children, Xu and Garcia (2008) demonstrated that even infants as young as eight months old can successfully complete such tasks. Similarly, Falk, Falk, and Levin (1980) presented children between the ages of 4 and 11 with two situations and asked them to choose the one with a higher probability of occurrence. The process was reinforced with the provision of rewards. The results of the study demonstrated that success can be achieved at an early age. The results demonstrated that children were able to apply probability in their decision-making, indicating that this concept can be incorporated into educational activities at this age. However, to compare and quantify probability, proportional reasoning skills are necessary. Proportional reasoning requires the capability to identify, recognize, and apply mathematical operational relationships in all proportional situations and differentiate non-proportional ones (Cramer et al., 1993). It presents a challenge in quantifying probability during early childhood and is restricted to comprehending the relationship between parts and wholes (Bryant & Nunes, 2012).

Finally, *understanding correlations* means recognizing the relationship between two events. In everyday life, we make inferences about the effects of certain situations we encounter by establishing a relationship between them. These inferences are based on correlational reasoning, which means that we need to understand all three ideas mentioned above (Bryant & Nune, 2012). Therefore, they require a higher level of cognitive competence. At this point, although Inhelder and Piaget (1958) were pioneers with their studies, these studies generally focused on children's responses to correlation situations. Conversely, it is essential to assess children's capacity to ascertain whether a reciprocal relationship exists between events or situations. In other words, the question remains whether children are able to test whether there is a coincidence or a relationship by observing the frequency of correlated events. Indeed, it is hypothesized that the instruction of probability concepts may also enhance correlational reasoning (Bryant & Nunes, 2012).

The Development of Probabilistic Thinking

Research on the development of probabilistic thinking in children dates back to Piaget and Inhelder's 1975 study (Piaget & Inhelder, 1975). Piaget claimed that the understanding of probability is weak in early childhood. This claim sparked discussions about the existence of probabilistic thinking in early childhood. New theories on the existence of probabilistic thinking have been proposed as the result of numerous studies on probability during various periods. This section will present the theories of Piaget, Fischbein, and Way regarding the development of probabilistic thinking in children.

1. Piaget

Piaget conducted research with children aged 4 to 15 to explore the development of probability concepts alongside cognitive development theory. Based on the results, Piaget analyzed the development of probabilistic thinking across three levels aligned with cognitive development stages: preoperational, concrete, and abstract. Piaget examined cognitive development in three dimensions: logical and arithmetic operations, combinations, and probabilistic reasoning. He argued that the stages of

probabilistic reasoning follow a fixed order, although age of emergence may vary, with the child's intelligence, experiences, and culture playing a significant role in the process (Jones & Thornton, 2005).

Stage 1: Pre-operational Stage (before age 7)

According to Piaget, children at this stage lack certain mental operations (logical and arithmetic). They cannot understand reversibility, so pre-logical, intuitive thinking prevails. Since they have the characteristics of the pre-operational period, they cannot attribute the appropriate view to deduction and causality. As a result, they cannot understand the concepts of uncertainty, randomness, and certainty. Therefore, they are not surprised when the least probable event occurs. This shows that the basic components of probability have not been acquired, and therefore probabilistic reasoning is not yet possible. Since multiplication and combinational reasoning are not developed at this stage, children cannot make sense of the structure of the sample space (Piaget & Inhelder, 1975, as cited in Way, 2003). In terms of randomness, children at this age are looking for order. For example, if a coin toss comes up heads four times in a row, the child may argue that the fifth toss will come up tails because such a situation would be fair. However, randomness is inherently unpredictable, and preoperational children cannot distinguish it (Way, 2003). At this level, which covers early childhood, probabilistic thinking is characterized by limited cognitive abilities (Nikiforidou, 2018). As a result, Piaget emphasized that preoperational children cannot learn probability concepts such as uncertainty, randomness, and certainty because their thinking about probability is completely subjective (Way, 2003).

Stage 2: Concrete Operations Stage (7–12 years)

Piaget posits that this stage is significant in the formation of a child's intuition of randomness and chance, and in the development of the cognitive skills that allow them to discern certainty from uncertainty. Additionally, reversibility becomes understandable to children during this stage, with the exception of large numbers. During this stage of development, children begin to explore combinatorial systems and gain an understanding of how to recognize new situations that arise. However, due to incomplete proportional thinking, they tend to consider quantities rather than ratios, resulting in an incomplete and empirical knowledge of probabilistic thinking. During this phase, children begin developing an understanding of probability concepts. However, this understanding is often inconsistent and leads to difficulty in comprehensive probability analysis (Piaget & Inhelder, 1975, as cited in Way, 2003).

Stage 3: Formal Operations Stage (12+ years)

According to Piaget, at this level, children already have the mental operations for probabilistic thinking. These mental operations make it possible to generalize about probability, understand complex situations, fully construct probability concepts, reason combinatorially and proportionally, and measure the probability of an event (Piaget & Inhelder, 1975, as cited in Way, 2003).

2. Fischbein

Alongside Piaget's (Piaget & Inhelder, 1975) research, Fischbein also examined the advancement of probabilistic reasoning in children and highlighted the significance of "intuitions" in their understanding of probability concepts. According to Fischbein (1975), intuition refers to a comprehensive and immediate cognitive belief that remains implicit. The malleability of intuition permits it to be molded through a structured process. Fischbein emphasized that probabilistic events are intuitions shaped by social learning and personal experience. Different categories of intuitions were proposed, including primary and secondary intuitions, forming the complex intuitive foundation for probabilistic reasoning. Different categories of intuitions were proposed, including primary and secondary intuitions, forming the complex intuitive foundation for probabilistic reasoning. Fischbein argued that this foundation should be established in early childhood (Fischbein, 1975). Different categories of intuitions were proposed, including primary and secondary intuitions, forming the complex intuitive foundation for probabilistic reasoning. Primary intuitions are cognitive gains acquired through personal experience without any formal instruction, while secondary intuitions are obtained through structured education and transfer of

social experiences to scientific knowledge (Ortiz & Alsina, 2019). Contrary to Piaget, Fischbein posited that the sense of chance exists in the preschool years and asserted that its development through experience and reasoning also enhances children's understanding of probability. As per Fischbein, intuitions are pivotal for constructing probabilistic knowledge and can be fostered through instructional processes (Nikiforidou, 2018).

In his 1975 work, Fischbein outlined the two primary dimensions of the development of probability intuition. The initial dimension centers on nurturing knowledge of probability, emphasizing chance intuition, relative frequency intuition, probability judgment, and combinatorial processing. Chance intuition entails the competency to differentiate between random and predictable outcomes; relative frequency intuition requires adaptation of predictions to the likelihoods of events; probability judgment entails predicting by comparing the probabilities of events quantitatively; and combinatorial processing encompasses the ability to identify all possible outcomes. The second dimension assesses the probability judgment ability resulting from probability learning (teaching effect). Fischbein developed stages of development based on these two primary foundations, which share similarities with Piaget's stages but also differ (Fischbein, 1975). This presentation outlines these levels and their respective characteristics.

Preschool Period (before age 7)

The Intuition of chance. During preschool years, children develop the ability to differentiate between random and predictable situations. However, this distinction is not fully operationalized due to the features of their cognitive development, such as subjectivity, passive induction, the idea of controlling situations, and limitations in deduction. However, when the number of possibilities and, accordingly, the number of possible combinations is limited, the child can reason correctly and, sometimes, more accurately than the child in the concrete operations stage.

The concept of relative frequency allows preschoolers, as an expression of primary intuition, to align their predictions with the probabilities of occurrences. As a result, probability matching emerges as a representative expression of relative frequency intuition. Probability matching is the tendency for estimates of random event outcomes to correspond to the underlying probability distribution of the events. For instance, if a box consists of three black and three white beads, and after conducting ten draws, seven black and three white beads are retrieved, then it is likely that the eleventh bead drawn will be black.

Making predictions is based on the *estimation of odds* proportional to the probability of an event happening. Preschoolers may be misled in their decision-making because they lack adequate conceptual frameworks. This results in responses that reflect only intuitive and pre-processing levels. Additionally, a child's estimation of probability may be influenced by their perceptions of color, object locations, and preferences. However, if such influences are eliminated through proper experimental control and the required comparison situation is not overly complex, preschool-aged children can accurately estimate probability.

Combinatorial operations. When concrete materials are included in the instruction, preschoolers can make very few empirical combinations (e.g., identifying all possible groups that two different objects can form).

Effect of Instruction. Preschoolers have a natural intuition about probability and its measurement, but this is limited to pairwise comparisons. Therefore, teaching probability has very little impact on preschoolers (Fischbein, 1975).

Concrete Operational Period (7- 12 years)

The intuition of chance. The representation of chance, characterized by primary intuition in preschool children, transforms into a distinct, coherent, and conceptual structure after the age of seven. During this period, the child begins to understand the relationship between unpredictable situations and their reversibility.

The intuition of relative frequency. Probability adjustment develops and stabilizes in parallel with age. This means that relative frequency intuition is carried forward from primary intuitions.

Estimation of Odds. Comparing the probability of drawing a white marble with the probability of drawing a black marble.

Combinatorial operations. Through structured instruction and trial and error, children can build basic operations for combinations.

Effect of Instruction. Although proportional reasoning skills are still weak, the lack of this skill does not, contrary to Piaget's view, preclude the learning of probability. In fact, with appropriate training, children can make judgments about comparison problems. Although children show dominant response patterns during this period (positive/negative novelty effect, successive effects), this disappears toward the end of the concrete operational period (Fischbein, 1975).

Formal Operational Period (12+ years)

The intuition of chance. As abstract thinking develops, a more complete concept and understanding of probability develops. However, in some cases, it may require causal dependencies to reduce uncertainty.

The intuition of relative frequency. Probability adjustment continues to develop at this level and becomes faster.

Estimation of Odds. The child is able to give correct answers from the beginning, even when comparing conditions with unequal probabilities.

Combinatorial operations. Contrary to Piaget's view, Fischbein believes that children at this age may not be able to perform combinatorial operations in a fully systematic way and need instructional support.

Effect of Instruction. With appropriately structured instruction, children of this age can develop secondary intuitions (Fischbein, 1975).

3. Way

Way (2003) acknowledges that previous studies on probabilistic reasoning have added valuable information to the literature but criticizes these studies in several ways. Way notes that previous studies of children's probabilistic judgments have been conducted only with children of a certain age range, using limited concepts, and evaluated with adult reasoning. In contrast, Way argues that children's intuitive understanding of probability concepts should be taken as a starting point. Way states that the development of children's mathematical judgment in the face of probability tasks consists of three stages, and that the first two stages consist of two sub-stages within themselves. He emphasized that these sub-stages bear the traces of the preceding and following stages but are still defined as transitional stages because they are not clearly observed (Way, 2003). These stages and the approximate ages at which they occur are listed below.

Stage 1

- a. *Non-Probabilistic Thinking.* The average age range for this stage is 4 years to 8 years. Children at this stage have a very limited understanding of randomness. Children rely more on visual stimuli and comparisons to make decisions. They cannot sort probabilities. In general, children at this level have an incomplete awareness of the concept of randomness.
- b. *Transitional Phase.* The average age range for this level is 5 years to 11 years. It has similar characteristics to the stage where probabilistic thinking has not yet occurred, but it is a transitional period for the emergence of probabilistic thinking (Way, 2003).

Stage 2

- a. *Emergent Probabilistic Thinking.* The average age range for this stage is 6 years to 12. At this stage, children begin to recognize exemplar structure. They can sort probabilities by visual

comparison or number estimation. They use addition and subtraction strategies to compare probabilities. They begin to recognize probability concepts such as equal probability and improbability.

- b. *Transitional Phase*. The average age range for this stage is 7 years to 11 years. It is the stage of transition from the emergence of probabilistic thinking to the quantification of probability (Way, 2003).

Stage 3

- a. *Quantification of Probability*. The average age range for this stage is 9 years to 12 years. The child can make numerical comparisons at this stage can think proportionally, can measure emergent or present probability. The relationship between chance and probability is more understandable compared to the previous two levels (Way, 2003).

Probability Teaching in Early Childhood

The inclusion of probability concepts in early childhood education has become increasingly important due to research on probabilistic thinking (Fischbein, 1975; Jones et al., 1997; Piaget & Inhelder, 1975; Polaki et al., 2000; Way, 2003), the development of intuition (Fischbein, 1975), probabilistic judgments (Davies, 1965; Goldberg, 1966; Kuzmak & Gelman, 1986; Yost et al., 1962), and probability concepts (Falk et al., 1980; Shtulman & Carey, 2007). The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) included probability in its standards for mathematics education in 1985. The inclusion of probability in American state programs have influenced other countries, resulting in increased research on the teaching and learning of probability in early childhood (Jones & Thornton, 2005).

NCTM (2000) systematically incorporated probability into the curriculum from an early age, based on the need to make and evaluate data-driven inferences and predictions, learn basic probability concepts, and discuss probable and improbable events to develop skills applicable to everyday life. In this vein, NCTM promotes the early teaching of probability and suggests including activities that enable children to use probability language to evaluate their experiences and concentrate on the factors that influence the events they encounter. Consequently, NCTM accentuates the crucial role of probability and probability literacy in the early stages.

Today, in addition to the NCTM standards, probability is included in the early childhood mathematics education programs of many states in the U.S., along with data analysis, and probability is taught within the framework of specific objectives. As an example of the indicators related to probability in early childhood mathematics programs in different places, the relevant parts of the early childhood education programs in NCTM, various states in the US, Canada (Ontario) and Australia are shown in Table 1.

Table 1

Probability-Related Indicators in NCTM, States of the United States, Canada (Ontario) and Australia Early Childhood Mathematics Standards

	Indicators
NCTM (2000)	- Collects, organizes, and presents pertinent data to formulate and answer questions that can be addressed with data. - They select and apply appropriate statistical methods to analyze the data - Develop and evaluate inferences and predictions based on the findings.
Colorado Standards (2010)	- Describe and compare measurable characteristics. - Compare two objects with the same measurable property, see which is "more"/"less", and describe the variation. - Categorizes items and counts the number of items in each category.

Core Knowledge (2013)	• Students should collect data and ask objective questions about themselves and their environment. • They should classify objects based on their properties and organize the data they collect.
South Carolina Standards (2015)	• Demonstrate the ability to organize and interpret emerging data through mathematical processes.
Illinois Standards (2013)	• Organizes and explains data and information. • Makes predictions about the outcome before gathering information with teacher support and multiple experiences over time. • Identifies, explains, and applies probabilities of events. • Describes the probability of events using appropriate vocabulary such as "possible," "impossible," "always," and "never."
Missouri Standards (2001)	• Collect, organize, and display data.
Pensilvanya Standards (2001)	• Categorize the objects into categories and count the number of objects in each category. • Use mathematical operations to measure, represent, organize, and understand data.
Canada (Ontario) Standards (2016)	• Children collect, organize, display, and interpret data to solve problems, communicate information, and explore the concept of probability in everyday contexts as they progress through the kindergarten program.
Australia (2020)	• Collects, compares, and sorts data represented by objects and images in response to given research questions about known situations.

Upon analyzing Table 1, it is apparent that preschool standards encompass probability skills in conjunction with data analysis. According to the table, the probability skills that are crucial for preschool children comprise the use of probability language, organizing and explaining data, and making inferences. The outcomes emphasized in the standards are indicative of the essential skills that set the foundation for probability skills. Additionally, a shared objective of the standards is for children to possess the capability to use probability skills to logically reason about the potential results of various events and situations.

If we look at the gains in the programs of the Ministry of National Education in our country, we see that the topic of probability in mathematics education is first introduced in the 8th grade program. The results and explanations of the 8th grade mathematics program in relation to probability are presented in Table 2 (MEB, 2018).

Table 2

Learning Outcomes and Explanations Related to Probability in the 8th Grade Mathematics Curriculum MEB 2018.

Learning Outcomes	Explanations
M.8.5.1. Determines the possible outcomes of an event.	For instance, it is noted that there are eight potential outcomes associated with drawing a ball from a bag containing three red and five blue balls. More than one event outcomes are not addressed.
M.8.5.1.2. Distinguishing events with different probabilities and providing examples.	This section covers intuitive situations that do not require probability calculations. For example, research studies demonstrate that a randomly selected name from a list of school teachers and students is more likely to belong to a student. Moreover, the probability of selecting a male student at random from a group of 15 male and 15 female students is equivalent to the probability of choosing any student.
M.8.5.1.3 Explains that the probability value of each output in events with equal chances is equal to $1/n$.	a) The "n" in the outcome statement refers to the number of potential situations. b) The activities included aim to distinguish between events with equal likelihood and those without. c) It is emphasized that probability measures the likelihood of an event.
M.8.5.1.4. Understand that probability always falls within the range of 0 to 1, inclusive of both 0 and 1.	a) We will focus on two types of probabilities in this discussion: impossible and certain events. b) It is important to note that the sum of the probability of an event happening and the probability of it not happening is always equal to 1.
M.8.5.1.5. Calculation of the probability of a simple event.	a) Examples, such as rolling an odd number on a die, are provided. b) However, the text does not cover the probability of discrete and non-discrete, dependent and independent events. c) Also, the probability of multiple events is not discussed.

Upon examination of Table 2, it becomes evident that the outcomes related to probability encompass a range of concepts, including probability comparison, understanding the sample space, discerning relationships, and quantification. It is also noteworthy that the outcomes involving probability comparisons (more/less) and determining the situations of an event are included even in early childhood in different country standards. Nevertheless, despite the absence of explicit references to probability in the Updated Preschool Education Program (2023) in our country, some outcomes and indicators in the domain of cognitive development serve as foundational elements for the development of probability skills. The aforementioned outcomes and indicators are presented in Table 3 of the Updated Preschool Education Program (2023).

Table 3

Outcomes and Indicators Related to Probability in the Ministry of National Education Preschool Education Program (2023)

Learning Outcomes			Indicators
Learning Outcome 4.	Evaluates predictions about objects/situations/events.	4.	Examines the object/situation/event. Makes a prediction. Examines the real situation. Compares the real situation with the prediction. Explains the similarities/differences between the prediction and the real situation. Makes inferences about his/her prediction.
Learning Outcome 5.	Establishes a cause-effect relationship.	5.	Says the possible causes of an event. Says the possible results of an event. Explains the cause-effect relationship between objects/situations/events.
Learning Outcome 7.	Organizes objects/entities/events according to their various characteristics.	7.	Compares objects/entities/events according to various characteristics. Matches objects/entities/events according to their various properties. Classifies objects/entities/events according to their various properties. Sorts objects/entities/events according to their various properties.
Learning Outcome 10.	Demonstrates counting skills.	10.	Counts rhythmically forward/backward. Counts the objects in the group shown. Says how many objects/entities he/she counts. Shows as many objects/entities as the specified number. Says the number that comes before and after a number. Says the number indicating a sequence. Matches object groups with numbers. Says the number of objects/entities in a group quickly without counting.
Learning Outcome 11.	Performs simple addition/subtraction operations using objects.	11.	Recognizes increase/decrease situations in daily life. Gives examples of addition/subtraction in daily life. Adds the specified number of objects to object groups. Subtracts the specified number of objects from the object group. Tells the result of the addition/subtraction operation using objects.
Learning Outcome 13.	Measures objects/entities.	13.	Says measurable properties of objects/entities. Predicts the result of measurement. Measures objects/entities using non-standard units of measurement. Says the result of the measurement. Compares the measurement result with the predicted result. Explains the functions of standard measurement tools. Selects the appropriate standard measurement tool for the property to be measured.
Learning Outcome 23.	Decides between options.	23.	Identifies options. Questions the positive/negative aspects of the options. Makes a choice between options. Implements the preferred option/decision. Develops new options according to the results of the decision.

On the other hand, in the Education Model of the Preschool Education Program (2024), the probability skill is based on the mathematics domains and their explanations are presented in Table 4.

Table 4

Outcomes and Indicators Related to Probability in the Ministry of National Education Preschool Education Program Education Model (2024)

Mathematics Field		Explanations
MFS6. Count Skills	MFS.1. Rhythmic and perceptual counting	a) Counts rhythmically between 1 and 20. b) Says the number of objects/entities between 1 and 20.
	MFS. 4. To be able to make inferences about mathematical facts, events and objects	a) Makes inferences about the measurable properties of objects. b) Compares objects, facts and events. c) Makes inferences about objects, facts and events.
MFS1. Mathematical Reasoning Skills		a) Says the parts of mathematical problems. b) Explains the relationships between the parts of mathematical problems. c) Says the number of missing/excess parts.
	MFS. 5. To be able to solve mathematical problems	ç) Says the new number of objects in a group with increasing/decreasing number of objects up to 5.
MFS2. Mathematical Problem-Solving Skills	MFS.6. Interpret mathematical problems	a) Express mathematical problems in a variety of ways.
	MFS. 7. Develop explanations and strategies for mathematical problems and their solutions	a) Creates a strategy for solving a mathematical problem. b) Explains the reasons for the solution he/she chooses. c) Tests the solution path he/she has chosen/planned. ç) Explains the result with justifications. d) Attempts a new solution when he/she cannot reach the solution.

MFS.11. Identify problems that can be researched	a) States a problem that can be researched from daily life.
	b) Expresses a problem encountered in daily life in his/her own words.
MFS4. Ability to Work with Data and Make Decisions Based on Data	
MFS.13. To be able to reach findings for solving problems	a) Tells what to do to analyze the data he/she obtained/accessed.
	b) Analyzes the data obtained/accessed.

The outcomes of both the Updated Preschool Education Program (2023) and the Preschool Education Program Education Model (2024) are consistent with the standards set by countries that have incorporated probability into their early childhood education curricula. In particular, the decision-making skill incorporated into the cognitive development domain of the Revised Preschool Education Program (2024) represents a crucial prerequisite competence pertaining to probabilistic reasoning. Furthermore, the Mathematical Reasoning Skill in the Preschool Education Program Education Model (2024), entitled "Making inferences about mathematical facts, events, and objects," is defined as follows:

"(...) they are expected to express their ideas about the possibility of an event occurring, to give examples of events that are impossible / probable / certain to occur and events that are impossible / probable / certain to occur, and to explain their thoughts about whether an event will occur or not."

Upon examination, it becomes evident that the capacity to make mathematical inferences is inherently linked to the ability to think probabilistically. In consequence, children must utilize the fundamental elements of probability, including the employment of probability language, the performance of probability comparisons, and the comprehension of randomness, while engaged in mathematical inferences. Consequently, in our country, it is evident that the abilities requisite for probability skills are initiated during the early stages of childhood. Conversely, it is noteworthy that in the educational levels preceding the 8th grade in Turkey, probability-related acquisitions are not regarded as a discrete skill area, but rather subsumed under related competencies.

In conclusion, the lack of consensus in teaching probability is evident among early childhood education programs in different countries. While some focus solely on data analysis, others include concepts of probability, and still others do not directly cover probability. Groth (2018) asserts that this discrepancy raises various questions. The initial inquiry is the degree to which an education emphasizing the language of probability can foster probabilistic thinking over an extended duration. Second, how can children become acquainted with probability language? Third, how ought teachers facilitate guidance for children to establish associations between probability language and their routine existence? The outcomes of these inquiries can be employed to devise learning objectives for children and professional growth objectives for instructors. In other words, research and field practice are necessary to explore how children learn probability, which is a growing field in early childhood mathematics education, and how to effectively teach it (Ben-Zvi et al., 2018).

Previous studies suggest that children can learn probability through different strategies. Effective interventions, which consider developmental levels and employ diverse materials, have led to substantial advancements in probabilistic thinking during early childhood (Kafoussi, 2002; Tarr, 2002). For example, Alsina and Ortiz (2019) supported that basic probability language and concepts are learned in learning environments where the process is concretized and made visual with objects and manipulative materials used in daily life. Similarly, Shtulman and Carey (2007) stated that children understand probability

concepts such as possible and impossible. Again, with the studies carried out; Children's statistical reasoning was evaluated through picture story books and it was reported that they responded appropriately to uncertainty (Kinnear, 2013), it was emphasized that they could carry out probability tasks through games (Falk et al., 2012), and it was stated that they understood randomness and could provide appropriate explanations for the outcome of the event (Kuzmak & Gelman, 1986; Nikiforidou & Pange, 2010). Paparistodemou and Noss (2004) supported children's learning of the concepts of randomness and sample space by including technology in the process. The study supported that children can acquire these concepts under the influence of a dynamic environment provided by technology.

Way (2003) highlights the significance of early childhood probability education and presents four recommended teaching tools for this purpose. These tools entail posing informative questions, offering diverse experiences through probability games and activities, exploring simplified probability concepts for children, devising lucid activities for sample spaces, and formulating assorted numerical strategies for teaching. Way (2003) highlights that early childhood activities should incorporate concepts of comparative likelihoods, most plausible scenarios, and equiprobability owing to their heightened comprehensibility. Additionally, it is crucial to involve children in the decision-making process and incorporate sample space throughout the activity to instill the concepts of probability, chance, and randomness in them. Threlfall (2004) highlights the significance of relating everyday language to the terminology of probability. To effectively teach probability in early childhood, Threlfall (2004) recommends the following

1. Relating everyday expressions to the language of probability,
2. Answering probability questions with data provided,
3. Questioning the probability of a described situation,
4. Data collection and empirical reflection.

Studies examining the outcomes for young children in early childhood education, through the implementation of probability-focused language in classroom settings, have presented comparable findings (Alsina & Ortiz, 2019; Falk et al., 2012; Kinnear, 2013; Kuzmak & Gelman, 1986; Nikiforidou & Pange, 2010; Shtulman & Carey, 2007). Therefore, recent studies support Fischbein's (1975) assertion that young children can demonstrate skills necessary for probability and perform probabilistic reasoning (Hawkins & Kapadia, 1984).

Consequently, an emerging question regarding the teaching of probability in children is "how" to teach it (HodnikČadež & Maja Škrbec, 2011). It should be noted that children possess a prior understanding of probability even before beginning their formal education. Individuals develop assessments of what is likely, possible, and impossible in everyday occurrences, representing an informal type of probabilistic inference. It is crucial to utilize this initial comprehension, intuition, and expertise when instructing (Gelman & Brenneman, 2004; Nikiforidou et al., 2013). Previous research has highlighted that probabilistic thinking can be fostered in early childhood by utilizing past experiences in probability tasks presented through play, concrete materials, developmentally appropriate expression, and contextualization (Sharma, 2014; Skoumpourdi et al., 2009). Different techniques and materials have been employed in teaching probability in early childhood, such as:

1. Concrete materials like manipulative toys, dice, spinning tops, cards, board games, and jars (Nikiforidou, 2018),
2. Other useful materials include picture storybooks, scripts, songs, and visual stimuli (Alsina, 2017; Nikiforidou, 2018),
3. Graphs and tables (Alsina, 2017),
4. Daily life experiences such as weather and sports events (Alsina & Vasquez, 2017),
5. Video/internet games and group games (Falk et al., 1980; Pange, 2002).

Using these methods, a wide range of activities can be incorporated into lesson planning for early childhood classrooms. While mathematics serves as the basis for understanding probability, utilizing

different types of activities can contribute significantly to children's comprehension. An example of such an activity, "Frog Race," is presented below for teaching probability in early childhood education.

Activity name: Frog Race

Materials requirements: Two coins for each group, worksheet for each child.

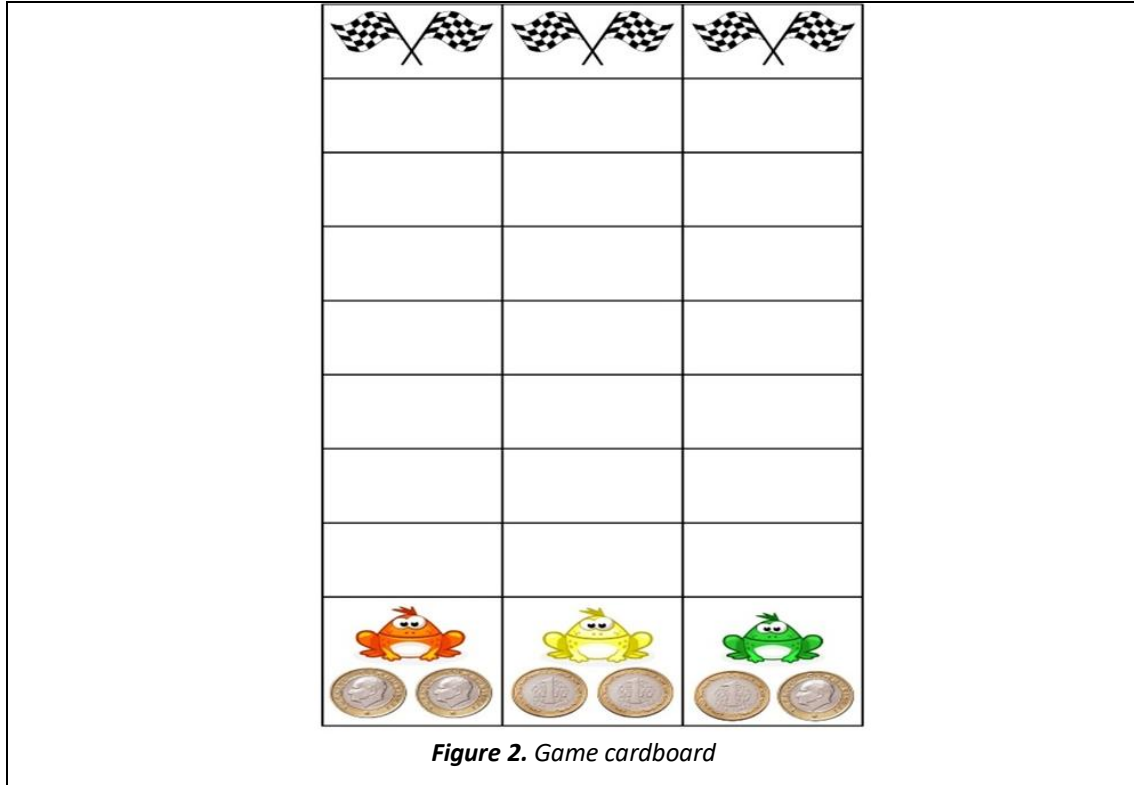
Application:

- The teacher identifies photos and videos related to probability concepts. He/she projects these photos and videos to the classroom. The educator poses queries to students concerning the photos and videos, requiring responses that employ the terms "impossible, low probability, probable, possible, always, certain." For instance, a question such as "What is the probability of a child purchasing a plate in a picture depicting a toy store containing toys but no plates?" can be answered as impossible.
- Subsequently, the game is initiated, involving the usage of pre-arranged worksheets and a cardboard game. The game is explained to the children on the cardboard playground. There are three colored frogs on the playground. The orange frog advances on the field if both coins show heads; the yellow frog advances on the field if both coins show tails; and the green frog advances on the field if the coins show different results.
- After providing a briefing on the game rules, the teacher hands out a worksheet to the students and prompts them to predict the winning frog. The children then mark their predictions on the chart provided in Figure 1.

				
	Impossible	Unlikely	Possible	Certain
				
				
				

Figure 1. Prediction Graph

- The next step involves dividing the children into groups and distributing one game cardboard to each group (Figure 2). In each group, every child selects a frog and competes by tossing coins and moving according to the rules. The game concludes when one of the frogs reaches the finish line on the board.



Assessment: At the completion of the game, the outcomes are assessed by projecting Figure 2 onto the board, resulting in a class graph that displays all groups' results. The game can be played multiple times, a minimum of three repetitions in each group. To encourage children to generalize and draw arguments based on their and other's examples, questions are asked.

Frog Race is an activity geared towards children aged five to six, where they are tasked with documenting the outcomes of each coin flip. Upon concluding the game, a process is established allowing the children to discern the frequencies of all the occurrences resulting from flipping the coin. As a result, children are able to generalize by asking objective questions such as "What results would we obtain if we played the game more?" and "Would you choose the same frog if we restarted the game? Why?" to develop awareness of the uncertainty surrounding the frog with a high probability of winning. Throughout the activity, children are assisted in utilizing a language of probability which incorporates terms of uncertainty like "impossible, certain, unlikely, and possible" (Estrella, et al., 2021). During this period, it is only through teaching probability that children can develop an understanding of probability and reasoning about data, as well as engage in the process through doing, experiencing, observing, and actively participating, as demonstrated in the example.

It is essential to remember that the teacher plays a crucial role in teaching probability to young children. During this stage, a child's capacity to comprehend probability concepts and apply probability language is contingent on factors like the teacher's instructional setting, the chosen pedagogical approach that meets the students' needs, and the definition method. Hence, the teacher plays a vital and hands-on part in the process of probability learning (Pange, 2006). Open-ended questions offer teachers an opportunity to support children's understanding of probabilistic reasoning, a key point in the learning process (Sharma, 2014). To create an appropriate learning environment in this context, teachers must possess sufficient knowledge of probability (Groth, 2018).

Conclusion

The lives of children can be distinguished by two distinct categories of situations: those that are clearly defined and entirely predictable, and those that are less structured and more uncertain. It is essential to

possess the capacity to reason logically in situations that are characterised by uncertainty, as opposed to those with a definitive outcome. In addition to the perspectives that emphasise the significance of early childhood in the acquisition of these abilities and promote the advancement of probability reasoning from this stage, there are studies that endeavour to establish a framework by examining probability reasoning across developmental stages. It is also important to note that these frameworks, as proposed by researchers, require testing in different cultural contexts and the development of a consistent structure. Indeed, the establishment of such a structure is essential for the conduct of probability studies in early childhood and the development of curricula.

Another important shortcoming of the developmental framework is the lack of a valid and reliable measure of the basic components of probability. Such a measurement tool can be used to assess children's development of probabilistic reasoning and process according to their age and developmental characteristics. At the process level, instructional interventions for the basic components of probability can be structured. Instructional practices and intervention studies for randomness, sample space, probability language, probability comparison and correlational reasoning should be designed separately, and their effectiveness should be investigated. These intervention studies can examine children's probabilistic reasoning skills and provide a perspective for educational practice.

Conversely, in-service teacher training programs may be structured according to the developmental status of the participants and the findings of intervention studies. In an in-service training where the findings of the study are also presented, teachers can be informed about the results of previous studies on instructional intervention, sample activities related to probabilistic thinking skills, and the methods of assessment for these skills. A post-training evaluation of teachers' views on the process and outcome can be conducted. It is evident that teachers who implement curricula are best positioned to provide effective training, provided that they feel sufficiently competent in the field and possess the requisite skill set.

The most significant challenge facing our nation is the absence of a comprehensive cultural study that aligns with the global literature on the subject. In order to address these shortcomings, it is imperative that programme developers, school administrations, teachers, children and parents collaborate in a timely and organised manner. In light of the research and standards presented in the study, a comprehensive and theoretical cultural study will provide valuable information to both national and international literature, thus filling the gap in the literature on contingency in the Turkish context.

Author Contribution Rates

The authors contributed equally to the study.

Ethical Declaration

All rules included in the “Directive for Scientific Research and Publication Ethics in Higher Education Institutions” have been adhered to, and none of the “Actions Contrary to Scientific Research and Publication Ethics” included in the second section of the Directive have been implemented.

Conflict Statement

The author declares no competing interests.

Türkçe Sürümü

Giriş

Günlük yaşantımızda yaptığımız eylemlerin, kar ıla tığımız durumların ve yaşadığımız olayların çoğunlukla öngörülebilir bir takım sonuçları vardır. Bu nedenle, olaylar ya da durumlar için mantıklı bir şekilde akıl yürütülmesi gerekir. Buna, hava durumunun günlük aktivitelere olan potansiyel etkisi ya da bir teknolojik aletin düğmesine basıldığında ne ile kar ıla ılacağı örnek olarak verilebilir. Bu gibi birtakım nedensel dizileri yetişkinler kadar çocuklar da anlayabilir ve olayların sonuçları ile ilgili çıkarım yapabilirler (Bullock & Gelman, 1979). Bu kapsamda, sonuçların belirsizliği ile bize nedensel çıkarım yapma imk nı yaratan olgu, olasılıktır. Olasılığı anlamamız hayatımızın her alanında önemli bir rol oynar (Bryant & Nunes, 2012).

Yöntem

Araştırma Modeli

Erken  ocukluk döneminde olasılıksal düşünmenin ele alındığı bu çalışma, bir derleme çalışmasıdır. Derleme çalışmalarının amacı, ele alınan konuyla alakalı literatürü kapsamlı ve objektif bir şekilde sunmak, yapılmış çalışmalardan yola çıkarak gelecek araştırmaları gerek elendirmektir (Cronin vd., 2008). Derleme  alı maları kendi içerisinde geleneksel derleme, sistematik derleme, meta-analiz gibi çeşitli şekillerde sınıflandırılır (Sutton vd., 2019). Geleneksel derleme, mevcut konuya dair literatürü kapsamlı bir şekilde bir araya getirmeyi, sentezlemeyi ve bu konuda literatürde yer alan boşlukları tespit etmeyi amaçlar (Cronin vd., 2008). Sistematik derleme, mevcut bir konuda yayımlanmış çalışmaların kapsamlı, planlı bi şekilde taranmasını, belirli kriterler çerçevesinde araştırmaya dâhil edilmesini ve bu kapsamda sentezini amaçlar (Higgins & Green, 2011). Meta-analiz ise, mevcut konuda yapılan çalışmalardaki bulguların istatistiksel analizi yoluyla sonuç çıkarmayı ve ilişkileri belirlemeyi amaçlar (Polit & Beck, 2006).

Erken  ocukluk döneminde olasılıksal düşünmenin temel boyutlarından ba lanarak detaylı bir şekilde gözden geçirilmesi amaçlanan bu çalışma, bir geleneksel derleme niteliği taşımaktadır. Çalışmada, erken  ocuklukluk döneminde olasılıkla ilgili ulusal ve uluslararası literatür kapsamlı bir şekilde incelenerek sınıflandırılmış, kar ıla tırılmı  ve sunulmuştur. Bu bağlamda, mevcut konu dört başlıkta ele alınmıştır. İlk olarak olasılık konusunun temel bileşenleri sunulmuştur. Bu bölümde; olasılığın tanımı farklı görüşler özelinde incelenmiştir. Ardından olasılığın temel bileşenleri açıklanmıştır. Bileşenlerin tanımları yapılarak literatürde bu bileşenleri içeren araştırmalar örnek olarak sunulmuştur. İkinci olarak, erken çocuklukta olasılıksal düşünme becerisinin gelişimi ele alınmıştır. Olasılıksal düşünme gelişimi için Piaget ve Piaget'nin açıkladığı gelişim dönemleri açıklanmış ardından Fischbein ve Way'in önerdiği gelişimsel  er eve incelenmiştir.    nc  olarak; erken çocukluk döneminde olasılık  ğretimi, çeşitli müfredatlar ve  ğretim yöntemleri özelinde incelenmiştir. Son olarak, sonuç bölümünde bu bölüme kadar ele alınmış literatürün  zeti verilmiş ve uygulamaya yönelik öneriler sunulmuştur.

Olasılık ve Olasılığı Oluşturan Temel Bileşenler

Olasılık, bir olay ya da durumun ortaya çıkmasının mümkün olması fakat yine de belirsizliğini koruması durumu olarak belirtilmektedir (Doruk, 2021). Türk Dil Kurumu ise olasılığı, "Bir şeyin olabilmesi durumu, olabilirlik, ihtimal" olarak tanımlamaktadır (TDK, 2023). Bu tanımlar, günlük dil göz önüne alındığında kullanılabilir olsalar da olasılığın bileşenlerine dair pek bir bilgi içermemektedir. Öte yandan, bu bileşenleri içeren tanımlar da bulunmakta ve olasılık hakkında daha fazla çıkarım yapmamızı sağlamaktadır. Örneğin, Collins referans sözlüğünde olasılık, "Bir olayın sonucunu 0 ile 1, yani imkânsız ile kesin arasında bir  l  e yerleştirerek kişinin söz konusu olayın gerçekleşeceğine yönelik güven ve inancının ölçümünü içeren, aynı zamanda olası tüm sonuçların uygun duruma oranını veren olgu" olarak da tanımlanmaktadır. Bu tanıma göre olasılık "imkânsız, olası, kesin" gibi kavramları ve " rnek uzay, rastgelelilik" gibi bileşenleri içermektedir (Collins Reference Dictionary, 1998 akt. Way, 2003).

Matematik bilimi çerçevesinde olasılık tanımları ise çeşitli görüşler özelinde ele alınmaktadır. Bu görüşler; klasik olasılık, frekans ı olasılık ve öznel olasılıktır. Her bir görüş bir diğerinin eksik kaldığı noktada ortaya çıkmıştır ve olasılığı farklı bir şekilde karakterize etmektedir (Doruk, 2021). Klasik olasılık, örnek uzayın yapısının bilinerek bir durumun olası sonuçlarına ulaşılabileceğini savunmaktadır. Frekans ı olasılık ise, daha deneysel bir yaklaşımı içererek deney ve deneme sonuçlarına göre bir olasılık tahmini vermektedir. Diğer bir deyişle, bu yaklaşım, deneyler sonucunda oluştuğu için olasılığı bilgiye dayandırmaktadır. Bu da, az sayıda denemeden elde edilen sonuçların, çok daha fazla sayıdaki denemeye kıyasla oldukça farklı bir olasılık tahmini sunabileceği anlamına gelmektedir. Olasılığa yönelik bir başka yaklaşım olan öznel olasılık ise, olasılığı bağlam ve inanç gibi faktörlerden etkilenen yargılara bağlamaktadır (Way, 2003). Genel olarak, nesnel olasılık (klasik ve frekans ı) ve öznel olasılık çerçevesinde iki kategoriye ayırabileceğimiz bu olasılık türleri, hangi yaklaşıma yakın olduğumuz farketmeksizin bilimsel olarak çalışmalarda ya da pratik olarak uygulamalarda olasılık kullanımına ilişkin bir temel oluşturmaktadır.

Son derece karmaşık bir kavram olan olasılığı daha iyi anlamak için tanımının yanı sıra içerdiği bileşenleri de anlamak gerekir. Olasılık temelde dört bileşenden meydana gelmektedir. Bu bileşenler; rastgeleliği anlamak, örnek uzayı anlamak, olasılıkları karşılaştırarak nicelleştirmek ve olaylar arasındaki ilişkiyi anlamaktır.

Olasılığın ilk bileşeni olarak *rastgeleliği anlamak*, rastgeleliğin doğasını ve sonuçlarını günlük hayatımızla bütünleştirerek anlamlandırmaktır. Rastgeleliğin etkilerinin anlaşılması, aynı zamanda tüm istatistiksel düşüncelerin merkezinde yer almaktadır. Rastgelelik olasılık problemlerinin ayırt edici özelliği niteliğindedir. Genellikle rekabete dayalı oyunların temelinde de rastgelelik durumu yer almaktadır. Voleybol oyununda ilk kimin servis atacağının bir madeni paranın havaya atılıp yere düştükten sonra yazı mı tura mı geldiğine göre belirlenmesi ya da oyun öncesinde bir deste k ğdın karılması ve dağıtılması rastgelelik içeren durumlara birer örnektir. Rastgelelilik, her ne kadar belirsizlik yaratması ile olumsuz bir durum gibi görünse de içinde şans ve adaleti barındırır. Çocuklarda rastgeleliği ilk araştıran kişi olan Piaget (Piaget & Inhelder, 1975), okul öncesi çağda çocukların rastgeleliği tam olarak anlamlandıramayacağını belirtmiştir. Yaptıkları deneyler, kendilerinden sonra gelen araştırmalara yolu açmış, aynı zamanda olasılığın gelişimsel olarak ilerlemesine yönelik tartışmalar başlatmışlardır (Akt. Nikiforidou & Pange, 2010). Piaget sonrasında, erken çocukluk döneminde rastgeleliliğin bazı durumlarda mevcut olabileceğini öne süren araştırmacılar ise olasılıksal muhakemeyi destekleyecek potansiyelin bu dönemlerden başlayarak geliştirilmesi gerekliliğini vurgulamışlardır (Kuzmak, 1983; Paparistodemou vd., 2008). Örneğin Kuzmak ve Gelman (1986), hazırlamış oldukları düzenek ile çocukların hem rastgele hem rastgele olmayan bir olayın sonucuna yönelik tahminlerde bulunmalarını istemişlerdir. Deney sonucuna göre, dört yaş ve üzeri çocukların çoğunun doğru bir şekilde tahminde bulunabildiklerini yani rastgele ve rastgele olmayan durumları ayırt edebildiklerini saptamışlardır.

Olasılığın ikinci bileşeni olarak * rnek uzayı kavramaktır*.  rnek uzayı kavramak herhangi bir olasılık problemini  ozmenin ilk ve temel adımının olabilecek tüm olası olayları ve olay dizilerini bilmekle ilgili olduğunu kavramaktır (Keren, 1984). Bir olasılık durumu söz konusu olduğunda, olası tüm sonuçların göz önünde bulundurulması, bir olayın olma olasılığının belirlenmesini kolaylaştıracaktır. Bu açıdan bakıldığında olası tüm sonuçları içeren örnek uzayı bilmek, olasılık problemlerinin  oz m  için son derece önemlidir. Fakat  rnek uzayı belirlemek için bilişsel olarak birtakım ön koşul becerilerin de edinilmiş olması gerekmektedir. Nitekim  ocukların belirli durumları hayal ederek tüm olası sonuçları düşünebilmeleri, örnek uzayı belirlemek için im ansız olanı uzaydan çıkarabilmeleri ve olası olanları uzaya dâhil edebilmeleri gerekir. Örneğin kırmızı, sarı ve mavi topların bulunduğu bir küreden çıkabilecek toplar sadece kırmızı, sarı ve mavi renkte olabilir. Yeşil renk top çıkması im ansızdır. Dolayısıyla olası, mümkün ve im ansız gibi olasılık kavramları da bu sürece dâhil olmaktadır (Bryant & Nunes, 2012). Bununla birlikte, Piaget (Piaget & Inhelder, 1975)  ocukların örnek uzayı kavramasıyla rastgeleliği de anlamlandırabileceğini ifade etmektedir (Akt. English, 1991). Avustralyalı bir psikolog olan English (1991),  ocuklara oyuncak ayı ve oyuncak ayının giyebileceği kıyafetler sunarak kaç çeşit kombin yapılabileceğini bulmalarını içeren bir deney hazırlamıştır. Deney sürecinde çocuklardan tüm kıyafet çiftlerini oluşturularak olası tüm kombinasyonları belirlemeleri istenmiştir. Deney sonucunda, erken çocukluk dönemi için karmaşık görünse de somut materyaller kullanılarak gerçekleştirilen bir yöntemin çocukların örnek uzayı

anlamasında büyük ölçüde başarı sağladığına yönelik kanıtlar sağlanmıştır. Benzer  ekilde Kafoussi (2004), yapılandırmacı yaklaşım temelli uyguladığı  ğretim programının ardından çocukların olasılıksal düşünme becerilerinden örnek uzay ile ilgili önemli bilişsel gelişim kaydettiklerini vurgulamıştır.

   nc  olarak *olasılıkların karşılaştırılması ve nicelle tirilmesi*, iki veya daha fazla olayın olasılıklarının hesaplanmasını içermektedir. Olasılık, kesir ya da oran ile ifade edilebilen niceliksel bir unsurdur. Bir kaptan yer alan kırmızı ve mavi topların oranları belirlenip nicel olarak sunularak ( rneğin, 8/12) hangi rengin gelme ihtimalinin daha olası olduğu saptanabilir. Bunun küçük çocuklarda karşılığı ise, daha fazla-daha az gibi temel karşılaştırma becerisinin kullanılmasıdır. Diğer bir deyişle “Kırmızı top, mavi toptan daha fazla, dolayısıyla kırmızı top gelme ihtimali daha yüksek” anlamına gelir (Bryant & Nunes, 2012). Xu ve Garcia (2008), küçük çocuklarla yaptıkları çalışmada, sekiz aylık bebeklerin bile bu tür görevlerde başarılı olabildiklerini belirlemişlerdir. Benzer  ekilde Falk, Falk ve Levin (1980), 4 ila 11 ya  grubu çocukları için hazırlamış oldukları düzenek ile sundukları iki durumdan, çıkma olasılığı daha yüksek olanı tercih etmelerini istemişlerdir. Çalışmada süreç ödül ile peki tirilerek devam etmiştir. Çalışma bulguları, küçük ya larda bile başarı sağlanabileceğine yönelik kanıt oluşturmuştur. Çocukların deneyimledikçe olasılığı yüksek olanı se mi  olmaları, olasılığın bu ya larda öğretime dâhil edilebileceğini göstermiştir. Bununla birlikte, olasılığın karşılaştırılması ve nicelle tirilmesi için orantısal akıl yürütme becerisine ihtiyaç vardır. Orantısal akıl yürütme, orantısal olan tüm durumlardaki i lemsel ilişkileri matematiksel olarak fark edebilme, tanıyabilme, uygulayabilme ve orantısal olmayan durumları ayırt edebilme becerisini kapsamaktadır (Cramer vd., 1993). Nitekim orantısal akıl yürütme, erken cocukluk döneminde olasılığın nicelle tirilmesinin önünde bir zorluk olarak görülmekte ve sadece parça-bütün arasındaki ilişkiyi anlamakla sınırlı kalmaktadır (Bryant & Nunes, 2012).

Son olarak *korelasyonları anlama*, iki olay arasındaki ilişkiyi fark etmektir. Günlük hayatta karşımıza çıkan karşılıklı bazı durumlar arasında ilişki kurarak etkilerine yönelik çıkarımlar yaparız. Bu  ıkarımlar, korelasyonel akıl y r tmelerdir ve yukarıda bahsedilen    fikri de anlamamız gerektiği anlamına gelir (Bryant & Nune, 2012). Dolayısıyla daha üst düzey bilişsel yeterlilik gerektirir. Bu noktada, Inhelder ve Piaget (1958) yapmış oldukları çalışmalarla  nc  olmuş olsalar da söz konusu çalışmalar genellikle çocukların korelasyon durumlarına verdikleri tepkilere odaklanmıştır. Öte yandan, çocukların olay/durumlar arasında karşılıklı bir ilişki olup olmadığını değerlendirebilme becerilerini test etmek gerekmektedir. Diğer bir deyişle, çocukların olaylar arasındaki ilişkisel durumların sıklıklarını gözlemleyerek tesadüf m  ilişki mi olduğunu test edip edemedikleri incelenmelidir. Nitekim, olasılık kavramlarının öğretilmesi ile korelasyonel muhakemenin de geliştiğini düşünülmektedir (Bryant & Nunes, 2012).

Olasılıksal Düşünmenin Gelişimi

Çocuklarda olasılıksal düşünmenin gelişimine yönelik çalışmalar, daha önce de bahsedildiği üzere, Piaget’nin 1975 yılında Inhelder ile birlikte gerçekleştirdiği çalışmasına (Piaget & Inhelder, 1975) kadar uzamaktadır. Söz konusu çalışmanın sonucunda, Piaget, erken çocukluk yıllarında çocukların olasılık anlayışının zayıf olduğunu iddia etmiştir. Piaget’nin bu iddiaları, erken ya larda olasılıksal düşünmenin varlığına ilişkin bir takım tartışmalar ba latmı tır. İlerleyen dönemlerde olasılığa yönelik yapılan çeşitli araştırmalar sonucunda, olasılıksal düşünmenin varlığına ilişkin yeni birtakım teoriler ortaya atılmıştır. Bu bölümde, çocuklarda olasılıksal düşünmenin gelişimine ilişkin olarak Piaget, Fischbein ve Way’in teorilerine yer verilmiştir.

1. Piaget

Piaget, bilişsel gelişim teorisine paralel olarak olasılık kavramlarının gelişimini belirlemek amacıyla 4-15 ya  aralığındaki çocukları kapsayan bir araştırma ger ekle tirmi tir. Söz konusu araştırmanın sonuçları doğrultusunda Piaget, bilişsel gelişim aşamalarına paralel olarak olasılıksal düşünmenin gelişimini işlem öncesi, somut ve soyut dönem olmak üzere üç düzeyde ele almıştır. Piaget, her bilişsel gelişim aşamasını, mantıksal ve aritmetik işlemler, kombinasyonlar ve olasılıksal muhakeme olarak üç ayrı boyutta incelemiştir. Tıpkı bilişsel gelişim aşamalarında olduğu gibi, Piaget olasılıksal düşünmenin gelişim

aşamalarının da sırasının değişmez olduğunu, ortaya çıktığı yaşınn değişiklik gösterebileceğini, bu süreçte çocuğun zekasının, deneyimlerinin ve kültürün önemli bir rol oynadığını savunmuştur (Jones & Thornton, 2005).

Düzeş 1: İşlem Öncesi Dönem (7 yaş öncesi)

Piaget'ye göre bu dönemdeki çocuklar belirli zihinsel işlemlerden (mantıksal - aritmetik) yoksundurlar. Tersine çevirebilirliği anlamlandıramazlar, dolayısıyla da mantık öncesi yani sezgisel düşünme hakimdir. İşlem öncesi dönemin özelliklerini taşıdıkları için tümdengelim ve nedenselliğe uygun görüşü atfedemezler. Tüm bunların sonucunda belirsizlik, rastgelelik, kesinlik kavramlarını anlayamazlar. Bu nedenle de olaylar arasından gerçekleşmesi en az olası olan olay meydana geldiğinde şaşırılmazlar. Bu durum, olasılığın temel bileşenlerinin kazanılmadığını, dolayısıyla da olasılıksal muhakemenin henüz mümkün olmadığını göstermektedir. Bu dönemde, çarpma işlemi ve kombinasyonel akıl yürütme gelişmediği için çocuklar örnek uzayın yapısını da anlamlandıramazlar (Piaget & Inhelder, 1975, aktaran Way, 2003). Rastgelelilik ile ilgili olarak ise, bu yaştaki çocuklar bir düzen arayışındadır. Örneğin bir para atışında dört kere üst üste tura gelince çocuk beşinci atışta yazı geleceğini çünkü böyle bir durumun adil olacağını savunabilir. Fakat, rastgelelilik doğası gereği öngörülemezdir ve işlem öncesi dönem çocukları bunu ayırt edemezler (Way, 2003). Erken çocukluk dönemini kapsayan bu düzeyde olasılıksal düşünme sınırlı bilişsel kapasite ile karakterize edilmektedir (Nikiforidou, 2018). Sonuç olarak Piaget, işlem öncesi dönemindeki çocukların belirsizlik, rastgelelilik ve kesinlik gibi olasılık kavramlarını öğrenemeyeceğini, çünkü çocukların olasılığa yönelik düşüncelerinin tamamıyla öznel görüşler içerdiğini vurgulamaktadır (Way, 2003).

Düzeş 2: Somut İşlemler Dönemi (7-12 yaş)

Piaget'ye göre, bu dönemde çocuklarda rastgelelilik ve şans sezgisi önemli ölçüde oluşmakta, kesinlik ve belirsizlik arasındaki farkı anlamalarını sağlayacak olan zihinsel beceriler gelişmeye başlamaktadır. Bu dönemde, büyük sayıların dahil olduğu durumlar hariç, tersine çevirilebilirlik çocuk için anlaşılır bir hal almaktadır. Özellikle kombinasyon sistemlerini keşfetmeye başlaması, ortaya çıkan yeni durumları belirleme konusundaki anlayışının da gelişmesini sağlamaktadır. Diğer taraftan, çocuk bu dönemde orantısal akıl yürütmeyi tam anlamıyla gerçekleştiremediği için oranlardan çok nicelikleri göz önüne almakta ve bunun sonucunda da olasılıksal düşünmeye yönelik bilgisi eksik ve ampirik kalmaktadır. Sonuç olarak, bu dönemde her ne kadar çocuk olasılık kavramlarına yönelik anlayış geliştirmeye başlasa da bu anlayış tutarsız bir düzende seyretmektedir ve çocuğun kapsamlı bir olasılık analizinde başarısız olmasına yol açmaktadır (Piaget & Inhelder, 1975, aktaran Way, 2003).

Düzeş 3: Soyut İşlemler Dönemi (12+ yaş)

Piaget'ye göre, bu dönemde çocuklar artık olasılıksal düşünmeye yönelik zihinsel işlemlere sahiptir. Bu zihinsel işlemler; olasılık hakkında genelleme yapmayı, karmaşık durumları anlamayı, olasılık kavramlarını tam anlamıyla yapılandırmayı, kombinasyonel ve orantısal akıl yürütmeyi ve bir olayın olasılığını ölçmeyi mümkün kılmaktadır (Piaget & Inhelder, 1975, aktaran Way, 2003).

2. Fischbein

Fischbein, Piaget'nin (Piaget & Inhelder, 1975) çalışmasına paralel olarak çocuklarda olasılıksal düşünmenin gelişimini keşfetmeye odaklanmış ve çocuklarda olasılık kavramlarının gelişimine yönelik 'sezgilerin' önemini ortaya koymuştur. Fischbein'e (1975) göre sezgi, gerekçesi olsa bile örtük olan, bütünsel ve anlık bir bilişsel inançtır. Sezgilerin değiştirilebilir oluşu, onun yapılandırılmış bir süreçle şekillendirilebilmesini sağlar. Buradan hareketle Fischbein, olasılık içeren olayların özel sezgiler olduğunu vurgulamış, bu sezgilerin sosyal öğrenme ve kişisel deneyimle şekillendiğini belirtmiştir. Fischbein, farklı sezgi kategorileri ortaya koymuş ve olasılıksal düşünmeyle ilgili karmaşık sezgisel temelin erken çocukluktan itibaren atılması gerektiğini savunmuştur. Fischbein söz konusu sezgi kategorilerini, birincil sezgiler ve ikincil sezgiler olarak adlandırmıştır (Fischbein, 1975). Birincil sezgiler, herhangi bir öğretime maruz kalmadan bireyin deneyimleri yoluyla oluşan bilişsel kazanımlardır. İkincil sezgiler ise, okuldaki

yapılandırılmış bir eğitim ile şekillenen, sosyal deneyimi bilimsel gerçeğe aktaran kazanımlardır (Ortiz & Alsina, 2019). Piaget'nin aksine Fischbein, şans sezgisinin okul öncesi dönemde var olduğunu savunmuş, deneyim ve düşünce ile sezgilerini geliştirmelerinin çocukların olasılıksal anlayışlarını da geliştirdiğini belirtmiştir. Bu nedenle de, Fischbein'e göre, sezgiler olasılıksal bilginin oluşturulmasında anahtardır ve öğretimsel bir süreç ile desteklenebilir (Nikiforidou, 2018).

Fischbein (1975) olasılık sezgisinin gelişimini iki ana boyutta ele almıştır. İlk boyut, şans sezgisi, göreceli frekans sezgisi, olasılık yargısı ve kombinatorik işlem gibi olasılık kavramlarının gelişimini içermektedir. Şans sezgisi, rastgele olanı tahmin edilebilir olandan ayırabilmeyi; göreceli frekans sezgisi, tahminlerini olayların olasılıklarına göre uyarlayabilmeyi; olasılık yargısı, olayların olasılıklarını niceliksel olarak karşılaştırarak tahmin yapabilmeyi; kombinatorik işlem ise, olası tüm sonuçların belirlenebilmesini içerir. İkinci boyut ise olasılık öğrenimi sonucunda olasılık yargısına varma becerisinin değerlendirilmesini (öğretim etkisi) kapsamaktadır. Bu iki ana temel doğrultusunda Fischbein, Piaget'nin aşamalarıyla bazı ortak noktalara sahip olmakla birlikte farklılıkları da içeren gelişim aşamaları oluşturmuştur (Fischbein, 1975). Bu aşamalar ve özellikleri aşağıda yer almaktadır.

Okul Öncesi Dönem (7 yaş öncesi)

Şans sezgisi açısından. Okul öncesi dönemde çocuk rastgele olan bir durumu tahmin edilebilir olan bir durumdan ayırt edebilir, fakat bu ayırım öznellik, pasif tümevarım, durumları kontrol etme düşüncesi ve tumdengelim sınırlılığı gibi mevcut bilişsel gelişimin özelliklerinden dolayı tam anlamıyla işlemez. Ancak, olasılıkların ve buna bağlı olarak olası kombinasyonların sayısı az olduğunda çocuk doğru muhakeme edebilir ve bazen somut işlemler aşamasındaki çocuktan daha doğru bir şekilde akıl yürütebilir.

Göreceli frekans sezgisi açısından. Okul öncesi dönemde yer alan çocuklar, birincil sezginin tezahürü olarak tahminlerini olayların olasılıklarına göre uyarlayabilir. Bu noktada, olasılık eşleştirme göreceli frekans sezgisinin bir ifadesi olarak ortaya çıkar. Olasılık eşleştirme, rastgele olayların sonuçlarına ilişkin göreceli tahminlerin, olayların temelinde yer alan olasılık dağılımı ile eşleşme eğilimidir. Örneğin, bir kutuda üç siyah ve üç beyaz boncuk olsun. Çocuk kutudan 10 kez boncuk çekildiğinde 7 kez siyah 3 kez beyaz çıktığını görürse 11. kez boncuk çekilmeden önce siyah boncuk çıkacağına yönelik bir yargıya varabilir. Bu durum olayın gerçekleşme olasılığı ile orantılı olarak tahmin yürütmektir.

Olasılık yargısı açısından. Okul öncesi dönem çocukları henüz yeterli bir kavramsal çerçeveye sahip olmadığı için bilişsel düzeyi, çocuğu karar vermede yanıltabilir. Dolayısıyla yanıtları, yalnızca sezgisel ve işlem öncesi düzeyi yansıtır. Ayrıca, olasılık ile ilgili tahmini çocuğun algıladıklarından, renk tercihlerinden ve nesnelerin konumundan etkilenebilir. Ancak, bu tür etkiler yeterli deneysel kontrolle ortadan kaldırılırsa ve gereken karşılaştırma durumu karmaşık değilse, okul öncesi dönem çocukları olasılığı doğru bir şekilde tahmin etme yeteneğine sahiptir.

Kombinatorik işlemler açısından. Okul öncesi dönem çocukları somut malzemeler öğretime dahil edildiğinde yalnızca ampirik olarak çok az da olsa kombinasyon yapabilir. (Örneğin, iki farklı nesnenin oluşturabileceği olası tüm grupları belirleyebilir.)

Öğretim etkisi açısından. Okul öncesi dönemdeki çocuklar olasılık ve olasılığın ölçülmesine ilişkin doğal bir sezgiye sahiptir, fakat bu durum yalnızca ikili karşılaştırmalarla sınırlıdır. Dolayısıyla olasılık öğretimi, okul öncesi dönem için çok düşük bir düzeyde etki göstermektedir (Fischbein, 1975).

Somut İşlemsel Dönem (7 - 12 yaş)

Şans sezgisi açısından. Okul öncesi dönem çocuklarında birincil sezgi ile karakterize edilen şans temsili, yedi yaşından sonra belirgin, tutarlı ve kavramsal bir yapıya dönüşür. Bu dönemde çocuk öngörülemeyen durumların aralarındaki ilişkiyi ve tersine çevirebilirliği anlamaya başlar.

Göreceli frekans sezgisi açısından. Olasılık eşleştirme yaşla paralel olarak gelişir ve istikrar kazanır. Bu durum göreceli frekans sezgisinde birincil sezgilerden ileri taşındığı anlamına gelir.

Olasılık yargısı açısından. Olay/durumların sayısı eşit olduğunda yani temel ve basit karşılaştırmaya yönelik problemleri çözebilir. (Örneğin, bir torbada bir beyaz ve bir siyah bilye var. Beyaz bilye çekme şansı ile siyah bilye çekme şansının karşılaştırılması.)

Kombinatorik işlemler açısından. Çocuklar yapılandırılmış bir eğitim ve deneme yanılma yolu ile kombinasyonlara yönelik temel işlemleri oluşturabilir.

Öğretim etkisi açısından. Orantısal akıl yürütme becerisi henüz zayıf olsa da, bu becerinin yoksunluğu, Piaget'nin görüşünün aksine, olasılık öğrenimine engel değildir. Hatta çocuklar uygun bir eğitim ile karşılaştırma problemlerine yönelik yargıda bulunabilir. Her ne kadar bu dönem çocukları baskın tepki kalıpları (pozitif/negatif yenilik etkisi, ardışık etkiler) gösterebilir de bu durum somut işlem döneminin sonuna doğru kaybolacaktır (Fischbein, 1975).

Soyut İşlemsel Dönem (12+ yaş)

Şans sezgisi açısından. Soyut akıl yürütme geliştiği için daha eksiksiz bir olasılık kavramı ve anlayışı oluşur. Fakat bazı durumlarda belirsizliği azaltmak için nedensel bağımlılıklara ihtiyaç duyabilir.

Göreceli frekans sezgisi açısından. Olasılık eşleştirmesi bu seviyede daha hızlı bir hale gelerek gelişmeye devam eder.

Olasılık yargısı açısından. Çocuk, oranları eşit olmayan koşullarla karşılaştırma yapma durumunda bile en başından doğru yanıtlar verebilir.

Kombinatorik işlemler açısından. Piaget'nin görüşünün aksine, Fischbein'e göre bu yaştaki çocuklar da tam anlamıyla sistematik bir şekilde kombinasyonlara yönelik işlemleri oluşturamayabilir ve öğretim desteği gerekir.

Öğretim etkisi açısından. Yapılandırılmış uygun bir eğitim ile bu yaştaki çocuklar ikincil sezgiler geliştirebilir (Fischbein, 1975).

3. Way

Way (2003), olasılıksal akıl yürütme ile ilgili kendinden önceki yapılmış çalışmaların literatüre değerli bilgiler sunduğunu kabul etmekte fakat bu çalışmaları çeşitli yönlerden eleştirmektedir. Way, çocukların olasılıksal yargılarını ortaya çıkarmaya yönelik geçmiş araştırmalarda sadece belirli bir yaş aralığındaki çocuklarla, sınırlı kavramlar kullanılarak çalışıldığını ve yetişkin muhakemesi ile değerlendirme yapıldığını belirtmektedir. Bunun aksine Way, çocukların olasılık kavramlarına ilişkin sezgisel anlayışlarından yola çıkılması gerektiğini savunmaktadır. Way, olasılık içeren görevler karşısında çocukların matematiksel yargıya varma becerilerinin gelişiminin üç düzeyden meydana geldiğini, ilk iki düzeyin de kendi içinde iki alt aşamadan oluştuğunu belirtmektedir. Bu alt aşamaların kendinden bir önceki ve kendinden bir sonraki aşamanın izlerini taşıdığını fakat yine de belirgin bir şekilde gözlemlenmediği için geçiş aşaması olarak tanımlandığını vurgulamıştır (Way, 2003). Bu düzeyler ve yaklaşık olarak ortaya çıktığı yaşlar aşağıda yer almaktadır.

Düzye 1

- a. *Olasılıksal düşünmenin henüz gerçekleşmediği aşama.* Bu aşama için ortalama yaş aralığı 4 yıl 3 ay ile 8 yıl 2 aydır. Rastgelelilik bu dönemde çocuklar için çok minimum düzeyde anlaşılmaktadır. Çocuklar, vereceği kararlarda daha çok görsel uyarılara ve karşılaştırmalara güvenir. Olasılığı sıralayamaz. Genel olarak bu düzeydeki çocuklar rastgelelik kavramı konusunda eksik bir farkındalığa sahiptir.
- b. *Olasılıksal düşünmenin olmadığı aşamadan olasılıksal düşünmenin belirdiği düşünmeye geçiş aşaması.* Bu aşama için ortalama yaş aralığı 5 yıl 9 ay ile 11 yıl 1 aydır. Olasılıksal düşünmenin henüz gerçekleşmediği aşama ile benzer özelliklere sahiptir fakat olasılıksal düşünmenin ortaya çıkışı için bir geçiş dönemidir (Way, 2003).

Düzyey 2

- a. *Olasılıksal düşünmenin ortaya çıkışı.* Bu aşama için ortalama yaş aralığı 6 yıl 11 ay ile 12 yıl 2 aydır. Çocuklar artık bu dönemde örnek alan yapısını tanımaya başlar. Görsel karşılaştırma veya sayı tahmini yoluyla olasılık sıralaması yapabilir. Olasılık karşılaştırmalarında toplama ve çıkarma stratejilerini kullanabilir. Eşit olasılık ve imkansız gibi olasılık kavramlarını tanımaya başlar.
- b. *Olasılıksal düşünmenin ortaya çıkışından niceliksel düşünceye geçiş aşaması.* Bu aşama için ortalama yaş aralığı 7 yıl 6 ay ile 11 yıl 8 aydır. Olasılıksal düşünmenin ortaya çıkışı ile olasılığın nicelleştirilmesine geçiş aşamasıdır (Way, 2003).

Düzyey 3

- a. *Olasılığın Ölçülmesi.* Bu aşama için ortalama yaş aralığı 9 yıl 1 ay ile 12 yıl 7 aydır. Çocuk bu dönemde sayısal karşılaştırmalar yapabilir. Orantısal düşünebilir. Ortaya çıkan veya mevcut olasılığı ölçebilir. Rastgelelik ve olasılık arasındaki ilişki, önceki iki düzyeye kıyasla daha anlaşılırdır (Way, 2003).

Erken Çocukluk Döneminde Olasılık Öğretimi

Erken çocukluk yıllarında olasılıksal düşünme (Fischbein, 1975; Jones vd., 1997; Piaget & Inhelder, 1975; Polaki vd., 2000; Way, 2003), sezgilerin gelişimi (Fischbein, 1975), olasılıksal yargılar (Davies, 1965; Goldberg, 1966, Kuzmak & Gelman, 1986; Yost vd., 1962) ve olasılık kavramları (Falk vd., 1980; Shtulman & Carey, 2007) ile ilgili yapılan çalışmalar sonucunda olasılık kavramlarının erken çocukluk eğitime dahil edilmesi gündeme gelmiştir. Nitekim, 1985 yılında Amerika Birleşik Devletleri Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM), matematik eğitimi ile ilgili yayınladığı standartlarda olasılığa yer vermesi ve Amerikan eyalet müfredatlarında olasılığın yer almaya başlaması, diğer ülkeleri de etkileyerek erken dönemde olasılığın öğretilmesi ve öğrenilmesine yönelik çalışmaların artmasını sağlamıştır (Jones & Thornton, 2005).

NCTM (2000), verilere dayalı çıkarımların ve tahminlerin geliştirilmesi, değerlendirilmesi, temel olasılık kavramlarının öğrenilmesi, olası ve olası olmayan olayların tartışılması ve bu becerilerin günlük yaşamla ilişkilendirilerek geliştirilmesi gereksinimlerinden yola çıkarak erken çocukluktan itibaren sistematik olarak müfredata olasılık konusunu dahil etmiştir. Bu doğrultuda, olasılık alanını erken yıllara çekerek öğretimi teşvik eden NCTM, çocukların olasılık dilini kullanarak deneyimleri hakkında yargıya varmalarını ve yaşadıkları olaylarla ilgili belirleyici unsurlara dikkatlerini yönlendirebilmelerini sağlayacak etkinlikleri sürece dahil etmeyi önermektedir. Buradan hareketle NCTM, olasılığın ve erken yaşlarda olasılık okuryazarlığının önemini vurgulamaktadır.

Günümüzde, NCTM'nin standartlarının yanı sıra ABD'deki birçok eyaletin erken çocukluk matematik eğitimi programlarında veri analizi ile birlikte olasılık konusu yer almakta ve belirli amaçlar çerçevesinde olasılık öğretimi gerçekleştirilmektedir. Farklı yerlerdeki erken çocukluk matematik programında yer verilen olasılık konusu ile ilgili göstergelere örnek olması açısından NCTM, ABD'nin çeşitli eyaletleri, Kanada (Ontario) ve Avusturalya'daki erken çocukluk eğitimi programlarından ilgili kısımlar Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1

NCTM, Amerikan Eyaletleri, Kanada (Ontario) ve Avusturalya Erken Çocukluk Matematik Standartlarında Yer Alan Olasılıkla İlgili Göstergeler

	Göstergeler
NCTM (2000)	• Verilerle ele alınabilecek soruları formüle etmek ve bunları yanıtlamak için ilgili verileri toplar, düzenler ve sergiler. • Verileri analiz etmek için uygun istatistiksel yöntemleri seçer ve kullanır. • Verilere dayalı çıkarımlar ve tahminler geliştirir ve değerlendirir.
Colorado Standartları (2010)	• Ölçülebilir nitelikleri tanımlar ve karşılaştırır. • Aynı ölçülebilir özelliğe sahip iki nesneyi karşılaştırır, hangisinin "daha fazla"/"daha az" olduğunu görür ve tanımlar. • Nesneleri sınıflandırır ve her kategorideki nesnelerin sayısını sayar.
Core Knowledge (2013)	• Kendisi ve çevresi hakkında sorular sorar ve veri toplar. • Nesneleri niteliklerine göre sıralar ve sınıflandırır, nesnelerle ilgili verileri düzenler.
ABD Güney Carolina Standartları (2015)	• Matematiksel süreçler yoluyla, ortaya çıkan bir veri düzenleme ve yorumlama becerisi sergiler.
Illinois Standartları (2013)	• Verileri ve bilgileri düzenler ve açıklar. • Öğretmen desteği ve zaman içindeki çoklu deneyimlerle bilgi toplamadan önce sonuç hakkında tahminlerde bulunur. • Olayların olasılıklarını belirler, açıklar ve uygular. • "Olası", "imkansız", "her zaman" ve "asla" gibi uygun sözcük dağarcığı ile olayların olasılığını tanımlar.
Missouri Standartları (2001)	• Bilgileri toplar, düzenler ve görüntüler.
Pensilvanya Standartları (2001)	• Nesneleri sınıflandırır ve her kategorideki nesnelerin sayısını sayar. • Ölçerken matematiksel işlemleri kullanır; verileri temsil eder, düzenler ve anlar.
Kanada (Ontario) Standartları (2016)	• Çocuklar anaokulu programında ilerledikçe sorunları çözmek ve bilgi iletmek için verileri toplar, düzenler, görüntüler ve yorumlarlar ve günlük bağlamlarda olasılık kavramını keşfederler.
Avusturalya (2020)	• Bilinen durumlarla ilgili verilen araştırma sorularına yanıt olarak nesneler ve görüntüler tarafından temsil edilen verileri toplar, karşılaştırır ve sıralar.

Tablo 1 incelendiğinde, okul öncesi dönem standartlarında veri analizi ile birlikte olasılık becerilerine de yer verdikleri görülmektedir. Tabloya göre olasılıkla ilgili okul öncesi dönem çocukları için ön plana çıkan beceriler; olasılık dilinin kullanımı, verileri düzenleme, açıklama ve sonunda çıkarım yapabilmidir. Standartlarda yer alan kazanımların, olasılık becerisi için çocukların sahip olması gereken ön koşul

becerileri ön plana çıkardığı söylenebilir. Bununla birlikte, çocukların olasılık becerisini kullanarak olay ve durumların sonucuna ilişkin akıl yürütebilmeleri standartların ortak bir amacı olarak görülebilir.

Ülkemiz Milli Eğitim Bakanlığı programlarındaki kazanımları incelendiğinde ise, matematik eğitiminde olasılık konusunun ilk olarak 8. sınıf programında yer aldığı görülmektedir. 8. sınıf matematik programında yer alan olasılık ile ilgili kazanım ve açıklamalar Tablo 2’de sunulmuştur (MEB, 2018).

Tablo 2

MEB 8. Sınıf Matematik Öğretim Programında Yer Alan Olasılıkla İlgili Kazanım ve Açıklamalar

Kazanımlar	Açıklamalar
M.8.5.1. Bir olaya ait olası durumları belirler.	Örneğin 3 kırmızı, 5 mavi renkli topun bulunduğu bir torbadan top çekilmesi olayı ile ilgili olası durumların sayısının 8 olduğu ifade edilir. Birden fazla olayın olası durumları ele alınmaz.
M.8.5.1.2. “Daha fazla”, “eşit”, “daha az” olasılıklı olayları ayırt eder, örnek verir.	Olasılığı hesaplamayı gerektirmeyen sezgisel durumlar ele alınır. Örneğin bir okuldaki tüm öğretmen ve öğrencilerin isimlerinin yazılı olduğu bir listeden rastgele çekilen bir ismin öğrenciye ait olma olasılığının daha fazla olduğu, 15’i erkek öğrenci ve 15’i kız öğrenci olan bir sınıftan rastgele seçilen birinin kız öğrenci olma olasılığı ile erkek öğrenci olma olasılığının eşit olduğunu belirten çalışmalar yapılır.
M.8.5.1.3. Eşit şansa sahip olan olaylarda her bir çıktının olasılık değerinin eşit olduğunu ve bu değer $1/n$ olduğunu açıklar	a) Kazanım ifadesindeki n , olası durum sayısını temsil etmektedir. b) Eşit şansa sahip olan ve olmayan olayları ayırt etmeye yönelik çalışmalara yer verilir. c) Olasılığın bir olayın olma şansına (olabilirliğine) ilişkin bir ölçüm olduğu vurgulanır.
M.8.5.1.4. Olasılık değerinin 0 ile 1 arasında (0 ve 1 dâhil) olduğunu anlar.	a) İmkânsız olay ve kesin olayın olasılık değerleri vurgulanır. b) Bir olayın olma olasılığı ile olmama olasılığının toplamının 1 olduğu fark ettirilir
M.8.5.1.5. Basit bir olayın olma olasılığını hesaplar.	a) Zar atıldığında tek sayı gelmesi gibi örnekler verilir. b) Ayırık olan ve olmayan, bağımlı ve bağımsız olayların olasılığına girilmez. c) Birden fazla olayın olma olasılığı ele alınmaz.

Tablo 2 incelendiğinde, olasılık ile ilgili kazanımların olasılığın karşılaştırılması, örnek uzay, ilişkiyi fark etme ve nicelleştirme gibi özellikleri içerdiği görülmektedir. Öte yandan özellikle olasılık karşılaştırmaları (daha fazla/ daha az) ve bir olaya ait durumların belirlenmesini içeren kazanımların farklı ülke standartlarında erken çocukluk döneminde bile yer alması dikkat çeken bir konudur. Yine de, ülkemizde Güncellenen Okul Öncesi Eğitim Programı’nda (2023) direkt ‘olasılık’ adı altında kazanımlar olmasa da, bilişsel gelişim alanında yer alan bazı kazanım ve göstergeler olasılık becerisi için de temel oluşturur. Güncellenen Okul Öncesi Eğitim Programı’nda (2023) yer alan bu kazanım ve göstergeler Tablo 3’te sunulmuştur.

Tablo 3*MEB Okul Öncesi Eğitim Programı'nda (2023) Yer Alan Olasılıkla İlişkili Kazanım ve Göstergeler*

Kazanımlar	Göstergeleri
Kazanım 4. Nesne/durum/olayla ilgili tahminlerini değerlendirir.	Nesne/durum/olayı inceler. Tahminini söyler. Gerçek durumu inceler. Tahmini ile gerçek durumu karşılaştırır. Tahmini ile gerçek durum arasındaki benzerlikleri/farklılıkları açıklar. Tahminine ilişkin çıkarımda bulunur
Kazanım 5. Neden-sonuç ilişkisi kurar.	Bir olayın olası nedenlerini söyler. Bir olayın olası sonuçlarını söyler. Nesne/durum/olaylar arasındaki neden-sonuç ilişkisini açıklar.
Kazanım 7. Nesne/varlık/olayları çeşitli özelliklerine göre düzenler.	Nesne/varlık/olayları çeşitli özelliklerine göre karşılaştırır. Nesne/varlık/olayları çeşitli özelliklerine göre eşleştirir. Nesne/varlık/olayları çeşitli özelliklerine göre sınıflandırır. Nesne/varlık/olayları çeşitli özelliklerine göre sıralar.
Kazanım 10. Sayma becerisi sergiler.	İleriye/geriye doğru ritmik sayar. Gösterilen gruptaki nesneleri sayar. Saydığı nesne/varlıkların kaç tane olduğunu söyler. Belirtilen sayı kadar nesne/varlığı gösterir. Bir sayıdan önce ve sonra gelen sayıyı söyler. Sıra bildiren sayıyı söyler. Nesne grupları ile sayıları eşleştirir. Grup hâlindeki nesnelerin/varlıkların sayısını saymadan hızlıca söyler.
Kazanım 11. Nesneleri kullanarak basit toplama/çıkarma işlemlerini yapar.	Günlük yaşamdaki artma/azalma durumlarını fark eder. Günlük yaşamdaki toplama/çıkarmaya ilişkin örnek verir. Nesne gruplarına belirtilen sayı kadar nesne ekler. Nesne grubundan belirtilen sayı kadar nesneyi eksiltir. Nesneleri kullanarak yaptığı toplama/çıkarma işleminin sonucunu söyler.
Kazanım 13. Nesne/varlıkları ölçer.	Nesne/varlıkların ölçülebilir özelliklerini söyler. Ölçme sonucunu tahmin eder. Nesne/varlıkları standart olmayan ölçme birimlerini kullanarak ölçer. Ölçme sonucunu söyler. Ölçme sonucu ile tahmin ettiği sonucu karşılaştırır. Standart ölçme araçlarının işlevlerini açıklar. Ölçülmek istenen özelliğe uygun standart ölçme aracını seçer.
Kazanım 23. Seçenekler arasında karar verir.	Seçenekleri belirler. Seçeneklerin olumlu/olumsuz yönlerini sorgular. Seçenekler arasında tercih yapar. Tercih ettiği seçeneği/kararı uygular. Kararının sonuçlarına göre yeni seçenekler geliştirir.

Diğer taraftan, Okul Öncesi Eğitim Programı Maarif Modeli'nde (2024) olasılık becerisine temel oluşturabilecek matematik alanları ve açıklamaları Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4

MEB Okul Öncesi Eğitim Programı Maarif Modeli'nde (2024) Yer Alan Olasılıkla İlişkili Kazanım ve Göstergeler

Matematik Alanı		Açıklamaları
MAB6. Sayma Becerisi	MAB.1. Ritmik ve algısal sayabilme	a) 1 ile 20 arasında ritmik sayar. b) 1 ile 20 arasında nesne/varlık sayısını söyler.
MAB1. Matematiksel Muhakeme Becerisi	MAB. 4. Matematiksel olgu, olay ve nesnelere ilişkin çıkarım yapabilme	a) Nesnelerin ölçülebilir özelliklerine ilişkin çıkarımda bulunur. c) Nesne, olgu ve olayları karşılaştırır. ç) Nesne, olgu ve olaylara ilişkin çıkarımlarını söyler.
	MAB. 5. Matematiksel problemleri çözümleyebilme	a) Matematiksel problemlere ilişkin parçaları söyler. b) Matematiksel problemlerin parçaları arasındaki ilişkileri açıklar. c) Eksik/fazla parka sayısını söyler. ç) 5'e kadar nesne sayısı artan/azalan grubun yeni nesne sayısını söyler.
MAB2. Matematiksel Problem Çözme Becerisi	MAB.6. Matematiksel problemleri yorumlayabilme	a) Matematiksel problemleri çeşitli yollarla ifade eder.
	MAB. 7. Matematiksel problemler ve çözümlerine ilişkin açıklamalar ve stratejiler geliştirebilme	a) Matematiksel bir problemin çözümüne ilişkin strateji oluşturur. b) Seçtiği çözüm yoluna ilişkin gerekçelerini açıklar. c) Seçtiği/planladığı çözüm yolunu dener. d) Ortaya çıkan sonucu gerekçeleriyle açıklar. e) Çözüme ulaşamadığı zaman yeni bir çözüm yolu dener.

MAB4. Veri İle Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme Becerisi	MAB.11. Araştırılabilir problemler belirleyebilme	a) Günlük hayattan araştırılabilir bir problem söyler. b) Günlük hayatta karşılatığı bir problemi kendi cümleleriyle ifade eder.
	MAB.13. Problemlerin çözümüne yönelik bulgulara ulaşabilme	a) Elde ettiği/eriştiği verileri analiz etmek için ne yapması gerektiğini söyler. b) Elde ettiği/ulaştığı verileri analiz eder.

Hem Güncellenen Okul Öncesi Eğitim Programı'nda (2023) hem de Okul Öncesi Eğitim Programı Maarif Modeli'nde (2024) yer alan kazanımlar, olasılığı eğitim sürecine erken çocukluk döneminde dahil etmiş olan ülkelerin standartları ile paralel görülmektedir. Özellikle Güncellenen Okul Öncesi Eğitim Programı'nın (2024) bilişsel gelişim alanına eklenen karar verme becerisi, olasılıksal düşünme ile ilgili önemli bir ön koşul beceridir. Bununla birlikte, Okul Öncesi Eğitim Programı Maarif Modeli'nde (2024) *Matematiksel Muhakeme Becerisi* altında yer alan "*Matematiksel olgu, olay ve nesnelere ilişkin çıkarım yapabilme*" şu açıklamaları içermektedir.

"(...) ifade edilen bir olayın gerçekleşmesi ihtimaline yönelik fikirlerini söylemeleri, gerçekleşmesi imkânsız/muhtemel/kesin olan ve olmayan olaylara örnekler vermeleri, bir olayın gerçekleşip gerçekleşmeyeceğine ilişkin düşüncelerini açıklamaları beklenmektedir."

Bu açıklama incelendiğinde *Matematiksel Çıkarım Yapabilme Becerisi* doğrudan olasılıksal düşünebilme becerisini içermektedir. Buna göre, çocukların matematiksel çıkarım yaparken olasılık dili kullanabilme, olasılık karşılaştırması yapabilme, rastgeleliği anlamlandırabilme gibi olasılığın temel bileşenlerini kullanmaları gerekmektedir. Dolayısıyla ülkemizde de, olasılık becerisi için gerekli becerilerin, erken çocukluk döneminden itibaren kazandırılmaya başlandığı görülmektedir. Öte yandan tüm bu kazanım ve açıklamalara rağmen Türkiye'de 8. sınıftan önceki eğitim kademelerinde olasılıkla ilişkili kazanımların ayrı bir beceri alanı olarak alınmayıp ilişkili becerilerin altında ele alınmış olması düşündürücüdür.

Sonuç olarak, farklı ülkelerdeki erken çocukluk eğitim programlarının bazılarında olasılık kavramı doğrudan yer almazken, bazı programlarda sadece veri analizinin ele alınması, bazı programlarda ise veri analizi ile birlikte olasılığı da ele alması, olasılığı öğretme bağlamında henüz bir fikir birliği olmadığını göstermektedir. Groth (2018), bu fikir ayrılığının farklı soruları ortaya çıkardığını öne sürmektedir. Bu sorulardan ilki, olasılık dilini merkeze alan bir eğitim uzun vadede olasılıksal düşünmeyi ne ölçüde geliştirebilir? İkinci soru, çocuklara olasılık diliyle ilgili deneyimler nasıl kazandırılabilir? Üçüncü soru ise, çocuklar olasılık dili ile günlük yaşamları arasında bağlantı kurarken öğretmenler yapı iskelesini nasıl kurmalıdır? Bu soruların cevapları ile çocuklar için öğrenme hedefleri geliştirilebilir, öğretmenler için ise mesleki eğitime yönelik hedefler belirlenebilir. Diğer bir deyişle, erken çocukluk matematik eğitiminde yeni bir alan olarak ortaya çıkan olasılığın çocuklar tarafından nasıl öğrenildiği ve olasılık öğretiminin nasıl yapılabileceği ile ilgili saha uygulamalarına ve araştırmalara gereksinim duyulmaktadır (Ben-Zvi vd., 2018).

Geçmiş araştırmalar, genellikle çocuklar için olasılık çalışmasının mümkün olduğunu saptayarak çeşitli stratejiler ortaya koymuştur. Diğer bir deyişle, gelişim düzeyi dikkate alınarak, değişik strateji ve materyallerin işe koşulduğu bir müdahale ile erken çocukluk döneminde olasılıksal düşünme konusunda kayda değer ilerlemeler görmek mümkündür (Kafoussi, 2002; Tarr, 2002). Örneğin; Alsina ve Ortiz (2019) günlük hayatta kullanılan nesneler ve manipülatif malzemeler ile sürecin somutlaştırılarak görsel bir hale

getirildiği öğrenme ortamlarında temel olasılık dili ve kavramlarının öğrenildiğini desteklemişlerdir. Benzer şekilde, Shtulman ve Carey (2007) çocukların mümkün, imkansız gibi olasılık kavramlarını anladığını belirtmişlerdir. Yine yapılan çalışmalar ile; resimli hikaye kitapları aracılığıyla çocukların istatistiksel muhakemeleri değerlendirilmiş ve belirsizliğe uygun yanıtlar yönelttikleri bildirilmiş (Kinnear, 2013), oyun aracılığıyla olasılık görevlerini yürütebildikleri vurgulanmış (Falk vd., 2012), rastgeleliği anladıkları ve oyun sonucuna yönelik uygun açıklamalar getirebildikleri belirtilmiştir (Kuzmak & Gelman, 1986; Nikiforidou & Pange, 2010). Paparistodemou ve Noss (2004), sürece teknolojiyi dahil ederek çocukların rastgelelilik ve örnek uzay kavramlarını öğrenmelerini desteklemişlerdir. Çalışma, teknolojinin sağladığı dinamik bir ortamında etkisiyle çocukların bu kavramları edinebileceklerini desteklemiştir.

Way (2003) ise, erken çocukluk döneminde olasılıksal öğretimin gerekliliğini belirterek bunun için dört araç sunmaktadır. Bu araçlar; olasılığa yönelik oyunlar ve çeşitli etkinlikler aracılığıyla farklı deneyimler yaratarak yönlendirici sorular sormak, çocuklar için daha anlaşılır olan olasılık kavramlarını dikkate alarak süreci planlamak, örnek uzaya yönelik açık, net, anlaşılır etkinlikler hazırlamak ve son olarak çeşitli sayısal stratejiler geliştirerek farklı öğretim etkinlikleri planlamaktır. Way (2003), özellikle erken çocukluk döneminde etkinliklerde daha fazla/daha az, en olası, eşit olasılık kavramlarının daha anlaşılır olduğuna vurgu yaparak sürece dahil edilmesini önermektedir. Diğer taraftan, çocukların sürece dahil olarak kararlarının dikkate alınması ve etkinlik boyunca örnek uzaya yer verilmesi gerekliliğini vurgulamaktadır. Threlfall'a (2004) göre ise, günlük ifadelerin olasılık dili ile ilişkilendirilmesi; olasılık, ihtimal, rastgele gibi soruların yanıtlanması ve çocuklara fark ettirilmesi amaçlanmalıdır. Threlfall (2004), erken çocukluk döneminde olasılık öğretimi hakkında aşağıdaki maddelere dikkat çekmektedir:

1. Günlük ifadelerin olasılık dili ile ilişkilendirilmesi,
2. Sağlanan verilerle olasılık sorularının yanıtlanması,
3. Açıklanan bir durumun olasılığının sorgulanması,
4. Veri toplama ve ampirik olarak yansıtırma.

Yine, olasılık dilini sınıf ortamına dahil ederek erken çocukluk dönemindeki çocuklar açısından çıktıların değerlendirmesini yapan çalışmalar da bu maddeler ile benzer öneriler ortaya koymuşlardır (Alsina & Ortiz, 2019; Falk vd., 2012; Kinnear, 2013; Kuzmak & Gelman, 1986; Nikiforidou & Pange, 2010; Shtulman & Carey, 2007). Dolayısıyla yapılan son çalışmalar, Fischbein'in (1975) küçük çocukların da olasılık ile ilgili ön koşul becerileri sergileyebildikleri ve olasılıksal akıl yürütme gerçekleştirebildikleri iddiasını desteklenmektedir (Hawkins & Kapadia, 1984).

Söz konusu bulgulardan hareketle, olasılık öğretimi ile ilgili ortaya çıkan diğer bir unsur, olasığın çocuklara "nasıl" öğretilceği sorusudur (HodnikČadež & Maja Škrbec, 2011). Çocuklar okula başlamadan önce de olasılık hakkında bilgiye sahiplerdir. Günlük hayatta karşılaştıkları durumlarda neyin olası, neyin mümkün, neyin imkansız olabileceği hakkında yargı geliştirirler ki bu, olasılığa dayalı çıkarımın informal bir çeşididir. Bu noktada, öğretimde bu ilk anlayış, sezgi ve deneyimlerden yararlanmak önemlidir (Gelman & Brenneman, 2004; Nikiforidou vd. 2013). Geçmiş çalışmalar benzer bir anlayış vurgulamış; erken çocukluk dönemindeki çocuklara sunulan olasılık görevlerinde geçmiş deneyimlerin işe koşularak oyun, somut materyaller, gelişim düzeyine uygun anlatım ve uygun bağlam ile olasılıksal düşünmenin gelişebileceğini ortaya koymuşlardır (Sharma, 2014; Skoumpourdi vd., 2009). Erken çocukluk yıllarında olasılık öğretimi ile ilgili gerçekleştirilen çalışmalarda çeşitli yöntem ve materyaller kullanılmıştır. Bunlar;

1. Manipülatif oyuncaklar, zarlar, topaclar, kartlar, masa oyunları, kavanozlar gibi somut materyaller (Nikiforidou, 2018),
2. Resimli hikaye kitapları, senaryolar, şarkılar ve görsel uyaranlar (Alsina, 2017; Nikiforidou, 2018),
3. Grafikler ve tablolar (Alsina, 2017),
4. Hava durumu, spor karşılaşmaları gibi günlük yaşam deneyimleri (Alsina & Vasquez, 2017),
5. Video/internet oyunları ve grup oyunları (Falk vd., 1980; Pange, 2002).

Bu yöntemlerle birlikte, erken çocukluk sınıflarında uygulanabilecek etkinlikler planlanırken birçok etkinlik çeşidinden yararlanılabilir. Her ne kadar olasılık konusu matematik ile ele alınsa da farklı etkinlik

türleri çocukların olasılık anlayışlarını geliştirecek bir katkı sunacaktır. Erken çocukluk dönemine yönelik olasılık öğretimi ile ilgili “Kurbağa Yarışı” adlı örnek etkinlik aşağıda verilmiştir.

Etkinlik adı: Kurbağa Yarışı

Gerekli materyaller: Her grup için iki madeni para, her çocuk için çalışma kağıdı.

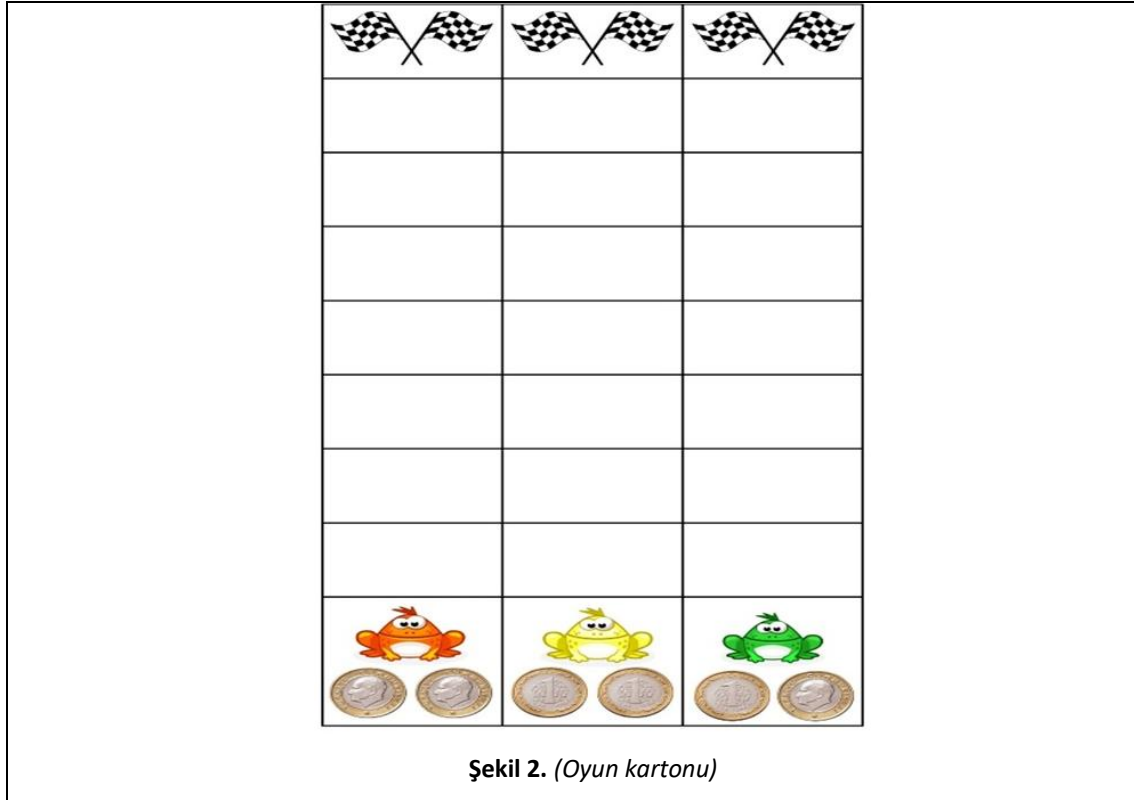
Uygulama:

- Öğretmen, olasılık kavramları ile ilgili fotoğraf ve videolar belirler. Bu fotoğraf ve videoları projeksiyondan sınıfa yansıtır. Fotoğraf/videoları yönelik çocuklara sorular sorarak “imkânsız, düşük olasılıklı, olası, her zaman, kesin” kavramları ile cevaplanacak sorular sorar (Örneğin; oyuncak dükkânı ve içindeki oyuncakların açıkça görüldüğü ve tabak olmayan bir fotoğrafta bir çocuğun tabak satın alabilme ihtimali nedir? sorusu imkansız şeklinde cevaplanabilir.)
- Ardından oyuna geçilir. Öğretmen önceden hazırlamış olduğu karton oyununu ve çalışma kâğıtlarını çıkarır. Oyun, karton oyun alanı üzerinde çocuklara anlatılır. Oyun alanında üç renk kurbağa bulunmaktadır. Bu kurbağalardan turuncu kurbağa, iki madeni para da tura gelirse; sarı kurbağa, iki madeni para da yazı gelirse ve yeşil kurbağa ise, iki madeni para farklı gelirse oyun alanında ilerlemektedir.
- Öğretmen oyunun kurallarını anlattıktan sonra çalışma kağıdı dağıtarak çocuklardan hangi kurbağanın kazanacağını tahmin etmelerini ve tahminlerini kendilerine dağıtılan grafiğe işaretlemelerini ister (Şekil 1).

				
	İmkansız	Düşük Olasılık	Mümkün	Kesin
				
				
				

Şekil 1. Tahmin grafiği

- Her çocuk tahminlerini kendi grafiğine işaretledikten sonra, öğretmen çocukları gruplara ayırır ve her gruba bir tane oyun kartonu dağıtır (Şekil 2). Gruptaki her çocuk bir kurbağa seçerek para atıp kurala göre ilerleyerek yarışır. Oyun, kurbağalardan biri tahtadaki bitiş çizgisine ulaştığında sona erer.



Şekil 2. (Oyun kartonu)

Değerlendirme: Oyunun bitiminde sonuçların değerlendirilmesi için Şekil 2 tahtaya yansıtılır. Böylelikle grupların tüm sonuçlarını içeren bir sınıf grafiği elde edilir. Bütün gruplarda en az üç kez olmak üzere oyun istenildiği kadar tekrar edilebilir. Çocukları elde edilen örneklere (kendilerinin ve diğer çocuklar) dayalı argümanları kullanarak yapma teşvik etmek için sorular sorulur.

Kurbağa Yarışı, beş-altı yaş grubu çocukları için planlanmış bir oyun etkinliğidir. Bu etkinlikte çocukların madeni parayı her attıklarında çıkan sonuçları kaydetmeleri gerekmektedir. Oyun sonunda çocukların madeni parayı atmaları sonucu çıkan tüm durumların frekanslarını bütüncül olarak gözlemleyebilecekleri bir süreç yaratılmaktadır. Sonuç olarak çocukların bir genelleme yapabilmeleri sağlanarak “Bu oyunu daha fazla oynarsak nasıl bir sonuç elde ederdik?” ve “Oyuna baştan başlarsak ilk seçtiğin kurbağayı seçer miydin? Neden?” gibi sorular ile kazanma şansı yüksek olan kurbağa konusundaki belirsizliğe yönelik farkındalık yaratılmaya çalışılmaktadır. Aynı zamanda etkinlik boyunca çocukların “imkansız, kesin, düşük olasılıklı ve mümkün” gibi belirsizlik içeren bir olasılık dili kullanmaları desteklenmektedir (Estrella vd., 2021). Nitekim bu dönemde ancak örnekte olduğu gibi çocukların yaparak yaşayarak, gözlemleyerek ve aktif katılarak sürece dahil olduğu bir olasılık öğretimi ile olasılık anlayışı geliştirebilme ve veriler hakkında akıl yürütebilme gibi kazanımlara ulaşılabilir.

Son olarak, erken çocukluk döneminde olasılık öğretiminde öğretmenin çok önemli bir faktör olduğu unutulmamalıdır. Çocukların bu dönemde olasılık hakkında anlayış geliştirebilmeleri, olasılık dilini kullanabilmeleri öğretmenin çocuklara yaratacağı ortam, ihtiyaçlara uygun seçilmiş yöntem, tanımlama biçimi gibi unsurlara bağlıdır. Dolayısıyla öğretmen olasılık öğrenme sürecinde önemli ve aktif bir rol alır (Pange, 2006). Ayrıca, olasılıksal muhakeme ve akıl yürütme ile ilgili sorular bu süreçte kilit noktalardan biri olduğu için öğretmenler soracağı açık uçlu sorular ile çocukların anlayışlarını geliştirme ve bu anlayışı paylaşma imkanı yaratır (Sharma, 2014). Bu noktada, öğretmenlerin olasılık bağlamında uygun bir öğrenme ortamı oluşturabilmesi için bu konuda yeterli bilgiye sahip olmaları gerekir (Groth, 2018).

Sonuç

Çocukların hayatında anlaşılır ve tamamen tahmin edilebilir durumlar ya da rastgele ve daha az tahmin edilebilir durumlar yer alır. Kesin sonuca sahip durumlar dışında belirsizlik yaratan durumlar için mantıklı bir şekilde akıl yürütebilme becerisine sahip olmamız gereklidir. Söz konusu becerilerin kazanımı konusunda erken çocukluk döneminin önemini vurgulayan ve bu dönemden başlayarak olasılık düşüncesinin geliştirilmesini savunan görüşlere paralel olarak, gelişimsel olarak olasılık düşüncesini inceleyerek bir çerçeve oluşturmaya çalışan araştırmalar mevcuttur. Öte yandan, araştırmacılar tarafından ortaya konan bu çerçevelerin farklı kültürlerde de test edilerek tutarlı bir yapı ortaya konması gerekliliği göze çarpmaktadır. Nitekim ancak böyle bir yapının varlığı ile erken çocukluk döneminde yapılacak olan olasılık çalışmaları ve oluşturulacak öğretim programları temellendirilebilir.

Gelişimsel çerçeve ile birlikte ortaya çıkan bir diğer önemli eksiklik, olasılığın temel bileşenlerine yönelik geçerli ve güvenilir bir ölçme aracı olmayışıdır. Böyle bir ölçme aracı, çocukların olasılıksal düşünme gelişimlerini ve süreci yaş ve gelişim özelliklerine göre değerlendirmeyi sağlayabilir. Süreç noktasında ise, olasılığın temel bileşenlerine yönelik öğretimsel müdahaleler yapılandırılabilir. Rastgeleliliğe, örnek uzaya, olasılık diline, olasılık karşılaştırmasına ve korelasyonel akıl yürütmeye yönelik öğretimsel uygulamalar ve müdahale çalışmalarının ayrı ayrı hazırlanıp etkililiklerinin incelenmesi gerekmektedir. Bu müdahale çalışmaları ile çocukların olasılıksal düşünme becerileri irdelenebilir ve eğitsel uygulamalara yönelik bir bakış açısı sağlanabilir.

Öte yandan, gelişimsel durum ve müdahale çalışmalarından sonra hizmet içi öğretmen eğitimleri yapılandırılabilir. Çalışma bulgularının da sunulduğu bir hizmet içi eğitimde; öğretimsel müdahale çalışmalarına, olasılıksal düşünme becerileri ile ilgili örnek etkinliklere ve olasılıksal düşünme becerisinin nasıl değerlendirilebileceğine yönelik öğretmenler bilgilendirilebilir. Eğitim sonunda ise süreç/sonuca yönelik öğretmen görüşleri değerlendirilebilir. Nitekim, öğretim programlarını uygulayan öğretmenler söz konusu alan ve beceri ile ilgili yeterli hissettikleri ölçüde etkili bir eğitim sunabileceklerdir.

Ülkemiz için ortaya çıkan en önemli sorun uluslararası literatüre paralel kültürel bir çalışmanın olmayışıdır. Söz konusu eksikliklerin giderilmesi için; hızlı ve organize bir şekilde program geliştiriciler, okul idareleri, öğretmenler, çocuklar ve ebeveynler ile birlikte hareket edilmelidir. Çalışmada sunulan araştırmalar ve standartlar dikkate alındığında; kapsamlı ve teoriler çerçevesinde yapılacak olan bir kültürel çalışma hem ulusal hem uluslararası literatüre değerli bilgiler sunacak ve böylece Türkiye bağlamında olasılık literatüründe yer alan boşluk doldurulabilecektir.

Yazar Katkıları (Author Contributions)

Araştırmacılar çalışmaya eşit düzeyde katkı sağlamıştır.

Etik Beyan (Ethical Statement)

Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesinde' yer alan tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümünde yer alan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemlerden" hiçbirisi gerçekleştirilmemiştir.

Çatışma Beyanı (Conflict Statement)

Yazarlar tarafından çıkar çatışması yoktur.

References

- Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: Un itinerario didáctico. *Épsilon*, 95, 25-48. <https://www.researchgate.net/publication/318701650>.
- Alsina, Á., & Vásquez, C. (2017). Hacia una enseñanza eficaz de la estadística y la probabilidad en las primeras edades. *Revista Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 8(4), 199-212. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6681326>.
- Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority. (2020). Australian Curriculum Version 9.0: Mathematics – Foundation Year. <https://v9.australiancurriculum.edu.au/f-10-curriculum/learning-areas/mathematics/foundation-year>.
- Ben-Zvi, D., Makar, K., & Garfield, J. (2017). *International handbook of research in statistics education*. Springer.
- Bryant, P., & Nunes, T. (2012). *Children's understanding of probability: A literature review (full report)*. Nuffield Foundation.
- Bullock, M., & Gelman, R. (1979). Preschool children's assumptions about cause and effect: Temporal ordering. *Child Development*, 50, 89-96. <https://doi.org/10.2307/1129045>.
- Canadian Ontario Ministry of Education. (2016). *The Kindergarten Program*. https://files.ontario.ca/books/edu_the_kindergarten_program_english_aoda_web_oct7.pdf.
- Colorado Department of Education. (2010). *Colorado Academic Standards: Mathematics*. http://www.cde.state.co.us/cdeassess/UAS/AdoptedAcademicStandards/Math_Standards2010.pdf.
- Collins Australian Pocket English Dictionary (1981). *Probabiliy*. Collins & Sons.
- Core State Standards (2013). *Common Core State Standards for Mathematics* http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards.pdf.
- Cramer, K., Post, T., & Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications. In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 159–178). New York: Macmillan.
- Cronin, P., Ryan, F., & Coughlan, M. (2008). Undertaking a literature review: a step-by-step approach. *British journal of nursing*, 17(1), 38-43. <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/18399395/>.
- Davies, C. M. (1965). Development of the probability concept in children. *Child Development*, 36, 779-788. <https://doi.org/10.2307/1126923>.
- Doruk, B.K. (2021). Etkinlik temelli olasılık ve istatistik öğretimi. S. Baltacı ve S. Ö. Bütünler (Eds.), *Olasılıkla ilgili temel kavramlar ve öğretimi* (s. 33- 84). Nobel.
- English, L. (1991). Young children's combinatoric strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 451–474. <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00367908>.
- Estrella, S., Mendez-Reina, M., Olfos, R., & Aguilera, J. (2022). Early statistics in kindergarten: Analysis of an educator's pedagogical content knowledge in lessons promoting informal inferential reasoning. *International Journal for Lesson & Learning Studies*, 11(1), 1-13. https://www.researchgate.net/publication/357886094_Early_statistics_in_kindergarten_analysis_of_an_educator's_pedagogical_content_knowledge_in_lessons_promoting_informal_inferential_reasoning.
- Illinois Learning Standards (2013). *Illinois Early Learning and Development Standards*. https://www.isbe.net/Documents/early_learning_standards.pdf.
- Falk, R., Falk, R., & Levin, I. (1980). A potential for learning probability in young children. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 181-204. <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00304355>.

- Falk, R., Yudilevich-Assouline, P., & Elstein, A. (2012). Children's concept of probability as inferred from their binary choices. *Educational Studies in Mathematics*, 81, 207–233. https://www.researchgate.net/publication/257557272_Children's_concept_of_probability_as_inferred_from_their_binary_choices-revisited.
- Fischbein, H. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children* (Vol. 85). Springer Science & Business Media.
- Gelman, R., & Brennenman, K. (2004). Science learning pathways for young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 150-158. https://www.academia.edu/40887078/Science_learning_pathways_for_young_children.
- Groth, R. E. (2018). Statistics in early childhood and primary education: Supporting early statistical and probabilistic thinking. In A. Leavy, M. Meletiou-Mavrotheris & E. Paparistodemou (Eds.), *Unpacking implicit disagreements among early childhood standards for statistics and probability* (pp. 149-162). Springer.
- Goldberg, S. (1966). Probability judgments by preschool children: Task conditions and performance, *Child Development*, 37, ss. 157-167. <https://psycnet.apa.org/record/1966-05250-001>.
- Hawkins, A.S., & Kapadia, R. (1984). Children's conceptions of probability—a psychological and pedagogical review. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 349-377. <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00311112>.
- Higgins, J. P., Altman, D. G., & Sterne, J. A. C. (2011). Assessing risk of bias in included studies. In: Higgins J., P., T. & Green S. (Eds.). *Cochrane Handbook for Systematic Reviews of Interventions Version 5.1.0* (updated March 2011). The Cochrane Collaboration. <https://training.cochrane.org/handbook/archive/v5.1/>.
- HodnikČadež, T., & Škrbec, M. (2011). Understanding the concepts in probability of pre-school and early school children. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 7(4), 263-279. <https://doi.org/10.12973/ejmste/75203>.
- Jones, G.A., Langrall, C.W., Thornton, C.A., & Mogill, A.T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children 's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics*, 32(2), 101-125. https://www.academia.edu/15657979/A_framework_for_assessing_and_nurturing_young_children_s_thinking_in_probability.
- Jones, G.A., & Thornton, C.A. (2005). An overview of research into the teaching and learning of probability. *Exploring probability in school: Challenges for Teaching and Learning*, 65-92. https://www.researchgate.net/publication/29451584_An_Overview_of_Research_into_the_Teaching_and_Learning_of_Probability.
- Keren, G. (1984) On the importance of identifying the correct problem space. *Cognition*, 16, 121–128. <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/6540651/>.
- Kafoussi, S. (2002). Learning opportunities in a kindergarten about the concept of probability. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Ed.), *Proceedings of the 26th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 161–168). Norwich, England: UEA. https://www.researchgate.net/publication/32231091_Learning_opportunities_in_a_kindergarten_about_the_concept_of_probability.
- Kafoussi, S. (2004). Can kindergarten children be successfully involved in probabilistic tasks? *Statistics Education Research Journal*, 3(1), 29-39. [https://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ3\(1\)_kafoussi.pdf?1402525004](https://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ3(1)_kafoussi.pdf?1402525004).
- Kinnear, V.A. (2013). *Young children's statistical reasoning: A tale of two contexts*. Community [Unpublished doctoral dissertation]. Queensland University of Technology.
- Kuzmak, S.D. (1983). The influence of information types on judgments of predictability. In *Bulletin of the Psychonomic Society*, 21, 344-344.

- Kuzmak, S.D., & Gelman, R. (1986). Young children's understanding of random phenomena. *Child Development*, 559-566. <https://psycnet.apa.org/record/1986-26835-001>.
- MEB (2013). *Okul Öncesi Eğitim Programı*. Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- MEB (2018). *Öğretim programlarını izleme ve değerlendirme sistemi öğretim programları*. Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- MEB (2023). *Güncellenen Okul Öncesi Eğitim Programı*. Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- MEB (2024). *Türkiye Maarif Modeli Okul Öncesi Eğitim Programı*. Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- Missouri Department of Elementary and Secondary Education, Early Childhood Section (2001). *Missouri Pre-K Standards*. http://www.dese.state.mo.us/divimprove/fedprog/earlychild/PreK_Standards.html
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Nikiforidou, Z. (2018). Probabilistic thinking and young children: Theory and pedagogy. In A. Leavy, M. Meletiou-Mavrotheris, & E. Paparistodemou (Eds.), *Statistics in early childhood and primary education* (pp. 21–34). Springer.
- Nikiforidou, Z., & Pange, J. (2010). The notions of chance and probabilities in preschoolers. *Early Childhood Education Journal*, 38, 305-311. <https://doi.org/10.1007/s10643-010-0417-x>.
- Nikiforidou, Z., Pange, J., & Chadjipadelis, T. (2013). Intuitive and informal knowledge in preschoolers' development of probabilistic thinking. *International Journal of Early Childhood*, 45, 347-357. <https://link.springer.com/article/10.1007/s13158-013-0081-6>.
- Ortiz, C. V., & Alsina, Á. (2019). Intuitive ideas about chance and probability in children from 4 to 6 years old. *Acta Scientiae*, 21(3), https://www.researchgate.net/publication/334067307_Intuitive_ideas_about_chance_and_probability_in_children_from_4_to_6_years_old.
- Paparistodemou, E., & Noss, R. Designing for local and global meanings of randomness. Proceedings of the 28th Conf of the Int Group for the Psych of Math Ed. 2004, 3, 497–504 <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED489616.pdf>.
- Paparistodemou, E., Noss, R., & Pratt, D. (2008). The interplay between fairness and randomness in a spatial computer game. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13, 89-110. <https://doi.org/10.1007/s10758-008-9132-8>.
- Pange, J. (2006). Assessing and educating preschool teachers on probability concepts in the classroom. *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, ICOTS7, Salvador, Brazil, IASE,[Online]. http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/3H2_PANG.pdf.
- Pennsylvania Department of Education & Pennsylvania Association of Intermediate Units (2001). *Early childhood learning continuum indicators*. Pennsylvania Department of Education. <http://www.pde.state.pa.us/nclb/lib/nclb/earlychildhoodcontinuum.pdf>.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (Eds.). (1975). *The origin of the idea of chance in children*. Routledge & Kegan Paul.
- Polaki, M.V., Lefoka, P. J., & Jones, G.A. (2000). Developing a cognitive framework for describing and predicting Basotho students' probabilistic thinking. *BOLESWA Educational Research Journal*, 17, 1–20. <https://www.africabib.org/rec.php?RID=Q00029041>.
- Polit, D., & Beck, C. (2012). Essentials of nursing research. *Ethics*, 23(2), 145-160.
- Sharma, S. (2014). Teaching probability: A socio-constructivist perspective. *Teaching Statistics*, 78–84. <https://doi.org/10.1111/test.12075>.

- Shtulman, A., & Carey, S. (2007). Improbable or impossible? How children reason about the possibility of extraordinary events. *Child Development*, 78(3), 1015-1032. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2007.01047.x>.
- Skoumpourdi, C., Kafoussi, S., ve Tatsis, K. (2009). Designing probabilistic tasks for kindergartners. *Journal of Early Childhood Research*, 7(2), 153-172. https://www.researchgate.net/publication/233421142_Designing_probabilistic_tasks_for_kindergartners.
- South Carolina Department of Education (2015). *South Carolina College- and Career-Ready Standards for Mathematics*. <http://ed.sc.gov/instruction/standards-learning/mathematics/standards/scccr-standards-for-mathematics-final-print-on-one-side/>.
- Sutton, A., Clowes, M., Preston, L., & Booth, A. (2019). Meeting the review family: exploring review types and associated information retrieval requirements. *Health Information & Libraries Journal*, 36(3), 202-222. <https://doi.org/10.1111/hir.12276>.
- Tarr, J.E. (2002). The confounding effects of “50–50 chance” in making conditional probability judgments. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 24, 35–53.
- Threlfall, J. (2004). Uncertainty in mathematics teaching: the National Curriculum experiment in teaching probability to primary pupils. *Cambridge Journal of Education*, 34(3), 297-314. <https://doi.org/10.1080/0305764042000289938>.
- TDK (2023). *Genel açıklamalı sözlük*. TDK Yayınları.
- Yost, P.A., Siegel, A.E., & Andrews, J.M. (1962). Nonverbal probability judgments by young children. *Child Development*, 769-780. <https://psycnet.apa.org/record/1963-06459-001>.
- Way, J. (2003). *The development of children's notions of probability* [Doctoral dissertation, Western Sydney University]. Western Sydney University Research Portal. <https://researchers.westernsydney.edu.au/en/studentTheses/the-development-of-childrens-notions-of-probability>.
- Xu, F., & Garcia, V. (2008). Intuitive statistics by 8-month-old infants. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 105(13), 5012-5015. <https://doi.org/10.1073/pnas.0704450105>.