

Çıkarma ve Toplama İşlemindeki Hata ve Kavram Yanılgılarına Cebirsel Akıl Yürütme Uygulamalarının Etkisi

The Effect of Algebraic Reasoning Applications on Mistakes and Misconceptions in Subtraction and Addition

Tuğba ÇIRAKOĞLU¹ 

Tuba AYDOĞDU

İSKENDEROĞLU² 

¹ Milli Eğitim Bakanlığı, Trabzon, Türkiye

² Trabzon Üniversitesi, Fatih Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi, Trabzon, Türkiye



Bu makale birinci yazarın "Cebirsel Akıl Yürütme Uygulamalarının Toplama ve Çıkarma İşlemindeki Kavram Yanılgılarına ve Hatalarına Etkisi" isimli yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

Geliş Tarihi/Received: 27.05.2022
Kabul Tarihi/Accepted: 07.02.2024
Yayın Tarihi/Publication Date: 30.03.2024

Sorumlu Yazar/Corresponding author:
Tuğba ÇIRAKOĞLU
E-mail: cirakoglutugba@gmail.com
Cite this article: Çirakoğlu, T., & Aydoğdu İskenderoğlu, T. (2024). The effect of algebraic reasoning applications on mistakes and misconceptions in subtraction and addition. *Educational Academic Research*, 52, 45-68.



Content of this journal is licensed under a Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 International License.

Öz

Bu çalışmada ilkököl 2. sınıfta gerçekleştirilen cebirsel akıl yürütme uygulamalarının öğrencilerin çıkarma ve toplama işlemindeki hatalarını ve kavram yanılgılarını gidermeye nasıl bir etkisi olduğunun incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaca yönelik olarak öncelikle öğrencilerin ön test ile çıkarma ve toplama işleminde karşı karşıya kaldıkları hata ve kavram yanılgıları belirlenmiştir. Daha sonra sınıfta cebirsel akıl yürütme uygulamaları gerçekleştirilmiştir ve ardından bu uygulamaların hata ve kavram yanılgılarını gidermedeki etkisi son test ile ortaya konulmuştur. Araştırmada nicel araştırma yaklaşımlarından tek gruplu ön-son test zayıf deneysel desen kullanılmıştır. Bu çalışmada, veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilen bir test kullanılmıştır. Bu test aynı zamanda ön-son test olarak da kullanılmıştır. Kavram yanılgısı ve hataları gidermeye yönelik hazırlanan ders planları cebirsel akıl yürütme uygulamalarını içermektedir. Araştırmadan elde edilen verilerin analizi içerik analizi ile yapılmıştır. Testte yer alan her soru ayrı analiz edilmiştir. Deneysel çalışmanın etkililiği Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi ile belirlenmiştir. Araştırmanın sonucunda cebirsel akıl yürütme uygulamalarının hata ve kavram yanılgılarını giderdiği ortaya çıkmıştır. Bu nedenle cebirsel akıl yürütme uygulamalarının öğretim programında yer alması önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Hata ve kavram yanılgısı, çıkarma işlemi, toplama işlemi, cebirsel akıl yürütme

ABSTRACT

In this study, it is aimed to examine how the algebraic reasoning practices carried out in the 2nd grades of primary schools have an effect on eliminating the mistakes and misconceptions of the students in the subtraction and addition process. For this purpose; first of all, the mistakes and misconceptions that the students face in the subtraction and addition process were determined with the pre-test. Afterwards, algebraic reasoning practices were carried out in the classroom, and then the effects of these practices in eliminating mistakes and misconceptions were revealed with a post-test. Quantitative research approach was adopted in the research and a single-group pre-post-test poor experimental design was used. In this study, the pre-post tests developed by the researcher were used as a data collection tool. Lesson plans to eliminate misconceptions and errors included applications of algebraic reasoning. The data obtained from the research was analyzed by content analysis and in this process, each question in the test was analyzed separately. The effectiveness of the experimental study was determined by the Wilcoxon Signed Rank Test. According to the results of the research, algebraic reasoning applications are effective in eliminating mistakes and misconceptions. For this reason, it is suggested that algebraic reasoning practices should be included in the curriculum.

Keywords: Mistakes and misconceptions, subtraction, addition, algebraic reasoning

Giriş

Matematik bilimde ve öğretiminde önemli bir yeri olan cebir, soyutlama yapabilmeyi gerektirir (Kaya & Keşan, 2017). Sayılar aritmetiğin temelinde ve aritmetik de cebirin temelinde yer almaktadır. Aritmetikten cebire geçişte öğrencilerin aritmetik ve cebir arasındaki zihinsel düşünmeyle ilişkili olan bağı geliştirmeleri gerekmektedir (Akkan ve ark., 2011). Aritmetik ve cebir arasındaki kavramların ilişkisini kurmak matematik becerisi açısından önemlidir. Bunları birbiri ile bağlantısız bir şekilde ele almak ilerleyen yıllarda öğrencilerin cebir alanında kavram yanlışlarına düşmelerine ve zorluk yaşamalarına neden olabilir (Johannig ve ark., 2010; Lubinski & Otto, 2002; Moses, 1997; Vance, 1998).

Matematik öğretiminde sınıf içinde gerçekleştirilen etkinliklerle öğrencilere terim ve kavramların anlamları öğretilmelidir (Çalikoğlu-Bali, 2002). Matematik kavramlarının eksik anlamlandırılması ya da anlamlandırılmaması öğrencilerde kavram yanlışlığı ve hataların oluşmasına neden olabilir. Oluşan hata ve kavram yanlışlığı öğrencilerin daha sonraki konularda zorluk yaşamalarına neden olacaktır (Çite, 2016). Kavram yanlışlığı öğrencilerin yanlış deneyimleri ve inandıkları doğrular sonucunda oluşan davranışlardır (Baki, 1999). Kavram yanlışlığı ile hata zaman zaman birbiri yerine kullanılmaktadır. Oysa hata matematikte işlemlerde öğrenciler tarafından yapılan yanlışlıklar iken kavram yanlışlığı öğrencilerin doğru öğrenmelerini engelleyen inançlardır (Keçeli, 2007). Eğer öğrenci kavram yanlışlığına sahipse kavramı zihninde yapılandırırken kavramın bilimsel tanımından farklı bir biçimde yapılandırır ve hatalarını kanıtlamaya çalışarak kavramın tanımından emin olduğunu ortaya koyar (Yenilmez & Yaşa, 2008). Ancak her hata kavram yanlışlığına dönüşmeyebilir çünkü hata öğrencinin sahip olduğu yanlış düşüncelerdir. Bu nedenle her kavram yanlışlığı bir hataya neden olur fakat her hata bir kavram yanlışlığı değildir. Öğrenciler matematikte her sınıf düzeyinde birçok kavram öğrenmektedirler. Matematik kavramlarının öğrenilme sürecinde öğrenci kendince gereksiz bulduğu bilgileri zihninden atmakta ve daha sonra kendine göre belirlediği hatalarla yeni kavramlar geliştirmektedir (Zengin, 2014). Bunun sonucunda da kavramsal öğrenmeye sekte vuran kavram yanlışlığı ortaya çıkmaktadır (Yenilmez & Yaşa, 2008). Bu nedenle matematik dersinde yaşanan güçlüklerin bir nedeni de hata ve kavram yanlışlığıdır denilebilir. Bu güçlüklerin yaşanmaması için matematik öğretiminde hata ve kavram yanlışlıklarının belirlenmesi ve giderilmesi önemlidir (Çirakoğlu, 2020). Kavram yanlışlığının karşımıza çıktığı alanlardan biri sayılar ve işlemler konusudur (Çite,

2016; Önal, 2017; Sadi, 2007; Varol & Kubanç, 2012). Alan yazında bu konuya ilişkin yapılmış farklı çalışmalar yer almaktadır.

Varol ve Kubanç (2012), matematikte önemli bir yeri olan dört işlem konusunda yaşanan aritmetik zorlukları basamak gruplama kavramlarında yaşanan güçlük, hata ve yanlış olarak belirlemişler ve öğrencilerin iki basamaklı sayılarda tek basamaklı sayılara göre daha fazla hata yaptıklarını ortaya koymuşlardır. Öğrencilerin çıkarma ve toplama işleminde sayıları yanlış basamaklara yazma ve çıkarma işlemi yaparken aşağıdan yukarıya doğru bir sıra izleyerek çıkarma işlemi yapma yanlışlığına düştükleri belirlenmiştir (Varol & Kubanç, 2012). Çite (2016) çalışmasında 4. sınıf öğrencilerinin sayılar konusunda karşı karşıya kaldıkları kavram yanlışlıklarını belirlemeye çalışmıştır. Çalışmanın sonucunda 4, 5 ve 6 basamaklı sayıların yazılması ile ilgili olarak yazılışı verilen sayının ilk ve son kısmına odaklanma, sıfırı bir yer tutucu olarak kabul etmeme ve binler bölüğünün tam olarak algılanamaması yanlışlığı olduğu ortaya koyulmuştur. Ayrıca 4, 5 ve 6 basamaklı verilen sayıların basamak değerleri ile ilgili bölükleri iki ayrı bölük olarak düşünme, basamak değerini sayıdaki rakamları sayarak hesaplama ve basamak değeri yerine bölükte yer alan en büyük sayıya odaklanma yanlışlıklarına ulaşılmıştır. Bunun yanı sıra bu sayıların çözülmesi ile ilgili binler bölüğündeki sayıları tanımlama, verilen sayının ilk kısmını değerlendirme ve sıfırı yer tutucu olarak görme güçlüğü olduğunu ortaya koymuştur (Çite, 2016). Önal (2017) bir ve ikinci sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlemle ilgili hatalarını belirleyip bu hataların nasıl giderileceğine dair önerilerde bulunduğu çalışmasında öğrencilerin en çok “basamakları yanlış yere yerleştirme” hatasını yaptıklarını tespit etmiştir. Bu hata türünü sırasıyla “eksi (–) işaretini artı (+) işareti olarak algılama”, “0 rakamını 1 olarak algılama” ve “1 rakamını 0 olarak algılama” hatasının izlediği sonucuna ulaşmıştır (Önal, 2017). Oysaki ilkökul matematik dersinde öğrencilerin sahip olması gereken en temel beceri işlem yapabilme becerisidir ve işlem yapabilme becerisi de dört işlem ile kazandırılır. Önal ve Aydın (2018) dört işlemde yapılan yaygın hataları; sayıları rakam olarak değerlendirme, sayma hatası, gereksiz onluk bozma, gruplama hatası, büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma, işlem yönünü karıştırma, eldeleri işlem sonuna basamak olarak ekleme, işlemde bilinmeyen bulma, rakamları yan yana yazma, basamakları yanlış yere yerleştirme, semboller, 0 ve 1 kavramları olarak belirlemişlerdir. Kubanç (2012) ise yaptığı çalışmada dört işlemdeki kavram yanlışlıklarını; toplama işleminin özelliklerini çıkarmaya taşıma, toplamada sütunları birbirinden bağımsız olarak düşünme, büyük bir sayı ile çarpma işlemi yapma, sıfır ile ilgili kavram yanlışlıklarını, bölenin daima bölünenden küçük

olduğunu düşünme, küçük bir sayı ile bölme işlemi yapma adı altında sınıflandırmıştır. Düzeltmesi oldukça güç olan tüm bu kavram yanlışlarını ilerleyen yıllarda düzeltmek mümkündür (Dereli, 2015) ancak tüm bu hata ve yanlışlar matematiğin sarmal yapısı göz önünde bulundurulduğunda öğrenim veya öğretim sırasında daha sonraki bir kavramın öğrenilmesini olumsuz etkileyecektir (Palabıyık, 2016). Etkili bir matematik öğretimi için bu yanlış ve hataların ortadan kaldırılması önemli görünmektedir.

Etkili matematik öğretiminin önemli parçalarından biri matematiksel düşünme becerisinin kazandırılmasıdır. Bilinenden hareketle bilinmeyene ulaşma, yaratıcı ve kritik düşünebilme, tümdengelim ve tümevarımı kullanarak çıkarım yapabilme, analiz ve sentez yardımıyla bilgiler arasında bağ kurabilme gibi beceriler matematiksel düşünmeyi de beraberinde getirmektedir. Matematiksel düşünmeye bağlı olarak matematiksel akıl yürütme becerisi gelişir ve matematiksel akıl yürütme becerisinin içerisinde cebirsel akıl yürütme becerisi de ele alınmaktadır. Cebirin anlamlı öğrenilmesi için öğrencilerin akıl yürütebilmelerinin yanı sıra bilgiyi farklı durumlarda kullanabilmeleri, kavramlar arasındaki ilişkiyi kurabilmeleri, cebirsel düşünebilmeleri, karşılaştıkları durumları analiz edebilmeleri ve farklı temsil biçimlerini kullanabilmeleri gerekmektedir (Kaya & Keşan, 2017). Cebirsel düşünmenin gelişebilmesi için farklı becerilere ihtiyaç vardır.

Cebirsel düşünme ve cebirsel akıl yürütme birbiri ile ilişkili kavramlardır. Bireyin cebirsel düşünebilmesi için akıl yürütüp sonuca ulaşması gerekir. Öğrencilerin genelleme yapabilme yeteneklerinin geliştirilmesi ise cebirsel akıl yürütme becerisinin gelişimi için önemlidir (Blanton & Kaput, 2005; Johanning ve ark., 2009; Kniach, 2014; Lubinski & Otto, 2002; Palabıyık, 2010). Örneğin; örüntüler, öğrencilerin genelleme yapma becerisini kullandıkları en yaygın alandır. Bunun yanı sıra yüzlük sayı tablosu ile sayıların artış ve azalışı genelleme yaparak hesaplanabilir. Cebirsel akıl yürütmeyi eşitliğin işlevsel düşünülmesinin yanı sıra modelleme ve sayılarla işlem yapabilme gibi beceriler de desteklemektedir. Öğrencilerin cebirsel akıl yürütme sürecinde fikirlerini farklı temsillerle ifade etmeleri ve düşüncelerini organize etmeleri önemlidir (Lubinski & Otto, 2002; Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2009; Vance, 1998). İşlem becerisini de içeren aritmetik ve cebir ise birbirinden farklı temsil biçimleridir.

Ortaokulda bilinenden yola çıkarak bilinmeyen değeri bulmaya yönelik işlemler yer almaktadır. Bu süreç ilkökulda aritmetik ile başlamakta ve ortaokulda cebir ile devam etmektedir. Alan yazın incelendiğinde cebirde karşılaşılan

kavram yanlışlarına dair yapılan çalışmalarda genellikle öğrencilerin ilkökulun ilk yıllarında aldıkları aritmetik eğitiminde bulunan cebir eksikliğine odaklanılmaktadır (Blanton & Kaput, 2005; Bright, 1999; Greenes & Findel, 1999; Kaya & Keşan, 2017; Russel, 1999; Schifter, 1999; Witzel ve ark., 2003). Akkan ve ark. (2017) yaptıkları çalışmada aritmetikten cebire geçme sürecinde başarısız olan öğrencilerin cebirsel düşünme sürecinde zorluk yaşayacaklarını belirtmektedirler. Oysaki ilkökul öğrencilerinde aritmetik ve cebir erken yaşlarda ilişkilendirilirse öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri geliştirilebilir (Girit & Akyüz, 2016). İlkokul düzeyinde "3+4=?" sorusunun yanıtını bulmak için aritmetik yeterli olmasına rağmen "3+4=4+3" ifadesinin ne anlama geldiğinin anlaşılabilmesi için cebirsel düşünme gerekmektedir (Türkoğlu & Cihangir, 2017). Bunun için ilkökul matematik derslerinde cebire yer verilmesi önerilmektedir ve bu "erken cebir" şeklinde ifade edilmektedir. Erken cebir öğrencilerin cebirsel akıl yürütebilmesi ve öğrencilere (6-12 yaş aralığı) cebir ile ilişkili bir öğretim yapılması olarak tanımlanmaktadır (Girit & Akyüz, 2016).

Erken cebir kavramına ilkökul ve ortaokul matematik dersi öğretim programında (MEB, 2018) yer verilmediği görülmektedir. Oysaki cebirsel düşünme becerisinin gelişmesi için ilkökulda aritmetik ile cebir arasında bağ kurulması gerekmektedir. Cebirsel akıl yürütme becerisi cebirsel düşünmenin temelini oluşturmasının yanı sıra cebiri anlama ve kullanmada da çok önemli bir yere sahiptir (Kaya & Keşan, 2017). Çünkü cebirsel akıl yürütme becerisi gelişen bir öğrenci çoklu gösterimleri (tablo, şekil, denklem, resim ve grafik gibi) kullanabilir, matematiksel sembolleri ve diğer araçları kullanarak analiz yapabilir, matematiksel verileri yorumlayarak bilinmeyen durumları çözebilir (Herbert & Brown, 1997) ve miktarı bilinmeyen durumlar üzerinde işlem yapabilir (Swofford & Langrall, 2000). Bunun yanı sıra cebirsel akıl yürütme uygulamalarında yer tutucular, bilinmeyenler, semboller ve sayılar yer almaktadır. Bu kavramların hepsinden veya birkaç tanesinden oluşan sorularla bireyin analiz ve sentez yapması, tümevarımlı ve tümdengelimli düşünmesi, farklı çözüm yolları geliştirmesi, eşitliğin ilişkisel anlamını fark etmesi ve işlemlerde simetrik düşünmesi beklenmektedir. Bu nedenle bireyin cebirsel akıl yürütebilmesi için cebirsel düşünebilmesi ve cebirsel düşünebilmesi için de genellemeleri formüle etmesi, sembolleri kullanması ve çoklu temsillerden yararlanması gerekmektedir (Bağdat, 2013). Genelleme becerisi gelişen öğrencilerin akıl yürütme becerileri de gelişmektedir (Köse & Tanışlı, 2011). Cebirsel ilişkileri ve sembolleri kullanma ise ilişkileri oluşturabilmeyi ve böylece genellemeleri doğru biçimde ifade edebilmeyi geliştirmektedir (Driscoll,

1999'dan akt., Bağdat, 2013). Öğrencilerin çoklu gösterimleri kullanması ise problemleri daha iyi kavramalarını, farklı çözüm yolları kullanarak deneyimlerini çoğaltmalarını ve matematiksel kavramaları anlamalarını sağlamaktadır (Erbaş, 2005).

Matematik dersi öğretim programında (2018) en fazla kavram sayılar ve işlemler öğrenme alanında bulunmaktadır. Bu nedenle öğrencilerin sayılar ve işlemler öğrenme alanında yer alan aritmetikte hata ve kavram yanlışları geliştirdikleri farklı çalışmalar ile ortaya konulmuştur (Çite, 2016; Önal, 2017). Oluşan hata ve kavram yanlışlarının belirlenmemesi ve giderilmemesi ise matematik başarısını düşürecek etmenlerden biridir. Bu nedenle hata ve kavram yanlışlarının giderilmesi matematik öğretiminin bir parçası olmalıdır. Bunun yanı sıra matematik öğretiminde kavram yanlışlarını ve hatalarını belirleme ve gidermeye yönelik çalışmaların yapılması ileride yaşanabilecek olumsuzlukları da engelleyebilecektir. Çünkü işlem becerisinde yaşanan zorluklar öğrencilerin daha sonraki konularda güçlük yaşamalarına neden olabilir (Yorulmaz, 2018). Bunun için matematikte temel becerilerden biri olan işlem becerisi öğrencilere özellikle matematiğin temelini oluşturdukları ilkokulda doğru biçimde kazandırılmalıdır. Böylece ortaokulda görecekları matematik kavramlarına zihinsel olarak daha hazır olmaları sağlanabilir. Moses (1997) yaptığı çalışmada cebirsel akıl yürütme uygulamaları ile ilkokulda matematikte sayılar arası ilişki kurmada yaşanan güçlük ve kavram yanlışlarına engel olunabileceğini ortaya koymuştur. Bunun yanı sıra cebir öğrencilere karmaşık, zor ve korkutucu gelmektedir. Bunun nedeni ise kullanılan harfler, semboller ve farklı temsil biçimleridir. Bunun giderilebilmesi için ilkokulun ilk yıllarından itibaren aritmetik ve cebir arasındaki bağlantı kurulmalıdır (Kaya & Keşan, 2017; Kocasakal-Baysal, 2010). Ancak öğrencilerin sahip oldukları hata ve kavram yanlışları bu ilişkiyi kurmalarına sekte vurmaktadır. İlkokul ve ortaokul matematik dersi öğretim programında (MEB, 2018) bu ilişkiyi kurmaya yönelik 2. sınıfta çıkarma ve toplama işlemi ile ilgili kazanımlar yer almaktadır. Ancak bu ilişkinin doğru biçimde kurulabilmesi için önce öğrencilerin sahip oldukları hata ve yanlışları belirlemeye ve ardından da öğrenme ortamlarında öğrencilerin aritmetik ve cebir arasındaki bağlantıyı kurmalarını sağlayacak uygulamalara ihtiyaç vardır. Alan yazın incelendiğinde ilkokul öğrencilerinin çıkarma ve toplama işleminde yaşadıkları hata ve kavram yanlışlarını cebirsel akıl yürütme uygulamalarıyla gidermeye yönelik herhangi bir çalışmaya rastlanamamıştır. Buna bağlı olarak bu araştırmanın amacı ilkokul 2. sınıf öğrencilerinin cebirsel akıl yürütme uygulamaları ile yürütülen matematik dersinin çıkarma-toplama işlemindeki hata ve kavram yanlışlarının

giderilmesine nasıl bir etkisinin olduğunu incelemektir. Böylece alan yazında yer alan bir boşluğun da doldurulması amaçlanmaktadır.

Yöntem

Deneyel desenler değişkenler arasındaki neden-sonuç ilişkisinin belirlenmesi için kullanılabilir bir nicel araştırma yaklaşımıdır. Deneyel araştırmaların tek denekli ve çok denekli olmak üzere iki çeşidi bulunmaktadır. Çok denekli deneyel desenin çeşitleri; gerçek, yarı ve zayıf deneyel desendir. Zayıf deneyel desende seçkisiz atama yapılmakta ve grup eşleştirmesi bulunmamaktadır (Büyüköztürk ve ark., 2019). Eğer mevcut eğitim-öğretim ortamında var olmayan bir eğitim uygulamasının etkili olup olmadığı araştırılmak isteniyorsa ve grupların oluşturulmasına müdahale etme olanağı yoksa zayıf deneyel desenin çeşitlerinden biri olan tek gruplu ön-son test deneyel desen kullanılabilir (Creswell, 2012). Bu çalışmada da çalışmanın uygulanacağı grubun oluşturulmasına müdahale edilmemesi, ilk araştırmacının aynı zamanda sınıfın öğretmeni ve aynı zamanda uygulayıcı olması zayıf deneyel desenin bir çeşidi olan tek grup ön-son test deseninin kullanılmasına neden olmuştur.

Örneklem

Araştırmanın grubunu Doğu Karadeniz Bölgesi'nin merkez ilçesinde yer alan bir devlet ilkokulundaki bir 2. sınıf şubesi oluşturmaktadır. Bu çalışmada örneklem seçiminde amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın yapıldığı sınıfta 23 öğrenci bulunmaktadır. Bu sınıftaki öğrencilerden biri Afgan'dır ve Türkçe bilmemektedir, iki Türk öğrenci de okuma-yazma becerisine sahip değildir. Bu nedenle bu 3 öğrenci araştırmaya dahil edilmemişlerdir. Araştırma 11'i kız ve 9'u erkek olmak üzere toplam 20 öğrenci ile yürütülmüştür.

Veri Toplama Aracı

Araştırmada ilkokul 2. sınıf öğrencilerinin çıkarma ve toplama işleminde yaptıkları hata ve kavram yanlışlarını belirlemek için ön ve son test kullanılmıştır. Bu amaç doğrultusunda kullanılan ön-son test araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir. Testin geliştirilme sürecinde öncelikle alan yazın taraması yapılarak çıkarma ve toplama işlemlerinde ilkokul öğrencilerinde daha önce tespit edilmiş olan hata ve kavram yanlışları incelenmiştir. Testte yer alan sorular alan yazındaki hata ve kavram yanlışları da göz önünde bulundurularak kazanımlara uygun bir biçimde hazırlanmıştır. Sorular hazırlanırken eşitlik kavramının kullanımı, basamakların yeri ve değeri, sembollerin anlamları, çıkarma ve toplama işleminin birbirinin ters işlemi

olduğu, sıfırın toplama işlemindeki yeri, matematiksel cümlelerin yazılışı ve okunuşu dikkate alınmıştır. İkinci sınıflarla yürütülen araştırma okulların birinci döneminin başında yapıldığı için testte yer alan sorular 1. sınıf kazanımlarına göre hazırlanmıştır. Testte yer alan soru sayısı örnekleme yer alan öğrencilerin 7-8 yaş aralığında olmaları ve bu yaş grubundaki öğrencilerin aralıksız kaç soruyu okuyup yanıtlayabilecekleri göz önünde bulundurularak belirlenmiştir. İlk olarak hazırlanan 20 soru kapsam geçerliliğini sağlamak için biri sınıf eğitimi ve ikisi matematik eğitimi alanından olmak üzere üç uzmanın görüşüne sunulmuştur ve bunun ardından soru sayısı 9'a indirilmiştir. Bu süreçte aynı kavram yanlışlığını belirleyeceği düşünülen sorular tek bir soruya düşürülmüş, ortalama bir 2. sınıf öğrencisinin matematik başarısının altında veya üstünde

olduğu düşünülen sorular çıkarılarak test oluşturulmuştur. Daha sonra bu dokuz soru ile hazırlanan testin pilot çalışması yapılmış ve teste son hâli verilmiştir.

Palabıyık (2016) çalışmasında üç aşamalı soru kullanmıştır. Bu aşamalardan ilkinde öğrenciden sorunun yanıtını bulması ve yanıtı söylemesi istenir, ikinci aşamada verdiği yanıtı neden verdiği sorgulanır, üçüncü aşamada ise verdiği yanıtın emin olup olmadığı sorulur. Bu çalışmada da kullanılan sorularda bu aşamalar kullanılarak öğrencilerin hata ve yanlışları belirlenmeye çalışılmıştır. Testte bulunan soruların hangi tür hatayı ve kavram yanlışlığını belirlemek için kullanıldığı aşağıda yer alan Tablo 1'de bulunmaktadır.

Tablo 1.

Test Sorularının Araştırdığı Hata Ve Kavram Yanlışlıları

Kavram Yanlışlığı ve Hata	Soru Numarası	Örnek
Toplama işleminde sayma eylemine birinci terimden başlanması	1 ve 7	Örneğin 8 ile 6'yı toplayan öğrencinin 8, 9, 10, 11, 12, 13 gibi bir sayma işlemi sonucu yanıt 13 demesi.
Toplama işleminde toplanılardan biri sorulduğunda toplamdan büyük bir sayının bulunması	3	Örneğin "7+Δ=25" sorusunda öğrencinin üçgen şekli ile belirtilen terimi bulmak için 7 ile 25'i toplayarak sonucu 32 bulması.
Çıkarma ve toplama işleminde terimler arasındaki ilişkiyi fark etmeyerek verilen sayıların ve işlemlerin dikkate alınması	8	"Δ-7=9" sorusunda öğrencinin üçgeni bulmak için 9-7=2 cevabını bulması.
Toplama işleminde birbirinden farklı varlıkların toplanması	5	"Kaç balon?" şeklindeki soruda öğrencinin balon ve topların sayısını toplaması.
Matematiksel işlemleri yazarken sayıların ve işaretlerin doğru yerde kullanılmaması	4 ve 6	Öğrencinin "7 8+ = 15" gibi bir yazım kullanması.
Sıfırın toplanan sayının miktarını arttıran bir sayı olarak düşünülmesi	9	Öğrencinin "15+0= 16" şeklinde bir yanıt vermesi.
Eşitliğin tek taraflı olarak düşünülmesi	1, 2 ve 7	"3+6=6+3" ifadesinde öğrencinin eşit işaretinden sonra 9 olması gerektiğini söylemesi.
Eşitlik sembolünün yanlış düşünülmesi	8	Öğrencinin "eşitlik birleştirmektir" gibi bir yanıt vermesi.
Yer tutucu olarak kullanılan sembollere farklı anlam yüklenmesi	9	Öğrencinin işlemde verilmeyen terim yerine kullanılan □ sembolünün değeri yerine karenin 4 kenarı olduğu için 4 sayısını yazması.

Geliştirilmiş olan ön-son test hem toplama ve hem de çıkarma işlemine dair hata ve kavram yanlışlıklarını belirlemek için kullanılmıştır. Testte yer alan bazı sorular tek bir hata veya kavram yanlışlığına yönelikken, bazı sorular bir kaç tane hata ve kavram yanlışlığına yöneliktir. Bu sorulardan bazıları işlem içerirken bazıları da problem şeklinde sorulmuştur. Bazı hata ve kavram yanlışlıkları ise hem işlem ve hem de problem şeklinde sorularak belirlenmeye çalışılmıştır.

Uygulama Süreci

Araştırmanın veri toplama süreci ikişer hafta devam eden iki bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde cebirsel akıl yürütme

uygulamaları içeren ders planlarının uygulanmasından önce ön test görüşmeleri yapılmıştır. Öğrencilerin yaşları 7 ve 8 olduğu için yanıtlarda kendilerini yazarak ifade edemeyebilecekleri düşünüldüğünden ön-son testler görüşme şeklinde gerçekleştirilmiştir. İkinci bölümde ders planları uygulandıktan sonra gerçekleştirilen son test görüşmeleridir. Sınıf içinde uygulanan ders planları ve ders planlarına yönelik çalışma kâğıtları cebirsel akıl yürütme içerecek biçimde araştırmacı tarafından hazırlanmış ve uygulanmıştır. Ders planları ve çalışma kâğıtları 3 alan uzmanı tarafından incelenerek son hâlini almıştır. Günde 2 öğrenci ile görüşme yapılmıştır. Toplam 20 öğrenci ile

yapılan görüşmeler ön testte 10 ve son testte 10 gün olmak üzere iki periyotta tamamlanmıştır. Hazırlanan ders planları ise 4 hafta boyunca uygulanmıştır. Bunun 2 haftası (10 ders saati) toplama ve diğer 2 haftası da (10 ders saati) çıkarma işlemine ayrılmıştır.

Bu araştırma 1. yazarın yüksek lisans tezinden üretilmiştir. Tezin veri toplama süreci 2018-2019 eğitim öğretim yılının güz döneminde tamamlanmış ve tez 2020 Haziran ayında savunulmuştur. Bu çalışmada “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” nde yer alan tüm kurallara uyulmuştur. Bu yönergenin ikinci bölümünde “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” bulunmaktadır ve bu başlık altında yer alan aykırı eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir. Çalışma araştırmacının öğretmen olarak çalıştığı okulda kendi sınıfında gerçekleştirilmiştir. Araştırma yapılmadan önce Milli Eğitim Müdürlüğü’nden, okul müdüründen ve öğrencilerin velilerinden gerekli izin alınarak öğrencilerin velilerine araştırmayla ilgili gerekli açıklamalar sınıf öğretmeni tarafından yapılmıştır.

Ön-Son Test Görüşmeleri

Ön-son test görüşmeleri her öğrenciyle tek tek ortalama 15-20 dakika olarak sessiz bir ortamda ses kaydı alınarak gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerde öğrencilere soruyu okuması ve anlaması için gerekli zaman verilmiştir. Okuma hatası yapan öğrencilere düzeltme yapılmış ve soruyu okuyup anlamayan öğrencilere soru sözel olarak anlatılmıştır. Görüşmeler karşılıklı diyaloglar hâlinde ilerlemiş ve görüşmeci öğrencilerle olan diyaloglarda sorunun doğru yanıtına ulaşma konusunda yönlendirme yapmamaya dikkat etmiştir.

Ders Planı ve Uygulama Süreci

Ders planları ve çalışma kâğıtlarının hazırlanmasında cebirsel akıl yürütme becerisinin kazandırılması için göz önünde bulundurulması gereken noktalara, etkinliklerde bulunması gereken örneklerle, öğretmenin öğrencilerin akıl yürütmelerine olanak verecek sorular sormasına dikkat edilmiştir. Derslerin işleniş sürecinde ise kullanılan somut materyallere ve somut materyallerin her öğrenciye yetecek sayıda olmasına, etkinliklerin öğrencilerin düşüncelerini sınıfla paylaşmalarına olanak verecek biçimde düzenlenmesine, farklı çözüm yollarını bulmaları için öğrencilerin cesaretlendirilmesine, öğrencilere genelleme yapabilmeleri için rehberlik yapmaya dikkat edilmiştir. Hazırlanan çalışma kâğıtları ön-son testte yer alan sorularda olduğu gibi matematik dersi kazanımlarına uygun sorulardan oluşmaktadır. Ders işleniş sürecinde dikkat edilen noktalar şunlardır:

1. Öğretmen ders işlerken “Sorunun cevabı nedir?” sorusuna odaklanmak yerine “Cevabı bulmak için farklı yollar var mı? Hangisi doğru yoldur? Bu yol neden yanlıştır?” gibi sorular yönelterek öğrencilerin, analiz ve sentez yapmalarının yanı sıra düşüncelerini sağlamıştır.
2. Öğrencilere soru yöneltildikten sonra doğru-yanlış geri bildirim verilmek yerine sonucun değerlendirilmesi öğrencilere bırakılmış, farklı düşünce ve stratejilerin sunulması sağlanmıştır. Bunun için uygulama sürecinde sorulara verilen yanıtların sınıf tarafından değerlendirilmesine dikkat edilmiş ve öğrencilerden “Farklı bir yol daha var.” gibi ifadeler dile getirenin düşüncelerini paylaşmasına olanak sağlanmıştır.
3. Bu çalışmada her ders planında aynı sonucu farklı temsil biçimleriyle göstermeye yönelik örneklerle, eşitlik kavramını ilişkisel düşünmeye yönelik sorulara ve farklı değişkenlerin kullanımına yer verilmiştir.
4. Derslerin işlenişinde sonuca değil sürece odaklanılmıştır. Öğrencilerin düşünceleri dinlenmiş ve değerlendirme yine öğrenciler tarafından yapılmıştır.
5. Uygulama sürecinde sembollere, eşitliği çift taraflı düşündüren örneklerle, farklı temsillere yer verilmiştir.
6. Uygulamalarda çıkarma ve toplama işlemlerinin farklı biçimlerde okunmasına ve farklı bağlamlar kullanılmaya dikkat edilmiştir. Örneğin; “ $7+9=?$ ” işleminde “7 9 daha kaç eder, 7’ye 9 eklersem kaç olur, 7 artı 9 eşittir, 7’nin 9 fazlası, 7. merdivenden 9 merdiven daha yukarı çıksam, 7 adım attım 9 adım daha atarsam.” şeklinde farklı ifadeler kullanılmıştır. Bunun yanı sıra öğrencilerin uygulamalarda ilk kez karşılaştıkları sayı doğrusu, adımlı sayılar, ikili abaküs, küme, yüzlük sayı tablosu ve sayı terazisi gibi somut materyaller kullanılmıştır.
7. Öğretmenler matematik eğitiminde bazen işlemsel bilgiyi kullanarak bazı kuralları öğrencilere ezberletirler. Bu kurallar matematikte her durumda doğru olmayabilir ve ilerde farklı hata ve kavram yanlışlarına neden olabilir. Örneğin, “Çıkarma işleminde büyük sayıdan küçük sayı çıkarılır.” kuralı doğal sayılarda işlerken tam sayılarda işlemez. Bu çalışmada uygulamalar sürecinde bu tür kurallar verilmemiştir.
8. Derslerin işlenmesi sürecinde çalışma kâğıtları kullanılmıştır. Çalışma kâğıtları öğrenci başarısını olumlu etkileyen materyallerdir (Işık ve Çelik, 2017).

Örnek Bir Ders İşlenişi

Örnek olarak sunulacak derste “Eldeli toplama işlemini yapar.” ve “Toplama işleminde terimler arası ilişki kurar.” kazanımları cebirsel akıl yürütme uygulamaları aracılığıyla öğrencilere kazandırılmaya çalışılmıştır. Bu süreçte materyal olarak yüzlük sayı tablosu kullanılmıştır.

Derse Giriş:

Derse girişte öğrencilere somut bir materyal olan yüzlük sayı tablosu dağıtılır ve ne olduğu sorulur. Yüzlük sayı tablosundaki satır ve sütunlara öğrencilerin dikkati çekilerek satır ve sütunun tanımı yapılır, yüzlük sayı tablosunda satır ve sütunların kaç tane olduğu sorulur. Tabloda sayıların nasıl dizildiği sorularak öğrencilerin düşüncelerini paylaşmaları sağlanır. Bu aşamada sayının her sütunda sağa doğru 1 arttığını, her satırda 10 arttığını, sola doğru 1 azaldığını fark ederek genellemeye ulaşmaları için bazı sorular yöneltilir. Örneğin; “8’in bir alt satırında olan sayı kaçtır? 8’den 18 sayısına gitmek için kaç sayı ilerlemek gerekir? Bir satır alta inildiğinde sayı kaç sayı artmış olur? Yüzlük sayı tablosunda bir sayıyı 10 arttırmak için ne yapabiliriz?” gibi sorular öğrencilere yöneltilir.

Gelişme:

Tahtaya öğrencilerin eldeli toplama işlemi yapmaları gereken bir soru yazılır. Örneğin, $46+29=?$ Öğrencilerden yüzlük sayı tablosu yardımıyla bu işlemi yapmaları istenir. Bu aşamada öğrencilere 5 dk. süre verilerek düşünceleri ve düşüncelerini paylaşmaları sağlanır. Öğrenciler buldukları yöntemleri, düşüncelerini, işlemi yapmak için izledikleri yolları sınıf ile paylaşırlar. Gelen yanıtlar göz önünde bulundurularak 29 sayısının $20+9$ ya da $9+20$ olarak yazılabileceği fikri belirtilir. Öğretmen öğrencilerin verdiği bu yanıtı yakın yanıtları dikkate alarak sınıfa “Bakın arkadaşınız böyle bir yöntem bulmuş, $20+9$ olarak düşünmek işimizi kolaylaştırabilir, bu şekilde düşünenler oldu mu?” şeklindeki düşünceler ile sınıftaki diğer öğrencilerin dikkatini çekmeye çalışır. Öğrencilere “ 8 sayısından 18 sayısına gitmek için bir satır alta inilmesi gerekir.” bilgisi daha önce verilmişti. Burada öğrencilere “Bir sayının 20 sayı büyümesi için ne yapabiliriz?” sorusu yöneltilir. Öğrencilerin “İki satır alta inilir.” yanıtını vermesi beklenir. Eğer beklenen yanıt gelmezse 8 ile 18 arasındaki ilişki öğrencilere anımsatılır. Benzer olarak “Bir sayının 9 artması için 1 satır alta indirilmesi ve 1 sütun sola kaydırılması gerekir.” genellemesine ulaşmaları sağlanır. Buna ek olarak “ 29 sayısının $30-1$ ” olarak düşünölebileceği de göz önünde bulundurulmalıdır. Bu nedenle 3 satır aşağı inilmesi ve 1 sütun sol tarafa kayılması genellemesine ulaşmaları için sorular yöneltilir. Bunun gerçekleşmesi için “Sadece toplama işlemi olarak düşünmeyelim. Çıkarma işlemi kullanarak 29 ’u

nasıl elde edebiliriz?” sorusu sorulabilir. Diğer bir yol olarak da “ $46=40+6$ veya $29=20+9$ olarak düşünöldüğünde 40 sayısından 2 satır aşağı inildiğinde 60 olur. $6+9=15$ de $15=10+5$ olarak düşünöldüğünde 60 sayısından 1 satır aşağı inildiğinde 70 ve ardından 5 eklenmesi ile 75 .” olacağı öğrencilere gösterilir. Böylece birliklerin ve onlukların ayrı ayrı toplanabileceği, 10 tane birliğin de onluk olacağı gösterilmiş olur. Öğrencilerden gelen başka çözüm yolları olursa onlarda dikkate alınarak sayıların farklı biçimlerde gösterilebileceği öğrencilere fark ettirilir. Ardından öğrencilerin toplanan ilk sayıyı mavi kalem ile daire içine almaları ve toplanan ikinci sayıyı mavi kalem ile düz bir çizgi ile çizmeleri istenir. Ulaşılan toplamın ise kırmızı bir kalem ile işaretlenmesi istenir. Öğrencilere “Toplam nasıl elde edildi?” sorusu yöneltilir. Öğrencilerden gelen yanıtlardan sonra “Toplanan sayıların bir araya gelmesi, birinci toplanan sayının üstüne ikinci toplanan sayının eklenmesi ile toplama ulaşıldı.” gibi ifadeler dile getirilir. Farklı örnekler sunularak öğrencilerin yukarıdaki örneğe benzer uygulamalar yapmaları istenebilir. Örnekler verilirken “ $?= 18+24$, $A=62+19$, $28+17= B + 32$ ” gibi eşitliğin ilişkişel düşünölmelerini destekleyen örnekler verilebilir.

Sonuç:

Yüzlük sayı tablosu ile sayıların dizilişine yönelik genellemeler öğrencilerle birlikte tekrarlanır. Ardından toplama işleminde toplanan iki terimin toplanması ile sonuca yani toplama ulaşıldığı belirtilir.

Verilerin Analizi

Ses kaydı alınarak yapılan ön-son test görüşmeleri öncelikle çözümlenerek yazıya dökölmüştür. Görüşmelerin analizlerinde içerik analizi, frekans tabloları ve Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi kullanılmıştır. Öğrencilere $K1$, $K2$, ..., $K20$ şeklinde kodlar verildikten sonra içerik analizinde öğrencilerin her bir soruya verdikleri yanıtlar soru soru kodlanmıştır. Daha sonra her soruya yönelik tablolar oluşturulmuş ve kategoriler belirlenmiştir. Öğrencilerin yanıtlarında hata ve kavram yanılgılarının belirlenmesinde ön-son test görüşmesindeki “Emin misin?” sorusu belirleyicidir. Eryılmaz ve Sürmeli’ye (2002) göre belirlenen hata ve kavram yanılgılarının hata veya kavram yanılgısı olması için öğrencinin verdiği yanıtı açıklamaları ve aynı zamanda yanıtından emin olması gerekmektedir. İçerik analizinden elde edilen veri, araştırmacıların her ikisi tarafından analiz edilmiştir. Bu aşamada ortak olan hata ve kavram yanılgıları doğrudan alınırken farklı olanlar üzerinde tartışılarak ortak bir karara varılmıştır.

Veri analizinde her soruya verilen yanıtların kodları ve bu kodların frekansları belirlenmiştir. Tespit edilen 14 hata ve kavram yanılgısının frekansları ön-son test görüşmeleri için

ayrı ayrı verilmiştir. Daha sonra ön-son test görüşmelerinde her bir öğrencide belirlenen hata ve kavram yanlışlığına ait frekanslar tablolar aracılığıyla gösterilmiştir. İçerik analizinden elde edilen sayısal veriler örneklem sayısı 30'un altında olduğu için parametrik olmayan testlerden Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi ile analiz edilmiştir. Bu test ile araştırmadaki ön-son test arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığı ortaya konulmaya çalışılmıştır.

Bulgular

Testte yer alan birinci soru " $9 + 8 = 17 - 7$ yandaki eşitlik doğru mudur, yanlış mıdır? Neden? Cevabından emin misin?" şeklindedir. Burada öncelikle öğrencilerin verilen matematiksel işlemi nasıl okuduklarına yer verilecektir. Matematiksel işlemin öğrenciler tarafından yanlış veya eksik okunması sembollerin anlamına dair hata ve kavram yanlışlığı hakkında bilgi verecektir.

Araştırmaya katılan öğrencilerden 8'i (K1, K2, K4, K6, K8, K9, K13 ve K20) ön testte birinci soruyu "yanlış" şeklinde doğru olarak yanıtlarken geriye kalan 12 kişi (K3, K5, K7, K10, K11, K14, K15, K16, K17, K18 ve K19) soruyu "doğru" şeklinde yanlış olarak yanıtlamıştır. Son testte ise 16 öğrenci (K1, K4, K6, K7, K8, K9, K10, K11, K12, K13, K14, K15, K17, K18, K19 ve K20) soruyu "yanlış" şeklinde doğru olarak yanıtlarken diğer 4 öğrenci (K2, K3, K5 ve K16) "doğru" şeklinde yanlış olarak yanıtlamıştır. Bu soruda öğrencilerin eşitliğin her iki tarafındaki işlemleri ayrı ayrı düşünerek hesaplaması gerekmektedir, yani öğrencinin bu soruda çift taraflı düşünmesi beklenmektedir. Bu soruda ön test görüşmesinde sınıfın %40'ı "yanlış" yanıtını verirken, son test görüşmesinde sınıfın %80'i "yanlış" yanıtını vermiştir. Ancak öğrencilerin "yanlış" yanıtını vermeleri soruda verilen eşitliği çift taraflı düşündüklerinin bir göstergesi olmayabilir. Çünkü rastgele iki seçenekten biri olan "yanlış" yanıtını seçmiş olabilirler. Bunun için öğrencilere "Neden?" sorusu yöneltilmiştir. Bu soruya verilen yanıtlara ilişkin veriler Tablo 2'de yer almaktadır.

Tablo 2.

" $9 + 8 = 17 - 7$ " ifadesine Verilen Yanıtlar

	Ön Test	f	%	Son Test	f	%
Doğru Açıklama Yapanlar	K8	1	5	K1, K4, K6, K7, K8, K9, K10, K13, K14, K17, K18, K20	12	60
Yanlış Açıklama Yapanlar	K1, K2, K4, K5, K7, K10, K11, K12, K13, K14, K15, K16, K17, K18, K15, K20, K3, K6, K9	18	90	K2, K3, K5, K11, K12, K15, K16, K19	8	40
Yanıt Vermeyenler	K19	1	5	-	-	-

Tablo 2'ye bakıldığında ön testte sınıfın %5'i açıklamayı doğru yaparken bu oran son testte %60'a yükselmiştir. Bu soruda öğrencilerden "Eşittirden sonra sadece 17 olmalı.", "Eksi 7 olmamalı.", "Sol taraf doğru ama sağ taraf yanlış." gibi yanıtlar alınmıştır. Bu da gösteriyor ki öğrenciler eşittir işaretini işlemin sonucunu ifade eden bir sembol olarak görmektedirler. Aşağıda yer alan Tablo 3'te öğrencilerin verdikleri yanıtlar kategorilere ayrılmıştır.

Tablo 3.

" $9 + 8 = 17 - 7$ " ifadesine Verilen Yanıtların Kategorisi

Cevap Vermeyenler		İşlemsel Hata		Eşitliği tek Eşitliği tek taraflı düşünenler		Eşitliği iki Eşitliği iki taraflı düşünenler	
Ön test	Son test	Ön test	Son test	Ön test	Son test	Ön test	Son test
K5, K19, K12	-	K1, K2, K13, K15, K16, K18, K20	K16	K3, K4, K6, K7, K9, K10, K11, K14, K17	K2, K3, K5, K11, K12, K19	K8	K1, K4, K8, K6, K7, K13, K9, K10, K14, K17, K18, K20

Öğrencilerin bu soruda eşitliğin her iki tarafını ayrı ayrı düşünmeleri beklenmektedir. Tablo 3'e göre ön testte açıklamayı bu şekilde düşünerek yapan sadece bir (%5) öğrenci bulunmaktadır. Son testte ise 12 (%60) öğrenci eşitliği iki taraflı düşünmüşlerdir. Ön testte eşitliği çift taraflı değil de tek taraflı düşünen öğrenciler yaptıkları açıklamada işlemin sonucunun eşitliğin sağına yazıldığını belirtmişlerdir. Bunun yanı sıra eşitliğin sağındaki diğer işlem, sembol ve sayılara mantıklı bir açıklama getirememişlerdir. Son testte öğrencilerden bazıları eşitliğin sağ tarafına sonuç yazıldığını dile getirirken diğer bazıları da eşitlik sembolünü ilişkisel olarak düşünüp iki taraftaki işlemleri yaparak sonuca ulaşmışlardır. Bunların yanı sıra işlemsel hatalar yapan öğrenciler de bulunmaktadır. Öğrencilerin yaptıkları işlemsel hatalara ileri doğru veya geri doğru sayma yaparken yaptıkları hatalar ve soruda verilen sayılardan farklı sayılar kullanarak işlem yapmaları örnek olarak verilebilir.

Testte yer alan ikinci soru "5+4 = 4+5 yandaki eşitlik doğru mudur, yanlış mıdır? Neden? Cevabından emin misin?" olmuştur. İlk soruda olduğu gibi bu soruda da öğrencilerin eşitliği iki taraflı düşünüp düşünmedikleri ve matematiksel işlemi nasıl okudukları ortaya konulmaktadır. Bunun yanı sıra öğrencilerin toplama işleminin değişme özelliğini fark edip etmedikleri de bu soru aracılığıyla ortaya konulmuştur. İkinci soruyu ön testte bir tane öğrenci (K1) boş bırakmış, 10 öğrenci (K2, K6, K7, K8, K9, K13, K15, K17, K18, K19) yanlış yanıtlamış ve 9 öğrenci de (K3, K4, K5, K10, K11, K12, K14, K16, K20) doğru yanıtlamıştır. Son testte ise yalnızca K3 kodlu öğrenci yanlış yanıtlarken geriye kalan 19 öğrenci doğru yanıtlamıştır.

İkinci soruda öğrencilerden eşitliğin "doğru" olduğunu yanıtını vermesi beklenmektedir. Öğrencilere "Neden?" sorusu yöneltilerek eşitliğin iki taraflı olduğunu düşünerek mi soruyu yanıtladıkları ortaya konulmaktadır. Buna yönelik veriler Tablo 4'te yer almaktadır.

Tablo 4.

"5+4=4+5" İfadesine Verilen Yanıtlar

		Ön Test	f	%	Son Test	f	%
Doğru Yapanlar	Açıklama	K4, K11, K12, K20	4	20	K4, K6, K7, K8, K9, K10, K13, K14, K17, K18, K20	11	55
Yanlış Yapanlar	Açıklama	K1, K2, K3, K6, K7, K8, K9, K10, K13, K14, K15, K16, K17, K18, K19	15	75	K1, K2, K3, K5, K11, K12, K15, K16, K19	9	45
Yanıt Vermeyenler		K5	1	5	-	-	-

Tablo 4'te öğrencilerin verdikleri yanıtlar incelendiğinde ön testte %20'sinin açıklamayı doğru, %75'inin yanlış ve %5'inin ise açıklama yapamayarak yanıt vermedikleri görülmektedir. Son testte ise öğrencilerin %55'inin açıklamayı doğru, %45'inin de yanlış yaptığı görülmektedir. Ön testte öğrencilerin %20'si doğru yanıt verirken bu sayı son testte %55'e yükselmiştir. Bu soruda doğru açıklama yapan öğrenciler eşitliğin iki tarafındaki işlemlerin sonuçlarını düşünerek eşitleme yaptıklarını dile getirmişlerdir. Birinci soruda olduğu gibi bu soruda da yanlış açıklama yapan öğrencilerde eşitlik sembolünün anlamına ve matematiksel işlemlerde kullanımına yönelik eksikler bulunmaktadır. Ayrıca öğrencilerin çoğu toplama işleminde değişme özelliği bulunduğunu henüz fark edememişlerdir. Öğrencilerin verdikleri yanıtlarda "5 ile 4'ün toplamı 9 eder.", "Eşittir den sonra 9 olmalı." ve "Sol taraf 9, sağ taraf da 9. Yani eşittir." gibi ifadeler bulunmaktadır. Tablo 5'te öğrencilerin verdikleri yanıtlar kategorilere ayrılmıştır.

Tablo 5.
"5+4=4+5" İfadesine Verilen Yanıtların Kategorisi

Yanıt vermeyenler		İşlemsel hata		Eşitliği tek taraflı düşünenler		Eşitliği iki taraflı düşünenler	
Ön Test	Son Test	Ön Test	Son test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test
K2,K5	-	K1, K10, K15, K16,K 18,K1 9	K15,K 16,K1 9	K3, K6, K7, K8, K9, K13, K14, K17	K1,K3 ,K5	K14,K 11,K1 2,K20	K2, K4, K6, K8, K7, K13, K9, K10, K11, K12, K14, K17, K18,K 20

Tablo 5'e bakıldığında ön testte öğrencilerin 2'si (%10) soruya yanıt verememiş, 6'sı (%30) işlemsel hata yapmış, 8'i (%40) eşitliği tek taraflı düşünmüş ve 4'ü (%20) de eşitliği iki taraflı düşünmüştür. Son test sonuçlarına bakıldığında ise öğrencilerden yanıt vermeyen öğrenci bulunmamaktadır ayrıca öğrencilerden 3'ü (%15) işlemsel hata yapmış, 3'ü (%15) eşitliği tek taraflı ve 14'ü (%70) de eşitliği iki taraflı düşünmüştür. Son testte eşitliği iki taraflı düşünen öğrencilerin sayısında ciddi bir artış olduğu görülmektedir. Veriler gösteriyor ki öğrenciler eşitlik işaretini işlemsel olarak da düşünmektedirler. Bu düşünce uygulamalardan sonra azalma göstermiştir.

Öğrencilerden "9+8=17-7" ve "5+4=4+5" şeklinde sorulan 1 ve 2. soruda verilen ifadeleri okumaları istenmiştir. Bu aşamada öğrencilerin iki ifadeyi de doğru ve tam şekilde okumaları beklenmiştir. Verilen yanıtlardan sembollerin eksik veya yanlış okunup okunmadığı belirlenmeye çalışılmıştır. Aşağıda yer alan Tablo 6'da sembol okuma hakkında elde edilen veriler yer almaktadır.

Tablo 6.
Birinci ve İkinci Soruda Sembol Okuma Hataları

	9+8=17-7			5+4=4+5	
	Artı(+)	Eksi(-)	Eşittir(=)	Artı(+)	Eşittir(=)
Ön Test	K2,K4,K1 2,K15,K2 0	K2,K4,K 7,K10,K 11,K12, K15,K1 6,K19,K 20	K4,K8,K11 ,K12,K15, K18,K19,K 20	K2,K4, K6,K7, K12,K1	K4,K15,K1 8,K12,K19
Son Test	K4	K19	K4,K11,K1 5	K1,K9	K4,K11

Tablo 6'da ön-son testin 1 ve 2. sorularının hatalı okunuşuna ait veriler yer almaktadır. Bu sorularda öğrencilerden matematik cümlesini sesli olarak okumaları istenmiştir. Testte yer alan diğer sorularda da matematik cümleleri bulunmaktadır ancak bu sorular özellikle matematik cümlelerinin nasıl okunduğunu ortaya koymak üzere hazırlanmıştır. Öğrencilerin soruda verilen matematik işlemlerini okurken sembollerin isimlerini bir veya birden çok kez okumadığı veya yanlış okuduğu görülmektedir. Tablo 6'da yer almayan öğrenciler ise soruda verilen matematik ifadesini tam ve doğru okumuşlardır. En çok okuma hatası eşittir işaretinde yapılmıştır. Ayrıca öğrencilerden bazıları artı işaretini toplama, eksi işaretini çıkarma olarak okumuşlar ve verilen bu yanıtlar da doğru kabul edilmiştir.

Testte yer alan üçüncü soru "İki arkadaş ellerindeki misketleri birleştirdince 15 misketleri olmuştur. Çocukların her birinin ellerindeki misketleri tahmin edelim. Çocukların ellerindeki misket sayısı kaç olamaz?" şeklinde bir problemdir. Araştırmaya katılan öğrencilerin 2. sınıf oldukları düşünüldüğünde tam sayıları henüz bilmedikleri için toplanan sayıların 14 ile 1 arasında olması gerektiğini düşünmeleri son derece doğaldır. Bunun yanı sıra öğrencilerin "Bir kişide 15 diğer kişide 0 misket olur." biçiminde düşünmemeleri de normaldir çünkü problem varlık üzerinden sorulmuştur. Öğrenciler gerçekçi bir yaklaşım sergilediklerinde bir kişinin elinde 0 misket olmasını savunamayabilirler. Öğrenciler bilişsel düzeyleri göz önünde bulundurulduğunda sıfırın sayısal değeri ile varlık ve yokluk temsilini ayırt edemeyebilirler. Bu nedenle öğrencilerin "Bir kişide 15 misket olamaz. Çünkü bir kişide 15 misket olursa diğer kişide hiç misket olmaz." şeklinde verdikleri yanıtlar da doğru kabul edilmiştir.

Tablo 7.

“İki arkadaş ellerindeki misketleri birleştirence 15 misketleri olmuştur. Çocukların her birinin ellerindeki misketleri tahmin edelim. Çocukların ellerindeki misket sayısı kaç olamaz?” Problemine Ait Yanıtların Kategorisi

Yanıt vermeyenler		Yeterli açıklamayı getirmeyenler		Matematik ders konusu ile ilişkilendiren		Gerçek hayat ile ilişkilendirenler		Olabilir yanıtına göre yanıt verenler		Tek Toplanan varmış gibi düşünenler		Doğru açıklamayı getirenler	
Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test
K19	K6 K19	K7 K8 K10 K13 K16 K17 K18	K2 K10	K7	K2 K3 K12 K15 K20	K15	K1 K4	K6	K3 K14 K16 K17	K5 K9 K11 K14 K9 K11 K12 K13 K18 K20	K1 K4 K5 K8 K9 K11 K12 K13 K18 K20		

Tablo 7’de yer alan yanıtlar öğrencilerin problemin çözümünden elde ettikleri sonucun değerine göre değil çözümlere ilişkin yaptıkları açıklamalara göre doğru veya yanlış kabul edilmiştir. Öğrencilerin %20’si ön testte doğru açıklama yaparken son test te %50’si doğru yanıt vermiştir. Problemi bazı öğrenciler gerçek hayatla ilişkilendirerek, kimi sadece kaç misket olabilir şeklinde düşünerek, kimi ön-son testlerin uygulandığı dönemde matematik derslerinde işlenen konuya göre yanıtlamışlardır. Bu süreçte bazı öğrenciler verdikleri yanıtta doğru açıklamalar yapabilirken diğer bazı öğrenciler mantıklı bir açıklama yapamamışlardır. Bunun yanı sıra bazı öğrenciler problemin soru kökünde “Ellerinde kaç misket olamaz?” ifadesi bulunmasına rağmen “Ellerinde kaç misket olabilir?” sorusuna göre yanıt

vermişlerdir. Bazı öğrenciler ise bir tane toplanan varmış gibi düşünerek işlemlerini yapmışlardır. Bunun yanı sıra 15’ten küçük bir sayı 15’e eşit olamayacağı için yanıtın 15 olamayacağını ifade eden öğrenciler olmuştur. Bu öğrencilerin toplama işlemindeki toplanan ve toplam terimlerinin anlamını tam olarak bilemediklerini söyleyebiliriz.

Dördüncü soru “10 sayısı ile 7 sayısını toplarsam 17 eder.” ve “16 sayısından 4 sayısını çıkarırsam 12 eder.” cümlelerinin matematik işlemi yazınız (alt alta ve yan yana).” şeklindedir. Bu soru ile öğrencilerin çıkarma ve toplama işlemindeki terimleri doğru biçimde kullanıp kullanmadıkları tespit edilmiştir (bkz. Tablo 8.)

Tablo 8.

“10 sayısı ile 7 sayısını toplarsam 17 eder.” ve “16 sayısından 4 sayısını çıkarırsam 12 eder.” Cümlelerinin matematik işlemi yazınız (alt alta ve yan yana).” Sorusuna Verilen Yanıtlar

		Doğru	f	Yanlış	f
Son Test	Yan yana yapılan toplama işlemi	K3, K4, K5, K7, K9, K10, K11, K12, K13, K14, K15, K17, K18, K20	14	K1, K2, K6, K8, K16, K19	6
	Alt alta yapılan toplama işlemi	K3, K5, K7, K9, K10, K11, K12, K14, K15, K17, K20	11	K1, K2, K4, K6, K8, K13, K16, K18, K19	9
	Yan yana yapılan çıkarma işlemi	K3, K5, K8, K9, K10, K11, K12, K14, K15, K20	13	K1, K2, K4, K6, K7, K16, K19	7
	Alt alta yapılan çıkarma işlemi	K1, K3, K4, K5, K6, K7, K8, K9, K10, K11, K12, K13, K14, K15, K17, K18, K19, K20	10	K1, K2, K3, K6, K7, K13, K16, K17, K18, K19	10
Son Test	Yan yana yapılan toplama işlemi	K1, K3, K4, K5, K6, K7, K8, K9, K10, K11, K12, K13, K14, K15, K17, K18, K19, K20	18	K2, K16	2
	Alt alta yapılan toplama işlemi	K1, K3, K4, K5, K6, K7, K8, K9, K10, K11, K12, K13, K14, K15, K17, K18, K20	17	K2, K16, K19	3
	Yan yana yapılan çıkarma işlemi	K1, K3, K4, K5, K6, K7, K8, K9, K10, K11, K12, K13, K14, K15, K17, K18, K20	17	K2, K16, K19	3
	Alt alta yapılan çıkarma işlemi	K1, K3, K4, K5, K6, K7, K8, K9, K10, K11, K12, K13, K14, K15, K16, K17, K18, K20	17	K2, K19	3

Öğrenciler alt alta yazılan işlemleri yan yana yazılan işlemlere göre daha fazla yanlış yapmaktadırlar (bkz. Tablo 8.). Öğrencilerden eşittir işaretini sadece bulunduğu sonucu sağa yazmakta kullanılan bir sembol olarak görenler benzer biçimde alt alta yazılan işlemlerde de eşittir işareti yerine kullanılan işlem çizgisi ile ilgili zorluk yaşamış olabilirler. Çünkü öğrencilerin yanıtlarında alt alta yapılan işlemlerde

işlem çizgisini ve işaretini yanlış yere koydukları, sayıları basamak değerini göz önünde bulundurmadan yanlış yere yazdıkları görülmektedir. Yan yana yapılan işlemlerde de yanlış yere yazmanın yanı sıra hiçbir sembolün yazılmadığı çözümler de bulunmaktadır. Aşağıda yer alan Tablo 9’da yanlış yanıtların kategorileri yer almaktadır.

Tablo 9.

Matematiksel Cümle Yazmaya Ait Kategori

Sembollerin yerini yanlış ya da eksik kullanma	Terimleri yanlış ya da eksik kullanma	İfadeye dikkat etmeme	İfadeyi doğru yazma
Ön Test Son Test	Ön Test Son Test	Ön Test Son Test	Ön Test Son Test
K4,K18, K19 K19	K1, K2, K13, K16	K6,K7, K8, K2, K16	K3, K5, K9, K10, K11, K12, K14, K15, K17, K20 K1, K3, K4, K5, K6, K7, K8, K9, K10,K11, K12,K13, K14, K15, K17, K18, K20

Ön-son testin dördüncü sorusu matematiksel cümlelerin öğrenciler tarafından nasıl yazıldığını belirlemek için düzenlenmiştir. Tablo 9’da sadece 4. soruya ait veriler bulunmaktadır. Ön testte dördüncü soruda 3 (%15) öğrenci, son testte sadece 1 (%5) öğrenci sembollerin yerlerini yanlış ya da eksik kullanmıştır. Örneğin; artı ya da eksi işaretini kullanmayan öğrenciler olmuştur. Ön testte toplama çizgisini yanlış yere çizip ya da hiç çizmeyip işlemlerdeki terimleri eksik ya da yanlış yerde kullanan 4 (%20) öğrenci varken son testte yoktur. Bu soruda ön testte 3 (%15), son testte 2 (%10) öğrenci verilen ifadeye dikkat etmeyerek, dördüncü soruda geçmeyen sayıları kullanmış ve yanlış yanıt vermişlerdir. Bunun yanı sıra ifadeyi ön testte doğru yazan 10 (%50) öğrenci varken bu sayı son testte 17’ye (%85) yükselmiştir.

Öğrencilere sorulan beşinci soru “ $15-8=7$ şeklinde bir çıkarma işlemi yer almaktadır. Bu çıkarma işleminde yer alan sayıları kullanarak bir toplama işlemi yazınız.” biçimindedir. Bu sorunun amacı öğrencilerin çıkarma ve toplama işlemleri arasındaki ilişkiyi kurup kuramayacaklarını ortaya çıkarmaktır (bkz. Tablo 10.).

Tablo 10.

Çıkarma ve Toplama İşlemleri Arasındaki İlişkiyi Kurabilme

Doğru yanıtı ulaşamayanlar		Doğru yanıtı rastgele ulaşanlar		Doğru yanıtı ulaşanlar	
Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test
K4, K6, K10, K11, K14, K16, K17, K18, K19	K2, K5, K6, K16, K17, K19	K1, K3, K5, K7, K12	K4, K13, K14, K15, K18	K2, K8, K9, K13, K15, K20	K1, K3, K7, K8, K9, K10, K11, K12, K20

Tablo 10’da görüldüğü üzere öğrencilerin yanıtları doğru yanıtı ulaşanlar, doğru yanıtı rastgele ulaşanlar ve doğru yanıtı ulaşamayanlar olarak kategorilere ayrılmıştır. Öğrencilerden doğru yanıtı rastgele ulaşanlar soruda verilmiş olan üç sayıyı farklı kombinasyonlarda toplayarak deneme yoluyla doğru yanıtı ulaşmışlardır. Bu durum bu yolu kullanan öğrencilerin çıkarma ve toplama işlemlerinin birbirinin tersi olduğunu bildiğini göstermemektedir. Ön testte doğru yanıtı ulaşan 6 (%30) öğrenci varken bu sayı son testte 9 (%45) öğrenciye yükselmiştir.

Testte yer alan altıncı soru “Sema ile Kenan manava gittiler. Sema 2 kg elma ve 1 kg muz aldı. Kenan 3 kg portakal ve 2 kg muz aldı. Bu çocuklar manavdan toplam kaç kg elma aldı?” şeklindedir. Bu soruda öğrencilerin aynı varlıkları kullanarak işlem yapmaları beklenmektedir. Çünkü bu problemi çözerken öğrencilerin problemde istenen birimi kullanarak işlem yapıp yapmadıkları ortaya konulmaya çalışılmaktadır. Bu nedenle öğrenciler problemi çözerken “Hangi dört işlemi kullanmalıyım?” sorusunu göz önünde bulundurmalıdırlar.

Problemde istenen birime göre öğrencilerin ne tür yanıtlar verdikleri Tablo 11’de görülmektedir.

Tablo 11.

Altıncı Soruya Verilen Yanıtlar

Kodlar	Ön Test	Son Test
Toplam kelimesine odaklananlar	K18, K19	K3, K10, K13
Gerçek hayat ile ilişkilendirenler	K15	
Çeşitli faktörlere dikkat edenler	K3, K5, K7, K10, K11, K12, K13, K14, K16	K2, K5, K12, K15, K16, K19
Toplanarlarda birime dikkat edenler	K1, K2, K4, K6, K8, K9, K17, K20	K1, K4, K6, K7, K8, K9, K11, K14, K17, K18, K20

Öğrencilerin bu problemde 2 kg yanıtını “Sadece Sema 2 kg elma almış, Kenan elma almamış” gibi bir ifade ile açıklamaları beklenmektedir. Tablo 11’de öğrencilerin verdikleri yanıtlara bakıldığında ön testte öğrencilerin 8’i (%30) doğru yanıt verirken bu sayı son testte 11’e (%55) yükselmiştir.

	15	
Yedinci soru	-3	“Bu işlemin sonucu kaçtır? Bu işlemde bir hata yapılmış mıdır?” biçimindedir.

Yedinci soruyla basamak değeri kavramındaki hata ve kavram yanlışları ortaya konulmak istenmektedir. Sorulan işlemde basamakların nasıl yazıldığı işlem sonucunu değiştirmektedir. Bu soru ile basamakların yerine dikkat etmeyerek işlem yapan öğrencilerin hata ve kavram yanlışları tespit edilmektedir. Aşağıda yer alan Tablo 12’de yedinci soruya ait veriler yer almaktadır.

Tablo 12.

Yedinci Soruya Verilen Yanıtlar

Kodlar	Ön Test	Son Test
Basamak yerinin yanlış olduğunu düşünenler	K2, K7, K8, K9, K11, K19, K20	K1, K2, K5, K6, K7, K8, K9, K10, K11, K12, K15, K16, K20
Basamak yerinin doğru olduğunu düşünenler	K1, K3, K4, K5, K6, K10, K12, K14, K15, K17, K18	K3, K13, K14, K17, K18, K19
Sembole dayalı olarak yanlış yapanlar	K13	

Yedinci soruda öğrencilerden 3 sayısının yanlış basamakta

bulduğunu belirtmeleri beklenmektedir. Tablo 12’ye göre ön testte 7 (%35) öğrenci doğru açıklama yaparken son testte ise 14 (%70) öğrenci doğru açıklama yapmıştır. Öğrencilerin soruya verdikleri yanıtlar incelendiğinde yanlış yanıt verenlerden bazılarının çıkarma işlemi toplama işlemi gibi ele aldıkları ve işlemi yaparken de toplama işlemi yaptıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra hesaplamayı geriye doğru sayarak yapmaya çalışan bazı öğrencilerde sayma hatası yapmışlardır. Aşağıdaki yer alan Tablo 13’te bu durum incelenmiştir.

Tablo 13.

Çıkarma İşlemine Ait Sonuçlar

	Ön Test	Son Test
12 cevabını bulanlar	K1, K4, K6, K11, K12, K13, K14, K18, K20	K1, K3, K4, K5, K6, K7, K8, K10, K11, K13, K16, K17
Toplama işlemi olarak düşünüp 18 cevabını bulanlar	K2, K3, K8, K9, K10, K15, K17	K2, K9, K12, K15, K20
Sayma hatası yaparak farklı yanıtlar bulanlar	K5, K7, K16, K19	K14, K16, K19

Tablo 13’e göre ön testte 9 (%45) öğrenci çıkarma işlemi doğru, son testte 12 (%60) öğrenci doğru yanıtlamıştır. Soruyu doğru yanıtlayan öğrenciler çıkan olan 3’ü birler basamağının yani 5’in altına yazarak çıkarma işlemi yapmışlardır. Doğru yanıtı veremeyen bazı öğrenciler çıkarma ile toplama işlemi karıştırmış ve saymayı da geriye doğru ritmik sayarak yapması gerekirken ileriye doğru ritmik sayarak yapmıştır. Diğer bazı öğrenciler ise sayma hatası yapmalarının sonucunda 2, 6, 13 ve 25 yanıtlarına ulaşmışlardır. Bunların yanı sıra 18 yanıtını bulan öğrencilerin de çıkarma yerine toplama işlemi ile sonucu bulduğu görülmektedir.

Sekizinci soru öğrencilere “Ali’nin 8 cevizi, Merve’nin 6 cevizi vardır. 1. İkisinin toplam kaç cevizi vardır? 2. İkisinin ceviz sayılarını eşitlemek istersek ne yapabiliriz?” olarak iki bölümden oluşan bir soru olarak yöneltilmiştir. Bu soru ile öğrencilerde toplama işleminde toplam ile toplanan arasındaki ilişkiyi kurmakta oluşabilecek ve eşitlik kavramına yönelik bulunabilecek hata ve kavram yanlışları belirlenmek istenmiştir. Sekizinci sorunun ilk sorusuna verilen yanıtlar Tablo 14’te yer almaktadır.

Tablo 14.
“İkisinin toplam kaç cevizi vardır?” İfadesine Verilen Yanıtlar

Kodlar	Ön Test	f	Son Test	f
Doğru yanıt veren öğrenciler	K1,K2,K3,K4, K5,K6,K7,K8,K9,K10, K11,K12, K13, K14, K16, K17,K18, K20	18	K1,K3,K4,K5 K6,K7,K8,K9,K10, K11,K12,K13,K14, K15,K16,K17,K18, K20	18
Yanlış yanıt veren öğrenciler	K15,K19	2	K2, K19	2

Tablo 14’te iki sayının toplamının istendiği soruda öğrencilerin verdikleri yanıtlar ve bu yanıtları hangi öğrencilerin verdiği bulunmaktadır. Öğrenciler toplama işlemini yaparken sonucu hesaplamakta zorlanmamışlardır. Çünkü ön ve son testte öğrencilerin 18’i (%90) soruyu doğru olarak yanıtlamıştır. Tablo 15’te ise sekizinci sorunun ikinci sorusuna verilen yanıtlar bulunmaktadır.

Tablo 15.
“İkisinin ceviz sayılarını eşitlemek istersek ne yapabiliriz?” İfadesine Verilen Yanıtlar

Kodlar	Öğrenciler	
	Ön Test	Son Test
C-1 Merve’ye 2 tane ceviz vermek	K1 K9 K10 K14 K20	
C2 Ali’den 1 tane ceviz alıp Merve’ye vermek	K2 K4 K7 K16 K18	K2 K4 K8 K7 K9 K17
C3 14 tane cevizi 2’ye ayırmak	K11	K5
C4 Ali’nin 2 tane cevizini almak	K12 K17	K1 K10 K14 K18
C5 Ali Merve’ye 2 ceviz vermeli	K8	
C6 cevizleri 14’e tamamlamak		K13 K11
C7 6’dan 8’i çıkarmak	K15	
C8 14 ile 8’i toplamak		K3
C9 8 ile 6’yı toplamak	K3 K5 K13	K6 K15 K19
C10 Ali’nin 7 tane Merve’nin 5 tane cevizi olmalı		K12
C11 Ali’nin 10 tane Merve’nin 4 tane cevizi olmalı		K20
C12 Yanıtsız	K6 K19	K16

Öğrencilerin sekizinci sorunun ikinci sorusuna verdikleri yanıtlar ön ve son testte toplam 12 tane kod içermektedir (bkz. Tablo 15.). Soruyu çözerken bu yanıtlardan C1, C2, C3, C4, C5 ve C6’da önerilenler yapıldığında ceviz sayıları eşitlendiği için doğru yanıt olarak kabul edilmektedirler.

Ancak C7, C8, C9, C10 ve C11’de önerilenler yapıldığında ceviz sayıları eşitlenmediği için yanlış yanıt olarak kabul edilmektedirler. Tablo 15’te yer alan kodlar öğrencilerde eşitlik kavramı ile ilgili hata ve kavram yanlışlarının var olduğunu göstermektedir.

Öğrencilerin eşitlik kavramına yönelik verdikleri yanıtlar aşağıdaki şekilde kategori edilmiştir.

1. Eşitliğin işlem olarak düşünülmesi: Bu kategoride eşitlik sembolü toplama veya çıkarma işlemi olarak düşünülmektedir. Eşitlik kavramı genellikle toplama işlemi ile ilişkilendirilmiştir.
2. Eşitliğin sembol olarak düşünülmesi: Eşittir işaretinin “iki tane çizgi” biçiminde gibi sembolik olarak tanımlanmasıdır.
3. Eşitliğin aynı sayı olarak düşünülmesi: Birbirinin aynı olan iki sayının eşit olabileceğinin ifade edilmesidir.
4. Eşitliğin büyüklük olarak düşünülmesi: Büyüklük olarak iki varlığın aynı olduğunun belirtilmesidir.

Dokuzuncu soru öğrencilere “ $17 + \Delta = 17$ işleminde Δ bulunan yere hangi sayı gelmelidir?” biçiminde yöneltilmiştir. Öğrencilerden bu soruda “0” sayısının toplama işleminde toplanan diğer terimi değiştirmeyeceğini fark etmeleri beklenmektedir. Aslında böylece toplama işleminde sıfırın etkisiz eleman olduğu da öğrencilere hissettirilmiş olacaktır. Öğrencilerin verdikleri yanıtlarda sıfırın toplama işlemindeki etkisine dair hata ve kavram yanlışları belirlenmiştir. Ayrıca bu soru ile toplama işleminde öğrencilerin toplanan ile toplam arasındaki ilişkiyi ne şekilde yorumladıkları da belirlenebilmektedir. Dokuzuncu soruda öğrencilerin “17’ye 0 eklersem 17 olur.” şeklinde bir açıklama yapmaları doğru olacaktır ancak öğrenciler farklı yanıtlar da vermişlerdir. Bu yanıtlar 0, 17, 34 ve diğer yanıtlar biçiminde kategorilere ayrılmıştır. Sıfır yanıtını veren öğrenciler etkisiz elemanın ne olduğunu bilmemelerine rağmen sıfırın toplamı değiştirmeyeceğini fark etmişlerdir. Yapılan ön test görüşmelerinde 5 (K1, K4, K9, K10, K11) öğrenci doğru yanıt vermiş, son test görüşmelerinde ise 15 (K1, K4, K5, K6, K7, K8, K9, K10, K11, K12, K13, K14, K17, K18, K20) öğrenci doğru yanıt vermiştir. Soruya 17 yanıtını veren öğrenciler, toplama işleminde verilen terimlerden ikisi (1. toplanan ve toplam) aynı sayı olduğu için üçüncü terimin de aynı sayı olacağını düşünmüşlerdir. Soruyu 34 olarak yanıtlayan öğrencilerin toplama işlemindeki terimlerin yerlerini bilmedikleri görülmektedir çünkü öğrenciler verilen iki sayının terim anlamını düşünmeden iki sayıyı (17+17) doğrudan toplamışlardır. Diğer kategorisindeki her öğrenci sorunun çözümünü birbirinden farklı açıklamışlardır. Bu kategorideki

öğrenciler “Δ” yerine herhangi bir sayı söylemişlerdir. Bu ise öğrencilerin toplama işlemine bir anlam yükleyemediklerinin bir göstergesi olabilir.

Araştırmada kullanılan ön-son test görüşmelerinde kullanılan dokuz tane sorudan elde edilen bulgular gösteriyor ki öğrencilerin çıkarma ve toplama işleminde hata ve kavram yanlışları bulunmaktadır. Öğrencilerde 3 ana başlıkta olmak üzere 14 tür hata ve kavram yanlışlığı belirlenmiştir. Bunlar;

1. “1. Toplama İşlemine Ait Hata ve Kavram Yanlışları
 - a. H.Y.1. Toplanan-toplam arasındaki ilişki
 - b. H.Y.2. Toplama işleminde sıfırın yeri
 - c. H.Y.3. Toplama işlemi
2. Çıkarma İşlemine Ait Hata ve Kavram Yanlışları
 - a. H.Y.4. Çıkarma işlemi toplama işlemiyle karıştırma
 - b. H.Y.5. Çıkarma işlemi
3. Hem Toplama İşlemi ve Hem de Çıkarma İşlemine Ait Hata ve Kavram Yanlışları
 - a. H.Y.6. Ters işlem ilişkisi
 - b. H.Y.7. Matematiksel işlemin okunuşu
 - c. H.Y.8. Eşitliği tek taraflı düşünme
 - d. H.Y.9. Matematiksel işlemin yazılışı
 - e. H.Y.10. Farklı birimler arası işlem
 - f. H.Y.11. Basamak yeri
 - g. H.Y.12. Eşitlik sembolü
 - h. H.Y.13. Eşitleme
 - i. H.Y.14. Yer tutucu olarak kullanılan semboller” olarak karşımıza çıkmaktadır.

Yukarıda yer alan hata ve yanlış türleri öğrencilerin ön-son testte yer alan sorulara verdikleri yanıtlar doğrultusunda ortaya çıkmıştır. Ön-son testte yer alan birinci ve ikinci soru ile H.Y.7 ve 8 ortaya çıkarken üçüncü soru ile H.Y.1, dördüncü soru ile H.Y.T.9, beşinci soru ile H.Y.6, altıncı soru ile H.Y.10, yedinci soru ile H.Y.4, 5, 11 ortaya çıkmıştır. Bunun yanı sıra sekizinci soru ile H.Y.3, 12, 13 ve dokuzuncu soru ile de H.Y. 2, 14 ortaya çıkmıştır. Ayrıca dördüncü soru ile 4 farklı hata ve kavram yanlışlığı belirlenmiştir. Bunun yanı sıra birinci ve ikinci soru ile 3 farklı sembolün (eşittir, artı ve eksi) kullanımı araştırılmış ve bunun sonucunda da sembol okuma hataları belirlenmiştir. Bu nedenle bazı sorular ile birden çok hata ve kavram yanlışlığı tespit edilmiştir.

Hata ve Kavram Yanlışları

Öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtlardan hangilerinin hata ve hangilerinin kavram yanlışlığı olduğu belirlenirken “Neden?” sorusundan sonra öğrencilere yöneltilen “Emin misin?” sorusuna verilen yanıt belirleyici olmuştur. Öğrencilerin “Neden?” sorusunu yanlış yanıtlamaları ve verdikleri bu yanlış yanıttan emin olmaları kavram yanlışlığı olarak sınıflandırılırken verilen yanlış yanıttan emin olmamaları hata olarak sınıflandırılmıştır.

Tablo 16.

Ön-Son Testte Verilen Yanıtlardan Emin Olma

Soru	Ön Test		Son Test	
	Evet(f)	Hayır(f)	Evet(f)	Hayır(f)
1	19	1	19	1
2	19	1	19	1
3	20	0	20	0
4	20	0	20	0
5	17	3	19	1
6	18	2	20	0
7	20	0	20	0
8	19	1	19	1
9	20	0	20	0
Toplam	172	8	176	4

Tablo 16’da ön-son testte öğrencilerin her sorunun yanıtından emin olma ya da olmama durumları belirtilmiştir. Öğrenciler ön testte en çok 5. soruda verdikleri yanıtta emin olmazken son testte verilen yanıtlardaki emin olma oranının 4 tane daha arttığı görülmektedir. Bu aşamada öğrenciler verdikleri yanıtlardan emin olduklarını dile getirip yanlış yanıt verdiklerinde kavram yanlışlığı olarak alınırken, yanıtlarından emin olmadıkları hâlde doğru verdikleri yanıt doğru olarak alınmıştır. Eğer öğrenciler verdikleri yanıtlardan emin değilseler ve yanlış yanıt verdilerse de bu hata olarak alınmıştır. Bunun yanı sıra yanıtlarından emin olup soruya doğru yanıt veren ve doğru bir açıklama yapan öğrencilerin verdikleri yanıtları da doğru olarak alınmıştır. Tablo 17’de ön-son testte yer alan her bir soruda belirlenen hata ve kavram yanlışları yer almaktadır.

Tablo 17.

Ön-Son Test Görüşmelerinde Yer Alan Sorularda Tespit Edilen Hata Ve Kavram Yanılgıları

Soru	Ön Test		Son Test	
	Hata Miktarı	Kavram Yanılgısı Miktarı	Hata Miktarı	Kavram Yanılgısı Miktarı
1	2	39	-	11
2	-	26	1	14
3	-	15	-	8
4	-	36	-	10
5	2	12	1	10
6	2	9	-	9
7	-	25	-	14
8	-	14	2	10
9	-	23	1	9
Toplam	6	199	5	95

Ön-son testlerde tespit edilen hata ve kavram yanılgıları karşılaştırıldığında 6. soru dışındaki tüm sorularda hata ve kavram yanılgılarının miktarı azalmıştır (bkz. Tablo 17.). Soru soru ele aldığımızda hatalarda da azalış olmasına rağmen bu azalış özellikle kavram yanılgılarında daha fazladır. Ön testte toplam 199 olan kavram yanılgısı sayısı son testte 95'dir. Belirlenen hatalarda da azalış ve değişimler meydana gelmiştir. Örneğin 8. soruda son testte kavram yanılgısı miktarı azalırken hata sayısı artmıştır. Toplam hata ve kavram yanılgısı miktarındaki azalış göz önünde bulundurulduğunda cebirsel akıl yürütme uygulamalarının öğrencilerde var olan çıkarma ve toplama işlemindeki hata ve kavram yanılgılarını gidermede etkili olduğu söylenebilir. Ancak bu etkinin anlamlı olup olmadığını görmek için Wilcoxon İşaretlenmiş Sıralar Testi yapılmıştır (bkz. Tablo 18.)

Tablo 18.

Hata ve Kavram Yanılgılarının Ön-Son Test Puanları Arasındaki Farkın Anlamlılığına Ait Sonuçlar

Puan	Sıralar	N	S. O.	S. T.	z	P
Hata ve Kavram Yanılgısı	Negatif Sıralar	0	,00	,00		
Son Test Puanı	Pozitif Sıralar	18	9,50	171,00	-3,729	,000
Hata ve Kavram Yanılgısı	Eşit	2				
Son Test Puanı	Toplam	20				

Tablo 18'e göre öğrencilerin hata ve kavram yanılgılarına ilişkin ön-son test puanları arasında anlamlı bir farklılık bulunmaktadır ($z = -3,729$, $p < 0.001$). Bu da cebirsel akıl yürütme uygulamalarının çıkarma ve toplama işleminde karşılaşılan hata ve kavram yanılgılarının giderilmesinde

etkili olduğunu ortaya koymaktadır. Bu durum aynı zamanda öğrencilerin de soru bazında hata ve kavram yanılgılarında azalma olduğunu göstermektedir (bkz. Tablo 19.).

Tablo 19.

Hata ve Kavram Yanılgısı Sayılarının Ön-Son Test Görüşmesine Göre Karşılaştırılması

Öğrenci	Ön Test		Son Test	
	Kavram Yanılgısı	Hata	Kavram Yanılgısı	Hata
K1	9	0	2	0
K2	14	0	14	0
K3	12	0	7	2
K4	12	0	4	0
K5	13	0	4	0
K6	12	0	2	0
K7	11	1	1	0
K8	8	0	0	0
K9	4	0	2	0
K10	8	0	2	0
K11	3	1	4	0

K12	12	0	6	0
K13	11	0	3	0
K14	6	0	4	0
K15	13	2	9	2
K16	14	0	10	1
K17	7	0	3	0
K18	10	1	2	0
K19	15	0	14	0
K20	4	1	2	0
Toplam	199	6	95	5

Tablo 19’da görüldüğü üzere öğrencilerde belirlenen hata ve kavram yanlışları son test görüşmesinde ön test görüşmesine göre azalmıştır. Ancak öğrenci bazında ele aldığımızda bir (K2) öğrencinin kavram yanlışısının değişmediğini ve bir (K11) öğrencinin de artış gösterdiği görülmektedir. K3 kodlu öğrencinin ise son testte kavram yanlışlarının azaldığı ancak hata sayısının 2 tane arttırdığı görülmektedir. Bu öğrencilerin dışındaki diğer tüm öğrencilerin hata ve kavram yanlışlığı miktarları azalmıştır. Ayrıca bazı öğrencilerin hata ve kavram yanlışlarının miktarında azalma çok iken diğer bazılarında daha az olmuştur.

Örneğin; K6 ve K7 kodlu öğrencilerin son testte kavram yanlışlığı miktarları 10 tane azalırken K2 kodlu öğrencinin kavram yanlışlığı sayısı bir değişiklik göstermemiştir. Benzer biçimde K19 kodlu öğrencinin ön testte kavram yanlışlığı sayısı diğer öğrencilere göre daha yüksek olmasına rağmen son testte sadece 1 tane azalmıştır. Bunun yanı sıra K8 kodlu öğrencinin ön testte 8 tane kavram yanlışlığı bulunmasına rağmen son testte kavram yanlışlığı olmadığı görülmektedir. Öğrencilerde toplam 14 farklı türde hata ve kavram yanlışlığı belirlenmiştir. Aşağıda yer alan Tablo 20’de de hangi hata ve kavram yanlışlığı türünden kaç tane belirlendiği yer almaktadır.

Tablo 20.

Ön-son testteki yanıtların hata ve kavram yanlışlığı türlerine göre sayısı

Yanıtların Türü	Kavram Yanlışlığı		Hata	
	Ön Test (f)	Son Test (f)	Ön Test (f)	Son Test (f)
Y.T.1.Toplanan- toplam arasındaki ilişki	15	8	-	-
Y.T.2. O’ın toplama işlemindeki yeri	12	4	-	1
Y.T.3. Toplama işlemi	2	2	-	-
Y.T.4. Çıkarma işlemini toplama işlemiyle karıştırma	7	5	-	-
Y.T.5. Çıkarma işlemi	5	3	-	-
Y.T.6. Ters işlem ilişkisi	12	10	2	1
Y.T.7. Matematiksel işlemin okunuşu	34	9	-	-
Y.T.8. Eşitliği tek tarafli düşünme	31	16	2	1
Y.T.9. Matematiksel işlemin yazılışı	36	10	-	-
Y.T.10. Farklı birimler arası işlem	9	9	2	-
Y.T.11. Basamak yeri	13	6	-	-
Y.T.12. Eşitlik sembolü	6	3	-	1
Y.T.13. Eşitleme	6	5	-	1
Y.T.14. Yer tutucu olarak kullanılan semboller	11	5	-	1
Toplam	199	95	6	5

Tablo 20'ye bakıldığında 14 hata ve kavram yanılığı türünde ön test görüşmesinde toplam 6 hata tespit edilirken 199 kavram yanılığı belirlenmiştir. Ön testte en fazla hata ve kavram yanılığı H.Y.9 kodlu matematiksel işlemin yazılışında görülürken H.Y.8 kodlu eşitliği tek taraflı düşünmede yaygın bir hata ve kavram yanılığıdır. En az hata ve kavram yanılığı ise H.Y.3 kodlu toplama işleminde görülmektedir. Hata ve kavram yanılıklarının sayısında azalma meydana gelmiş ancak tamamen ortadan kalkmamıştır.

Tartışma

Toplama İşlemi ile İlgili Hata ve Kavram Yanılıklarının Tartışılması

Toplama işleminde sayıların ileri doğru ritmik sayılarak yapılması sürecinde ön-son test görüşmelerinde az sayıda hata ve kavram yanılığı bulunmaktadır. Öğrenciler sadece işlemsel olarak toplama işlemi yapmakta zorlanmamışlardır. Bunun nedeni sınıfta daha önceki derslerde işlemsel olarak toplama işlemine sıklıkla yer verilmesi olabilir. Benzer şekilde Soylu ve Soylu (2006) da öğrencilerin işlemsel bilgiyi kullanmakta zorlanmadıklarını ortaya koymuşlardır. Bunun yanı sıra yapılan bu araştırmada bazı öğrenciler ön-son test görüşmelerinde toplama işlemi yaparken üzerine saydıkları sayıyı iki kere kullanmışlardır. Önal ve Aydın (2018) ise yaptıkları çalışmada bu tür örnekleri "Sayma Hatası" olarak ele almışlardır.

Ön test görüşmesinde öğrencilerin yarısından fazlasında toplanan ve toplam arasındaki ilişkiyi kurma konusunda kavram yanılıkları varken son testte öğrencilerin yarısından daha azında kavram yanılığı belirlenmiştir. Toplanan ve toplam arasındaki ilişkiyi kurma konusunda ön-son testte herhangi bir hata tespit edilmemiştir. Bunun yanı sıra ön testte öğrencilerin genellikle toplanan terimlerinin sayısal değerlerinin toplanması sonucu toplamın elde edildiğini düşünemedikleri ortaya çıkmıştır. Yalnızca toplama işlemi yapmakta zorlanmayan öğrenciler toplama işlemi tersten düşünmeleri gerektiğinde veya terimlerin arasında sayısal olarak büyüklük ya da küçüklük ilişkisi kurmaları gerektiğinde hatalara ve kavram yanılıklarına düşmektedirler. Son testte daha az öğrencinin bu gibi kavram yanılığına düşmesi cebirsel akıl yürütme uygulamalarının olumlu bir etkisi olabilir. Çünkü cebirsel akıl yürütme uygulamaları sürecinde materyaller kullanılmış, farklı düşünceler sınıfta paylaşılarak değerlendirilmiş, işlemlerin örnekleri yalnızca alt alta yukarıdan aşağıya ya da soldan sağa olacak şekilde verilmemiştir. Bu nedenle doğru yanıt veren öğrenciler toplama işleminde terimler arasındaki ilişkiyi düşünerek akıl yürütmüş olabilirler. Kaya

ve Keşan (2014) da yaptıkları çalışmada cebirsel akıl yürütme uygulamalarının sayısal akıl yürütmeyi desteklediğini ortaya koymuşlardır.

Yapılan ön test görüşmesinde öğrencilerin yarısından fazlası sıfırın toplama işlemindeki yeri konusunda kavram yanılığına düşerken, son test görüşmesinde öğrencilerin bir tanesinde hata ve bazılarında da kavram yanılığı tespit edilmiştir. Bu süreçte bazı öğrencilerin sıfır ile bir sayı toplandığında sonucun toplanan sayı olduğunu kavradıkları ve bu durumu açıklayabildikleri görülmüştür. Diğer bazı öğrenciler ise farklı düşünme biçimleri sonucunda hata yapmış ve kavram yanılığına düşmüşlerdir. Bu süreçte öğrenciler toplama işleminde verilmeyen terimin bulunduğu durumlarda genellikle verilen iki sayıyı toplama hatasını yapmaktadırlar. Bu tür bir hataya düşen öğrenciler verilen sayıların hangi terim olduğuna dikkat etmeden sadece sorunun içerdiği işlemin işaretinden yola çıkarak sonuca ulaşmaya çalışmış olabilirler. Ayrıca bu öğrenciler verilmeyen terimin her zaman eşitliğin sağında olması gerektiğini de düşünmüş olabilirler. Son testte ise hata ve kavram yanılıkları azalırken öğrencilerin yanıtlarında cebirsel akıl yürütmeye dair örnekler görülmüştür. Son testte doğru yanıt veren bazı öğrenciler sıfırın birim eleman özelliğini fark etmişler ve toplananı değiştirmediklerini dile getirmişlerdir. Bu ise cebirsel akıl yürütmenin genelleme özelliğidir ve genelleme Türkoğlu ve Cihangir (2017)'in de belirttiği gibi cebirsel düşünmenin temelidir.

Çıkarma İşlemi ile İlgili Hata ve Kavram Yanılıklarının Tartışılması

Öğrencilerin yarısından fazlası ön test görüşmesinde çıkarma işlemi toplama işlemiyle karıştırmaktadırlar. Bu kavram yanılığı son testte öğrencilerin yarısından azında görülmektedir. Bu süreçte öğrenciler çıkarma işlemi yaparken işlemi toplama işlemi gibi düşünmüşlerdir. Bunun nedeni öğrencilerin öğrendikleri ilk işlemin toplama işlemi olmasının yanı sıra ileriye doğru ritmik saymanın geriye doğru ritmik saymadan daha kolay olması olabilir. Altındağ-Kumaş (2014) yaptığı çalışmada bu tür kavram yanılıklarını "İşlem Değiştirme" olarak isimlendirirken Yorulmaz (2018) bunun nedenini "önceki öğrenmeler sonraki öğrenmeleri etkiler" ya da "çıkarma işleminin tam öğrenilmemesi" olarak ifade etmiştir.

Hem Çıkarma ve Hem de Toplama İşlemi ile İlgili Hata ve Kavram Yanılıklarının Tartışılması

Basamak gruplamaları hem çıkarma hem de toplama işleminde görülen en yaygın kavram yanılıklarından biridir. Kubanç (2012) da ilkökul 1, 2 ve 3. sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmada dört işlemde yaşanan güçlükleri incelemiştir ve

öğrencilerde “çıkarılacak sayıyı soldan hizalama” biçiminde bir hata ve kavram yanlışlığına rastlamıştır. Yapılan bu araştırmada da ön testte öğrencilerin yarısından fazlasında basamak yeri kodlu kavram yanlışlığı belirlenirken son testte yarısından daha azında olduğu belirlenmiştir. Bunun nedeni öğrencilerin verilen sorulardaki sayıların hangi basamakta olması gerektiğini düşünmeden sadece işlem yapmaya odaklanmaları olabileceği gibi sayılardan birinin tek ve diğerinin de iki basamaklı olması olabilir. Bunun yanı sıra öğrencilerde hem ön testte ve hem de son testte hataya rastlanmamıştır. Son testte öğrenciler için soyut olan basamak yeri ve değeri gibi kavramlardaki yanlışlıkların sayılarındaki düşüşün nedeni cebirsel akıl yürütme uygulamaları sürecinde farklı somut materyaller ile bu kavramların somutlaştırılmış olması olabilir. Ayrıca süreçte bu kavramların öğrencilere kazandırılması için sınıf ortamında kullanılan örneklerde bu kavramların mümkün olduğunca kullanılması ve kullandırılmasının desteklenmesi kavram yanlışlıklarının azalmasında etkili olmuş olabilir.

Ters işlem ilişkisi ile ilgili kavram yanlışlığı ön test görüşmesinde öğrencilerin yarısından azında görülürken bu sayı son test görüşmesinde azalmıştır. Ön testte 2 tane hata belirlenirken son testte hata belirlenmemiştir. Öğrencilerin dört işlemin nasıl yapıldığını öğrenmelerinin yanı sıra işlemi tersten de düşünebilmeleri gerekmektedir. Vance (1998) yaptığı çalışmada öğrencilerin cebirsel düşüncelerinin desteklenmesi için birbirinin tersi olan işlemleri (toplama ve çıkarma, çarpma ve bölme) birbirine dönüştürebilmeleri gerektiğini belirtmiştir. Bu durum terimlerin anlamlarının kavranması için önemlidir. Öğrencilere sadece verilmeyen terimin nasıl bulunacağına dair bir yol öğretmek ve terimlerin isimlerini ezberletmek öğrencilerin terimlerin arasındaki ilişkiyi kurmasını desteklememektedir. Eşittir işaretini görünce toplama yapması gerektiğini veya sadece yanıt vermesi gerektiğini düşünen ve eşitliğin ilişkisel anlamını kavrayamayan öğrencilerde bu tür kavram yanlışlıklarının görülmesi mümkündür (Köse & Tanışlı, 2011). Nitekim Schliemann ve ark. (2003) yaptıkları deneysel çalışmada öğrencilere “ $6+9=7+8$ eşitliği doğru mu yanlış mı?” sorusunu yöneltmişlerdir ve deney grubunda cebir karakterleri aracılığıyla aritmetik eğitimi alan öğrencilerin soruyu doğru yanıtladıkları oranının daha yüksek olduğunu ortaya koymuşlardır. Yapılan bu araştırmada da Schliemann ve ark. (2003) çalışmasındakine benzer bir soru ön ve son test görüşmelerinde yer almaktadır. Bu sorunun yanıtlarında da eşitliği tek taraflı düşünme kodlu hata ve kavram yanlışlığı ortaya çıkmıştır. Bu araştırmadan elde edilen verilere göre öğrencilerin yarısı ön test görüşmesinde bu kavram yanlışlığını yaparken son test görüşmesinde öğrencilerin yarısından daha azı bu kavram

yanlışlığına düşmüştür. Bunun yanı sıra ön test görüşmesindeki çok az olan hata sayısı son testte bir tane azalma göstermiştir. Hata ve kavram yanlışlığı belirlenen öğrenciler eşitliğin sol tarafındaki işlemi yapabilmiş fakat eşitliğin sağ tarafındaki işlem ile ilişkisini kuramamışlardır. Çünkü kavram yanlışlığına düşen öğrenciler görüşmelerde genellikle eşitliğin sol tarafındaki toplama işlemini doğrudan yaparak toplamın sonucunu ve bu sonucun eşittir işaretinden sonra yazılması gerektiğini dile getirmişlerdir. Öğrencilerde son testte eşitliği sadece sembol olarak alma yaklaşımının azalmasının nedeni cebirsel akıl yürütme uygulamaları yardımıyla eşitliği ilişkisel düşünmeye başlamaları olabilir. Bu süreçte somut materyaller ile yapılan örneklerin, öğrencilerin kendi örneklerini oluştururken akıl yürütmelerinin ve aynı zamanda eleştirel düşüncelerinin desteklenmesinin de etkileri olmuş olabilir.

Yapılan araştırmada eşitlik sembolü kodlu hata ve kavram yanlışlıklarına hem ön ve hem de son test görüşmelerinde oldukça az rastlanmıştır. Ayrıca az olan bu hata ve kavram yanlışlığı uygulamalardan sonra gerçekleştirilen son test görüşmelerinde daha da azalmıştır. Bu azalışta cebirsel akıl yürütme uygulamalarında kullanılan materyaller etkili olmuş olabilir.

Yapılan araştırmada ön-son test görüşmelerinde matematiksel işlemin okunuşu kodu içeren hata ve kavram yanlışlıkları ortaya çıkmıştır. Elde edilen verilere göre ön test görüşmesinde belirlenen hata sayısı son test görüşmesinde değişmezken ön testte öğrencilerin yarısında görülen kavram yanlışlığı son testte azalarak öğrencilerin yarısından çok daha azında belirlenmiştir. Öğrenciler bu süreçte zaman zaman sembollerini de yanlış okumuşlardır. Matematik sembollerden oluşmaktadır ve matematikte sembollerini doğru biçimde okumamak ya da okuyamamak hata ve kavram yanlışlıklarına neden olmuş olabilir. Nitekim Bali (2002) yaptığı çalışmada matematiğin semboller aracılığı ile anlatıldığını, öğrencilerin bu sembolik dili öğrenmesi gerektiğini ve sembollerini anlamına uygun olarak kullanmaları gerektiğini dile getirmiştir. Çünkü öğrenciler böylece matematiksel işlemleri de doğru şekilde okuyabilirler.

Elde edilen veriler ışığında ortaya çıkan bir diğer hata ve kavram yanlışlığı ise matematiksel işlemin yazılış kodludur. Bu kodu içeren hata ve kavram yanlışlığı ön testte öğrencilerin tamamına yakınında görülürken son testte öğrencilerin yarısından çok daha azında görülmüştür. Ön ve son testlerde ise hata tespit edilmemiştir. Öğrenciler bu yanlışlığı ortaya koyan soruda yanıtlarında sonucu doğru olarak bulmalarına rağmen sembollerini eksik ve yanlış kullanmışlardır. Bu süreçte yan yana yapılan işlemlerde eksi,

artı ve eşittir işaretlerinin kullanımında yanlışlıklar varken sayıların alt alta yazılmasıyla yapılan işlemlerde eşittir işareti yerine kullanılan işlem çizgisinin yerleştirilmesinde hatalar görülmüştür. Oysaki matematikte kullanılan semboller, matematik kavramları arasındaki ilişkilerin öğrenciler tarafından fark edilerek keşfedilmesini sağlar (Haylock & Cockburn, 2014). Bali (2002) yaptığı çalışmada matematik öğretiminde öğretmen ve öğrencilerin matematiksel dili etkili bir biçimde kullanmaları gerektiğini dile getirmiştir.

Verilerden elde edilen bir diğer hata ve kavram yanlışlığı ise farklı birimler arasındaki işlem koduyla ifade edilmiştir. Bu kodun ortaya çıktığı soruda verilen yanıtlar incelendiğinde ön test görüşmelerinde öğrencilerin yarısından biraz fazlası bu yanlışlığa düşerken son testte yarısından biraz azında görülmüştür. Bu koda bağlı olarak ön-son testlerde herhangi bir hata belirlenmemiştir. Öğrenciler görüşmelerde resimde yer alan meyveleri saymış ya da tüm meyvelerin sayılarını toplamışlardır. Bunun yanı sıra bazı öğrenciler de soruyu gerçek hayatla ilişkilendirerek çözmüşlerdir. Benzer şekilde Tang ve Ginsburg'un (1999) yaptıkları çalışmada da öğrenci "4 elma 4 elma daha kaç elma eder?" sorusuna sıfır yanıtını vererek "Elmaları yediğim için hiç elma kalmaz." açıklamasını yapmıştır. Bu durum öğrencilerin problemleri çözerken gerçekçi yaklaşımlar sergileyebileceklerini göstermektedir.

Bu çalışmada "yer tutucu olarak kullanılan semboller" koduyla belirlenen hata ve kavram yanlışlığının ortaya çıktığı soruda verilmeyen terim yerine "Δ" sembolü kullanılmış ve bu sembolün yerine gelmesi gereken sayının ne olduğu sorulmuştur. Öğrencilerin verdikleri yanıtlar gösteriyor ki bu kavram yanlışlığına ön test görüşmesinde öğrencilerin yarısından fazlası sahipken son test görüşmesinde hiçbir öğrenci sahip değildir. Bunun yanı sıra ön testte öğrencilerin bir kısmı hatalı yanıtlar verirken son testte hata ile karşı karşıya kalınmamıştır. Bu soruda bazı öğrenciler sembolün eşitliğin sağ tarafında olması gerektiğini düşünmüşlerdir. Ancak öğrencilerin kavram yanlışlarının belirlenmesinde sembolün şekline ve miktarına göre verdikleri yanıtlar belirleyici olmuştur. Alan yazında ortaokul öğrencilerinin cebirsel ifadelerdeki kavram yanlışlığı ile ilgili yapılan çalışmada da benzer sonuçlar görülmektedir (Kocasakal-Baysal, 2010).

Araştırmanın tamamından elde edilen verilere göre öğrencilere yöneltilen 9 sorunun yanıtı ve görüşmeler sonucunda ön testte 199, son testte ise 95 kavram yanlışlığı tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra ön test görüşmelerinde 6 ve son test görüşmelerinde de 5 tane hata belirlenmiştir. Bu çalışmada belirlenen hata ve kavram yanlışlıkları 14 farklı

kod olarak sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin yaptıkları hatalar ve kavram yanlışlıkları son test görüşmelerinde ön test görüşmelerine göre azalma göstermiştir ancak tamamen ortadan kalkmamışlardır. Ön-son testte hata ve kavram yanlışlığındaki azalma ya da artma öğrenciden öğrenciye farklılık göstermektedir. Ön testte en çok kavram yanlışlığına sahip olan öğrenciler azalma göstermesine rağmen son testte de yine en çok kavram yanlışlığına sahip öğrencilerdir. Bu öğrencilerin kavram yanlışlıklarındaki azalma miktarı da diğer öğrencilere göre daha azdır. Bunun nedenlerinden biri bu öğrencilerin matematik dersi başarılarının düşük olması olabilir.

Sonuç ve Öneriler

Sonuçlar

Yapılan bu çalışmada cebirsel akıl yürütme uygulamalarının çıkarma ve toplama işlemindeki hata ve kavram yanlışlıklarını gidermeye etkisi incelenmeye çalışılmıştır. Bu amaç doğrultusunda yapılan çalışmada aşağıda yer alan sonuçlara ulaşılmıştır:

1. Öğrenciler ile yürütülen cebirsel akıl yürütme uygulamalarının sonucunda ön test görüşmesinde belirlenen hata ve kavram yanlışlıkları son test görüşmelerinde azalarak yarıya düşmüştür. Bu da çalışmada kullanılan cebirsel akıl yürütme uygulamalarının çıkarma ve toplama işlemine yönelik hata ve kavram yanlışlıklarını gidermede olumlu bir etkisi olduğunu göstermektedir.
2. Bu çalışmanın sonunda 2. sınıf öğrencilerinin çıkarma ve toplama işleminde sahip oldukları hata ve kavram yanlışlıkları 14 tür olarak sınıflandırılmıştır. Son test görüşmelerinde bütün hata ve kavram yanlışlığı türlerinin sayılarında bir azalma meydana gelirken sadece "H.Y.10. Basamak Yeri" kodlu hata ve kavram yanlışlığı türünün sayısı değişmeyerek ön-son testte aynı kalmıştır.
3. Ön-son test görüşmelerinde öğrencilerde en çok görülen kavram yanlışlığı ve hata eşitliği tek taraflı düşünmedir. Bu hata ve kavram yanlışlığına sahip öğrenciler eşittir işaretinin sol tarafında bir işlem olduğunu ve bu işlemin sonucunu eşittir işaretinin sağ tarafına yazmaları gerektiğini düşünmektedirler.
4. Cebirsel akıl yürütme ile yapılan uygulamalar en çok matematiksel işlemin yazılışı olarak belirlenen hata ve kavram yanlışlıklarını gidermede etkili olmuştur. Bu hata ve kavram yanlışlığına sahip olan öğrenciler verilen sözel bir

ifadeyi matematiksel bir işlem olarak yazmaları istendiğinde terimleri ve sembolleri ya hiç yazamamışlar ya da yanlış yazmışlardır.

5. Cebirsel akıl yürütme uygulamaları sonrasında öğrencilerin çıkarma ve toplama işleminde kullanılan kavram, terim ve sembollerin isimlerini tam ve doğru bir biçimde kullanma oranı artış göstermiştir.
6. Cebirsel akıl yürütme becerisinin geliştirilmesi sürecinde gerekli olan fonksiyonel düşünme, genelleştirilmiş aritmetik, ters işlemleri kullanma ve genelleme gibi beceriler hata ve kavram yanlışlarının giderilmesinde etkili olmuştur.
7. Öğrencilerle görüşme tekniğiyle veri toplamak hata ve kavram yanlışlarının belirlenmesinde etkili olmuştur. Çünkü öğrencilerin sadece “Evet” ya da “Hayır” şeklinde verdikleri yanıtlar ile doğru bilgiye ulaşmak her zaman mümkün değildir, önemli olan öğrencinin yanıtının ve çözümünün nedenine yönelik yaptığı açıklamalarıdır.
8. Bu çalışmada kullanılan cebirsel akıl yürütme uygulamalarının hem toplama ve hem de çıkarma işleminde öğrencilerdeki mevcut hata ve kavram yanlışlarını gidermede olumlu bir etkisi olmuştur. Ancak bu etki her öğrencide aynı düzeyde olmamıştır.
9. Cebirsel akıl yürütme uygulamaları sürecinde gerekli görüldüğü yerlerde mümkün olduğunca farklı yöntemler ve somut materyaller kullanılmış, mümkün olduğunca olumlu bir sınıf atmosferi oluşturulmuş ve bu atmosferde bilgi paylaşımı yapılmasına dikkat edilmiş, sembollerin ve terimlerin isimlerinin doğru biçimde kullanılmış ve öğrenciler de kullanmaları konusunda desteklenmiştir. Ancak yine de bazı öğrencilerin çıkarma ve toplama işlemini yapamadığı, hata ve kavram yanlışısına hâlen sahip oldukları ortaya çıkmıştır.

Öneriler

1. Fonksiyonel düşünme, genelleştirilmiş aritmetik, ters işlem ve genelleme gibi beceriler cebirsel akıl yürütme becerisi için gereklidir. Bu nedenle bu dört beceri dört işlemin öğretim süreciyle birleştirilmelidir.
2. Matematiğin temelleri ilkökul düzeyinde formal olarak atılmaya başlanmaktadır. Bu nedenle ilkökul matematik dersi öğretim programında aritmetiğin; cebirsel akıl yürütme, cebirsel düşünme ve cebirsel yapılarla birlikte verilecek şekilde düzenlenmesi öğrenciler için ileriki matematik konularını öğrenme

konusunda daha yararlı olabilir.

3. Yapılan araştırmanın sonuçlarına göre cebirsel akıl yürütme uygulamaları çıkarma ve toplama işleminde karşılaşılan hata ve kavram yanlışlarını aza indirmektedir. Ancak 2015 yılı ilköğretim matematik dersi öğretim programında bulunan “erken cebir” kavramı 2018 yılı öğretim programında bulunmamaktadır. Oysaki erken cebir uygulamalarının öğrencilere neler kazandırdığı göz önünde bulundurulduğunda mevcut öğretim programında gerekli güncellemelerin yapılması ve sonraki matematik öğretim programlarında da erken cebir uygulamalarına yer verilmesi önerilmektedir.
4. Cebirsel akıl yürütme uygulamaları ile gerçekleştirilen eğitimden her öğrenci aynı seviyede etkilenmemiştir. Bu nedenle diğer öğrencilerden daha geride kalan öğrencilere yönelik yapılacak araştırmalar için öğretmenlerin planlamaya zaman ayırmaları uygun olacaktır.
5. Öğrenciler kendilerine bir soru yöneltildiğinde bazen rastgele doğru sonucu bulmakta ya da izledikleri yanlış yollarla yanlışlıkla doğru yanıtla ulaşmaktadırlar. Böyle bir durumda öğrencinin kavramı ya da konuyu gerçekten anlayıp anlamadığını belirlemek zorlaşmaktadır. Bunun için öğretmenler matematik derslerinde sıklıkla “Neden? Niçin? Nasıl?” gibi soruları öğrencilere sormalıdırlar.
6. İleride yapılacak araştırmalar ile sınıfta matematik öğretiminde kullanılan farklı yöntem, teknik ve stratejiler ile matematik beceri düzeyleri arasındaki ilişki araştırılabilir. Buna bağlı olarak matematik becerisi düşük olan öğrencilerin farklı yöntem ve tekniklerle öğrenme düzeyleri arasında nasıl bir ilişki olduğu ortaya konulabilir.
7. Bu araştırma ile cebirsel akıl yürütme uygulamalarının dört işlemde çıkarma ve toplama işlemindeki hata ve kavram yanlışlarını gidermedeki etkisi incelenmiştir. Bundan sonraki araştırmalar ile cebirsel akıl yürütme uygulamalarının çarpma ve bölme işleminin öğretiminde, kavram yanlışlığı ve hataların giderilmesindeki etkisi incelenebileceği gibi farklı öğrenme alanlarındaki etkileri de incelenebilir.

Etik Komite Onayı: Yüksek lisans tezi kapsamında yapılan bu çalışmanın verileri 2020 yılından önce toplandığı için etik kurul onayı yer almamaktadır.

Katılımcı Onamı: Bu çalışmaya katılan tüm katılımcıların ebeveynlerinden yazılı bilgilendirilmiş onam alınmıştır.

Hakem Değerlendirmesi: Dış bağımsız.

Yazar Katkıları: Fikir-T.Ç., T.A.İ.; Tasarım- T.Ç., T.A.İ.; Denetleme- T.Ç., T.A.İ.; Kaynaklar- T.Ç., T.A.İ.; Veri Toplanması ve/veya İşlemesi- T.Ç., T.A.İ.; Analiz ve/veya Yorum- T.Ç., T.A.İ.; Literatür Taraması- T.Ç., T.A.İ.; Yazıyı Yazan- T.Ç., T.A.İ.; Eleştirel İnceleme- T.Ç., T.A.İ..

Çıkar Çatışması: Yazarlar, çıkar çatışması olmadığını beyan etmiştir.

Finansal Destek: Yazarlar, bu çalışma için finansal destek almadığını beyan etmiştir.

Ethics Committee Approval: Since the data of this study, which was conducted as part of the master's thesis, was collected before 2020, there is no ethics committee approval.

Informed Consent: Written informed consent was obtained from the parents of all participants in this study.

Peer-review: Externally peer-reviewed.

Author Contributions: Concept - T.Ç., T.A.İ.; Design-;T.Ç., T.A.İ.; Supervision- T.Ç., T.A.İ.; Resources- T.Ç., T.A.İ.; Data Collection and/or Processing- T.Ç., T.A.İ.; Analysis and/or Interpretation- T.Ç., T.A.İ.; Literature Search- T.Ç., T.A.İ.; Writing Manuscript- T.Ç., T.A.İ.; Critical Review- T.Ç., T.A.İ.; Other- T.Ç., T.A.İ.

Conflict of Interest: The authors have no conflicts of interest to declare.

Financial Disclosure: The authors declared that this study has received no financial support.

Kaynakça

- Akkan, Y., Akkan, P. & Güven, B. (2017). Aritmetik ve cebir kavramları ile ilgili farkındalık. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(24), 527-558.
- Akkan, Y., Baki, A. & Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar: Cebir öncesinin önemi. *İlköğretim Online*, 10(3), 812-823.
- Altındağ Kumaş, Ö. (2014). *Öğrenme güçlüğü olan ve olmayan öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerindeki performansları* [Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi] Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Bağdat, O. (2013). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin solo taksonomisi ile incelenmesi* [Yüksek lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi] Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Baki, A. (1999). *Cebirle ilgili işlem yanlışlarının değerlendirilmesi*. III. Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu'nda sunulan bildiri, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Blanton, L. M. & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412- 446.
- Bright, G. W. (1999). *High elementary- and middle- grades preservice teachers understand and develop mathematical reasoning*. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), 90 Developing Mathematical Reasoning In Grades K-12 (pp 256-269). Reston, Virginia: NCTM.

- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, K. Ş., Karadeniz, Ş. & Demirel, F. (2015). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (19. baskı). Pegem Akademi.
- Çalık Bali, G. (2002). Matematik öğretiminde dil ölçüğü. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(23), 57-61.
- Çırakoğlu, T. (2020). *Cebirsel akıl yürütme uygulamalarının toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanlışlarına ve hatalarına etkisi* [Yüksek Lisans Tezi, Trabzon Üniversitesi] Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Çite, H. (2016). *İlkokul 4. Sınıf öğrencilerinin sayılar öğrenme alanına ilişkin kavram yanlışlarının tespiti ve bu kavram yanlışlarının giderilmesine yönelik çözüm önerileri* [Yüksek lisans tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi] Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Creswell, J W. (2012). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research* (4th ed.). Pearson.
- Day, R. & Jones, G. (1997). Building bridges to algebraic thinking. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 2(4), 208-212.
- Dereli, A. B. (2015). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının diziler ve seriler konusundaki hata ve kavram yanlışlarının tespit edilmesi* [Yüksek Lisans Tezi, İnönü Üniversitesi] Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Erbaş, A. K. (2005). Çoklu gösterimlerle problem çözme ve teknolojinin rolü. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 4(4), 88-92.
- Eryılmaz, A. & Sürmeli, E. (2002). *Üç-aşamalı sorularla öğrencilerin ısı ve sıcaklık konularındaki kavram yanlışlarının ölçülmesi*. <http://users.metu.edu.tr/eryilmaz/TamUcBaglant.pdf> adresinden 15 Mart 2019 tarihinde erişilmiştir.
- Girit, D. & Akyüz, D. (2016). Algebraic thinking in middle school students at different grades: Conceptions about generalization of patterns. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(2), 243-272.
- Greenes, C. & Findell, C. (1999). *Developing students' algebraic reasoning abilities*. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K12* (pp. 127-137). NCTM.
- Haylock, D. & Cockburn, A. (2014). *Küçük çocuklar için matematiği anlama* (Z. Yılmaz, Çev.). Nobel.
- Herbert, K. & Brown, R. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 3(6), 340-344.
- Işık, A. & Çelik, E. (2017). Çalışma yapıları ile cebir öğretiminin öğrenci başarısına etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 25(5), 1893-1908.
- Johanning, D., Weber, W., Heidt, C., Pearce, M. & Horner, K. (2009). The polar express to early algebraic thinking. *Teaching Children Mathematics*, 16(5), 300-307.
- Kaya, D. & Keşan, C. (2014). İlköğretim seviyesindeki öğrenciler için cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerisinin önemi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 3(2), 29-38.
- Kaya, D. & Keşan, C. (2017). Çoklu temsil temelli cebir öğretimin matematiğe yönelik tutuma etkisi. *Karadeniz Sosyal Bilimler Dergisi*, 10(18), 1-22.

- Keçeli, V. (2007). *Karmaşık sayılarda kavram yanlışlığı ve hata ile tutum arasındaki ilişki* [Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi] Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Kniah, M. Barbara. (2014). The core of algebraic thinking. *The Mathematics Teacher*, 107(6), 432-439.
- Kocasakal Baysal, F. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin (4-8.sınıf) cebir öğrenme alanında oluşturdukları kavram yanlışlıkları* [Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Köse, N. & Tanışlı, D. (2011). İlköğretim matematik ders kitaplarında eşit işareti ve ilişkisel düşünme. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 5(2), 251-277.
- Kubanç, Y. (2012). *İlköğretim 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin matematikte dört işlem konusunda yaşadığı zorluklar ve çözüm önerileri* [Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Lubinski, C. & Otto, A. (2002). Meaningful mathematical representations and early algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 9(2), 76-80.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2005). *İlkokul 1-5.sınıflar matematik dersi öğretim programı*, Milli Eğitim Müdürlüğü Basımı.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*, Milli Eğitim Müdürlüğü Basımı.
- Moses, B. (1997). By way of introduction: Algebra for a new century. *Teaching Children Mathematics*, 3(6), 264-265.
- Önal, H. (2017). *İlkokul 1. ve 2. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlem ile ilgili yaptıkları hatalar ve çözüm önerileri* [Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Önal, H. & Aydın, O. (2018). İlkokul matematik dersinde kavram yanlışlıkları ve hata örnekleri. *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 4(2), 1-9.
- Palabıyık, U. (2010). *Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi* [Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Palabıyık, E. (2016). *İlköğretim 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusunda hata ve kavram yanlışlıklarının tespiti ve analizi* [Doktora tezi, Ege Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Russel, S. J. (1999). *Mathematical reasoning in the elementary grades*. In L. V. Stiff ve F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 1-21). Reston, Virginia: NCTM.
- Sadi, A. (2007). Misconception in numbers. *UGRU Journal*, 5, 1-7.
- Schliemann, A., Carraher, D., Brizuela, B., Earnest, D., Goodrow, A., Lara-Roth, S. & Peled, I. (2003). Algebra in elementary school. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 127-134.
- Schifter, D. (1999). *Reasoning about operations early algebraic thinking in grades K-6*. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K12* (pp. 63-81). Reston, Virginia: NCTM.
- Soylu, Y. & Soylu, C. (2006). Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözmenin rolü. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(11), 97-111.
- Swafford, J. O. & Langrall, C. W. (2000). Grade 6 students' pre-instructional use of equations to describe and represent problem situations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 89-112.
- Vance, J. (1998). Number operations from an algebraic perspective. *Teaching Children Mathematics*, 4(5), 282-285.
- Varol, F. & Kubanç, Y. (2012). Öğrencilerin dört işlemde yaşadıkları yaygın aritmetik güçlükler. *Turkish Studies*, 7(1), 2067-2074.
- Yenilmez, K. & Yaşa, E. (2008). İlköğretim öğrencilerinin geometrideki kavram yanlışlıkları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 461-483.
- Tang, P. E. & Ginsburg, P. H. (1999). *Young children's mathematical reasoning a psychological view*. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 45-61). NCTM.
- Türkdoğan, A., Güler, M., Bülbül, B. Ö. & Danişman, Ş. (2015). Türkiye'de matematik eğitiminde kavram yanlışlıklarıyla ilgili çalışmalar: Tematik bir inceleme. *Mersin University Journal of the Faculty of Education*, 11(2), 215-236.
- Türkoğlu, D. & Cihangir, A. (2017). Cebirsel düşünme becerisi üzerine bir meta-sentez çalışması. *Eğitim. Bilim ve Teknoloji Araştırmaları Dergisi*, 2(2), 25-39.
- Witzel, B. S., Mercer, C. D. & Miller, M. D. (2003). Teaching algebra to students with learning difficulties: An investigation of an explicit instruction model. *Learning Disabilities Research & Practice*, 18(2), 121-131.
- Yorulmaz, A. (2018). *Gerçekçi matematik eğitiminin ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin dört işlem becerilerindeki hataların giderilmesine etkisi* [Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Zengin, S. (2014). *Rasyonel sayıların öğretiminde karşılaşılan kavram yanlışlıkları ve hataların tespiti* [Yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.

Extended Abstract

Introduction

The concept of algebraic thinking is associated with the concept of algebraic reasoning. Developing students' ability to generalize is important for improving algebraic reasoning. Another way of thinking that supports algebraic reasoning is functional thinking of equality. Apart from that, modeling and processing numbers are also beneficial. arithmetic skill is the foundation of algebraic expressions. It has been stated in the literature that arithmetic and algebra, which have a close relationship, cause misconceptions and difficulties in algebra in the following years. Learning algebra in a meaningful way depends on the ability to transfer information to different environments, to establish relationships between concepts, to think and reason algebraically, to analyze situations and to use different representations. Misconceptions are behaviors that appear as a result of students' wrong experiences and beliefs. Errors and mistakes made in transactions. Misconceptions can be corrected in the following years, but it will be very difficult to correct. In mathematics, concepts are interdependent. Misconceptions, mistakes and error that will occur during education or teaching will also affect the learning of the next concept. At this point, making studies to identify misconceptions frequently in mathematics teaching will prevent possible negativities. Most concepts in mathematics curriculum are in the field of learning numbers and operations. For this reason, numbers and operations area has been chosen for the detection of misconceptions and errors. In addition, since the most basic skill expected from students in elementary school mathematics education is the processing skill, this skill should be gained to students in a solid way. Mental preparation can thus be provided for mathematics topics to be seen at the next level, secondary school level.

Method

In this study, it is aimed to determine the common misconceptions and types of errors that primary school students have by using the single group pre-test post-test design, and to determine the effect of algebraic reasoning practices that are thought to be effective in eliminating the detected misconceptions and errors. The research group consists of a branch of 20 students belonging to the 2nd grade in a public primary school in Trabzon. The test containing 9 questions was created by the researcher. The data collection process of research consists of two-two week parts. The first part is the pre-test interview before the addition and subtraction course application prepared with algebraic reasoning applications. The second part is the final test interview conducted after the applied lesson plans. Content analysis, frequency tables and statistic were used while analyzing the interviews in the pre-post test application. In the analysis of the data, the answers to each question were categorized and specified with frequencies. Then, the number detected in 14 different misconceptions and types of errors is given separately for pre-test and post-test interviews. Numerical data obtained by content analysis were analyzed with Wilcoxon Signed Ranks Test.

Results

The result of the research shows that the algebraic reasoning applications are effective in eliminating misconceptions in the addition and subtraction. Interviews with the students revealed 14 different misconceptions and mistakes. The most common misconception was oriented towards the concept of equality. According to the comparison of pre and final interviews the most effective mistake and misconception was expressing mathematical calculations in a written form. Materials used in the scope of algebraic reasoning applications, the activities performed and the good mood of the class affected the research in a positive way. Results show that some student's mistakes and misconceptions didn't improve. As a result, it is recommended to investigate the rate of eliminating students' misconceptions according to their general mathematics levels. It is also suggested that applications, different materials and activities on algebraic reasoning take their place in our curriculum.