

## BİNEK ARAÇ GÜNDÜZ FARININ MODAL PARAMETRELERİNİN BELİRLENMESİ VE SONLU ELEMENLAR MODELİNİN GÜNCELLENMESİ

*Barış EDİZ\**  
*Sevda TELLİ ÇETİN\*\**

Alınma: 19.09.2017; düzeltme: 28.09.2017; kabul: 07.11.2017

**Öz:** Çalışmanın amacı bir binek araç gündüz farının modal parametrelerinin belirlenmesi ve sonlu elemanlar modelinin güncellenmesidir. Titreşen sistemlerde, Rayleigh oransal sönüm öngörüsü ile farklı doğal frekanslar için sönüm oranları tahmin edilebilmektedir. Bu çalışmada üretimde var olan bir gündüz farı üzerinde yapılan testlerle Rayleigh oransal sönüm katsayıları belirlenmiş ve sonlu elemanlar modelinde bu katsayılar kullanılarak doğrulama yapılmıştır. Böylece sonlu elemanlar dinamik yapısal analizlerinden gerçeğe daha yakın sonuçlar elde edilmesi hedeflenmiştir. Yapılan çalışmada rezonans tarama testleri ile belirlenen bir nokta üzerinden gündüz farının ivme frekans cevabı ölçülmüş ve bir tek serbestlik dereceli modal analiz metodu olan tepe tutma metodu ile modal parametreler belirlenmiştir. Modal parametreler belirlenirken Rayleigh oransal sönüm öngörüsüyle sönüm kütle matrisi ve katılık matrisi çarpanları (sırasıyla  $\alpha$  ve  $\beta$ ) hesaplanmıştır. Bu sabitler sonlu elemanlar modelinde kullanılarak harmonik ivme cevap analizi yapılmış ve test sonucu elde edilen cevap fonksiyonu ile karşılaştırılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Otomotiv Aydınlatma, Otomotiv Gündüz Farı, Modal Analiz, Rezonans Tarama, Sonlu Elemanlar Modeli Güncelleme, Rayleigh Oransal Sönüm Öngörüsü

### Determination of Modal Parameters of a Day Time Running Light and Finite Element Model Update

**Abstract:** Main aim of this study is the determination of modal parameters of a Day Time Running Light (DRL) and update of Finite Element (FEA) model. By the assumption of Rayleigh proportional damping, damping ratio for all natural modes of the structure can be anticipated with good accuracy. In this study, by performing harmonic sweep test on a real structure, Rayleigh proportional damping matrix multipliers have been determined and by application of these constants on FEA model, a validation study has been performed. As a result, it is expected to get realistic results from the vibration durability FEA's. In this study, on a determined point of DRL housing, during resonance search test, acceleration frequency response has been measured and by the assumption of SDOF modal analysis Peak Picking Method, modal parameters of the structure have been determined. By the assumption of Rayleigh proportional damping; damping mass matrix and stiffness matrix multipliers ( $\alpha$  and  $\beta$ ) have been calculated. Harmonic Response FEA has been performed by the application of these constants and the result FRF has been compared with the one measured during test.

**Keywords:** Automotive Lighting, Day Time Running Light (DRL), Modal Analysis, Resonance Search, Finite Element Model Update, Rayleigh Proportional Damping Assumption

\* Barış EDİZ, Magneti Marelli Mako Elektrik San. ve Tic. A.Ş. Organize Sanayi Bölgesi, Yeşil Cadde No:28, Nilüfer Bursa

\*\* Dr. Sevda TELLİ ÇETİN Uludağ Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümü, Görükle-Bursa  
İletişim Yazarı: Sevda TELLİ ÇETİN (sevda@uludag.edu.tr)

## 1. GİRİŞ

Otomotiv aydınlatma sistemlerinin farklı tiplerde titreşim ömür testlerine dayanıklı olması istenmektedir. Bu testler müşteri şartnamelerinde detayları verilen rastgele titreşim testleri, harmonik tarama testleri ve tekrarlı şok testleridir. Titreşim testleri sonucunda teste tabi tutulan parçalar üzerinde herhangi bir kırık, çatlak, ürünün fonksiyonelliğini bozacak herhangi bir deformasyon ve yapısal problem olmaması beklenir. Ürün tasarım aşamasında yapılan dinamik yapısal sonlu elemanlar analizlerinde ürünün tüm doğal frekanslarında geçerli sabit bir sönüm oranı öngörüsü yapılır. Bunun sebebi ürünün farklı doğal frekanslarındaki sönüm oranlarının bilinmemesidir. Tüm doğal frekanslar için sabit sönüm oranı öngörüsü gerçekçi bir yaklaşım değildir. Bu durumda dinamik yapısal sonlu elemanlar analizleri sonucu elde edilen değerler gerçek durumu temsil etmez ve test aşamasında yapılan ömür testlerinde üründe öngörülmeyen kırılmalar gerçekleşebilir. Üründe yapılacak iyileştirmelerde kalıp değişiklikleri ve test tekrarları hem ilgili projenin devreye alma sürecini geciktirir hem de maliyetlerin artmasına sebep olur. Testler öncesinde yapılan sonlu elemanlar metoduna dayalı dinamik yapısal analizlerde; sönüm oranı gibi modal parametreler, elde edilecek gerilme ve birim uzama değerlerini önemli ölçüde etkilediğinden analizde kullanılacak modelin modal parametrelerinin gerçek durumu temsil etmesi önem taşımaktadır.

Otomotiv aydınlatma sistemleri ilgili literatüre bakıldığında farların titreşim davranışları ve modal analizlerine yönelik çalışmalar görmek mümkündür. Örneğin; otomobil farlarının birinci doğal frekansının tahmin edilebilmesi amacıyla Elkhatib ve Poorman (2007) yaptıkları çalışmada farın ilk doğal frekansına etki eden faktörleri belirleyerek bir DoCE (Design of Computer Experimentation-bilgisayar deneyi tasarımı) çalışması yapmış ve sonuçta kararlılık seviyesi %95 olan ikinci dereceden doğrusal olmayan bir denklem elde etmişlerdir. Gündüz farları ile ilgili bir diğer çalışmada, Schrader (2006) bir far üzerinde yapılan şok testlerini ele almış ve bu testlerden elde edilen birim uzama değerleri ile sonlu eleman analizinden elde edilen değerlerin karşılaştırılmasını yapmıştır. Ancak, çalışmada kullanılan malzemenin sönüm oranlarının tam olarak bilinmediği ve bu değerler için bir doğrulama ihtiyacının bulunduğu belirtilmiştir. Sönüm oranının gerilme ve birim uzama değerlerine önemli ölçüde etki ettiği bilinmektedir. Bu sebeple titreşim testleri değerlendirilmeden önce sönüm oranlarının bilinmesi önem taşır. Schrader ve Hilburger (2005) yaptıkları çalışmada far üzerine bir rastgele titreşim test profili uygulayarak hem test hem de sonlu eleman analizlerini yapmış ve sonuçları karşılaştırmışlardır. Yazarlar çalışmalarında sönüm oranı ile ilgili bir korelasyon yapmış ancak kullanılan sönüm modeli ve sönüm oranının belirlenmesinde kullanılan test metodu ile ilgili bilgi vermemişlerdir.

Titreşim analizlerinde sönüm oranının doğru bir şekilde belirlenmesi için farklı metotlar kullanılmaktadır. Chowdhury ve Dasgupta (2003) Rayleigh sönüm matrisi çarpanlarının elde edilmesi ile ilgili çalışmalarında; serbestlik derecesi çok olan ve yüksek frekanslardaki doğal frekansların sistemin toplam cevabına etkisinin yüksek olduğu yapılarda Rayleigh oransal sönüm matris çarpanlarının bulunması için özel bir yöntem geliştirmişlerdir. Pandiyanayagam ve diğ. (2011) ise yaptıkları çalışmada bir elektronik devre kartının doğal frekansları ve mod şekillerini hem analitik hem sonlu elemanlar metodu hem de test ile bulmuş ve sonuçları karşılaştırmışlardır. Rastgele titreşim analizi için yaptıkları test ve analiz çalışmaları sonuçlarına göre sönüm oranı değerini sonlu elemanlar modelinde güncellemişlerdir.

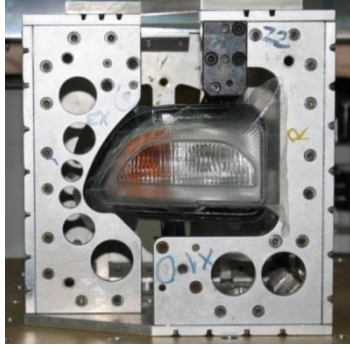
Bu çalışmada ise gündüz farının modal parametrelerini belirlemek için uygulanması en kolay ve en hızlı metod olan harmonik tarama testi seçilmiştir. Gündüz farının modal parametreleri harmonik tarama testi sonucu elde edilen ivme cevap fonksiyonundan hesaplanmıştır. Elde edilen modal parametreler kullanılarak tepe tutma metoduna göre frekans cevap fonksiyonu (FRF) eğrisi elde edilmiş ve sonlu elemanlar harmonik cevap analizi yapılmıştır. Sonlu eleman yönteminin harmonik cevap analiz sonuçları ile test sonuçları karşılaştırılarak sonlu elemanlar modeli güncellenmiştir.

## 2. FREKANS CEVAP EĞRİSİ ve MODAL PARAMETRELERİN BELİRLENMESİ

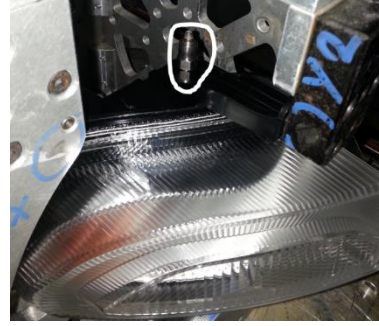
Çalışma kapsamında ele alınan binek araç gündüz farının modal parametrelerinin belirlenmesi için öncelikle rezonans tarama testi ile sistemin ivme-frekans cevap fonksiyonu elde edilmiştir. Bu fonksiyon üzerinden rezonans frekansları ve her bir rezonans için sönüm oranları hesaplanmıştır. Sönüm oranının doğru bir şekilde belirlenmesi sisteme ait sonlu eleman modelinin gerçekçi sonuçlar vermesinde önemli bir etkiye sahiptir.

### 2.1. Harmonik Tarama Testi

Sistemin modal parametrelerinin belirlenmesinde kullanılacak frekans cevap eğrisinin eldesi için hazırlanan ölçüm sisteminde harmonik tahrik tercih edilmiştir. Elektrodinamik sarsıcı ile 5-250 Hz arasında tarama hızı 1 oktav/dak olan 1g genliğinde sabit ivmeli harmonik tarama yapılmış ve ürün üzerine takılan ivme ölçer ile ivme sinyalleri ölçülmüştür. Ölçüm sisteminde kullanılan test fikstürü ve gündüz farı Şekil 1’de, ivme ölçer pozisyonu ise Şekil 2’de gösterilmiştir.

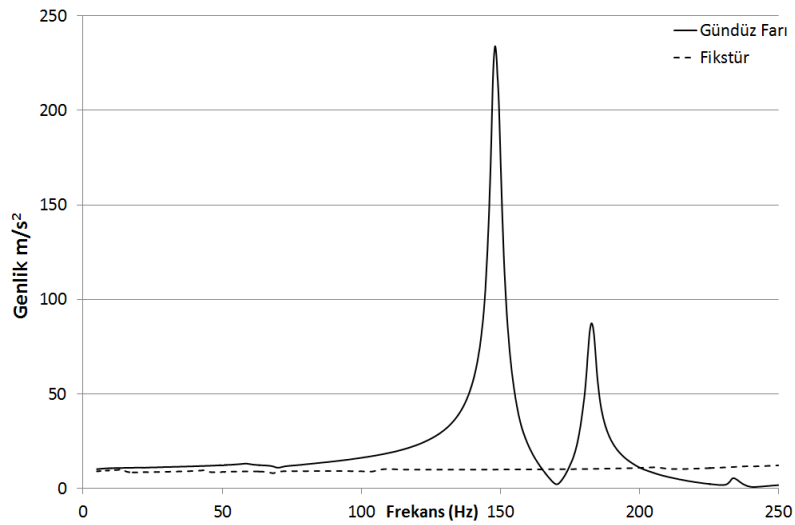


Şekil 1:  
Test fikstürü



Şekil 2:  
İvme ölçer pozisyonu

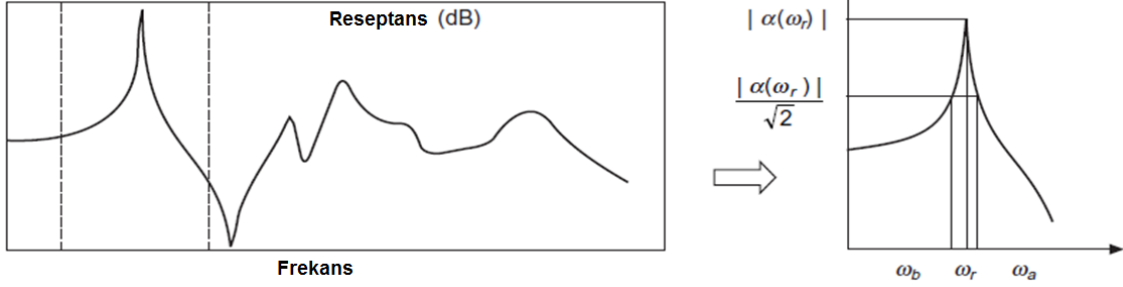
Test fikstürünün ölçüm frekans aralığı içerisinde sistem cevabına etkisi olmamalıdır. Bu nedenle test fikstürü de aynı şekilde taranarak test frekans bandı içerisinde doğal frekanslarının olmadığı teyit edilmiştir. Testten elde edilen frekansa bağlı ivme genliklerinin değişimi Şekil 3’te gösterilmiştir.



Şekil 3:  
Test Fikstürü ve Gündüz Farının İvme Cevap Fonksiyonları

## 2.2. Tepe Tutma Metodu

Rezonans tarama testi sırasında ölçülen frekansa bağlı değişen ivme sinyali tek serbestlik dereceli sistemler de kullanılan en basit modal analiz metodu olan tepe tutma metodu ile analiz edilmiştir (He ve Fu, 2001). Bu metot uygulanırken öncelikle sistemin doğal frekansları ivmenin maksimum olduğu frekans olarak seçilir ve tepe noktasının sağ ve sol tarafındaki “Yarım Güç” noktaları;  $a_{max}/\sqrt{2}$  olacak şekilde belirlenir. Şekil 4’de yarım güç noktaları gösterilmiştir.



**Şekil 4:**  
Yarım güç noktaları ( He ve Fu 2001)

Rezonans frekansına ait sönüm kayıp çarpanı ( $\eta_r$ ) ve sönüm oranı ( $\xi_r$ ) aşağıdaki ifadelerden çıkartılır:

$$\eta_r = \frac{\omega_b^2 - \omega_a^2}{2\omega_r^2} = \frac{\omega_b - \omega_a}{\omega_r} \quad (1)$$

$$\xi_r = \frac{\omega_b^2 - \omega_a^2}{4\omega_r^2} = \frac{\omega_b - \omega_a}{2\omega_r}$$

Tek serbestlik dereceli modelde maksimum ivme ( $\alpha_{max}$ ) :

$$\alpha_{max} = \frac{A_r}{\eta_r \omega_r^2} \quad (2)$$

olup burada  $A_r$  modal sabittir ve aşağıdaki eşitlikle hesaplanabilir:

$$A_r = 2\alpha_{max}\xi_r\omega_r^2 \quad (3)$$

Modal sabit ve sönüm kayıp oranı bulunduktan sonra aşağıdaki ifade kullanılarak reseptans FRF eğrisi elde edilir:

$$\alpha_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^m \frac{rA_{ij}}{\omega_r^2 - \omega^2 + \omega_r^2 \eta_{r,j}} + R_{ij}(\omega) \quad (4)$$

Burada sınırlı bir frekans aralığında (10 Hz – 250 Hz) ve sadece iki doğal frekans için çalışılmıştır.  $R(\omega)$  ise hata fonksiyonudur.

İvme ölçüldüğü için akselerans, reseptans ve mobilite arasında aşağıda verilen bağıntıdan istifade edilmiş ve modal sabiti bularak frekans cevap eğrisini elde edebilmek için denklemler  $\omega^2$  ile çarpılmıştır.

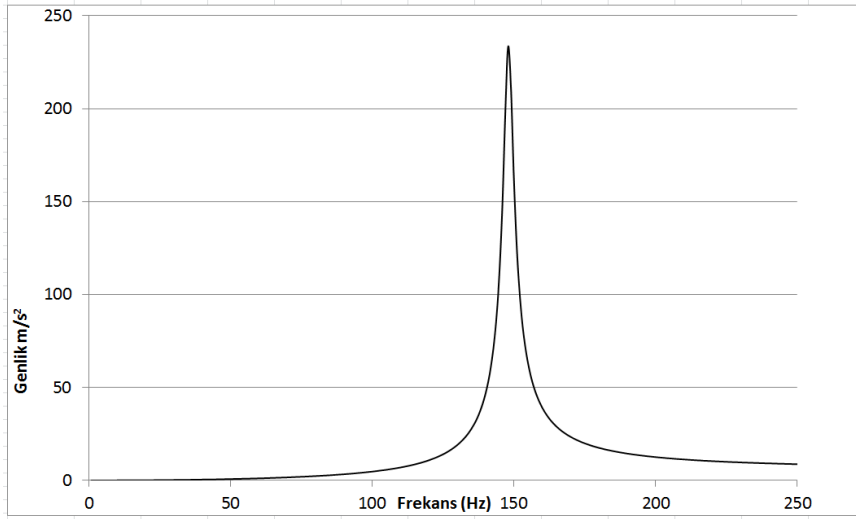
$$|A(\omega)| = \omega |Y(\omega)| = \omega^2 |\alpha(\omega)| \quad (5)$$

Viskos sönüm için akselerans :

$$A(\omega) = \frac{\ddot{X}(\omega)}{F(\omega)} = \frac{-\omega^2}{k - \omega^2 m + j\omega c} \quad (6)$$

dir.

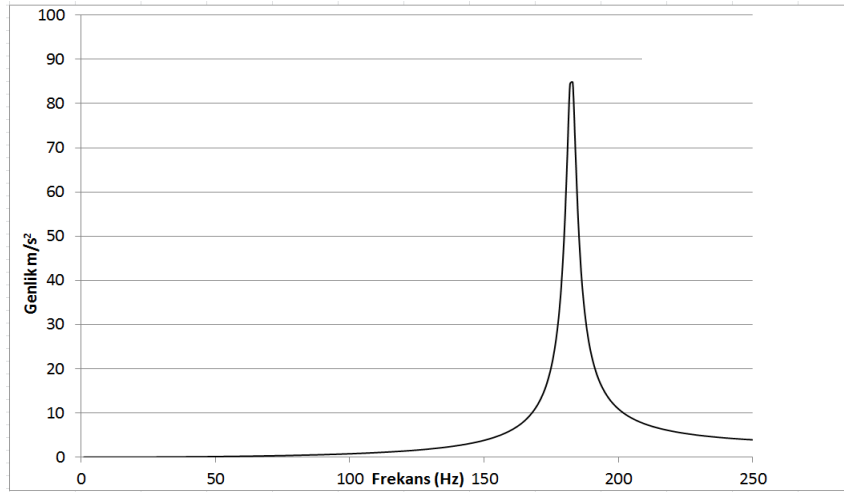
Birinci doğal frekans için elde edilen eğri Şekil 5'te, ikinci doğal frekans için Şekil 6'da ve toplam eğri ise Şekil 7'de gösterilmiştir.



**Şekil 5:**

*Birinci doğal frekans için FRF eğrisi*

( $\omega_{r1}=148.096$  Hz;  $\omega_{a1}=146.407$  Hz;  $\omega_{b1}=150.0$  Hz,  $a_{\max1}=234.016$  m/s<sup>2</sup>;  $\eta_1=0.0242$ ;  $A_1=5.676$ )

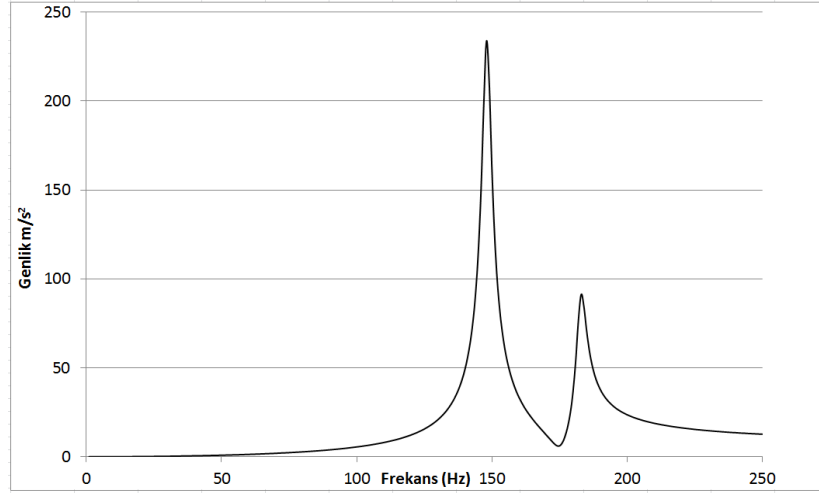


**Şekil 6:**

*İkinci doğal frekans için FRF eğrisi*

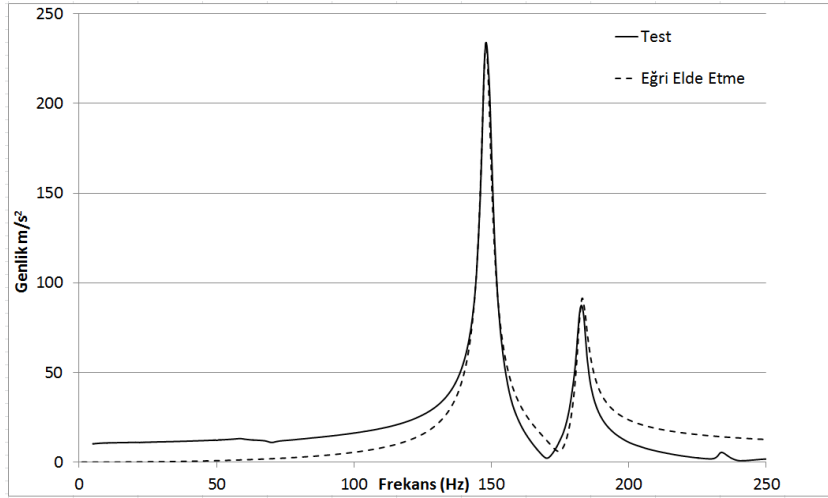
( $\omega_{r2}=182.743$  Hz;  $\omega_{a2}=181.005$  Hz;  $\omega_{b2}=84.851$  Hz,  $a_{\max2}=87.430$  m/s<sup>2</sup>;  $\eta_2=0.0210$ ;  $A_2=1.839$ )

Kullanılan modal analiz yöntemi sistemin doğrusal davrandığını kabul ettiğinden mod toplama yöntemi ile bu iki eğri toplanmış ve aşağıdaki toplam eğri elde edilmiştir.



**Şekil 7:**  
*Toplam FRF eğrisi*

Analiz sonucunda elde edilen FRF eğrisi ile harmonik tarama testi sonucunda elde edilen sistem frekans cevap eğrileri karşılaştırılmış ve Şekil 8'de görüldüğü gibi doğal frekans bölgelerinde uyum olduğu gözlenmiştir.



**Şekil 8:**  
*Analiz ve test sonuçlarının karşılaştırılması*

### 2.3. $\alpha$ ve $\beta$ Rayleigh Oransal Sönüm Matris Çarpanlarının Hesaplanması

Denklem (1) ile sisteme ait her iki doğal frekans için sönüm oranları veya sönüm kayıp faktörleri hesaplanmıştır. Bu durumda oransal sönüm kabulü ile;

$$\xi_r = \frac{\alpha}{2\omega_r} + \frac{\beta\omega_r}{2} \quad (7)$$

yazmak mümkündür. Bu bağıntı her iki doğal frekans için ayrı ayrı yazılırsa iki bilinmeyenli iki denklem elde edilir;

$$\begin{aligned} \alpha + \beta\omega_{r1}^2 &= \eta_1\omega_{r1} \\ \alpha + \beta\omega_{r2}^2 &= \eta_2\omega_{r2} \end{aligned} \quad (8)$$

Daha önce hesaplanan kayıp faktörleri ve doğal frekanslar Denklem (8)'de yerine konursa Rayleigh oransal sönüm öngörüsünde yer alan sönüm kütle matrisi  $\alpha$  ve katılık matrisi çarpanları  $\beta$  için

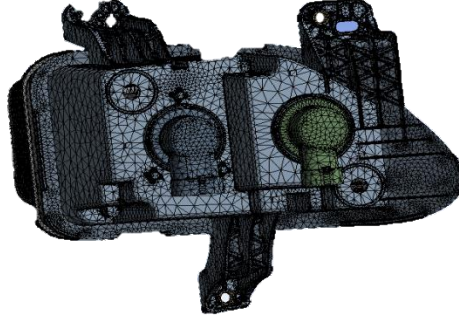
$$\alpha=19.747 \text{ ve } \beta=3.315e-6$$

değerleri bulunmuş olur. Elde edilen bu değerler modelin sonlu elemanlar analizlerinde kullanılmıştır.

### 3. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE MODAL ANALİZ VE HARMONİK CEVAP ANALİZİ

#### 3.1. Sonlu Elemanlar Ağı

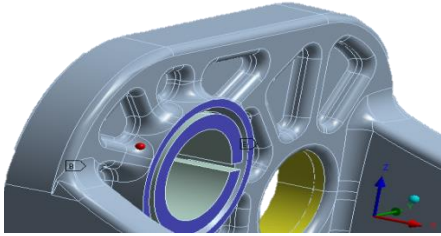
Ele alınan gündüz farı için dört yüzlü; 805522 düğüm noktası sayısı ve 464022 adet elemanı içeren sonlu elemanlar ağı oluşturulmuştur. Sonlu elemanlar ağı Şekil 9'da gösterilmiştir.



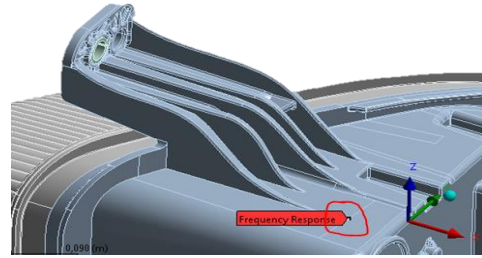
**Şekil 9:**  
Sonlu elemanlar ağı

#### 3.2. Analiz

Analizde bağlantı burçlarının dış yüzeyleri x,y ve z yönlerinde sabitlenmiş, pim deliği ise z ve y'de sabitlenip x'te serbest bırakılmıştır (Şekil 10). 250 Hz'e kadar sistemin sönümsüz modal analizi yapılmıştır. Zorlanmış titreşim analizi ise sabit 1g, z yönünde, 10 Hz-250 Hz arasında hem 0.02 sabit sönüm oranı hem de  $\alpha=19.747$ ;  $\beta=3.315e-6$  Rayleigh sönüm matrisi çarpanları kullanılarak mod toplama yöntemiyle yapılmıştır.



**Şekil 10:**  
Bağlantı şekli



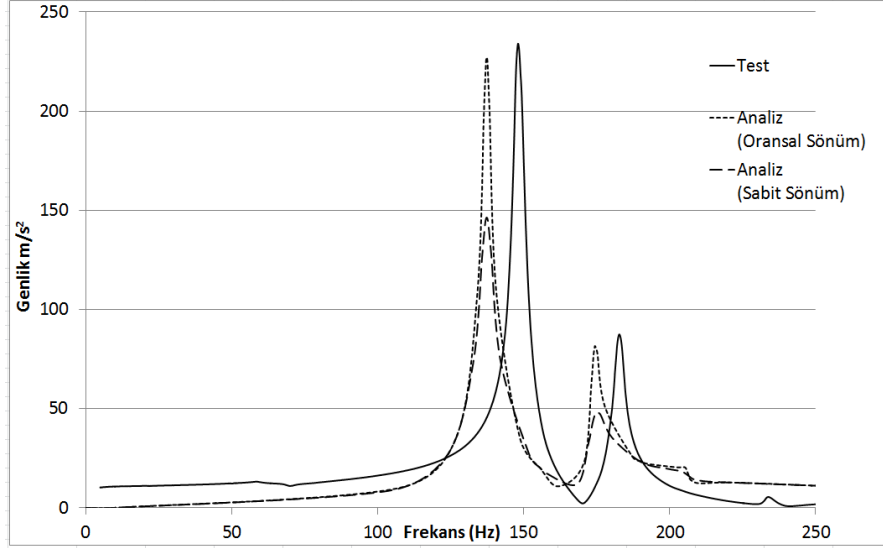
**Şekil 11:**  
Temsili ivme ölçer pozisyonu

Harmonik analiz sonucunda model üzerinde test sırasında ivme ölçerin konduğu bölgeye yakın yerden (Şekil 11) z yönünde ivme frekans cevabı alınmıştır.

#### 4. TEST ve ANALİZ SONUÇLARININ KARŞILAŞTIRILMASI

##### 4.1. Doğal Frekanslar ve İvme Cevabı Genliklerinin Karşılaştırılması

Analiz ve test sonuçlarından elde edilen grafikler Şekil 12’de verilmiştir. Tablo 1’de ise sonuçlar özet olarak karşılaştırılmıştır.



**Şekil 12:**  
Test ve analiz sonuçlarının karşılaştırılması

**Tablo 1. Test ve Analiz Sonuçlarının Karşılaştırılması**

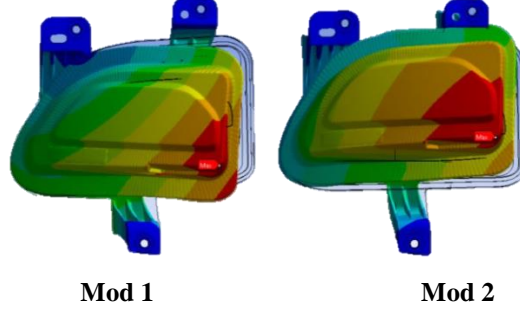
	Mod 1		Mod 2	
	Frekans (Hz)	Genlik (m/s <sup>2</sup> )	Frekans (Hz)	Genlik (m/s <sup>2</sup> )
Test	148.09	234.01	182.74	87.43
Analiz (Sabit Sönüm)	137.37	146.03	174.24	47.98
Analiz (Oransal Sönüm)	137.37	227.15	174.24	81.53

Tablo 1 incelendiğinde ilk doğal frekansın yapılan analizlerde test değerlerine göre 10.72 Hz fark, yani %7.24 hata, ikinci doğal frekansın ise 8.50 Hz fark, yani %4,5 hata ile düşük hesaplandığı görülmüştür. İvme genlikleri incelendiğinde ise sabit sönüm öngörüsü ile yapılan analizde; birinci doğal frekansta 87.98 m/s<sup>2</sup> fark, yani %37.6 hata, ikinci doğal frekansta ise 39.45m/s<sup>2</sup> fark yani %45.12 hata ile düşük hesaplandığı görülmüştür. Oransal sönüm ile yapılan analizde ise ivme genliklerinin; birinci doğal frekansta 6.86m/s<sup>2</sup> fark yani %2.93 hata, ikinci doğal frekansta ise 5.90m/s<sup>2</sup> fark yani %6.75 hata ile düşük hesaplandığı görülmüştür. Tablo 1’den de görüldüğü gibi analizlerde sabit sönüm oranı yerine oransal sönüm oranı kullanmak analiz sonuçlarının gerçek sonuçlara daha yakın değerler vermesini sağlamakta ve analizlerin hata oranını düşürmektedir.



#### 4.2. Test ve Sonlu Elemanlar Analizi Sonucunda Elde Edilen Mod Şekillerinin Görsel Olarak Karşılaştırılması

Mod şekilleri ürünün doğal frekanslarında nasıl hareket ettiği hakkında bilgi verir. Sonlu elemanlar yöntemiyle hesaplanan mod şekil vektörleri çoğu ticari analiz programında görsel filmler haline getirilebilir. Bu çalışmada ele alınan gündüz farının ilk iki moduna ait mod şekilleri Şekil 13’de verilmiştir.



**Şekil 13:**  
*Mod Şekilleri*

Ayrıca ürün, doğal frekanslarında elektrodinamik sarsıcı üzerinde sabit ivme ile tahrik edilerek stroboskop yardımıyla da mod şekli incelenebilir. Stroboskop istenilen frekansta yanıp sönen flaşlar oluşturabilen bir alettir (Şekil 14). Döner bir makina parçasının hangi hızda döndüğü stroboskop yardımı ile bulunabilmektedir. Stroboskop frekansı döner makinanın dönüş frekansına denk getirildiğinde makina parçası duruyormuş gibi görülürken Stroboskop frekansı döner makinanın dönüş frekansından biraz daha düşük bir frekansa ayarlanırsa döner makina çok yavaş bir dönme hızında dönüyormuş gibi görünür. Aynı şekilde ürünün doğal frekansından biraz düşük bir frekansa ayarlanan stroboskop ürünün doğal frekansında nasıl hareket ettiğinin yavaş çekim bir film gibi görülmesine olanak sağlar.



**Şekil 14:**  
*Stroboskop*

#### 5. SONUÇ

Çalışma sonucunda gündüz farının doğal frekansları ve ivme cevap genlikleri tatmin edici bir doğruluk ile hesaplanmıştır. Gerçek mod şekilleri ve sonlu elemanlar analizi sonucu elde edilen mod şekilleri görsel olarak karşılaştırılmış ve sonlu elemanlar analizi sonucunda gerçeğe yakın bir sonuç elde edildiği gözlemlenmiştir.

Tüm doğal frekanslar için sabit sönüm öngörüsünün gerçekçi bir yaklaşım olmadığı anlaşılmıştır. Rayleigh oransal sönüm öngörüsüyle yapılan sonlu elemanlar analizleri ile gerçek duruma tatmin edici yakınlıkta sonuçlar elde edilmiştir. Oluşturulan sonlu elemanlar modeli rastgele titreşim, şok, harmonik tarama ve diğer dinamik yapısal yorulma analizlerinde kullanmaya uygun şekilde güncellenmiştir.

Sonraki çalışmalarda testler çekiç ya da modal sarsıcı kullanılarak da tekrarlanabilir. Ayrıca çalışma tepe tutma metodu dışında farklı bir modal analiz metodu kullanılarak yapılabilir ve burada elde edilen sonuçlarla karşılaştırılarak en uygun test ve analiz metodu belirlenebilir.

## KAYNAKLAR

1. Chowdhury, I. and Dasgupta, PS. (2003) Computation of Rayleigh Damping Coefficients for Large Systems, *The Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 8, Bundle 8C. [www.ejge.com/2003/Ppr0318/Ppr0318.pdf](http://www.ejge.com/2003/Ppr0318/Ppr0318.pdf)
2. Elkhatib, F. and Poorman, T. (2007) Resonant Frequency Prediction of Automotive Lamps, *SAE Technical Paper Series*. doi: 10.4271/2007-01-0603
3. He, J. and Fu, ZF. (2001) *Modal Analysis*, Butterworth-Heinemann.
4. Pandiyanayagam, G., Bardia, P. and Patil, Y. (2011) Experimental and Modeling Studies Towards Random Vibration, *SAE Technical Paper Series*. doi: 10.4271/2011-26-0118.
5. Schrader, CD. and Hilburger, FKN. (2005) Development and Correlation of Three Axes Random Vibration Simulation on Automotive Lighting, *SAE Technical Paper Series*. doi: 10.4271/2005-01-1570
6. Schrader, CD. (2006) Dynamic Structural Simulation of the SAE J577 Vibration Test, *SAE Technical Paper Series*. doi: 10.4271/2006-01-048.