

## BİNEK ARAÇLARIN DEVRİLME SÜRECİNDEKİ DİNAMİK DAVRANIŞLARININ ANALİZİ VE DEVRİLME ŞARTLARININ BELİRLENMESİ

Halit KARABULUT<sup>1</sup>, Emre YILDIRIM<sup>2\*</sup>, Mesut DÜZGÜN<sup>3</sup>, Kazım Melih TURGUT<sup>4</sup>

<sup>1, 2, 3, 4</sup> Gazi Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi, Otomotiv Mühendisliği Bölümü, Ankara

<sup>1</sup> ORCID No: <https://orcid.org/0000-0001-6211-5258>

<sup>2</sup> ORCID No: <https://orcid.org/0000-0002-2528-2740>

<sup>3</sup> ORCID No: <https://orcid.org/0000-0003-0582-4183>

<sup>4</sup> ORCID No: <https://orcid.org/0009-0001-9375-4439>

| Anahtar Kelimeler                                                                                           | Özet                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Taşıtların devrilmesi<br>Dinamik model<br>Devrilme simülasyonu<br>Kritik devrilme hızı<br>Devrilme şartları | <i>Taşıtların tekerlek süspansiyon sistemlerinin tasarımında; konfor, yük taşıma kapasitesi ve kullanım kolaylığının yanı sıra virajlardaki sürüş güvenliğinin belirlenmesi de ana hedeflerden birisidir. Bu çalışmada dört tekerlekli binek taşıtları (C sınıfı otomobiller) üç kütleli bir dinamik sisteme benzetilmiş ve dinamik modeli kurularak virajdaki dinamik davranışları incelenmiştir. Kütlelerden birisi taşıtın gövdesi, diğerleri ise süspansiyon sistemi ile birlikte tekerleklerdir. Dinamik model bu üç kütleli sistemin momentum denklemlerinden oluşmaktadır. Gövdenin momentum denklemi; gövdeyi tekerlek süspansiyon sistemine bağlayan yayların ve damperlerin yarattığı kuvvetlerin momentlerini ve gövdeye etkiyen merkezkaç kuvvetin momentini içermektedir. Süspansiyon mekanizmalarının momentum denklemleri; gövde ile süspansiyon mekanizmaları arasında yer alan yayların ve damperlerin yarattığı kuvvetlerin momentlerini, tekerleğin elastik deformasyonu ve viskoelastik sönümleme özelliğinden doğan kuvvetlerin momentlerini ve süspansiyon mekanizmalarına etkiyen merkezkaç kuvvetlerin momentlerini içermektedir. Momentum denklemlerinin çözümünde Taylor serisine dayanan bir metot kullanılmış olup hassasiyeti üçüncü mertebeden Runge-Kutta metoduna denktir. Çözüm işlemi için bir simülasyon programı geliştirilmiştir. Taşıtın üzerinde hareket ettiği viraj, <math>x=0</math> daki eğrilik yarıçapı 25 m olan bir parabolik eğri olarak kabul edilmiştir. Taşıtın <math>x=0</math> da devrilmesine sebep olan hız kritik hız olup daha yüksek hızlarda devrilme bu noktadan önce olmak zorundadır. Simülasyon programını kullanarak taşıtın virajdaki dinamik davranışlarının yanı sıra kritik hızın; taşıt kütlesi, yay sabitleri, taşıtın gövdesinin kütle merkezinin yeri ve tekerlek özellikleri ile değişimi incelenmiştir. Tasarlanan taşıtın yukarıda ifade edilen parabolik eğri ile tanımlı yol üzerindeki yüksüz devrilme hızı 70 km/h civarında belirlenmiştir.</i> |

## ANALYSIS OF DYNAMIC BEHAVIOR OF PASSENGER CARS IN ROLLOVER PROCESS AND DETERMINATION OF ROLLOVER CONDITIONS

| Keywords                                                                                              | Abstract                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Rollover<br>Dynamic model<br>Simulation of rollover<br>Critical rollover speed<br>Rollover conditions | <i>One of the main objectives of the wheel suspension mechanism design is to characterize the driving safety of vehicles in bends, besides the comfortability, load carrying capability, and use easiness. In this study, a four-wheel vehicle (Like C class automobile) is likened to a dynamic system of three masses, and its behaviors in a bend are examined by establishing a dynamic model. One of the masses is the vehicle's body; the others are the two wheels with their suspension elements. The dynamic model consists of angular momentum equations of these three masses. The momentum equation of the body involves the moments of forces generated by springs and dampers connecting the body to the wheel suspension mechanisms and the moment of centrifugal force exerting on the body. The momentum equations of suspension mechanisms involve the moments of spring and damper forces taking part between body and suspension mechanisms, the moments of deflection and viscoelastic damping forces of tires and, the moment of centrifugal force exerted on suspension mechanisms. A Taylor series method, equivalent to the third-order Runge-Kutta method, is used to solve momentum equations and a simulation program is developed. The bend, on which the vehicle moves, is assumed to be a parabolic curve having 25 m curvature diameter at <math>x=0</math>. The speed of the vehicle causing rollover at <math>x=0</math></i> |



Bu eser, Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>) hükümlerine göre açık erişimli bir makaledir.

This is an open access article under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

*is a critical speed above which the rollover is unavoidable before that point. By using the simulation program, the dynamic behaviors of the vehicle in bend were examined as well as examining the variation of critical speed with the mass of vehicle, the stiffness of springs, the location of mass center and tire properties. On the road defined by a parabolic curve, the unloaded rollover speed of the proposed vehicle is determined as about 70 km/h.*

#### Araştırma Makalesi

Başvuru Tarihi : 29.01.2024

Kabul Tarihi : 09.01.2025

#### Research Article

Submission Date : 29.01.2024

Accepted Date : 09.01.2025

\* Sorumlu yazar: [emreyildirim@gazi.edu.tr](mailto:emreyildirim@gazi.edu.tr)  
<https://doi.org/10.31796/ogummf.1427532>

## 1. Giriş

Taşıtlar viraj alırken veya farklı manevralar yaparken taşıt gövdesi virajın dışına doğru yalpa (roll) yapmaktadır. Virajın dönüş yarıçapına, taşıt hızına, taşıt ve süspansiyon geometrilerine bağlı olarak taşıtın yalpa miktarı değişmekte, belirli bir açıdan sonra ise taşıt devrilmektedir (Gillespie, 2021; Putgül ve Altıparmak, 2016). Virajın dış dairesindeki tekerleğe etkiyen zemin kuvvetinin sıfıra gittiği an fiilen devrilmenin başlangıcı olarak kabul edilmektedir. Bu kritik durumun ortaya çıktığı andaki taşıt hızı da devrilme hızı olarak adlandırılmaktadır. Devrilme hızı tabiri devrilme süreci içindeki açısal ya da çevresel hızlar anlamında kullanılmamaktadır.

Taşıtların devrilmesi ile sonuçlanan kazaların sayısı diğer kazalara göre daha az olsa da devrilme ile sonuçlanan kazalarda ölüm oranları daha yüksektir. Türkiye’de ölüm oranları ile ilgili bir istatistik bulunmamakla birlikte ABD Ulusal Karayolu Trafik Güvenliği İdaresi’nin hazırladığı raporda (NHTSA, 2010) devrilme ile sonuçlanan kazalardaki ölüm oranının %29 seviyesinde olduğu belirtilmiştir. Taşıtların devrilmesinin önlenmesi amacıyla farklı türde aktif güvenlik sistemleri ve ikaz sistemleri kullanılmaktadır. Devrilmenin önceden tahmin edilebilmesi, kazaların önlenmesi bakımından oldukça fazla önem arz etmektedir. Taşıtların yalpa miktarı devrilme açısı olarak ifade edilmektedir. Aktif güvenlik sistemlerinin çalışması için devrilme açısının, bu açının değişim hızının, yanal ivmenin ve taşıtın ağırlık merkezinin yüksekliğinin anlık olarak bilinmesi gerekmektedir. Devrilme açısının ve değişim hızının belirlenmesi için farklı yöntemler geliştirilmiş olup bu yöntemlerin birçoğu mevcut aktif güvenlik sistemlerinde kullanılmaktadır (Ertlmeier ve Spannaus, 2008). Devrilme açısının taşıt üzerinden doğrudan düşük maliyetli sensörler tarafından ölçülmesi mevcut şartlarda mümkün değildir (Garcia Guzman, Prieto Gonzalez, Pajares Redondo, Montalvo Martinez ve Boada, 2018). Halihazırda çoğu taşıtta yer alan Devrilme Tahmin Sistemleri, savrulma ve yanal ivme ölçüm sensörlerine benzer düşük maliyetli sensör takımları tarafından sağlanan verileri dinamik modellerde girdi

olarak kullanmak sureti ile devrilme açısı ve dönme miktarını belirleyen donanımlardır (Wang, Wang, Zhang, Cao ve Dorrell, 2021). Bu donanımların en önemli gereksinimlerinden birisi gürültü olarak adlandırılan yanlış verilerin elimine edilmesidir. Yanlış verileri veya onların sebep olduğu sapmaları bertaraf etmek için Kalman filtresi, Butterworth filtresi, Finite Impulse Response (FIR) filtresi, gibi veri düzelticileri kullanılmaktadır (Wang ve diğ., 2021; Jeong, You, Kang ve Ahn, 2017).

## 2. Literatür Taraması

Devrilme hareketinin matematiksel olarak tanımlanabilmesi amacıyla çok sayıda taşıt dinamik modeli geliştirilmiştir. Bu modellerde devrilme süreci farklı fiziki koşullar ve farklı serbestlik dereceleri ile analiz edilmiştir. Das vd. (Das, Hossain, İslam ve Banik, 2022); taşıt dinamiği, devrilme açısı, tekerlek aşınması ve yol profillerinin belirlenmesi gibi konularda yapılmış çalışmaların en önemlilerini inceleyerek taşıt dinamiği modellerinin geliştirilmesine yönelik tavsiyelerde bulunmuştur. Rajamani (2012) tarafından devrilmenin analizi ve önlenmesi için yapılan teorik ve deneysel çalışmaları kapsayan bir kaynak döküman oluşturulmuştur. Jung ve ark. (Jung, Shim ve Gertsch, 2009) devrilme esnasında devrilme merkezinin yer değiştirmesini hesaba katan bir taşıt dinamik modeli oluşturmuşlardır. Yazarlar bu modelden elde ettikleri devrilme açısı ve devrilmenin başlangıcına yönelik bulguları diğer araştırmacıların bulguları ile kıyaslayarak geliştirdikleri modelin daha doğru neticeler verdiğini vurgulamışlardır. Xiao ve ark. (Xiao, Hu, Zhu ve Deng, 2023) devrilmenin üç boyutlu bir modelini oluşturarak veri elde etmiş, elde ettikleri verileri bir elektrikli taşıtın devrilme kontrol ünitesinde kullanarak direksiyon açısı, motor torku ve süspansiyon kuvvetinin devrilmeyi önleyen değerlerini belirlemişlerdir. Geliştirilen algoritmanın sürüş kararlılığını iyileştirdiği ifade edilmiştir. Rahimi ve Naraghi (2018) taşıt dinamiğini kontrol eden aktif süspansiyon, aktif direksiyon sistemi, aktif diferansiyel sistemi ve fren anti blokaj sistemi (ABS) gibi alt sistemlerin birbirlerini etkileyerek yanlış bir kontrol davranışı gösterme ihtimalini bertaraf etmek için

devrilme açısı, savrulma hızı gibi parametreleri bir arada değerlendirilerek sağlıklı kontrol verileri sağlayan bir algoritma geliştirmişlerdir. Hac ve ark. (Hac, Brown ve Martens, 2004) ise taşıt devrilme açısının belirlenmesinde farklı esaslara göre çalışan sensörlerin devrilme açısını belirlemedeki olumlu ve olumsuz yönlerini incelemişlerdir. Sadece yanal ivme sensörü kullanılarak devrilme açısının belirlenmesinin belirli bir yanal ivmeden sonra doğruluğunu kaybettiği ifade edilmiştir. Sadece süspansiyon sisteminden bilgi alan yer değiştirme sensörünün kullanılması halinde ise düz yoldaki bozukluklardan kaynaklanan yanlış ölçümlere neden olduğu belirtilmiştir. Ryu ve Gerdes (2004) yanal yol eğimi (bank angle) ve taşıt devrilme açısının anbean birbirinden bağımsız bir şekilde hesaplanabilmesini sağlamak amacıyla bir yöntem geliştirmiştir. Geliştirilen yöntemde devrilme açısı ve yalpa açısını belirlemek için Global koordinat belirleme sensörü (GPS) ve atalet ölçüm sensöründen alınan veriler kullanılmaktadır. Nguyen ve Nguyen (2023) taşıt hızının ve ağırlık merkezi yüksekliğinin değişiminin farklı manevralar esnasındaki taşıt kararlılığına etkisini incelemiş, taşıt hızının artması ve ağırlık merkezinin yükselmesinin daha erken devrilmeye neden olduğu ifade edilmiştir. Zhang ve ark. (Zhang, Dong ve Du, 2008) yaptıkları çalışmada binek araçlarının devrilme ve savrulma kararlılıklarını kurdukları bir taşıt dinamik modeli ile incelemiş, farklı manevra tiplerini simüle ederek süspansiyon sertliğinin devrilme üzerindeki etkilerini araştırmışlardır. Süspansiyon sertliğinin artması sonucunda yatma miktarının azaldığı ancak sinüs eğrisini andıran yollardaki manevralarda taşıtın devrilmesini kolaylaştırdığı belirtilmiştir. Hamblin ve ark. (Hamblin, Martini, Cameron ve Brennan, 2006) farklı karmaşıklık derecesine sahip taşıt dinamik modellerinin performanslarını incelemiştir. Modelin karmaşıklığının artmasının parametrelerin belirlenmesindeki doğruluğu arttırdığı ancak basit modeller ile elde edilen parametrelerin de kabul edilebilir doğrulukta olduğu ifade edilmiştir. Jalali ve ark. (Jalali, Hashemi, Khajepour, Chen ve Litkouhi, 2018) matematik modele dayalı bir yaklaşım yöntemi ile taşıt devrilmesinin kontrolünü gerçekleştirmiştir. Yanal ivme, savrulma oranı ve yanal hız değerleri bir gözlemci algoritmasında değerlendirilerek devrilme açısı ve devrilme hızı değerleri tahmin edilmiştir. Cheng ve Cebon (2011) yarı römorklu çekicilerin TruckSim yazılımı ile üç ve beş serbestlik dereceli modellerini oluşturarak veri elde etmişler, elde ettikleri verileri Kalman filtresi ile düzeltilmiş deneysel veriler ile karşılaştırmışlardır. Teorik esaslı verilerin deneysel veriler ile büyük ölçüde uyumlu olduğu ifade edilmiştir. Aynı zamanda doğrusal ikinci dereceden tahmin algoritması olarak da kullanılan Kalman filtresi Simon (2001) tarafından ayrıntılı olarak açıklanmaktadır. Rajamani ve ark. (Rajamani, Piyabongkarn, Tsourapas ve Lew, 2011) yaptıkları bir araştırmada, taşıt devrilme endeksinin (devrilme kriteri) hesaplamasında gerekli

olan devrilme açısı ve ağırlık merkezi yüksekliği parametrelerinin hesaplanabilmesi için bir algoritma dizayn etmişlerdir.

Anh (2020) yaptığı bir çalışmada 7 serbestlik derecesine sahip bir taşıt dinamik modeli kurmuştur. Serbestlik derecelerinden ilk üçü x, y ve z eksenleri etrafındaki dönmeler, diğerleri ise tekerlek ve tekerlek bağlantılarının z eksenine doğrultusundaki ötelemesidir. Yazar tekerleğe etkiyen düşey kuvvetler ile tekerleğin yaylanmayan kısmının ötelemesi arasında lineer bir ilişki elde etmişlerdir. Menhour ve ark. (Menhour, Koenig ve d'Andréa-Novel, 2012) yol yanal eğim açısını ve taşıtın yalpa açısını (roll angle) belirlemek amacı ile sanal bir algılayıcı tasarlamışlardır. Bu algılayıcı PIO olarak adlandırılan algoritmaya dayanmakta olup sağladığı veriler taşıtın güvenlik sistemi tarafından kullanılmaktadır. Yol eğim açısı ve taşıt devrilme açısının doğrudan ve anlık olarak ölçülmesi düşük maliyetli sensörler tarafından yapılamadığı için PIO algılayıcısına ihtiyaç duyulmaktadır. Yu ve ark. (Yu, Wang, Li, Wang ve Wang, 2013) yol eğim açısı ve yanal kayma açısının dinamik şartlarda belirlenebilmesine yönelik bir simpleks hesaplama yöntemi geliştirmiştir. Yazarlar yol eğim açısı ile taşıtın devrilmesi arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Xu ve Tseng (2007), devrilme açısının hesaplanmasında oluşabilecek sistemsel hataların ve kaynağı bilinmeyen bozucu girdilerin belirlenmesi için bir yöntem geliştirmiştir. Taşıt devrilme açısı ve devrilme hızı belirlenirken basit devrilme modeli ve model tabanlı Kalman filtresi kullanılmıştır. Jeong ve ark. (Jeong, You, Kang ve Ahn, 2017) ölçme yolu ile belirledikleri yanal yol eğimi (bank angle) ve taşıt dönme (roll angle) açılarını farklı filtreleme yöntemleri ile düzelterek, bisiklet modeli ve taşıt devrilme modeli olarak adlandırılan teorik analizlerden elde ettikleri açılar ile kıyaslayarak farklı veri düzelticilerin güvenilirlik derecesini incelemişlerdir. Yazarlar Finite Impulse Response (FIR) filtresi olarak adlandırılan veri düzelticinin Kalman Filtresi ve Dinamik Filtreye göre çok daha hassas ve doğru sonuçlar ortaya koyduğunu belirtmiştir. Zhang ve arkadaşları (Zhang, Yan, Guo, Yang ve He, 2022), taşıt devrilme merkezi ile taşıt ağırlık merkezi arasındaki mesafenin statik ve dinamik şartlarda hesaplanmasına yönelik bir yöntem geliştirmişlerdir. Sadece devrilme hızının kullanıldığı, Adaptif Sliding Mod Gözlemcisi ve Genişletilmiş Kalman Filtresi yaklaşımlarından faydalanılarak devrilme merkezi ile ağırlık merkezi arasındaki mesafe belirlenmiştir. Bir serbestlik dereceli taşıt devrilme modeli kullanılarak farklı manevralar için simülasyonlar gerçekleştirilmiştir. Yazalar her iki yaklaşımın da mesafenin tahmini için oldukça kullanışlı olduğunu belirtmişlerdir. Genişletilmiş Kalman Filtresi yaklaşımının dinamik şartlar için, Adaptif Sliding Mod gözlemci yaklaşımının ise statik şartlar için daha iyi bir performansla sahip olduğu açıklanmıştır.

Dönme eylemi yapan dinamik sistemlerin analizi yapılırken doğrusal momentum denklemleri (translational momentum equations) kullanılırsa belirsiz parametrelerin sayısı ve analizde kullanılan denklem sayısı artmaktadır. Bu külfetten kurtulmanın ve daha hızlı çalışan bir simülasyon programı hazırlamanın yolu döner parçaların hareketini tanımlamada açısal momentum denklemlerini kullanmaktır. Açısal momentum denklemlerinin türetilmesinde ve çözümlenmesinde kullanılan metodolojiler Karabulut ve arkadaşları (Karabulut, Öztürk ve Cinar, 2011), Öztürk ve Karabulut (2012) ve Solmaz ve Karabulut (2015) tarafından yapılan çalışmalarda açıklanmıştır.

Mevcut çalışmada dört tekerlekli bir binek taşıtı (C sınıfı) üç parçalı bir dinamik sisteme benzetilerek açısal momentum denklemleri ile dinamik modeli oluşturulmuş, Taylor serisine dayanan bir nümerik yöntem kullanılarak çözümlemesi yapılmış ve bir taşıt modeli oluşturularak söz konusu taşıtın eğrilik yarıçapı 25 m ye kadar düşen bir virajdaki dinamik davranışları

incelenmiştir. Söz konusu viraj  $y = \frac{x^2}{50}$  denklemi ile

tanımlanmıştır. Dinamik model üç adet açısal momentum denklemlerinden oluşmaktadır. Üç açısal momentum denklemi ile yapılan bir dinamik modellemenin daha önce kullanılmadığı görülmektedir.

### 3. Fiziki Mekanizma ve Matematik Model

#### 3.1. Fiziki Mekanizma

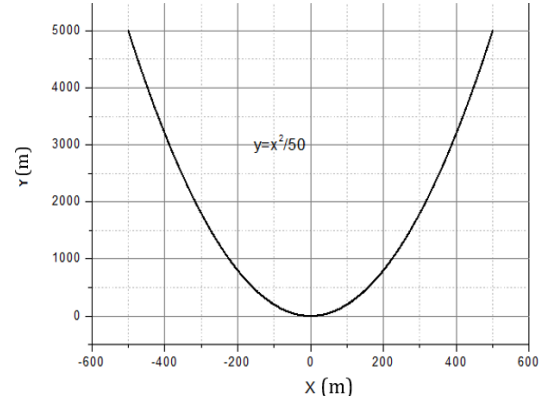
Taşıtların devrilmesi sağ veya sol tarafa yan yatması anlamına gelmektedir. Devrilme yolun sağa veya sola eğiminden ya da taşıtların virajda hızlı hareket etmesinden kaynaklanmaktadır. Bazı hallerde her iki faktör birlikte ortaya çıkabilir. Bu çalışmada viraj profili

$y = \frac{x^2}{50}$  parabolü ile tanımlanmış olup Şekil 1 de

görülmektedir. Bu virajda eğrilik yarıçapının en küçük olduğu yer  $x=0$  civarında olup burada eğrilik yarıçapı 25 m ye kadar düşmektedir.  $x \rightarrow -\infty$  veya  $x \rightarrow \infty$  iken eğrilik yarıçapı büyümekte ve devrilme riski ortadan kalkmaktadır. Taşıt  $x$  in arttığı yönde hareket etmektedir. Taşıt  $-\infty$  dan  $x=0$  a doğru ilerlerken devrilme riski sürekli artmakta ve  $x=0$  da azami değerine ulaşmaktadır.

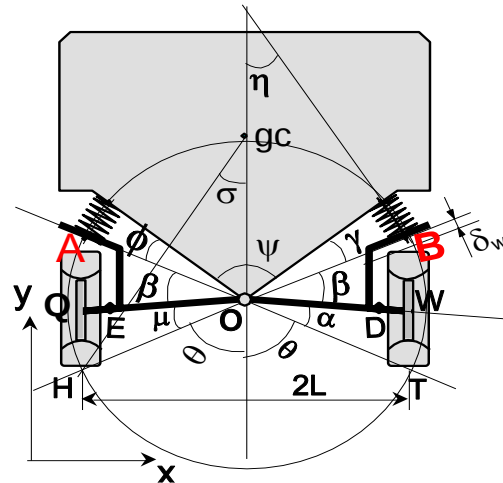
Bu çalışmada taşıtların virajda hızlı hareket etmesinden kaynaklanan devrilme olayı analiz edilmektedir. Bu devrilmenin fiziki sebebi merkezci ivmeden doğan atalet kuvvetidir. Virajda hızlı hareket eden taşıtlarda merkezci ivme yer çekimi ivmesine göre daha baskın olmakta ve merkezci ivmeden doğan atalet kuvveti taşıtı devirecek büyüklüğe ulaşmaktadır. Atalet kuvvetinin yönü merkezci ivmeye göre zıt olup taşıta virajın dış normal yönünde etkimektedir. Atalet kuvveti

ve yer çekimi kuvveti taşıtın kütle merkezine etki etmektedir. Devrilme dar bir zaman aralığında zuhur eden bir süreçtir. Devrilme süreci kendi içerisinde üç aşamaya ayrıştırılabilir.



Şekil 1. Viraj Profili

Birinci aşama taşıtın gövdesinin simetrik görünümünün (dengesinin) bozulmasıdır. Tekerleklerin yer ile teması devam eder. Bununla birlikte virajın dış dairesindeki tekerleklerin yere baskısı artmakta iç dairesindeki tekerleklerin yere baskısı azalmaktadır. Dış daire tarafındaki tekerlek salıncağı (süspansiyon) yayları sıkışmakta iç daire tarafındaki yaylar genişlemektedir. Dış daire tarafındaki tekerleklerin ezilmesi (elastik deformasyon) artmakta, iç daire tarafındaki tekerleklerin ezilmesi azalmaktadır. Birinci aşamada tekerleklerin ezilme miktarının değişimi ile ezilmeden doğan kuvvetlerin değişimi arasında lineer bir ilişki vardır. Tekerlek salıncak sisteminin çeşidinin de devrilme üzerinde etkisi vardır. Bu çalışmada analizi yapılan aracın şematik görünümü Şekil 2 de verilmektedir.



Şekil 2. Matematik Modelde Kullanılan Araç Şekli

Şekil 2 de görülen taşıtta hem sağ hem de sol tekerleklerin salıncak kolları taşıt gövdesine O noktasından mafsallı olarak bağlanmıştır. Salıncak kolları birinden bağımsızdır. Taşıtın kütle merkezinin statik denge durumundaki yeri O noktası ile aynı düşey doğrultuda bulunmakta olup kütle merkezi O noktasının

yukarısında kalmaktadır. Taşıt virajda giderken kütle merkezinin O noktasından uzaklığı sabit kalmakla birlikte O noktasını kütle merkezine birleştiren vektörün doğrultusu değişmektedir. Sol tekerin ezilme miktarının artacağı göz önüne alındığında OQ çubuğunun (sol salıncak kolu) O noktası çevresindeki mutlak dönme hareketinin ters saat yönünde gerçekleşeceği anlaşılmaktadır. Bununla birlikte OQ çubuğunun taşıta göre rölatif dönmesi saat yönünde gerçekleşmektedir. Sağdaki tekerleğin ezilme miktarının azalacağı dikkate alındığında OW çubuğunun (sağ salıncak kolu) mutlak dönmesinin de ters saat yönünde olacağı, taşıta göre rölatif dönmesinin ise saat yönünde olacağı görülmektedir. İkinci aşamada da tekerleklerin hepsi yerle temastadır. İkinci süreçte sol ve sağ tekerleklerin ezilme miktarlarının değişimleri birbirinden farklı değerler alacaktır. Tekerleklerin ezilmesinden doğan kuvvetler ezilme miktarının değişimi ile lineer orantılı olmayacaktır. Hatta taşıtın gövdesi takoz olarak adlandırılan esneklik sınırlama elemanlarına temas edebilir. Üçüncü aşama virajın iç dairesi tarafındaki tekerin yerden irtibatının kesilmesi ile başlayan bir aşamadır. Bu aşamada taşıtın tamamının sol tekerleğin yere temas ettiği nokta etrafında blok olarak döndüğü kabul edilebilir. Bu çalışmada birinci aşamanın analizi yapılmıştır. Birinci aşama için yapılan analizin ikinci aşama için de geçerli olduğu kabul edilerek devrilmenin başladığı an belirlenebilir. Sağ tekerlek ile yol arasındaki kuvvetin sıfır olduğu an devrilmenin başlangıç anı olarak kabul edilebilir. Şekil 2 de gc noktasını H noktasına birleştiren bir doğru görülmektedir. Gövdeye etkiyen ivme kuvveti vektörünün bu doğru ile çakıştığı an ivme kuvvetinin taşıtı devirmek için etki göstermeye başladığı andır.

### 3.2. Matematik Model

Şekil 2 de analizde kullanılan sembollerin bir kısmı gösterilmiştir. Şekil 2 de görülen  $\theta$ ,  $\beta$  ve  $\psi$  açıları sabit değerler olup, aracın geometrisinden belirlenebilen açılardır. Diğer açılar değişken olup bunlardan  $\alpha$ ,  $\gamma$  ve  $\phi$  momentum denklemlerinden belirlenmekte,  $\mu$  açısı da açıların toplamının  $2\pi$  olma şartından belirlenebilmektedir. Ayrıca  $\alpha$ ,  $\gamma$  ve  $\phi$  açılarının başlangıç değerlerinin de belirlenmesi gerekmektedir. Bunlar da statik şartlardaki kuvvetlerden belirlenmektedir. Açısal momentum denklemleri türetilirken Şekil 2 deki O noktası moment alma noktası olarak kullanılmaktadır. O noktasının yeri değişken bile olsa analizin gerçekçiliği açısından sakınca oluşturmamaktadır. Bu analizde araç üzerinde viraj denge çubuğu olarak adlandırılan elemanın olmadığı varsayılmıştır.

Sağdaki salıncağa; tekerleğin lastik kısmının esneme miktarı ile orantılı olan zemin kuvveti, tekerleğin esneme hızı ile orantılı olan zemin kuvveti, gövde ile sağ

salıncak arasındaki yayın kuvveti, gövde ile sağ salıncak arasındaki damperin kuvveti ve sağ salıncağın kütle merkezine etkiyen atalet kuvveti olmak üzere toplam 5 adet kuvvet etmektedir. Şekil 3 te bu kuvvetler gösterilmiştir.

Bunların O noktasına göre yarattığı momentler sırası ile  $T_{wr}$ ,  $T_{wdr}$ ,  $T_{sr}$ ,  $T_{dr}$  ve  $T_{ar}$  ile gösterilerek sağdaki salıncağın açısal momentum denklemi

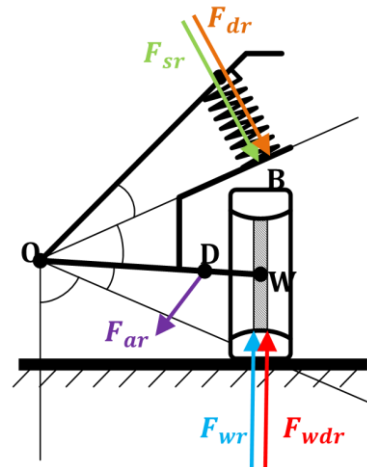
$$I_w \frac{d^2(\theta + \alpha)}{dt^2} = T_{wr} + T_{wdr} + T_{sr} + T_{dr} + T_{ar} \quad (1)$$

şeklinde yazılabilir.  $\theta$  açısının sabit olduğu dikkate alınarak bu denklem

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \frac{1}{I_w} T_{wr} + \frac{1}{I_w} T_{wdr} + \frac{1}{I_w} T_{sr} + \frac{1}{I_w} T_{dr} + \frac{1}{I_w} T_{ar} \quad (2)$$

şekilde düzenlenebilir. Sağ tekerleğin lastik kısmının esnemesinden doğan kuvvet,

$$F_{wr} = F_{w0} - k_w(\alpha - \alpha_0)\overline{OW} \quad (3)$$



Şekil 3. Sağ Salıncak Koluna Etkiyen Kuvvetler

şeklinde ifade edilebilir. Bu eşitlikte bulunan  $(\alpha - \alpha_0)$  tekerlek ekseninin (OW doğrultusu) ters saat yönündeki dönmesini,  $F_{w0}$  tekerleğin lastik kısmının statik şartlarda salıncağa ilettiği zemin kuvvetini göstermektedir. Eşitlik (3) ile tanımlanan kuvvetin momenti

$$T_{wr} = \overline{OW} [F_{w0} - k_w(\alpha - \alpha_0)\overline{OW}] \quad (4)$$

şeklinde ifade edilebilir. Tekerleğin lastik kısmının esneme hızını sönmüleme özelliğinden doğan kuvvet

$$F_{wdr} = -c_c \overline{OW} \dot{\alpha} \quad (5)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu kuvvetin O noktasına göre momenti

$$T_{wdr} = -c_c \overline{OW}^2 \dot{\alpha} \quad (6)$$

olur. Gövde ile sağ salıncak arasındaki yayın kuvveti

$$F_{sr} = F_{b0} - k_s [\gamma - \gamma_0] \overline{OB} \quad (7)$$

olarak ifade edilebilir. Bu kuvvetin O noktasına göre momenti

$$T_{sr} = -\overline{OB} [F_{b0} - k_s (\gamma - \gamma_0) \overline{OB}] \quad (8)$$

olur. Bu eşitlikte bulunan  $F_{b0}$  ile yayın statik şartlardaki kuvveti gösterilmektedir. Damper yayın içerisine yerleştirilebilir. Bu durumda damper kuvveti

$$F_{dr} = c_d \dot{\gamma} \overline{OB} \quad (9)$$

olur. Bu kuvvetin momenti

$$T_{dr} = c_d \dot{\gamma} \overline{OB}^2 \quad (10)$$

şeklinde ifade edilebilir. İvme kuvveti salıncığın Şekil 2 de D ile gösterilen kütle merkezine etkmektedir. D noktasının kesin yerini teorik yöntem ile belirlemek zor olmakla birlikte tekerleğe yakın bir yer olarak kabul edilebilir. İvme kuvveti vektör olarak

$$\vec{F}_{ar} = -m_w \frac{V^2}{\rho} i - m_w g j \quad (11)$$

şeklinde ifade edilebilir. İvme kuvvetinin O noktasına göre yer vektörü

$$\vec{S}_{gr} = \overline{OD} [\sin(\theta + \alpha) i - \cos(\theta + \alpha) j] \quad (12)$$

şeklinde tanımlanabilir. İvme kuvvetinin O noktasına göre momenti

$$T_{ar} = -m_w g \overline{OD} \sin(\theta + \alpha) - m_w \frac{V^2}{\rho} \overline{OD} \cos(\theta + \alpha) \quad (13)$$

olur. Tanımlanan momentler kullanılarak sağdaki salıncığın açısıl momentum denklemi

$$\ddot{\alpha} + \frac{c_c \overline{OW}^2}{I_w} \dot{\alpha} + \frac{k_w \overline{OW}^2}{I_w} \alpha - \frac{k_s \overline{OB}^2}{I_w} \gamma - \frac{c_d \dot{\gamma} \overline{OB}^2}{I_w} = \frac{\overline{OW} F_{w0}}{I_w} + \frac{k_w \overline{OW}^2 \alpha_0}{I_w} - \frac{\overline{OB}}{I_w} F_{b0} - k_s \frac{\overline{OB}^2}{I_w} \gamma_0 + \frac{T_{ar}}{I_w} \quad (14)$$

şeklinde düzenlenebilir.

Gövdeye; Şekil 2 de görülen sağ ve sol salıncak

yaylarının kuvvetleri, sağ ve sol salıncak damperlerinin kuvvetleri ve yerçekimi ile merkezci ivmeden doğan kuvvet olmak üzere 5 adet kuvvet etkmektedir. Bu kuvvetlerin momentleri sırası ile  $M_{sr}$ ,  $M_{sl}$ ,  $M_{dr}$ ,  $M_{dl}$  ve  $M_a$  ile gösterilirse gövdenin açısıl momentum denklemi,

$$I_b \frac{d^2}{dt^2} (\theta + \alpha + \beta + \gamma) = M_{sr} + M_{dr} + M_{sl} + M_{dl} + M_a \quad (15)$$

olur. Bu denklemde bulunan  $M_{sr}$  ve  $M_{dr}$  yukarıda tanımlanan  $T_{sr}$  ve  $T_{dr}$  momentlerinin zıt işaretlisidir.  $\theta$  ve  $\beta$  nın sabit olduğu da dikkate alınarak son denklem

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{d^2 \gamma}{dt^2} = -\frac{1}{I_b} T_{sr} - \frac{1}{I_b} T_{dr} + \frac{1}{I_b} M_{sl} + \frac{1}{I_b} M_{dl} + \frac{1}{I_b} M_a \quad (16)$$

şeklinde düzenlenebilir. Son eşitlik ile Eşitlik (2) nin bileşiminden

$$\frac{d^2 \gamma}{dt^2} = -T_{sr} \left( \frac{1}{I_b} + \frac{1}{I_w} \right) - T_{dr} \left( \frac{1}{I_b} + \frac{1}{I_w} \right) + \frac{1}{I_b} M_{sl} + \frac{1}{I_b} M_{dl} + \frac{1}{I_b} M_a - \frac{1}{I_w} T_{wr} - \frac{1}{I_w} T_{wdr} - \frac{1}{I_w} T_{ar} \quad (17)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikte bulunan  $T_{sr}$  ve  $T_{dr}$  nin tanımı hali hazırda yukarıda mevcuttur.

Taşıtın gövdesi ile sol salıncak arasındaki yayın kuvveti

$$F_{sl} = F_{b0} - k_s (\phi - \phi_0) \overline{OA} \quad (18)$$

şeklinde tanımlanabilir. Bu kuvvetin O noktasına göre momenti

$$M_{sl} = -[F_{b0} - k_s (\phi - \phi_0) \overline{OA}] \overline{OA} \quad (19)$$

olur. Sol salıncak ile gövde arasındaki damper yayın içerisine yerleştirilebilir. Bu durumda sol salıncak damperinin kuvveti

$$F_{dl} = c_d \dot{\phi} \overline{OA} \quad (20)$$

olur.  $\dot{\phi}$  nın negatif bir sayı olduğu da dikkate alınarak bu kuvvetin momenti

$$M_{dl} = c_d \dot{\phi} \overline{OA}^2 \quad (21)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Gövdeye etkiyen yer çekimi ivmesi ve merkezci ivmeden kaynaklanan kuvvetin vektör şekli

$$\vec{F}_a = -m_b \frac{V^2}{\rho} i - m_b g j \quad (22)$$

olur. Bu kuvvetin etkime noktası Şekil 2 de gc ile gösterilmiştir. Bu noktanın O noktasına göre yer vektörü

$$\begin{aligned} \vec{S}_{gb} = & -S_{gb} \sin\left(\theta + \alpha + \beta + \gamma + \frac{\psi}{2} - \pi\right) i + \\ & S_{gb} \cos\left(\theta + \alpha + \beta + \gamma + \frac{\psi}{2} - \pi\right) j \end{aligned} \quad (23)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu durumda Eşitlik (22) ile tanımlanan ivme kuvvetinin O noktasına göre momenti

$$\begin{aligned} M_a = & m_b g S_{gb} \sin\left(\theta + \alpha + \beta + \gamma + \frac{\psi}{2} - \pi\right) + \\ & m_b \frac{V^2}{\rho} S_{gb} \cos\left(\theta + \alpha + \beta + \gamma + \frac{\psi}{2} - \pi\right) \end{aligned} \quad (24)$$

olur.  $T_{sr}$ ,  $T_{dr}$ ,  $M_{sl}$ ,  $M_{dl}$ ,  $T_{wr}$ ,  $T_{wdr}$  momentlerinin tanımları Eşitlik (17) de yerine yazılarak

$$\begin{aligned} \ddot{\gamma} + c_d \overline{OB}^2 \left(\frac{1}{I_b} + \frac{1}{I_w}\right) \dot{\gamma} + k_s \overline{OB}^2 \left(\frac{1}{I_b} + \frac{1}{I_w}\right) \gamma - \\ \frac{k_s \overline{OA}^2}{I_b} \phi - \frac{1}{I_b} c_d \dot{\phi} \overline{OA}^2 - \frac{k_w \overline{OW}^2}{I_w} \alpha - \\ \frac{1}{I_w} c_c \overline{OW}^2 \dot{\alpha} = \overline{OB} \left(\frac{1}{I_b} + \frac{1}{I_w}\right) F_{b0} + \\ \overline{OB}^2 \left(\frac{1}{I_b} + \frac{1}{I_w}\right) k_s \gamma_0 - \frac{\overline{OA}}{I_b} F_{b0} - \frac{k_s \overline{OA}^2}{I_b} \phi - \\ \frac{\overline{OW}}{I_w} F_{w0} - \frac{k_w \overline{OW}^2}{I_w} \alpha_0 - \frac{1}{I_w} T_{ar} + \frac{1}{I_b} M_a \end{aligned} \quad (25)$$

eşitliği elde edilir.  $T_{ar}$  ve  $M_a$  momentlerinin tanımlarının son denkleme yazılması herhangi bir avantaj sağlamamaktadır.

Soldaki salıncağa tekerleğin lastik kısmının esneme miktarı ile orantılı olan zemin kuvveti, tekerleğin esneme hızı ile orantılı olan zemin kuvveti, gövde ile sol salıncak arasındaki yayın kuvveti, gövde ile sol salıncak arasındaki damperin kuvveti ve sol salıncağın kütle merkezine etkiyen ivme kuvveti olmak üzere toplam 5 adet kuvvet etkimektedir. Bunların O noktasına göre yarattığı momentler sırası ile  $T_{wl}$ ,  $T_{wdl}$ ,  $T_{sl}$ ,  $T_{dl}$  ve  $T_{al}$  ile gösterilerek soldaki salıncağın açısal momentum denklemi

$$\begin{aligned} I_w \frac{d^2}{dt^2} (\theta + \alpha + \beta + \gamma + \psi + \phi) \\ = T_{sl} + T_{dl} + T_{wl} + T_{wdl} + T_{al} \end{aligned} \quad (26)$$

şeklinde yazılabilir.  $\theta$ ,  $\beta$  ve  $\psi$  açılarının sabit olduğu ve  $T_{sl} = -M_{sl}$ ,  $T_{dl} = -M_{dl}$  olduğu dikkate alınarak bu denklem

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{d^2 \gamma}{dt^2} + \frac{d^2 \phi}{dt^2} = \\ -\frac{1}{I_w} M_{sl} - \frac{1}{I_w} M_{dl} + \frac{1}{I_w} T_{wl} + \frac{T_{wdl}}{I_w} + \frac{1}{I_w} T_{al} \end{aligned} \quad (27)$$

şeklinde düzenlenebilir. Son eşitlik ile Eşitlik (16) nın bileşiminden

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \phi}{dt^2} = -\left(\frac{1}{I_w} + \frac{1}{I_b}\right) M_{sl} - \left(\frac{1}{I_w} + \frac{1}{I_b}\right) M_{dl} + \\ \frac{1}{I_w} T_{wl} + \frac{1}{I_w} T_{wdl} + \frac{1}{I_w} T_{al} + \frac{1}{I_b} T_{sr} + \frac{1}{I_b} T_{dr} - \frac{1}{I_b} M_a \end{aligned} \quad (28)$$

elde edilir. Son eşitlikte bulunan  $T_{wl}$ ,  $T_{wdl}$  ve  $T_{al}$  momentlerinin dışında kalan momentler halihazırda yukarıda tanımlanmış durumdadır. Yer çekimi ve merkezci ivme nedeni ile sol salıncağa etkiyen kuvvet vektör olarak

$$\vec{F}_{al} = -m_w \frac{V^2}{\rho} i - m_w g j \quad (29)$$

şeklinde tanımlanabilir. Bu kuvvet sol salıncağın kütle merkezine etkimektedir. Sol salıncağın kütle merkezi Şekil 2 de E harfi ile gösterilmiştir. Söz konusu kütle merkezinin O noktasına göre yer vektörü

$$\begin{aligned} \vec{S}_{al} = \overline{OE} \sin(\theta + \alpha + 2\beta + \gamma + \psi + \phi) i \\ - \overline{OE} \cos(\theta + \alpha + 2\beta + \gamma + \psi + \phi) j \end{aligned} \quad (30)$$

şeklinde tanımlanabilir. Eşitlik (29) ile tanımlanan ivme kuvvetinin O noktasına göre momenti

$$\begin{aligned} T_{al} = -m_w g \overline{OE} \sin(\theta + \alpha + 2\beta + \gamma + \psi + \phi) - \\ m_w \frac{V^2}{\rho} \overline{OE} \cos(\theta + \alpha + 2\beta + \gamma + \psi + \phi) \end{aligned} \quad (31)$$

şeklinde tanımlanır. Sol tekerleğin esneme miktarı ile orantılı olarak değişim gösteren zemin kuvveti ve momenti

$$F_{wl} = F_{w0} - k_w (\mu - \mu_0) \overline{OQ} \quad (32)$$

$$T_{wl} = -\overline{OQ} \left[ F_{w0} - k_w (\mu - \mu_0) \overline{OQ} \right] \quad (33)$$

olur. Sol tekerleğin esneme hızı ile orantılı olarak değişim gösteren zemin kuvveti

$$F_{wdl} = c_c \overline{OQ} \dot{\mu} \quad (34)$$

şeklinde tanımlanabilir.  $\dot{\mu}$  nin negatif bir sayı olduğu da dikkate alınarak bu kuvvetin momentini

$$T_{wdl} = c_c \overline{OQ}^2 \dot{\mu} \quad (35)$$

şeklinde ifade edilir. Şekil 2 de görülen açılarının toplamının  $2\pi$  olma şartından Eşitlik (32) ve (33) de bulunan  $\mu$  açısı

$$\mu = 2\pi - 2\theta - \alpha - 2\beta - \gamma - \psi - \phi \quad (36)$$

şeklinde tanımlanabilir. Bu açının (34) ve (35) numaralı eşitliklerdeki zaman türevi

$$\dot{\mu} = -\dot{\alpha} - \dot{\gamma} - \dot{\phi} \quad (37)$$

olarak belirlenir. Yukarıda tanımlaması yapılmış olan  $M_{sl}$ ,  $M_{dl}$ ,  $T_{wl}$ ,  $T_{wdl}$ ,  $T_{sr}$  ve  $T_{dr}$  momentleri Eşitlik (28) de yerine yazılarak ve bilinmeyenleri içeren terimler solda toplanarak

$$\begin{aligned} & \ddot{\phi} + c_d \overline{OA}^2 \left( \frac{1}{I_w} + \frac{1}{I_b} \right) \dot{\phi} + k_s \left( \frac{1}{I_w} + \frac{1}{I_b} \right) \overline{OA}^2 \phi \\ & - \frac{k_w \overline{OQ}^2}{I_w} \mu - \frac{1}{I_w} c_c \overline{OQ}^2 \dot{\mu} - \frac{k_s \overline{OB}^2}{I_b} \gamma \\ & - \frac{1}{I_b} c_d \overline{OB}^2 \dot{\gamma} = \overline{OA} \left( \frac{1}{I_w} + \frac{1}{I_b} \right) F_{b0} \\ & + k_s \left( \frac{1}{I_w} + \frac{1}{I_b} \right) \overline{OA}^2 \phi - \frac{\overline{OQ}}{I_w} F_{w0} - \frac{k_w \overline{OQ}^2}{I_w} \mu_0 - \\ & \frac{\overline{OB}}{I_b} F_{b0} - \frac{k_s \overline{OB}^2}{I_b} \gamma_0 + \frac{1}{I_w} T_{al} - \frac{1}{I_b} M_a \end{aligned} \quad (38)$$

denklemini elde edilir.  $T_{al}$  ve  $M_a$  momentlerinin tanımlamasını Eşitlik (28) e yazmak avantaj oluşturmamaktadır. Eşitlik (14) ile  $\ddot{\alpha}$ , Eşitlik (25) ile  $\ddot{\gamma}$  ve Eşitlik (38) ile  $\ddot{\phi}$  hesaplanacaktır.  $\ddot{\mu}$  nin hesabı için Eşitlik (37) nin türetilmesinden

$$\ddot{\mu} = -\ddot{\alpha} - \ddot{\gamma} - \ddot{\phi} \quad (39)$$

elde edilir. Buraya kadar tanımlanan eşitlikler değişken açılarının hesabını mümkün kılmakla birlikte başlangıç değerlerinin yanı sıra taşıtın boyutları, virajın eğrilik yarıçapı, statik kuvvetlerin ve analizde kullanılan bazı

girdilerin belirlenmesinde kullanılmak üzere aşağıda ilave eşitlik veya matematiksel tanımlamalar verilmektedir.

Tekerleklerin yere temas eden kısmının statik şartlarda yarıçapı

$$R_{w0} = R_w - \frac{1}{k_w} \left( \frac{W_b}{2} + W_w \right) \quad (40)$$

eşitliği ile hesaplanabilir. Bu eşitlikte bulunan  $R_w$ ,  $W_b$  ve  $W_w$  sırası ile tekerleğin taşıta bağlanmadan önceki yarıçapını, taşıtın gövdesinin ağırlığını ve Şekil 2 de görülen taşıtın sağ veya sol tarafındaki teker ve salıncağın toplam ağırlığını göstermektedir. Şekil 2 de görülen  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\phi$  ve  $\mu$  açılarının statik şartlardaki değerleri

$$\alpha_0 = \mu_0 = \arctg \left( \frac{R_{w0}}{\overline{OW}} \right) \quad (41)$$

$$\gamma_0 = \phi_0 = \frac{L_\infty}{\overline{OB}} - \frac{F_{b0}}{\overline{OB} k_s} \quad (42)$$

eşitlikleri ile hesaplanır. Son eşitlikte bulunan  $L_\infty$  salıncak yayının yerine takılmadan önceki uzunluğunu göstermektedir. Şekil 2 de görülen  $\beta$  ve  $\theta$  açıları

$$\beta = \arctg \left( \frac{R_w + \delta_w}{\overline{OW}} \right) \quad (43)$$

$$\theta = \pi - \frac{\psi}{2} - \gamma_0 - \beta - \alpha_0 \quad (44)$$

eşitlikleri ile hesaplanabilir. Eşitlik (44) te bulunan  $\psi$  açısı Şekil 2 de görülmekte olup değeri keyfi olmakla birlikte 90 derece civarında bir değer vermek gerekmektedir. Eğrilik yarıçapının hesabında yol profili kullanılmaktadır. Yol profili yukarıda

$$y = \frac{1}{50} x^2 \quad (45)$$

şeklinde verilmiş olup eğrilik yarıçapı ve eğrilik yarıçapının zaman türevi

$$\rho = 25 \left( 1 + \frac{x^2}{625} \right)^{1.5} \quad (46)$$

$$\dot{\rho} = \frac{75}{625} Vx \quad (47)$$

olur. Bu analiz her türlü yol profilinin kullanılmasına imkân vermektedir. Tekerleğe etkiyen zemin kuvvetinin

statik şartlardaki değeri

$$F_{w0} = \frac{W_b}{2} + W_w \quad (48)$$

olur. Bu eşitlikte  $W_b$  ile taşıtın gövdesinin ağırlığı,  $W_w$  ile salıncağın tekerlek ile birlikte toplam ağırlığı gösterilmektedir. Salıncağın statik şartlardaki moment dengesinden salıncak yaylarında statik şartlarda oluşan kuvvetin hesabı için

$$F_{b0} = \frac{\overline{OW}}{\overline{OB}} F_{w0} - m_w g \frac{\overline{OD}}{\overline{OB}} \sin\left(\theta + \arctg \frac{R_{w0}}{\overline{OW}}\right) \quad (49)$$

eşitliği türetilmiştir. Yukarıda türetilen momentum denklemlerinin çözümünde üçüncü dereceden bir Taylor serisi kullanılacağı için  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\phi$  ve  $\mu$  açılarının üçüncü mertebe türevlerine de gereksinim vardır. Eşitlik (14), (25), (38) ve (39) un zaman türevleri alınarak

$$\ddot{\alpha} = -\frac{c_c \overline{OW}^2}{I_w} \ddot{\alpha} - \frac{k_w \overline{OW}^2}{I_w} \dot{\alpha} + \frac{k_s \overline{OB}^2}{I_w} \dot{\gamma} + \frac{c_d \overline{OB}^2}{I_w} \ddot{\gamma} - \frac{1}{I_w} \left[ m_w g \overline{OD} \dot{\alpha} \cos(\theta + \alpha) - m_w V^2 \overline{OD} \sin(\theta + \alpha) \frac{\dot{\alpha}}{\rho} - m_w V^2 \overline{OD} \cos(\theta + \alpha) \frac{\dot{\rho}}{\rho^2} \right] \quad (50)$$

$$\ddot{\gamma} = -c_d \overline{OB}^2 \left( \frac{1}{I_b} + \frac{1}{I_w} \right) \ddot{\gamma} - k_s \overline{OB}^2 \left( \frac{1}{I_b} + \frac{1}{I_w} \right) \dot{\gamma} + \frac{k_s \overline{OA}^2}{I_b} \dot{\phi} + \frac{1}{I_b} c_d \overline{OA}^2 \ddot{\phi} + \frac{k_w \overline{OW}^2}{I_w} \dot{\alpha} + \frac{1}{I_w} c_c \overline{OW}^2 \ddot{\alpha} - \frac{1}{I_w} \left[ -m_w g \overline{OD} \cos(\theta + \alpha) \dot{\alpha} + m_w \frac{V^2}{\rho} \overline{OD} \sin(\theta + \alpha) \dot{\alpha} + m_w \frac{\dot{\rho} V^2}{\rho^2} \overline{OD} \cos(\theta + \alpha) \right] + \frac{1}{I_b} \left[ m_b g S_{gb} \cos\left(\theta + \alpha + \beta + \gamma + \frac{\psi}{2} - \pi\right) (\dot{\alpha} + \dot{\gamma}) - \frac{m_b V^2 S_{gb}}{\rho} \sin\left(\theta + \alpha + \beta + \gamma + \frac{\psi}{2} - \pi\right) (\dot{\alpha} + \dot{\gamma}) - \frac{m_b V^2 \dot{\rho} S_{gb}}{\rho^2} \cos\left(\theta + \alpha + \beta + \gamma + \frac{\psi}{2} - \pi\right) \right] \quad (51)$$

$$\ddot{\phi} = -c_d \overline{OA}^2 \left( \frac{1}{I_w} + \frac{1}{I_b} \right) \ddot{\phi} - k_s \left( \frac{1}{I_w} + \frac{1}{I_b} \right) \overline{OA}^2 \dot{\phi} + \frac{k_w \overline{OQ}^2}{I_w} \dot{\mu} + \frac{1}{I_w} c_c \overline{OQ}^2 \ddot{\mu} + \frac{k_s \overline{OB}^2}{I_b} \dot{\gamma} + \frac{1}{I_b} c_d \overline{OB}^2 \ddot{\gamma} + \frac{1}{I_w} \left[ -m_w g \overline{OE} \cos(\theta + \alpha + 2\beta + \gamma + \psi + \phi) (\dot{\alpha} + \dot{\gamma} + \dot{\phi}) + \frac{m_w V^2 \overline{OE}}{\rho} \sin(\theta + \alpha + 2\beta + \gamma + \psi + \phi) (\dot{\alpha} + \dot{\gamma} + \dot{\phi}) + \frac{m_w V^2 \dot{\rho} \overline{OE}}{\rho^2} \cos(\theta + \alpha + 2\beta + \gamma + \psi + \phi) \right] - \frac{1}{I_b} \left[ m_b g S_{gb} \cos\left(\theta + \alpha + \beta + \gamma + \frac{\psi}{2} - \pi\right) (\dot{\alpha} + \dot{\gamma}) - \frac{m_b V^2 S_{gb}}{\rho} \sin\left(\theta + \alpha + \beta + \gamma + \frac{\psi}{2} - \pi\right) (\dot{\alpha} + \dot{\gamma}) - \frac{m_b \dot{\rho} V^2 S_{gb}}{\rho^2} \cos\left(\theta + \alpha + \beta + \gamma + \frac{\psi}{2} - \pi\right) \right] \quad (52)$$

$$\ddot{\mu} = -\ddot{\alpha} - \ddot{\gamma} - \ddot{\phi} \quad (53)$$

eşitlikleri elde edilir.

### 3.3. Sayısal Çözüm Yöntemi

Denklemlerin çözümü için FORTRAN dilinde bir simülasyon programı hazırlanmıştır. Aracın davranışlarının simülasyonuna  $x = -500 \text{ m}$  gibi eğrilik yarıçapı yeterince büyük olan bir noktadan başlanmıştır. Bu noktada araca etkiyen atalet kuvveti yeterince küçük olup aracın statik şartlardaki görünümü devam etmektedir. Programın en başında değeri değişmeyen girdiler tanıtılmıştır. Değeri değişmeyen girdileri takiben  $\dot{\alpha}_0 = 0$ ,  $\dot{\gamma}_0 = 0$ ,  $\dot{\phi}_0 = 0$ ,  $\dot{\mu}_0 = 0$  şeklindeki sınır şartları tanıtılmıştır. Sonra (40) dan (49) a kadar olan eşitlikler metin içerisindeki veriliş sırasına göre kullanılarak  $R_{w0}$ ,  $\alpha_0$ ,  $\mu_0$ ,  $\gamma_0$ ,  $\phi_0$ ,  $\beta$ ,  $\theta$ ,  $\rho_0$ ,  $\dot{\rho}_0$ ,  $F_{w0}$  ve  $F_{b0}$  değerleri hesaplanmıştır.  $\gamma_0$  ile  $F_{b0}$  arasında birbirine bağımlılık olduğu için bu hesap iteratif işlem yapmayı gerektirmiştir.  $F_{b0}$  ın Eşitlik (42) de kullanılan atma değeri ile Eşitlik (49) dan hesaplanan değeri eşitleninceye kadar birkaç iterasyon yapmak gerekmektedir. Sonra (14), (25), (38), (39) eşitlikleri kullanılarak açısal ivmelerin başlangıç değerleri olan  $\ddot{\alpha}_0$ ,  $\ddot{\gamma}_0$ ,  $\ddot{\phi}_0$ ,  $\ddot{\mu}_0$  hesaplanmıştır. Açısal ivmeleri takiben (50), (51), (52) ve (53) eşitlikleri kullanılarak üçüncü mertebe türevler  $\ddot{\alpha}_0$ ,  $\ddot{\gamma}_0$ ,  $\ddot{\phi}_0$  ve  $\ddot{\mu}$  hesaplanmış ve başlangıç noktasının verileri tamamlanmıştır.

Birinci zaman adımının sonundaki açılar

$$\alpha_1 = \alpha_0 + \frac{\dot{\alpha}_0}{1!} \Delta t + \frac{\ddot{\alpha}_0}{2!} \Delta t^2 + \frac{\ddot{\alpha}_0}{3!} \Delta t^3 \quad (54)$$

$$\gamma_1 = \gamma_0 + \frac{\dot{\gamma}_0}{1!} \Delta t + \frac{\ddot{\gamma}_0}{2!} \Delta t^2 + \frac{\dddot{\gamma}_0}{3!} \Delta t^3 \quad (55)$$

$$\phi_1 = \phi_0 + \frac{\dot{\phi}_0}{1!} \Delta t + \frac{\ddot{\phi}_0}{2!} \Delta t^2 + \frac{\dddot{\phi}_0}{3!} \Delta t^3 \quad (56)$$

$$\mu_1 = 2\pi - 2\theta - \alpha_1 - 2\beta - \gamma_1 - \psi - \phi \quad (57)$$

eşitlikleri ile hesaplanmıştır. Birinci zaman adımının sonundaki açısal hızların hesabı

$$\dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha}_0 + \frac{\ddot{\alpha}_0}{1!} \Delta t + \frac{\dddot{\alpha}_0}{2!} \Delta t^2 \quad (58)$$

$$\dot{\gamma}_1 = \dot{\gamma}_0 + \frac{\ddot{\gamma}_0}{1!} \Delta t + \frac{\dddot{\gamma}_0}{2!} \Delta t^2 \quad (59)$$

$$\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_0 + \frac{\ddot{\phi}_0}{1!} \Delta t + \frac{\dddot{\phi}_0}{2!} \Delta t^2 \quad (60)$$

$$\dot{\mu}_1 = -\dot{\alpha}_1 - \dot{\gamma}_1 - \dot{\phi}_1 \quad (61)$$

eşitlikleri kullanılarak yapılmıştır. Sonra,

$$\Delta x = \frac{V \Delta t}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)_0^2}} \quad (62)$$

eşitliği kullanılarak birinci zaman adımı boyunca taşıtın x doğrultusunda aldığı yol hesaplanmıştır. Hesaplanan yol  $x_1 = x_0 + \Delta x$  eşitliğinde kullanılarak taşıtın birinci zaman adımının sonunda bulunduğu konum belirlenmiştir. Taşıtın yeni konumu (46) ve (47) eşitliklerinde kullanılarak taşıtın yeni konumunun eğrilik yarıçapı  $\rho_1$  ve eğrilik yarıçapının zaman türevi  $\dot{\rho}_1$  hesaplanmıştır. Sonra (14), (25), (38), (39) eşitlikleri kullanılarak açısal ivmelerin yeni değerleri olan  $\ddot{\alpha}_1$ ,  $\ddot{\gamma}_1$ ,  $\ddot{\phi}_1$ ,  $\ddot{\mu}_1$  hesaplanmıştır. Açısal ivmeleri takiben (50), (51), (52) ve (53) eşitlikleri kullanılarak üçüncü mertebe türevler  $\dddot{\alpha}_1$ ,  $\dddot{\gamma}_1$  ve  $\dddot{\phi}_1$  hesaplanmış ve birinci zaman adımının sonundaki veriler tamamlanmıştır. Simülasyonun sonraki adımlarında aynı işlemler tekrarlanmaktadır. Bu çalışmada araştırma ve yayın etiğine uyulmuştur.

## 4. Bulgular

### 4.1. Taşıtın Özgün Değerleri

Devrilme simülasyonunda kullanılan taşıt geometrisi Şekil 2 de görülmektedir. Bu taşıt Mac Pherson tipi bir salıncak mekanizmasına haizdir. Sağlıklı bir devrilme simülasyonunun yapılabilmesi için gerçekçi özgün değerlerin kullanılması gerekmektedir. Taşıtın salıncak yaylarının taşıta takılmadan önceki uzunluğu, taşıta bağlandıktan sonra statik şartlardaki uzunluğu, yay

sabiti, yayın doğrultusu, yayın O noktasından uzaklığı, salıncak damperlerinin sönümleme sabiti, tekerleklerin çapı, lastik kısmının ölçüleri ve yay sabiti, sönümleme sabiti, Şekil 2 de görülen  $\psi$ ,  $\theta$  ve  $\beta$  açılarının değerleri, salıncak kollarının statik şartlardaki doğrultusu, gövdenin ve salıncakların kütle merkezleri, salıncaklar ve gövdenin kütle atalet momentleri, belirlenmesi gereken belli başlı özgün değerlerdir. Devrilme simülasyonunda kullanılacak olan özgün değerlerin bir kısmı yüke bağlı olarak değişim gösterirken bir kısmı sabit kalmaktadır. Tablo 1 de verilen özgün değerler yüklü ve yüksüz taşıtta aynı olan değerlerdir. Taşıt yüklendiğinde değişim gösteren özgün değerler Tablo 2 ve 3 te kıyaslamalı olarak verilmektedir.

Şekil 2 de görülen sağ ve sol tekerleklerin her birisi taşıtın ön ve arka tekerleğinin ikisini temsil etmektedir. Tablo 1 de birinci satırda taşıtın bir tarafındaki ön ve arka tekerler ve salıncaklarının toplam kütle atalet momentinin yaklaşık değeri verilmektedir. İkinci satırda ise yüksüz taşıtın gövdesinin (1200 kg) O noktasına göre kütle atalet momenti verilmektedir. Taşıt yüklendiği zaman kütle artarken kütle merkezinin O noktasından uzaklığı artabilir veya azalabilir. Gövdenin kütle atalet momenti bir miktar değişim sergileyecektir. Bu değişimi belirlemek kapsamlı bir iş olduğu için bu çalışmada kütle atalet momenti sabit kabul edilmiştir. Tablo 1 in üçüncü satırında verilen kütle sol ya da sağdaki ön ve arka tekerleklerin salıncaklar ile beraber toplam kütlesidir. Satır 8 ve 9 da salıncak yayının boyu ve yay sabiti verilmektedir. Boy artarken yay sabiti azalmaktadır. Yayın boyunun azaltılması ve sertliğinin artırılması yolcuların konforu açısından olumsuzdur. Yayın boyu istatistik bilgiler kullanılarak belirlenmiştir. Satır 10 da verilen damper sabiti de ön ve arka tekerleklerin birleşik sabitidir. Satır 15 te takdim edilen OA ve OB mesafeleri keyfi değerler olup taşıtın dış görünümü, Montaj Şartları ve Karayolu Trafik İşaretleme Standartları-1 yönetmeliği (Trafik Güvenliği Dairesi Başkanlığı, 2020) dikkate alınarak belirlenmiştir. Yayın sertliği arttıkça OA ve OB mesafeleri kısalmaktadır.

Tablo 2 ve 3 te yüke göre değişen özgün değerlerin kıyaslaması verilmektedir. Yüksüz taşıtın salıncak yayının uzunluğu 298.2 mm iken taşıt 400 kg ile yüklendiğinde yayın uzunluğu 261.4 mm ye düşmektedir. Yayın boyunda yaklaşık 36.8 mm kısalma olmaktadır. Bu değişim taşıtın konforunun yeterli olduğunu göstermektedir çünkü mevcut taşıtlarda değişim daha azdır. Yüksüz taşıtta tekerlek ezilmesi 35.3 mm iken yüklü taşıtta 45.1 mm ye yükselmektedir. Tekerlek ezilmesinin mevcut taşıtlardakine yakın olduğu görülüyor. Yüksüz taşıtta salıncak yayında oluşan kuvvet 7349 N iken yüklü taşıtta 9702 N ye yükselmektedir. Yayıdaki kuvvet artışı 2353 N olup, yayın kısalması ile yay sabiti çarpıldığında aynı değer elde edilmektedir. Bu netice taşıtın statik hesaplarında

kullanılan matematik modelin doğruluğunu teyit etmektedir.

Tablo 1. Yüke Bağlı Olmayan Özgün Değerler

| Özgün değerin adı                                                                  | Sembolü      | Birim             | Değeri  |
|------------------------------------------------------------------------------------|--------------|-------------------|---------|
| Ön ve arka teker ve salıncaklarının toplam kütle atalet momenti                    | $I_w$        | m <sup>2</sup> kg | 60      |
| Gövdenin kütle atalet momenti                                                      | $I_b$        | m <sup>2</sup> kg | 300     |
| Ön ve arka teker ve salıncaklarının toplam kütlesi                                 | $m_w$        | kg                | 120     |
| Boş aracın gövdesinin kütlesi                                                      | $m_b$        | kg                | 1200    |
| Salıncak kollarının uzunluğu                                                       | OW, OQ       | mm                | 700     |
| Boş araçta tekerlek merkezleri arasındaki mesafe                                   | 2L           | mm                | 1400    |
| Tekerleğin taşıta takılmazdan önceki yarıçapı                                      | $R_w$        | mm                | 300     |
| Salıncağın kütle merkezinin O noktasından uzaklığı                                 | OD, OE       | mm                | 595     |
| Salıncak yayının araca takılmadan önceki uzunluğu                                  | $L_{\infty}$ | mm                | 413     |
| Sağdaki yada soldaki iki salıncağa ait iki yayın toplam sabiti                     | $k_s$        | N/m               | 2x32000 |
| Sağdaki ya da soldaki iki salıncağa ait iki damperlerin toplam sabiti              | $c_d$        | Ns/m              | 2x2500  |
| Sağdaki yada soldaki iki tekerleğin toplam yay sabiti                              | $k_w$        | N/m               | 2x10000 |
| İki lastik tekerleğin sönümleme sabiti                                             | $c_c$        | Ns/m              | 2x1500  |
| Gövdenin çatal açısı                                                               | $\psi$       | derece            | 90      |
| Gövdenin kütle merkezinin O dan uzaklığı                                           | $S_{gb}$     | mm                | 500     |
| Yay tablası ile tekerlek arasındaki mesafe                                         | $\delta_w$   | mm                | 85      |
| Salıncak yayının bağlama noktalarının (Şekil 2 de A ve B noktaları) O dan uzaklığı | OA, OB       | mm                | 580     |

Tablo 2. Boş Aracın Özgün Değerleri (1200 kg)

| Özgün değerin adı                                  | Sembolü                | Birim  | Değeri |
|----------------------------------------------------|------------------------|--------|--------|
| Kritik hız                                         | V                      | m/s    | 19.2   |
| Salıncak yayının araç üzerindeki uzunluğu          | $(\gamma_0 \times OB)$ | mm     | 298.2  |
| Tekerleğin ezik kısmının yarıçapı                  | $R_{w0}$               | mm     | 264.7  |
| Statik şartlarda salıncak yaylarında oluşan kuvvet | $F_{b0}$               | N      | 7349   |
| $\alpha$ açısının statik değeri                    | $\alpha_0$             | derece | 20.71  |
| $\mu$ açısının statik değeri                       | $\mu_0$                | derece | 20.71  |
| $\gamma$ açısının statik değeri                    | $\gamma_0$             | derece | 29.45  |
| $\phi$ açısının statik değeri                      | $\phi_0$               | derece | 29.45  |
| $\theta$ açısının statik değeri                    | $\theta$               | derece | 56     |

Tablo 3. Yüklü Aracın Özgün Değerleri (1600 kg)

| Özgün değerin adı                                  | Sembolü                | Birim  | Değeri |
|----------------------------------------------------|------------------------|--------|--------|
| Kritik hız                                         | V                      | m/s    | 18.22  |
| Salıncak yayının araç üzerindeki uzunluğu          | $(\gamma_0 \times OB)$ | mm     | 261.4  |
| Tekerleğin ezik kısmının yarıçapı                  | $R_{w0}$               | mm     | 254.9  |
| Statik şartlarda salıncak yaylarında oluşan kuvvet | $F_{b0}$               | N      | 9702   |
| $\alpha$ açısının statik değeri                    | $\alpha_0$             | derece | 20.00  |
| $\mu$ açısının statik değeri                       | $\mu_0$                | derece | 20.00  |
| $\gamma$ açısının statik değeri                    | $\gamma_0$             | derece | 25.82  |
| $\phi$ açısının statik değeri                      | $\phi_0$               | derece | 25.82  |
| $\theta$ açısının statik değeri                    | $\theta$               | derece | 60.36  |

Şekil 2 de görülen  $\theta$  açısı taşıt yüksüz iken 56 derece olup taşıt yüklendiğinde 60.36 dereceye çıkmaktadır. Bu açı taşıtın tabanının (O noktasının) yerden yüksekliğini tayin etmektedir. Taşıta 400 kg yük bindirildiği zaman salıncak kolunun yatayla yaptığı açı 9.64 derece olmaktadır. Azami yük şartlarında salıncak kolunun yatay konuma yaklaşması damperin çalışma genliğini genişleterek yol pürüzlülüğünün sebep olduğu titreşimlerin salıncak damperleri tarafından daha iyi sönümlemesini sağlamaktadır. Bu şartlarda O noktasının yerden yüksekliği en az 372 mm civarında bir değere sahiptir. Bu değer tasarlanan taşıtın kötü yollarda rahatlıkla kullanılabileceğini göstermektedir. Yüksüz taşıtta  $\alpha_0$  ve  $\mu_0$  açıları 20.71 derece iken yükleme yapıldığında 20 dereceye düşmektedir. Bu açıların azalması tekerlek ezilmesinin sonucudur. Yukarıda da açıklandığı üzere yükleme yapıldığında tekerlek ezilmesi 9.8 mm daha artmaktadır. Yüksüz taşıtta  $\gamma_0$  ve  $\phi_0$  açıları 29.45 derece iken yüklemeden sora 25.82 dereceye düşmektedir. Bu açıların azalması salıncak yayının kısalmasının bir neticesidir. Tablo 2 ve 3 te yer alan  $\theta$  ve  $\alpha_0$  açılarının toplamı salıncak kolunun eğimini tayin etmektedir. Yüksüz araçta salıncak kolunun yatayla yaptığı açı 13.3 derece iken yüklü araçta 9.64 dereceye düşmektedir. Salıncak kolunun eğimi dikkate alınarak tekerlekler arası dıştan dışa mesafe yüksüz araçta 1562 mm, yüklü araçta 1580 mm olarak belirlenir. Tekerleklerin dıştan dışa mesafesinin azalması devrilme olayının daha düşük hızlarda olması yönünde etki yapmaktadır. Bununla

birlikte fark 18 mm gibi küçük bir sayı olduğu için etkisi oldukça az olacaktır. Tekerleklerin dıştan dışa mesafesi karayolları nizamnamesi ile uyumludur.

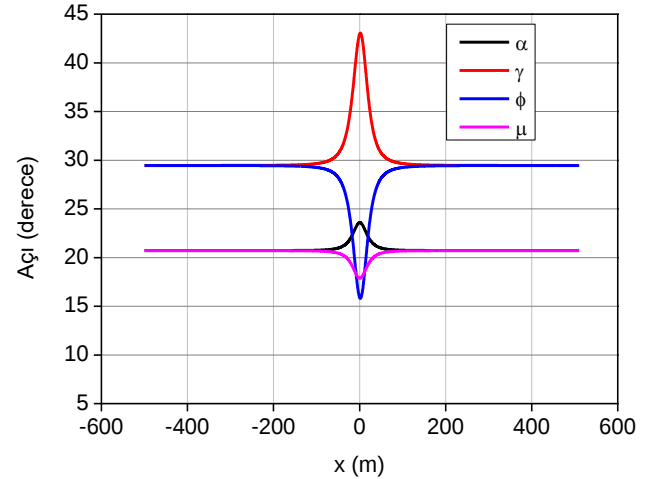
#### 4.2. Aracın Virajdaki Dinamik Davranışları

Aracın yüksüz ve tam yük şartlarında Eşitlik (45) ile tanımlı bir yol üzerinde sabit hızlar ile hareket ederken sergilediği yalpalanmalar Şekil 4 ve Şekil 5 te  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\phi$  ve  $\mu$  açılarının değişimi cinsinden gösterilmiştir. Araç yüksüz iken kritik devrilme hızı 19.2 m/s olarak, tam yükte iken 18.22 m/s olarak belirlenmiştir. Kritik hızlar virajın en dar olduğu yerde sağdaki tekerleğin yere temas basıncının sıfıra düştüğü hızlardır. Bu hızların üzerinde taşıt devrilme sürecine girmektedir. Aracın davranışları  $x=-500$  m ile  $x=+500$  m arasında incelenmiştir. Başlangıç noktası  $x=-500$  m gibi büyük bir değer olmadığı sürece gerçekçi sınır şartları belirlemek mümkün olmamaktadır. Virajın en dar yeri  $x=0$  da olup burada eğrilik yarıçapı 25 m ye düşmektedir. Şekil 4 ten görüldüğü üzere araç yüksüz iken  $\gamma$  ve  $\phi$  açılarının değişimi  $x=-200$  m civarında belirgin hale gelmektedir. Araç yüklü olduğu zaman  $\gamma$  ve  $\phi$  açılarının değişimi  $x=-200$  m den daha önce belirgin hale gelmektedir. Bu açıların sınır değerleri  $x=0$  in çok az sağında ortaya çıkmaktadır. Araç yüksüz iken  $\alpha$  ve  $\mu$  açılarının değişimi  $x=-150$  m civarında belirgin hale gelmektedir. Araç yüklü olduğu zaman değişim  $x=-200$  m den önce belirginleşmektedir. Bu açıların maksimum değerleri de  $x=0$  in çok az sağında ortaya çıkmaktadır. Salıncak yayının yay sabiti belirlenirken dikkat edilmesi gereken önemli hususlardan bir tanesi soldaki yayın virajdaki minimum uzunluğudur. Bu yayın minimum uzunluğunu  $\phi$  açısının minimum değeri tayin etmektedir. Her iki şekilden görüldüğü üzere  $\phi$  açısı aşırı azalmalar sergilemektedir. Yüksüz ve tam yük şartlarında  $\phi$  açısının minimum değerleri 15.82 derece ve 8.76 derece olarak belirlenmiştir. Buna göre tam yükte virajın en dar yerinde soldaki salıncak yayının uzunluğu 89 mm ye düşmektedir. Bu durumda yayın sarımları arasındaki boşluk sıfıra düşmekte ve mekanik temas hali ortaya çıkmaktadır. Kullanılan yayın yay sabiti 32000 N/m olup bu değer kritik bir değer olduğu görülmektedir. Yay sabiti daha da arttırılırsa taşıtın konforundan taviz vermek, daha da azaltılırsa virajda gidiş hızından taviz vermek gerekmektedir. Yay sabitinin matematik tanımı

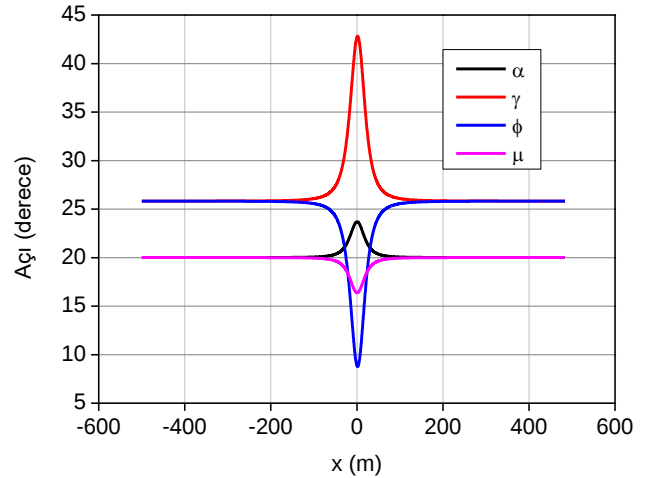
$$k = \frac{dF}{dl} \text{ şeklinde verilmektedir. Eğer } k \text{ sabitse bu}$$

yaylara lineer yay denmektedir. Hem konforu yüksek hem de viraj alma hızı yüksek bir taşıtın tasarlanabilmesi için lineer olmayan bir yay kullanmak gerekmektedir. Lineer olmayan yaylarda k sabit olmayıp esneme miktarı ile değişim göstermektedir. Lineer olmayan yayların farklı çeşitleri bulunmaktadır. Sarımlarının çapı veya tel çapı değişken olan yayalar

lineer olmayan yaylardır. Tel çapı ve sarım çapı aynı olup sarım sıklığı değişen yaylar lineer olmayan yayların bir diğer şekli olup otomotiv sektöründe bunlar daha çok kullanılmaktadır. Viraj denge çubuğu olarak adlandırılan elemanlar da devrilmeyi önlemek için kullanılan teknolojilerden olup, belirli bir yalpa açısını sonra salıncağa ilave kuvvet uygulayarak taşıtın devrilmesini önlemektedir.



Şekil 4. Yüksüz Aracın Kritik Hızda Virajdaki Davranışları



Şekil 5. Tam Yüklü Aracın Kritik Hızda Virajdaki Davranışları

Şekil 4 ve Şekil 5 ten görüldüğü üzere araç  $x=0$  civarında iken yüksüz ve tam yük şartlarda  $\mu$  açısı 17.87 derece ve 16.4 derece olmaktadır. Bu açılar sol tekerleğin yere basan kısmının yarıçapının yaklaşık 74 ve 94 mm küçülmesine karşılık gelmektedir. Bu ölçüde bir ezilme tekerleğin yay sabitinin yetersiz olduğunu göstermekle birlikte, tekerleğin yay sabiti yüklü şartlarda  $k_w = 2 \times 150000$  N/m değerine yükseltildiğinde bile ezilme 72 mm civarında olmaktadır. Bu netice tekerleğin yanak genişliğinin en az 150 mm gibi bir değere haiz olmasını gerektirmektedir. Mevcut taşıtlarda ise tekerleklerin yanak genişliği 120 mm yi

geçmemektedir. Bu netice tekerleğin yay sabitinin lineer kabul edilmesinin bir miktar hataya sebep olduğunu göstermektedir. Hakikatte tekerleğin ezilmesi zemin kuvveti ile lineer değişmemektedir. Tekerleğe etkiyen zemin kuvveti arttıkça tekerleğin  $k_w$  değeri artış göstermektedir. Bu sebeple  $\mu$  açısının yüksüz ve yüklü şartlarda 17.87 ve 16.4 dereceye düşmesi mümkün değildir. Wang ve arkadaşları (Wang ve diğ., 2021) tekerleklerin yay sabitinin yüke bağlı olarak değişimini belirlemek için yaptıkları bir deneysel çalışmanın bulgularını bir grafik ile göstermişlerdir. Tablo 3 ten ve Şekil 5 ten görüldüğü üzere tam yükte ve düz yolda  $\alpha$  açısı 20.00 derece iken  $x=0$  m civarında 23.7 dereceye yükselmektedir. Sağ tekerleğin yere basan kısmının yarıçapı yaklaşık 45 mm genişlemekte ve tekerleğe etkiyen zemin kuvveti sıfıra düşmektedir.

Şekil 6 da ve Şekil 7 de aracın kritik hızla yüksüz ve tam yükte Eşitlik (45) ile tanımlanan virajda ilerlerken tekerleklerine etkiyen zemin kuvvetleri görülmektedir. Aynı şekiller üzerinde Eşitlik (22) ile tanımlanan ivme kuvveti vektörünün eğimi de gösterilmiştir. Yüksüz taşıt düz yolda 19.2 m/s hız ile ilerlerken tekerleklere etkiyen zemin kuvveti 7060 N olup,  $x=0$  m civarında sağ tekerleğe etkiyen zemin kuvveti sıfıra düşmekte, sol tekerleğe etkiyen zemin kuvveti 14004 N ye yükselmekte ve devrilme başlangıcı ortaya çıkmaktadır. Şekilde 6 da görülememekle birlikte bu şartlarda eğim

$$E_a = \frac{\rho g}{V^2} = 0.668 \text{ olmaktadır. Yüklü taşıt düz yolda}$$

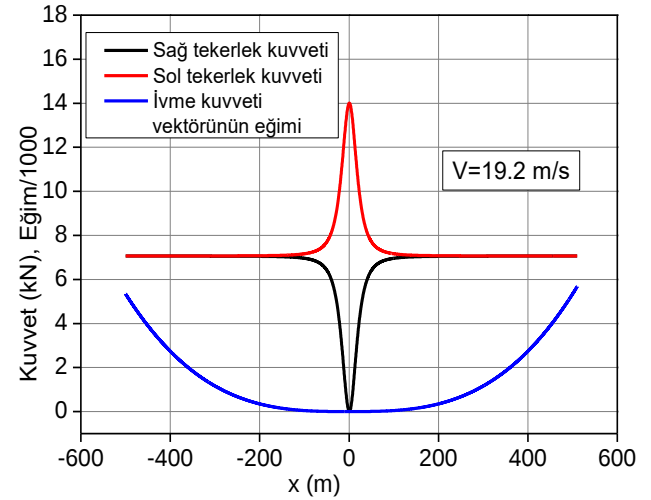
18.22 m/s hızla ilerlerken tekerleğe etkiyen zemin kuvveti 9020 N olup  $x=0$  m civarında sağ tekere etkiyen zemin kuvveti sıfıra düşmekte, sol tekere etkiyen zemin kuvveti 17907 N ye yükselmekte ve devrilme başlangıcı ortaya çıkmaktadır. Şekil 7 de görülmemekle birlikte bu

durumda eğim  $E_a = \frac{\rho g}{V^2} = 0.688$  olmaktadır. Taşıtın geometrisinden Şekil 2 de görülen  $\sigma$  açısının tanjantı

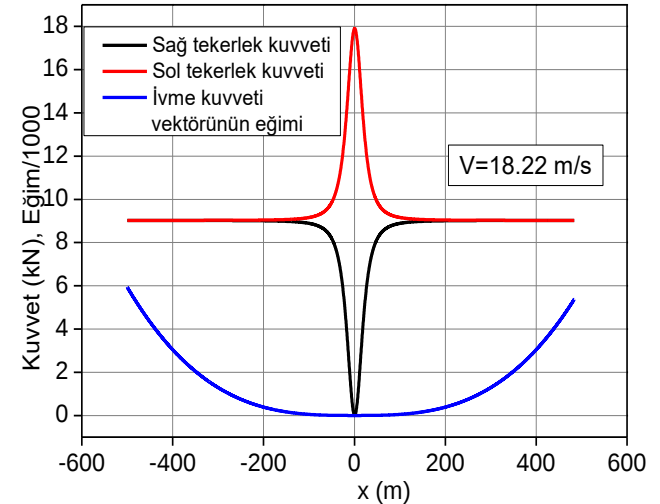
$$tg\sigma \approx \frac{OW}{\left(\frac{cg \text{ nin yerden } }{yüksekliği}\right)} \approx \frac{OW}{R_w + S_{gb}} = 0.875 \quad (63)$$

olarak hesaplanır.  $E_a < tg\sigma$  durumunun ortaya çıkması aracın gövdesine etkiyen ivme kuvveti vektörünün taşıtı devirmeye çalışan net bir moment ürettiğini göstermektedir. Bu sebeple  $E_a < tg\sigma$  eşitsizliği yaklaşık bir devrilme kriteri olarak kullanılabilir. Kritik hızda, yüksüz durumda taşıtın toplam ağırlığı 14126 N iken virajın en dar yerinde sol tekere binen yük 14004 N, kritik hızda yüklü durumda taşıtın toplam ağırlığı 18050 N iken virajın en dar yerinde sol tekere binen yük 17907 N olmaktadır. Her iki durumda sol tekere binen yük taşıtın toplam ağırlığından çok küçük bir miktarda eksik

kalmaktadır. Bu farkın sebebi net olarak belirlenememiş olmakla birlikte dinamik bir kuvvetin etkisi olabilir.



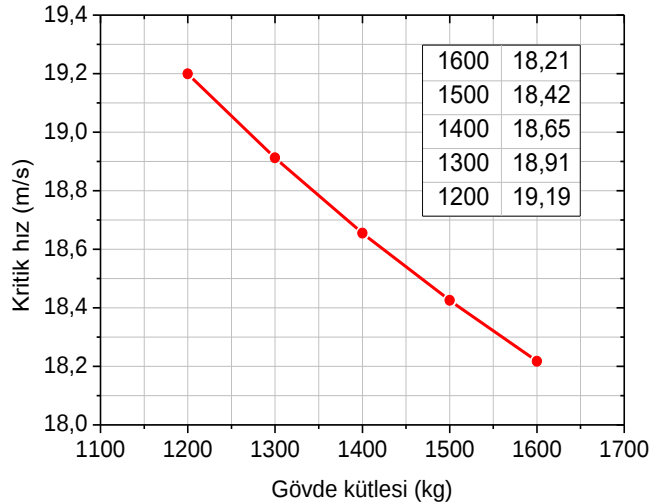
Şekil 6. Yüksüz Araçta Kritik Hızda Zemin Kuvvetleri ve İvme Kuvveti Vektörünün Eğimi



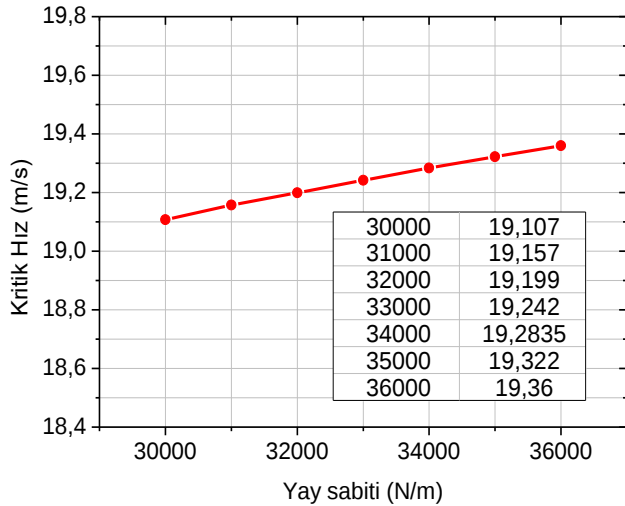
Şekil 7. Tam Yüklü Araçta Kritik Hızda Zemin Kuvvetleri ve İvme Kuvveti Vektörünün Eğimi

Şekil 8 de kritik hızın gövdenin kütlesi ile değişimi verilmektedir. Gövdenin kütlesi taşıta bindirilen yük nedeni ile değişmektedir. İncelemeler yine Eşitlik (45) ile tanımlanan yol kullanılarak yapılmıştır. Şekilden görüldüğü üzere büyük yüklerde devrilme daha küçük hızlarda olabilmektedir. Bununla birlikte taşıtın kütlesi %33 değişirken taşıtın devrilme hızının değişimi % 5.5 seviyesinde kalmaktadır. Devrilme hızının yük artarken değişiminin başlıca sebebi gövdenin maruz olduğu merkezci ivmeden doğan atalet kuvvetidir. Salıncaklara etkiyen atalet kuvvetlerinin de devrilme üzerinde etkisi vardır. Şekilden görüldüğü üzere yük artarken hız eğrisinin eğimi biraz azalış sergilemektedir. Arabanın ağırlık merkezinin değişmesi, salıncakların ağırlık merkezinin değişmesi ve tekerlekler arasındaki mesafenin değişmesi hız eğrisinin eğiminin azalması üzerinde etkili olabilecek faktörlerdir.

Şekil 9 da devrilme hızının salıncak yayının sertliğinin (yay sabiti) değişimi ile ilişkisi görülmektedir. İnceleme Eşitlik (45) ile verilen yol profili ile yapılmıştır. Taşıt kütlesi 1200 kg olarak seçilmiştir. Diğer girdiler Tablo 1 ve 2 de mevcuttur. Şekilden görüldüğü üzere yay sabitinin artması devrilmeyi geciktirmektedir. Yay sabiti 30 kN den 36 kN ye değişirken devrilme hızının gecikmesi % 1.3 kadar olmaktadır. Yay sabiti artarken devrilme hızı eğrisi yavaşlayan bir artış göstermektedir. Bu yavaşlama kütle merkezinin değişiminden kaynaklanabilir.



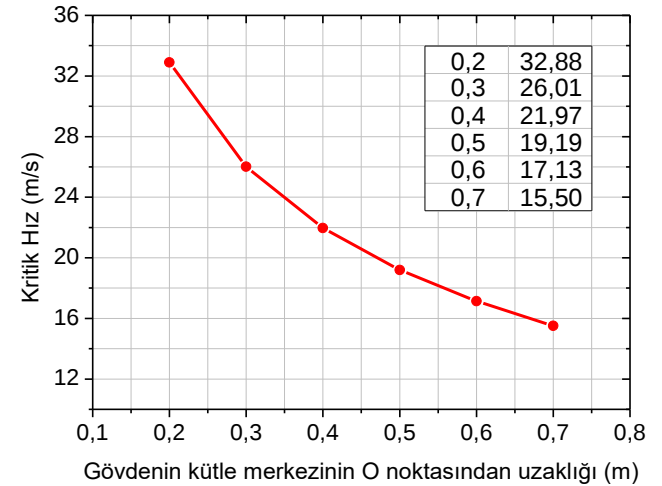
Şekil 8. Gövdenin Kütlesinin Kritik Hıza Etkisi



Şekil 9. Kritik Hızın Salıncak Yay Sabiti İle Değişimi

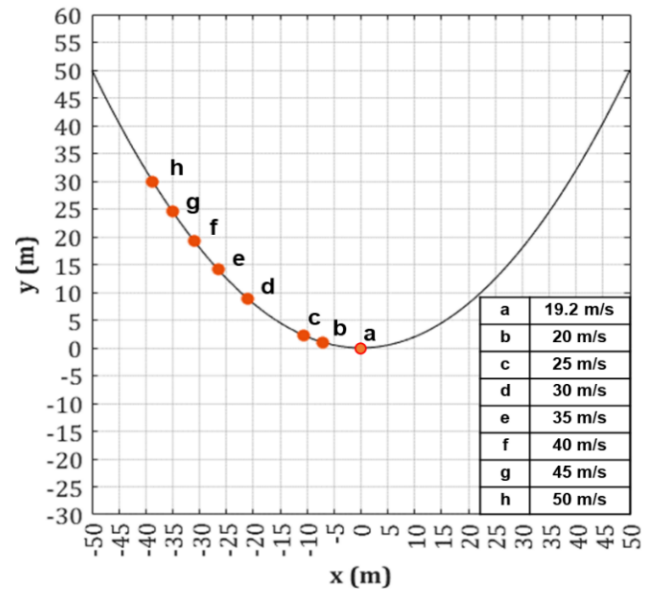
Taşıtların virajlarda devrilme kritik hızının artırılması için kullanılabilecek en etkili yöntem kütle merkezinin yüksekliğinin azaltılmasıdır. Kütle merkezinin yüksekliği azalırken moment kolu kısalmakta, neticede gövdenin kütle atalet momenti de azalmaktadır. Bu durum taşıtın devrilme ivmesini azaltmaktadır. Ancak önceden belirtildiği gibi atalet momentinin değişimini hesaba katmak zor bir iş olup, bu analizde gövdenin kütle atalet momenti sabit kabul edilmektedir. Gövdeye etkiyen atalet kuvvetinin moment kolu Şekil 2 de

görülen O noktası ile gc noktasının arasında kalan mesafedir. Kütle atalet momenti sabit tutularak atalet kuvvetinin moment kolu azaltılırsa virajdaki devrilme kritik hızının değişimi Şekil 10 da görüldüğü gibi olmaktadır. Şekil 10 da kullanılan veriler 1200 kg taşıt gövde kütlesi için elde edilmiştir. Şekilden görüldüğü üzere gövdenin kütle merkezinin O noktasından uzaklığı azalırken kritik hız ivmelenen bir artış sergileyerek aracın istikrarını iyileştirmektedir.



Şekil 10. Gövdenin Kütle Merkezinin O Noktasından Uzaklığının Kritik Hıza Etkisi

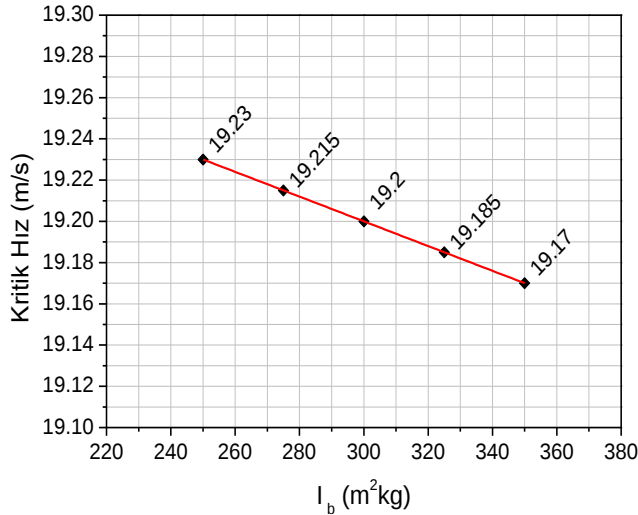
Şekil 11 de yüksüz taşıtın devrilme noktasının taşıt hızına göre değişimi verilmektedir. Görüldüğü üzere taşıt hızı 19.2 m/s iken  $x=0$  civarında devrilme meydana gelmektedir. Hız artarken devrilmeyen  $x=0$  dan daha önceleri vuku bulduğu görülmektedir. Hız 50 m/s olursa devrilme  $x=-39$  m noktasında meydana gelmektedir.



Şekil 11. Taşıt Hızının Devrilme Noktasına Etkisi

Şekil 12 de taşıt gövdesinin ağırlık merkezi ile O noktası arasındaki mesafenin aynı kalması şartıyla, gövdenin kütle atalet momentindeki değişimin kritik hıza etkisi

görülmektedir. Kütle merkezinin yeri O noktasına göre değişmediği halde kütle atalet momentinin değişmesinin sebebi yükü taşıyan yan tarafına doğru genişlemesinden olabilir. Gövdenin kütle atalet momentinin değişimi ile taşıyan istikrarı çok hızlı bir değişim göstermemektedir. Gövdenin kütle atalet momenti 250 m<sup>2</sup>kg dan 350 m<sup>2</sup>kg a artarken kritik hız 19.23 m/s den 19.17 m/s ye düşmektedir.



Şekil 12. Gövde Atalet Momentinin Kritik Hıza Etkisi

## 5. Sonuçlar

Yüksüz iken toplam kütlesi (gövde ile tekerlek-süspansiyon sisteminin toplam kütlesi) 1440 kg, yüklü iken 1840 kg olan bir taşıyan eğrilik yarıçapı 25 m ye kadar düşüş gösteren bir yolda 18 m/s den daha hızlı gidebilmesi için salıncak yayı sabitinin 32000 N/m den daha büyük olması gerekmektedir. Söz konusu taşıyan daha hızlı kullanılabilmesi için lineer olmayan yay kullanmak gerekmektedir.

- Yay sabitinin artma yönündeki değişimi taşıyan devrilme riskini çok düşük seviyede etkilemektedir.
- Araç kütlesinin artması devrilme riskini az miktarda arttırmaktadır.
- Yüksüz iken toplam kütlesi 1440 kg olan bir aracın tekerleklerinin yay sabiti 100000-150000 N/m civarında tahmin edilmektedir.
- İvme kuvveti vektörünün eğimi taşıyan kütle merkezini tekerleğin tabanına birleştiren doğrunun eğiminden daha az ise devrilme şartları oluşmaktadır.
- Gövdenin kütle merkezinin aşağı çekilmesi devrilme riskini azaltan en önemli faktördür.
- Geliştirilen simülasyon programı bir saniyeden daha az bir süre içinde 1000 m uzunluğundaki bir virajlı yolda dinamik simülasyon işlemini tamamlamaktadır.
- Taşıyan gövdesinin ağırlık merkezinin moment alma noktasından uzaklığı sabit kaldığı sürece gövdenin

kütle atalet momentinin değişmesi kritik hızı çok az etkilemektedir.

- Taşıyan kritik hızın üstündeki hızlarda kullanılırsa devrilme noktasının hızla bağlı olarak yer değiştirmesi çok ani olmaktadır.

## Araştırmacıların Katkısı

| Yazar adı ve soyadı | Katkı                                                         |
|---------------------|---------------------------------------------------------------|
| Halit KARABULUT     | Fiziki mekanizma ve matematik modelin oluşturulması           |
| Emre YILDIRIM       | Analizlerin gerçekleştirilmesi ve literatür araştırması       |
| Mesut DÜZGÜN        | Kontrol, uyarılma ve revizyon süreçlerinin gerçekleştirilmesi |
| Kazım Melih TURGUT  | Analizlerin gerçekleştirilmesi ve bulguların elde edilmesi    |

## Çıkar Çatışması

Yazarlar tarafından herhangi bir çıkar çatışması beyan edilmemiştir.

## Kaynaklar

- Anh, N. T. (2020). Predict the rollover phenomenon of the vehicle when steering. *International Journal of Mechanical & Mechatronics Engineering*, 20(5), 31-40. <https://www.ijens.org/ijmme.html>
- Cheng, C., & Cebon, D. (2011). Parameter and state estimation for articulated heavy vehicles. *Vehicle System Dynamics*, 49(1-2), 399-418. <https://doi.org/10.1080/00423110903406656>
- Das, R. K., Hossain, M. A. M., Islam, M. T., & Banik, S. C. (2022). Vehicle dynamics, lateral forces, roll angle, tire wear and road profile states estimation—A review. *International Journal for Engineering Modelling*, 35(2), 65-89. <https://doi.org/10.31534/engmod.2022.2.ri.05b>
- Ertlmeier, R., & Spannus, P. (2008, July). *Expanding design process of the Air bag Control Unit (ACU)—Connection of active and passive safety by using vehicle dynamics for rollover and side crash detection*. In 2008 International Workshop on Intelligent Solutions in Embedded Systems (pp. 1-9). IEEE. <https://doi.org/10.1109/WISES.2008.4623309>
- Garcia Guzman, J., Prieto Gonzalez, L., Pajares Redondo, J., Montalvo Martinez, M. M., & Boada, M. J. (2018). Real-time vehicle roll angle estimation based on

- neural networks in IoT low-cost devices. *Sensors*, 18(7), 2188. <https://doi.org/10.3390/s18072188>
- Gillespie, T. (2021). *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. SAE International. ISBN: 978-1-4686-0176-3.
- Hamblin, B. C., Martini, R. D., Cameron, J. T., & Brennan, S. N. (2006). *Low-order modeling of vehicle roll dynamics*. In *Proceedings of the American Control Conference* (pp. 4008-4015). <https://doi.org/10.1109/ACC.2006.1657345>
- Hac, A., Brown, T., & Martens, J. (2004). Detection of vehicle rollover. *SAE Technical Paper*, 2004-01-1757. <https://doi.org/10.4271/2004-01-1757>
- Jalali, M., Hashemi, E., Khajepour, A., Chen, S. K., & Litkouhi, B. (2018). Model predictive control of vehicle roll-over with experimental verification. *Control Engineering Practice*, 77, 95-108. <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2018.04.008>
- Jeong, H. B., You, S. H., Kang, H. H., & Ahn, C. K. (2017, November). *Vehicle roll angle and bank angle estimation using FIR filtering*. In *Eighth International Conference on Intelligent Control and Information Processing (ICICIP)*, pp. 348-352. IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICICIP.2017.8113969>
- Jung, J., Shim, T., & Gertsch, J. (2009). A vehicle roll-stability indicator incorporating roll-center movements. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 58(8), 4078-4087. <https://doi.org/10.1109/TVT.2009.2021420>
- Karabulut, H., Öztürk, E., & Cinar, C. (2011). Dynamic modeling and investigation of vibrations of a single cylinder four-stroke diesel engine. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 26(1), 173-183. <https://dergipark.org.tr/en/pub/gazimmfd>
- Menhour, L., Koenig, D., & d'Andréa-Novel, B. (2012). Road bank and vehicle roll angles estimation based on proportional-integral observer. *IFAC Proceedings Volumes*, 45(20), 1185-1190. <https://doi.org/10.3182/20120829-3-MX-2028.00075>
- National Highway Traffic Safety Administration, 2010. *Traffic Safety Facts: 2008 Data*, DOT HS 811 368, 12 pp, <https://crashstats.nhtsa.dot.gov/Api/Public/ViewPublication/811659>
- Nguyen, D. N., & Nguyen, T. A. (2023). Investigate the relationship between the vehicle roll angle and other factors when steering. *Modelling and Simulation in Engineering*, 2023, 1-15. <https://doi.org/10.1155/2023/6069078>
- Öztürk, E., Karabulut, H. (2012). Dynamic and vibration analysis of a single cylinder diesel engine. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 27(3), 491-500. <https://dergipark.org.tr/en/pub/gazimmfd>
- Putgül, Y., & Altıparmak, D. (2016). Vehicle suspension system types and their effects on front axle geometry. *Journal of Polytechnic*, 19(2), 195-202. <https://doi.org/10.2339/2016.19.2.195-202>
- Rajamani, R. (2012). *Vehicle dynamics and control*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-1433-9>
- Rajamani, R., Piyabongkarn, D., Tsourapas, V., & Lew, J. Y. (2011). Parameter and state estimation in vehicle roll dynamics. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 12(4), 1558-1567. <https://doi.org/10.1109/TITS.2011.2164246>
- Rahimi, S., & Naraghi, M. (2018). Design of an integrated control system to enhance vehicle roll and lateral dynamics. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 40(5), 1435-1446. <https://doi.org/10.1177/0142331216685389>
- Ryu, J., & Gerdes, J. C. (2004). *Estimation of vehicle roll and road bank angle*. In *Proceedings of the 2004 American Control Conference* (Vol. 3, pp. 2110-2115). <https://doi.org/10.23919/ACC.2004.1383772>
- Simon, D. (2001). Kalman filtering. *Embedded Systems Programming*, 14(6), 72-79. [https://engagedscholarship.csuohio.edu/enece\\_facpub/138](https://engagedscholarship.csuohio.edu/enece_facpub/138)
- Solmaz, H., & Karabulut, H. (2015). A mathematical model to investigate effect of misfire and cyclic variations on crankshaft speed fluctuations in internal combustion engines. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 29(4), 1493-1500. <https://doi.org/10.1007/s12206-015-0322-8>
- Trafik Güvenliği Dairesi Başkanlığı. (2020). *Montaj Şartları ve Karayolu Trafik İşaretleme Standartları-1*.
- Wang, C., Wang, Z., Zhang, L., Cao, D., & Dorrell, D. G. (2021). A vehicle rollover evaluation system based on enabling state and parameter estimation. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 17(6), 4003-4013. <https://doi.org/10.1109/TII.2020.3012003>
- Xiao, F., Hu, J., Zhu, P., & Deng, C. (2023). Chassis coordinated control based on ideal roll angle to improve vehicle stability. *Vehicle System Dynamics*,

61(8), 2074-2102.  
<https://doi.org/10.1080/00423114.2022.2101479>

Xu, L., & Tseng, H. E. (2007). Robust model-based fault detection for a roll stability control system. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 15(3), 519-528.  
<https://doi.org/10.1109/TCST.2006.890287>

Yu, G., Wang, D., Li, Q., Wang, P., & Wang, Y. (2013). Road bank estimation for bus rollover prediction. *Applied Mathematics & Information Sciences*, 7(5), 2027.  
<http://dx.doi.org/10.12785/amis/070543>

Zhang, X., Yan, Y., Guo, K., Yang, Y., & He, G. (2022). Vehicle roll centre estimation with transient dynamics via roll rate. *Vehicle System Dynamics*, 60(2), 699-717.  
<https://doi.org/10.1080/00423114.2020.1838565>

Zhang, N., Dong, G. M., & Du, H. P. (2008). Investigation into untripped rollover of light vehicles in the modified fishhook and the sine maneuvers. Part I: Vehicle modelling, roll and yaw instability. *Vehicle System Dynamics*, 46(4), 271-293.  
<https://doi.org/10.1080/00423110701344752>