




Türkiye’de İspat Kavramı Üzerine Matematik Eğitimi Alanında Hazırlanmış Lisansüstü Tezlerin Yönelimlerinin İncelenmesi: Bir Araştırma Sentezi Çalışması

Elif Ceren SAKALLI DOĞRU¹  Adem EROĞLU²  Nurullah YAZICI³ 

¹(Sorumlu yazar) Öğretmen, MEB, ecerensa92@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-5458-3358

²Dr., Gaziosmanpaşa Üniversitesi, adem.eroglu@gop.edu.tr, ORCID ID: 0000-0001-6609-5901

³Doç. Dr., Gaziosmanpaşa Üniversitesi, yazicinurullah@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-5594-8347

Makale Bilgisi	ÖZET
<p>Geliş Tarihi: 04.02.2024</p> <p>Kabul Tarihi: 29.03.2024</p> <p>© UEAD 2024 Tüm hakları saklıdır.</p>	<p>Bu çalışma, matematik eğitimi alanında ispat kavramı ile ilgili lisansüstü tezlerin yönelimlerini belirlemek için yapılmış bir araştırma sentezi çalışmasıdır. Çalışma, 2010 ve 2023 yılları arasında yapılan tezleri kapsamaktadır. Çalışma için Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi’nden “ispat, kanıt ve proof” anahtar kelimeleriyle tarama yapılmıştır. Çalışma, nitel araştırma yöntemlerinden araştırma sentezi yöntemi ile yürütülmüş olup veri toplama yöntemi olarak doküman inceleme yapılmıştır. Kullanılan veri toplama aracında araştırmanın alt problemleri kullanılmıştır. Veri toplama aracında tezlerin “yılı, türü, dili, amacı, örneklem türü, örneklem büyüklüğü, araştırma yöntemi, veri toplama aracı ve sonucu” bilgilerine yer verilmiştir. Sınıflandırılan tezlerden elde edilen veriler tablo haline getirilmiş, frekans ve yüzde değerleri verilerek sunulmuştur. Yıllara göre dağılımlarında en fazla tezin 2017 ve 2019 yıllarında yayımlandığı görülmüştür. İncelenen tezler örneklem grubu olarak en fazla öğretmen adaylarını tercih etmişlerdir. Tezlerin sıklıkla küçük örneklem gruplarını tercih ettiği görülmüştür. İncelenen tezler, en fazla nitel yöntemlerden durum çalışması modelini kullanmışlardır. Veri toplama aracı olarak en fazla görüşme tekniği kullanılmıştır. İncelenen tezlerden elde edilen sonuçlara bakıldığında, tezlerin büyük bir kısmında katılımcıların ispat yapma konusunda zorluklar yaşadığı görülmektedir. İspat yapma sürecinde sınırlılık, ispata yönelik kavramsal bilgilerde eksiklik, ispat kavramının öneminin farkında olmama ve matematiksel dili iyi kullanamama karşılaşılan zorluklara örnek olarak verilebilir.</p> <p>Anahtar Sözcükler: İspat, matematik eğitimi, araştırma sentezi, lisansüstü tez.</p>

Investigation of the Tendencies of Graduate Theses Prepared In the Field of Mathematics Education On the Concept of Proof In Turkey: A Research Synthesis Study

Article Information	ABSTRACT
<p>Received: 4 February 2024</p> <p>Accepted: 29 March 2024</p> <p>© UEAD 2024 All rights reserved.</p>	<p>This study is a research synthesis study conducted to determine the tendencies of postgraduate theses related to the concept of proof in mathematics education. The study covers the theses made between 2010 and 2023. For the study, the keywords “ispat, kanıt, and proof” were searched from the National Thesis Center of the Council of Higher Education. The study was carried out with the research synthesis method, one of the qualitative research methods, and document analysis was used as a data collection method. The sub-problems of the research were used in the data collection tool. In the data collection tool, the information of “year, type, language, purpose, sample type, sample size, research method, data collection tool and result” of the theses were included. The data obtained from the classified theses were tabulated and presented by giving frequency and percentage values. In the distribution by years, it was seen that most theses were published in 2017 and 2019. The theses examined mostly preferred the pre-service teachers as the sample group. The observed theses often prefer small sample groups. They examined mostly used the case study model, one of the qualitative methods. They used the interview technique the most as a data collection tool. When we look at the results obtained from the theses examined, we saw that the participants have difficulties in proving most of the theses. Limitations in the process of proof, lack of conceptual knowledge about proof, not being aware of the importance of the concept of proof, and not using mathematical language well are examples of difficulties encountered.</p> <p>Keywords: Proof, mathematics education, research synthesis, graduate thesis.</p>

Kaynakça Gösterimi: Sakallı Doğru, E. C., Eroğlu, A., & Yazıcı, N. (2024). Türkiye’de ispat kavramı üzerine matematik eğitimi alanında hazırlanmış lisansüstü tezlerin yönelimlerinin incelenmesi: Bir araştırma sentezi çalışması. *Ulusal Eğitim Akademisi Dergisi (UEAD)*, 8(1), 29-53.

Citation Information: Sakallı Doğru, E. C., Eroğlu, A., & Yazıcı, N. (2024). Investigation of the tendencies of graduate theses prepared in the field of mathematics education on the concept of proof in Turkey: A research synthesis study. *National Journal of Education Academy*, 8(1), 29-53.

1. GİRİŞ

İnsanları diğer canlılardan ayıran en önemli özellik düşünebilme yeteneğidir. Düşünebilme, bir diğer adıyla muhakeme yapma özelliği sayesinde insanlar olaylar hakkında çıkarımda bulunabilir ve yorum yapabilir. Şüphesiz ki bireylerin düşünme özelliğini geliştiren en önemli disiplinlerden biri matematiktir (Umay, 2003). Matematik düşünme alışkanlığı, düşünmeyi öğrenme biçimidir (Baki vd., 2002). Matematiğin en önemli amaçlarından biri sorgulayan yani neden ve nasıl sorularını soran ve bunlara cevap arayan muhakeme yeteneği yüksek bireyler yetişmesine destek olmaktır (Altıparmak & Öziş, 2005). Matematiğin problem kurma, problem çözme, sembol kullanma, genellemeler yapma ve kanıtlama gibi kendine has etkinlikleri vardır (Baki, 2014). Matematik güçlü bir iletişim aracı olmakla birlikte kendine has dili olan bir sistemdir (Uğurel, 2010). Bu sistemin esas iki parçası muhakeme ve ispattır (Schoenfeld, 1994).

İspat kavramının matematiğin ve matematik öğrenmenin merkezinde yer aldığı birçok matematik eğitimcisi ve matematikçi tarafından hem fikir olunan bir konudur (Hanna, 2000; Harel & Sowder, 1998; Ko, 2010; Tall, 1991). Türk Dil Kurumuna [TDK] (2023) göre ispat “Tanıt ve kanıt göstererek bir şeyin gerçek yönünü ortaya çıkarma, kanıtlama, tanıtlama, tanıt” olarak tanımlanmıştır. National Council of Teacher of Mathematics’ e [NCTM] (2000) göre ispat kavramı, bireyin akıl yürütme faaliyetlerini kurallarına uygun bir biçimde gerekçelendirerek ifade etmesi olarak tanımlanmış iken Stylianides’ e (2007) göre ispat, matematiksel bir iddianın doğruluğunu ya da yanlışlığını ortaya koymak üzere birbiriyle bağlantılı savlar dizisidir. Hersch (1993), ispatı bir olayın ya da durumun doğru olup olmadığının denenmesi olarak tanımlamıştır. Literatürde farklı tanımlar olsa da ispat bir ifadenin doğru ya da yanlış olduğunu matematiksel kurallar çerçevesinde gösterme işlemidir diyerek ortak bir tanımlamadan bahsedilebilir. Farklı tanımlamalar ve görüşlerin olması ispat kavramının değişik bakış açılarıyla güçlenmesini sağlamaktadır (Sezen Yüksel, 2020). Farklı bilim alanlarında nihai amaç bilimsel bilginin doğruluğunu ispatlamak iken (Dede & Karakuş, 2014) bir matematikçi için doğruluğun ya da yanlışlığın nedeni de önemlidir (Hanna, 2000). Araştırmacılar tarafından ispatı yapılmış teoremler için alternatif ispat yollarının düşünülmesi, ispatın amacının yalnızca teoremlerin doğruluğunun gösterilmesi olmadığını düşündürmektedir (Aksoy, 2020). İspat, bir durumun yalnızca sonucunu göstermek yerine matematiksel bağlantıları nedenleri de göstermektedir (Altıparmak & Öziş, 2005; Dede & Karakuş, 2014; Hanna, 2000). İspat sayesinde matematiksel bilgi formülize edilir ve bulgular sistematikleştirilir (Hanna, 1990).

Merak eden ve sorgulayan insanın karşısındaki kişiye elde ettiği bilgileri kabul ettirme eğilimi, ispatlama becerisinin gerekliliğini ortaya koymaktadır (Üstüngün, 2020). NCTM (2000, s.56), ispat kavramının önemini altını çizerek akıl yürütme ve ispat standartlarıyla ilgili tüm yaş grubundaki (seviyedeki) öğrencilerin “İspat ve matematiksel muhakeme kavramının matematiğin merkezinde olduğunu anlama, matematiksel varsayımlar yapma ve bu varsayımların doğruluğunu araştırma, matematiksel argümanlar ve ispatlar geliştirme ve doğruluklarını araştırma, farklı akıl yürütme ve ispat türlerini ve yöntemlerini bilme ve kullanma” hedeflerini gerçekleştirmelerini sağlayan imkânlarla karşılaşmaları

gerektiğini ifade etmişlerdir. Common Core State Standarts Initiative [CCSSI] (2010) ise matematiksel muhakeme ve ispat etkinliklerini her yaş seviyesinde (anaokulundan lise son sınıfa kadar) soyut düşünme, uygulanabilir matematiksel argüman oluşturma, başkalarının argümanlarını kritik etme, açıklığa dikkat etme çağrısında bulunan “Matematik Uygulamaları için Standartlar” kabul ederek altını çizmiştir. Bunu destekler nitelikte NCTM (2000), matematik öğretiminde beş süreç standardından bahsetmektedir: Problem çözme, akıl yürütme ve ispat, iletişim, ilişkilendirme ve temsil. Bu standartlar matematik öğrenme alanının alt bileşenleri olarak değil sürecin tümünü destekleyen parçalar olarak düşünülmelidir (Van de Walle vd., 2016). Akıl yürütme ve ispat kavramının ayrı bir süreç olarak ele alınması matematik eğitiminde ispat kavramının önemini vurgular niteliktedir (Üstün, 2019).

Çağa ayak uydurmak isteyen ülkeler daha başarılı nesiller yetiştirmek için zamanla öğretim programlarında yenilikler yapmaktadırlar (İlhan & Arslaner, 2019). Ülkemizde matematik öğretim programı belli yıllarda güncellemelere uğramıştır. 2018 yılında yapılan öğretim programı güncellemesinde ispat kavramından direkt olarak bahsedilmese de “kanıta dayalı sonuçlar üretmek” (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018, s. 6) ve “problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilecek, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklikleri veya boşlukları görebilecektir” (MEB, 2018, s. 9) ifadeleri bireylere akıl yürütme yani ispat yapma becerisi kazandırmanın amaçlandığının altı çizilmektedir. MEB’in 2018 yılında yaptığı güncellemeler sonucunda ispat kavramına daha fazla önem verilmeye ve tüm yaş gruplarında anaokulundan lise sona kadar öğrenci seviyelerine göre ispat eğitimin bir parçası olmalıdır düşüncesi kabul edilmeye başlanmıştır (Turan, 2019).

Güncellenen öğretim programında üst düzey beceriler olan problem çözme, ilişkilendirme, akıl yürütme ve iletişim (MEB, 2018) bahsedilmiş olsa da ispat kavramına doğrudan yer verilmemesi altı çizilmesi gereken bir noktadır (Aylar, 2014). Bu durumda ispat kavramının öneminin yeterli düzeyde anlaşılmamış olabileceğinden bahsedilebilir. Bu çalışmayla ispat kavramı ile ilgili yapılan çalışmalar detaylı bir şekilde incelenerek ispat kavramının önemine vurgu yapmak amaçlanmıştır. İlgili literatür incelendiğinde matematiksel ispat kavramı çalışan araştırmaların sınıflandırıldığı iki çalışma görülmüştür. Öztürk vd. (2015) yaptıkları çalışmada 2012-2015 yılları arasında ortaokul öğretmenleri ve öğrencileri ile çalışma yapan, yalnızca nitel yöntem kullanılmış ulusal ve uluslararası lisansüstü tezleri incelemişlerdir. Bir diğer çalışma olan Öztürk ve Demirel’in (2022) çalışması ise Türkiye’de ispat çalışmalarını sistematik derleme yöntemiyle analiz edip ispat çalışılan tezlerin eğilimlerini ortaya çıkarmaktadır. Öztürk ve Demirel’in (2022) çalışmasında tezler beş alt problemle (çalışmanın yılı, amacı, yaklaşımı/yöntemi, örnekleme ve veri toplama araçları) sınıflandırılmıştır. Bu çalışma 2010-2023 yılları arasındaki matematik eğitimi alanında ispat çalışılan lisansüstü tezleri inceleyeceğinden Öztürk vd. (2015) çalışmasına göre yıl bakımından ve nitel, nicel ve karma yöntemle yapılan tüm çalışmaları dâhil etmesiyle ayrılmaktadır. Bu çalışma tezleri 9 alt problemle (yıl, tür, dil, amaç, örneklem türü, örneklem büyüklüğü, araştırma yöntemi, veri toplama araçları ve araştırmanın sonuçları) sınıflandırarak incelemesiyle Öztürk ve Demirel’in (2022) çalışmasından ayrışır. 2005 yılındaki öğretim programı güncellemesinde, alana özgü akıl yürütme kavramına vurgu yapılması (Özmentar vd., 2020) akıl yürütme ve ispat çalışmalarının önünü açmaya destek olmuştur. Gerek uluslararası yenilikler (NCTM, 2000; CCSSI, 2010), gerekse ülkemizde yapılan güncellemeler ışığında matematik eğitiminde ispat konusunda yapılan çalışmaların artış göstermesi bu çalışmanın gerekliliğini ortaya koymaktadır. Bu çalışma kapsamında “2010-2023 yılları arasında Türkiye’de matematik eğitimi alanında hazırlanmış ispat kavramı çalışılmış lisansüstü tezlerin yönelimleri

nasıldır?” sorusuna cevap aranmıştır. Bu araştırma problemi doğrultusunda cevap aranan alt problemler ise aşağıda verilmiştir.

Matematik eğitiminde ispat kavramı çalışılmış tezlerin,

1. Yıllara göre dağılımı nasıldır?
2. Yüksek lisans-doktora dağılımı nasıldır?
3. Çalışma yapılan dillere göre dağılımı nasıldır?
4. Amaçlarına göre dağılımları nasıldır?
5. Araştırma yöntemleri nasıldır?
6. Çalışılan örneklem türüne göre dağılımı nasıldır?
7. Çalışılan örneklem büyüklüğüne göre dağılımları nasıldır?
8. Kullanılan veri toplama araçlarına göre dağılımları nasıldır?
9. Araştırmaların sonuçlarına göre dağılımları nasıldır?

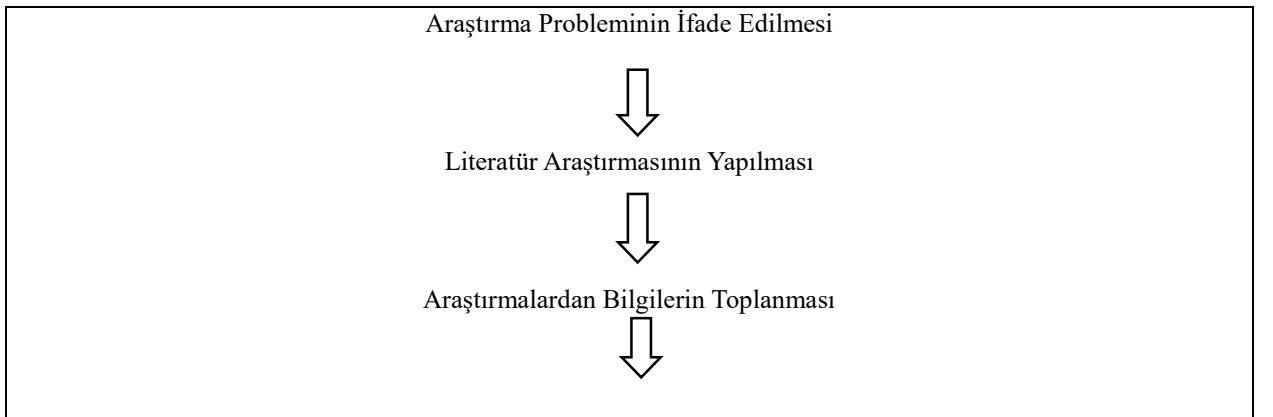
2. YÖNTEM

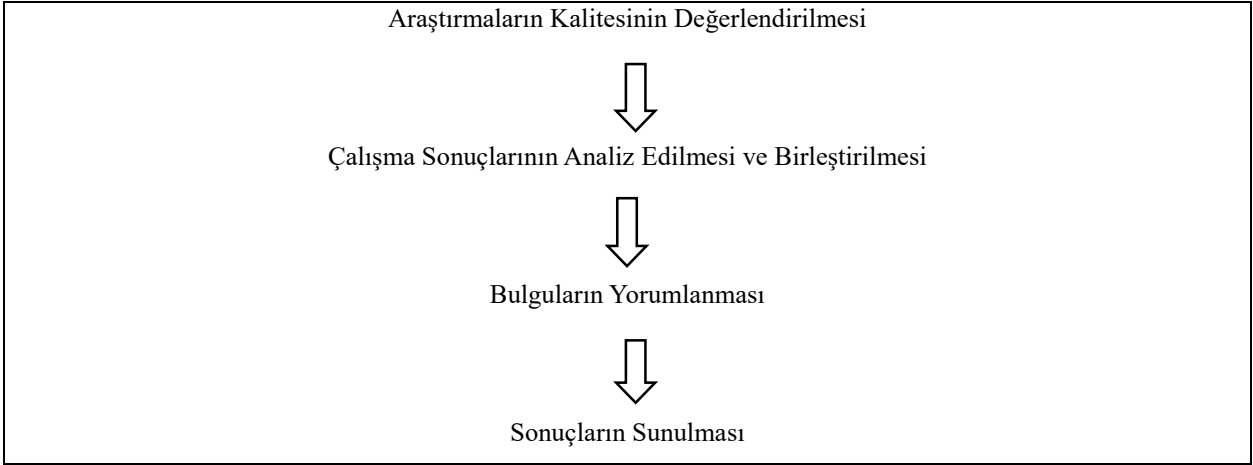
Çalışmanın bu bölümünde araştırma deseni, araştırma veri grubu, veri toplama süreci, veri toplama aracı ve verilerin analizine ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

2.1. Araştırma Deseni

Bu araştırma matematik eğitiminde ispat konusu çalışılan lisansüstü tezleri belli ölçütler kapsamında inceleyerek bu tezlerin eğilimlerini bütüncül bir bakış açısıyla göstermek amacıyla yapılan bir çalışmadır. Bu çalışmada araştırma sentezi yöntemi kullanılmıştır (Cooper vd., 2019). Araştırma sentezi, genel olarak bir konu alanında yapılmış nitel, nicel ve karma yöntemli birincil çalışmaların belirli ölçütlere göre yaklaşımlarla bir araya getirilerek o konu alanı hakkında bir sonuca varma yöntemidir (Kanadlı, 2019, s. 1). Araştırma sentezinde amaç, yapılmış bilimsel çalışmaların sistematik bir şekilde açıklanmasıdır (Cooper vd., 2019). 20. yüzyılın sonlarına doğru yapılan eğitim araştırmalarının artması, çalışmaların bir bütün olarak görülmesi ihtiyacında artışa sebep olmuştur (Öztürk & Demirel, 2022). Araştırma sentezi çalışmaları sayesinde bir konuda yapılan çalışmaların eğilimleri görülerek yıllar içerisinde çalışmaların seyri görülebilir, tutarlı ya da tutarsız tüm sonuçlar değerlendirilebilir. Çalışmada kullanılacak olan araştırma sentezinin basamakları (Cooper vd., 2019) çalışmaya göre uyarlanarak araştırma tasarlanmıştır. Araştırma sentezinin basamakları aşağıda verilmiştir (Cooper vd., 2019, s. 9).

Şekil 1. Araştırma Sentezinin Basamakları





2.2. Araştırma Veri Grubu

Araştırma sentezi çalışmalarının verilerini dokümanlar oluşturmaktadır. Doküman incelemesi çalışmalarında araştırmaya dâhil olan çalışmaları neden aldığı ya da almadığını net bir şekilde açıklayabilmesi gerekir (Sönmez & Alacapınar, 2016). Buradan hareketle bu araştırma için seçilecek çalışmalar, amaçsal örnekleme yönteminin alt basamaklarından biri olan ölçüt örnekleme yöntemine göre seçilecektir (Büyüköztürk vd., 2011). Bu çalışma kapsamındaki ölçütler tezlerin matematik eğitimi alanında yapılmış olması, anahtar kelimelerinde ispat, kanıt ya da proof kelimelerinden birini bulundurmak eğer tezde anahtar kelime verilmediyse tezin adında ispat, kanıt ya da proof kelimelerinden birinin geçmesi, ulusal tez merkezinde yayınlanmış erişime açık tam metnine ulaşılabilir olması ve nitel nicel ya da karma veri içermesidir.

2.3. Veri Toplama Süreci

Araştırmanın veri grubunu YÖK Ulusal Tez Merkezinden “ispat”, “kanıt” ve “proof” anahtar kelimeleri ile izinli olan ve matematik eğitimi alanındaki çalışmaları kapsamı sebebiyle çalışmanın grubu alanında sosyal alan işaretlenerek tarama yapılmıştır. Gelişmiş arama kısmında aynı anahtar kelimelerle yapılan tarama için fen alanı işaretlendiğinde matematik eğitimi alanında yapılmış bir çalışmaya rastlanmamıştır. 30.12.2023 tarihinde yapılan son taramada 2447 çalışma bulunmuştur. 2447 çalışmanın 2152 tanesi matematik eğitimi ya da matematik alanına ait olmayan diğer branşlara ait tezler olduğundan elenmiş kalan 295 tez ofis programına kaydedilmiştir. Bu tezler, araştırmacı ve alan uzmanı danışman öğretim üyesi ile birlikte çalışmaya dahil edilme kriterlerine göre değerlendirilmiş ve 212 tezin doğrudan ispat kavramı ile ilgili olmadığı görülmüş olduğundan araştırma dışı bırakılmıştır. 1 tez ise tarama çalışması olduğundan araştırmaya dahil edilmemiştir. Bu aşamada 82 tane tez çalışmaya dahil olmuştur. Eğitim alanında yapılmış çalışmalar aranırken konu alanı kısmında yalnızca matematik yazan tezler de bulunmuştur. Araştırmacı ve alan uzmanı danışman öğretim üyesi ile birlikte yapılan değerlendirme ile dahil edilme kriterlerine uyan 12 tezden 3 tanesi çalışmaya dahil edilmiştir. Araştırmanın toplam tez sayısı 85 olmuştur. Araştırmaya dahil edilen tezler araştırmacı ve alan uzmanı danışman öğretim üyesi tarafından incelenerek dahil edilme kriterlerine göre kodlanıp istenen özelliklerin sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilmiştir. Araştırmaya dahil edilen 85 tezin tamamının araştırmanın amacına ve belirlenen kriterlere uygun olduğu hem araştırmacı hem de alan uzmanı tarafından teyit edilmiştir. Araştırmaya dahil edilen tezlerin Cooper vd. (2019) belirttiği “*Araştırmaların Kalitesinin Değerlendirilmesi*” aşamasına uygun olduğu kabul

edilmiştir. Nitekim YÖK Ulusal Tez Merkezi'nde yer alan tezler belirli aşamalardan geçtikten (tez önerisi hazırlanması, danışman öğretim üyesinin ve anabilim dalındaki öğretim üyelerinin tez önerisine onay vermesi, etik izinlerin ve araştırma izinlerinin alınması, raporlanma süreci en az üç öğretim üyesinden oluşan jüri önünde tez savunmasının yapılması) ve onay sürecinden sonra internet üzerinden erişime sunulmaktadır. Bu bağlamda YÖK Ulusal Tez Merkezinde yayınlanan bir tezin nitelikli ve kaliteli bir araştırma olduğu değerlendirilmiştir. Araştırmaya dâhil edilecek tez çalışmaları T1, T2, T3,...,T85 şeklinde kodlanmıştır. Araştırma kapsamında incelenecek tezler Ek-1'de sunulmuştur.

2.4. Veri Toplama Aracı ve Verilerin Analizi

Çalışma için kullanılacak veri toplama aracı için alanyazın taraması yapılarak belirlenen araştırmanın alt problemleri kullanılmıştır. Veri toplama aracı için kullanılmak üzere 9 alt problemle sınıflandırma yapılmıştır. Oluşturulan sınıflandırmada incelenecek olan tezler; yıl, tür, dil, amaç, örneklem türü, örneklem büyüklüğü, araştırma yöntemleri, veri toplama araçları ve sonuçlarına göre sınıflandırılacaktır. Araştırmacı tarafından oluşturulan veri toplama aracı, matematik eğitimi alanında bir uzmana ve dilbilgisi hatalarının giderilmesi için bir Türkçe öğretmeni tarafından incelenmiş ve gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Sonuçlar ile ilgili sınıflandırma uzman görüşü sonrası çalışmaya eklenmiştir. İncelenen tezlerde bir tezin çok sayıda sonucu olmasından dolayı belli başlı sonuçlar seçilerek sonuçlar tablosu oluşturulmuştur.

Araştırmanın veri analizi için ilk adımda elde edilen 85 tez bir Excel dosyasına kaydedilmiştir. İkinci adımda ise tezlerin sınıflandırılması için araştırmacı tarafından belirlenen sınıflandırmalar (yıl, tür, dil, konu alanı, örneklem türü, örneklem büyüklüğü, araştırma yöntemi, veri toplama araçları ve sonuçlar) için tüm tezler kodlanmıştır. Kodlamalar aynı görüşte olunan durumlar için 1, farklı görüşte olunan durumlar için 0 yazılarak yapılmış ve çalışma bitiminde Miles & Huberman'ın (1994) [Güvenirlik= Görüş birliği / (Görüş birliği+Görüş ayrılığı)] formülüne göre hesaplama yapılmıştır. Çalışmanın verileri araştırmacı tarafından oluşturulan alt problemlere göre araştırmacı ve bir başka araştırmacı tarafından kodlanmış ve daha sonra bu kodlamalar karşılaştırılmıştır. Analiz sonuçları karşılaştırıldığında uyumun %91,76 olduğu görülmüştür. Araştırmanın güvenilirliğinin %70'in üzerinde olması çalışmanın güvenilir olması için yeterli olduğundan, bulunan sonuç itibarıyla araştırmanın güvenilirliğinin kabul edilebilir düzeyde olduğu söylenebilir. Uyumsuzluğa düşülen kodlamalar için matematik eğitimi alanında bir uzmanla fikir alışverişi yapılarak uygun kodlamalar yapılmış ve uyumsuzluk giderilmiştir. Üçüncü adımda tezlerden elde edilen veriler tablo haline getirilmiştir. Dördüncü adımda ise alt problemler tezlerden tekrar kontrol edilerek sağlanması yapılmıştır. Beşinci adımda tabloların içerikleri hakkında detaylı açıklama yapılarak okuyucunun bilgi sahibi olması sağlanırken son adımda ise elde edilen bulgular tartışılmış ve yorumlanmıştır.

3. BULGULAR

Bu bölümde verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular alt problemlerin sırasına göre sunulmuştur. İncelenen tezlerin yıllara göre dağılımı Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Tezlerin Yıllara Göre Dağılımları

Yıl	Tez Kodu	Frekans (f)	Yüzde (%)
2010	T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8	8	9,41
2011	T9, T10	2	2,35
2012	T11, T12, T13, T14, T15, T16, T17	7	8,24
2013	T18, T19, T20, T21, T22, T23, T24	7	8,24
2014	T25, T26, T27	3	3,53
2015	T28, T29	2	2,35
2016	T30, T31, T32, T33, T34	5	5,88
2017	T35, T36, T37, T38, T39, T40, T41, T42, T43	9	10,59
2018	T44, T45, T46, T47, T48, T49, T50, T51	8	9,41
2019	T52, T53, T54, T55, T56, T57, T58, T59, T60	9	10,59
2020	T61, T62, T63, T64, T65, T66, T67	7	8,24
2021	T68, T69, T70, T71, T72, T73, T74	7	8,24
2022	T75, T76, T77, T78, T79, T80, T81	7	8,24
2023	T82, T83, T84, T85	4	4,71
Toplam		85	100

Tablo 1 incelendiğinde en fazla tez yayınlanan yıllar 2017 ve 2019 yılları iken, en az tez yayınlanan yıllar ise 2011 ve 2015 yılları olmuştur.

İncelenen tezlerin türlerine göre dağılımları Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Tezlerin Türlerine Göre Dağılımları

Tezin Türü	Tez Kodu	Frekans (f)	Yüzde (%)
Yüksek Lisans	T1, T2, T5, T7, T8, T9, T11, T12, T13, T14, T15, T16, T17, T18, T20, T21, T22, T23, T24, T26, T27, T28, T29, T30, T34, T35, T37, T41, T42, T43, T45, T46, T48, T50, T51, T52, T53, T55, T57, T58, T59, T60, T61, T62, T63, T64, T65, T68, T71, T72, T73, T74, T75, T76, T77, T78, T81, T83, T84, T85	60	70,59
Doktora	T3, T4, T6, T10, T19, T25, T31, T32, T33, T36, T38, T39, T40, T44, T47, T49, T54, T56, T66, T67, T69, T70, T79, T80, T82	25	29,41
Toplam		85	100

Tablo 2 incelendiğinde araştırmaya dâhil olan tezlerin büyük bir kısmının yüksek lisans tezi, daha az bir kısmının ise doktora tezi olduğu görülmektedir.

İncelenen tezlerin dillere göre dağılımları Tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 2. Tezlerin Kullanılan Dillere Göre Dağılımları

Tezin Dili	Tez Kodu	Frekans (f)	Yüzde (%)
Türkçe	T1 T2, T3, T5, T6, T7, T8, T9, T10, T11, T12, T13, T14, T15, T16, T17, T18, T19, T20, T22, T23, T24, T25, T26, T27, T28, T29, T30, T31, T32, T33, T35, T36, T37, T38, T39, T40, T41, T42, T43, T44, T45, T47, T48, T49, T50, T52, T53, T55, T56, T57, T58, T59, T60, T61, T62, T63, T64, T65, T66, T67, T68, T69, T70, T71, T72, T73, T74, T75, T76, T77, T78, T79, T80, T81, T82, T83, T84, T85	79	92,94
İngilizce	T4, T21, T34, T46, T51, T54	6	7,06
Toplam		85	100

İncelenen tezlerin çalışma yapılan dillere göre dağılımının verildiği Tablo 3’de görüldüğü gibi araştırmaya dâhil olan 85 tezin büyük çoğunluğunun Türkçe olarak yazıldığı, çalışmaya dahil olan tezlerin küçük bir yüzdesinin ise İngilizce olarak yazıldığı görülmektedir.

İncelenen tezlerin amaçlarına göre dağılımları Tablo 4’de verilmiştir.

Tablo 4. Tezlerin Amaçlarına Göre Dağılımları

Tezlerin Amaçları	Tez Kodu	Frekans (f)	Yüzde (%)
Argümantasyon ve ispat sürecini inceleme	T23, T31, T51, T54, T58, T60, T68, T83	8	7,48
Ders kitaplarını ispat açısından inceleme	T15, T72	2	1,87
İspat şemaları	T6, T16, T38, T43, T64, T78, T79, T81, T82	9	8,41
İspat yapma sürecinde karşılaşılan zorluklar	T21, T49, T55, T75	4	3,74
İspat yapma sürecini inceleme	T3, T4, T6, T7, T8, T12, T13, T14, T15, T18, T19, T20, T21, T24, T26, T29, T30, T34, T36, T37, T39, T40, T42, T44, T47, T48, T49, T50, T57, T59, T61, T62, T63, T65, T66, T67, T70, T73, T75, T76, T77, T84, T85	43	40,19

İspata yönelik görüş/bakış açısı inceleme	T1, T2, T6, T16, T18, T19, T22, T24, T27, T28, T31, T33, T35, T46, T47, T67, T75, T76	18	16,82
İspata yönelik tutum	T4, T5, T14	3	2,80
Matematiksel başarı ile ispat yapabilme becerileri arasındaki ilişki	T17	1	0,93
Öğrenme ortamlarının/öğretim uygulamalarının ispat sürecine etkisi	T1, T5, T9, T10, T11, T25, T27, T28, T32, T33, T41, T45, T46, T52, T53, T56, T69, T74, T80	19	17,76
Toplam		107	100

İncelenen çalışmalarda amacın birden fazla olması durumunda her bir amaç ayrıca kodlanarak Tablo 4 oluşturulmuştur. Örneğin T75 kodlu çalışma ispat yapma sürecini, ispat yapma sürecinde karşılaşılan zorlukları ve ispatla yönelik görüş/bakış açısı inceleme amaçlarını incelediğinden bu kısımlara ayrı ayrı kodlanmıştır. Bu durumda toplam tez sayısından fazla veri çıkmaktadır. Toplam tez sayısını almak yerine incelediğimiz özelliğe göre toplam veri sayısına göre hesaplamalar yapılmıştır. Tablo 4’de görüldüğü gibi bu araştırmaya dâhil olan ispat konusu çalışılan 85 tezin büyük çoğunluğunda amaç ispat yapma sürecini incelemektir. Öğrenme ortamlarının/öğretim uygulamalarının ispat sürecine etkisi ve ispatla yönelik görüş/bakış açısı inceleme de araştırılan yüksek frekanslı amaçlardır. Araştırmaya dahil olan çalışmaların amaçlarının benzer olduğu dikkat çeken bir durumdur. En az araştırılan amaçlar ise iki tez ile ders kitaplarını ispat açısından inceleme ve bir tez ile matematiksel başarı ile ispat yapabilme becerileri arasındaki ilişkinin incelenmesi olmuştur.

İncelenen tezlerin kullanılan araştırma yöntemlerine göre dağılımları Tablo 5’te verilmiştir.

Tablo 5. Tezlerin Araştırma Yöntemlerine Göre Dağılımları

Yöntem	Desen	Tez Kodu	Frekans (f)	Yüzde (%)
Nitel	Durum Çalışması	T1, T3, T5, T11, T12, T18, T19, T20, T22, T26, T29, T30, T31, T37, T38, T40, T42, T44, T48, T49, T50, T54, T55, T57, T58, T59, T60, T61, T62, T63, T64, T65, T66, T68, T71, T73, T75, T76, T78, T81, T82, T83, T84, T85	44	51,76
	Doküman Analizi	T23, T72	2	2,35
	Kuram Oluşturma	T7	1	1,18
	Öğretim Deneyi	T10, T35, T41, T45, T70, T79	6	7,06
	Eylem Araştırması	T25, T27, T52	3	3,53
	Gelişimsel Çalışma	T6	1	1,18

	Gömülü Teori	T13, T67	2	2,35
	Tasarı Araştırması	T69, T80	2	2,35
Nicel	Olgubilim Tarama Çalışması	T77	1	1,18
		T2, T43	2	2,35
	İlişkisel Yöntem	T4, T46	2	2,35
Karma		T8, T9, T14, T15, T16, T17, T21, T24, T28, T32, T33, T34, T36, T39 T47, T51, T53, T56, T74	19	22,35
Toplam			85	100

Tablo incelendiğinde araştırmaya dahil olan tezlerde en çok kullanılan araştırma yöntemi nitel yöntem olurken, nitel yöntem kullanılarak yapılmış çalışmalarda ise en fazla kullanılan durum çalışması deseni olmuştur. Geriye kalan tezlerin büyük bir kısmı karma çalışmalar oluşturmuştur. Nicel yöntem kullanma oranı bu araştırmaya dahil edilen tezler arasında çok düşüktür.

İncelenen tezlerin çalışılan örneklem türüne göre dağılımları Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6. Tezlerin Örneklem Türüne Göre Dağılımları

Örneklem	Tez Kodu	Frekans (f)	Yüzde (%)
Öğretmen Adayları	T1, T4, T5, T6, T7, T8, T10, T11, T13, T14, T15, T16, T18, T19, T21, T22, T24, T28, T29, T30, T31, T33, T34, T36, T38, T39, T40, T43, T44, T49, T50, T54, T56, T57, T59, T60, T61, T66, T73, T74, T80, T85	42	44,21
Öğretmen	T3, T29, T36, T58, T62, T74, T81, T84,	8	8,42
Öğretim Üyeleri	T15, T29, T67	3	3,16
İlkokul Öğrencileri	T82	1	1,05
Ortaokul Öğrencileri	T2, T9, T12, T17, T25, T32, T42, T45, T48, T51, T52, T53, T58, T64, T68, T69, T70, T71, T75, T77, T78, T79, T82, T83,	24	25,26
Lise Öğrencileri	T3, T20, T27, T35, T37, T41, T46, T47, T55, T63, T65, T76	12	12,63
Matematik bölüm öğrencileri	T4, T26	2	2,11

Diğer	T15, T23, T72	3	3,16
Toplam		95	100

İncelenen çalışmalarda birden fazla örneklem grubu kullanan çalışmalar vardır. Örneğin T15 kodlu tezde öğretmen adayları, öğretim üyeleri ve ders kitapları ile çalışma yapılmıştır. Bu sebeple toplam örneklem sayısı toplam tez sayısından fazla çıkmaktadır. Toplam tez sayısı yerine incelediğimiz özelliğe göre toplam veri sayısı üzerinden hesaplamalar yapılmıştır. Tablo 6 incelendiğinde araştırmaya dâhil olan tezlerin büyük bir kısmında örneklem olarak öğretmen adayları katılımcı olmuştur. Öğretmen adaylarını ise ortaokul öğrencileri ve lise öğrencileri takip etmiştir. Yapılan çalışmalarda genellikle benzer örneklem grupları kullandığı söylenebilir. Öğretim üyeleri, öğretmenler ve matematik bölüm öğrencilerinin örneklem grubu olarak daha az tercih edildiği görülmektedir.

İncelenen tezlerin örneklem büyüklüğüne göre dağılımları Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7. Tezlerin Örneklem Büyüklüğüne Göre Dağılımları

Örneklem Büyüklüğü	Tez Kodu	Frekans (f)	Yüzde (%)
0-40	T1, T3, T7, T9, T10, T11, T13, T14, T15, T18, T19, T22, T23, T26, T27, T29, T30, T31, T34, T35, T37, T38, T40, T41, T44, T45, T47, T49, T52, T53, T55, T56, T57, T58, T59, T60, T62, T64, T65, T66, T67, T68, T69, T70, T71, T72, T75, T76, T77, T78, T79, T80, T81, T84, T85,	55	64,71
41-80	T5, T24, T25, T28, T32, T33, T36, T46, T54, T63, T74, T83,	12	14,12
81-120	T8, T16, T17, T21, T48, T50	6	7,06
121-160	T12, T39, T73	3	3,53
161-200	T4, T6, T20, T42, T43	5	5,88
201 ve üzeri	T2, T51, T61, T82	4	4,71
Toplam		85	100

Tablo 7 incelendiğinde tezlerin büyük çoğunluğunun küçük örneklem grubu (0-40 kişi) ile çalışmayı tercih ettiği görülmektedir. Araştırmaya dâhil olan çalışmaların küçük bir kısmı büyük örnekleme (201 ve üzeri) çalışmayı tercih etmiştir.

İncelenen tezlerin kullandıkları veri toplama araçlarına göre dağılımları Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8. Tezlerin Veri Toplama Araçlarına Göre Dağılımları

Veri Toplama Araçları	Tez Kodu	Frekans (f)	Yüzde (%)
Açık uçlu sınav/test	T4, T6, T7, T8, T9, T10, T12, T13, T14, T16, T17, T18, T19, T20, T21, T24, T25, T26, T27, T28, T29, T30, T31, T32, T33, T34, T35, T36, T37, T38, T39, T40, T42, T43, T44, T47, T48, T49, T50, T51, T52, T53, T55, T58, T59, T61, T62, T63, T65, T66, T69, T70, T71, T73, T74, T75, T77, T79, T80, T82, T83, T85	62	25,83
Anket/Ölçek	T2, T4, T5, T6, T8, T14, T15, T16, T24, T28, T43, T46, T56, T65	14	5,83
Görüşme	T1, T5, T6, T7, T8, T9, T10, T11, T15, T16, T18, T19, T20, T22, T24, T25, T26, T27, T28, T29, T30, T31, T32, T33, T34, T35, T36, T37, T38, T39, T40, T41, T44, T47, T48, T49, T50, T52, T54, T55, T56, T57, T58, T59, T60, T61, T64, T65, T66, T67, T69, T70, T71, T73, T74, T75, T76, T78, T79, T80, T81, T82, T83, T84, T85	65	27,08
Ses/Video Kaydı	T3, T10, T11, T13, T22, T26, T27, T28, T29, T30, T31, T32, T33, T35, T36, T37, T38, T39, T40, T41, T44, T45, T47, T49, T50, T52, T54, T55, T56, T57, T58, T59, T60, T61, T64, T66, T67, T68, T69, T76, T79, T83, T84	43	17,92
Gözlem	T3, T30, T36, T39, T47, T56, T67, T69	8	3,33
Doküman	T1, T3, T7, T9, T10, T11, T13, T18, T22, T23, T32, T33, T35, T36, T39, T40, T41, T45, T47, T48, T52, T54, T56, T57, T59, T60, T64, T66, T68, T69, T70, T76, T79	33	14,81
Etkinlik	T1, T5, T11, T45, T46, T52, T54, T64, T68, T76, T80, T81	12	5,00
Ders Kitabı	T15, T17, T72	3	1,25
Toplam		240	100

İncelenen çalışmalarda birden fazla veri toplama aracı kullanan tezler bulunmaktadır. Örneğin T3 kodlu tezde gözlem, doküman ve ses/video kaydı veri toplama araçları kullanılmıştır. Bu sebeple toplam veri toplama araçları sayısı toplam tez sayısından fazla çıkmaktadır. Toplam tez sayısı yerine incelenen özelliğe göre toplam veri sayısı üzerinden hesaplamalar yapılmıştır. Tablo 8 incelendiğinde tezlerde veri toplama aracı olarak en fazla kullanılan iki aracın görüşme ve açık uçlu sınav/test' den oluştuğu görülmektedir. Tezlerin bir kısmında açık uçlu sınav/test uygulandıktan sonra görüşme ile araştırmanın desteklendiği görülmektedir. Diğer veri toplama yöntemlerine göre en az tercih edilen veri toplama aracı ise ders kitabı olmuştur.

İncelenen tezlerin sonuçlarına göre dağılımları Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9. Tezlerin Sonuçlarına Göre Dağılımları

Araştırmanın Sonucu	Tez Kodu	Frekans (f)	Yüzde (%)
Anahtar fikir ile desteklenen ispatların daha başarılı yapılması	T7, T40	2	1,83
Argümantasyon ve ispat arasındaki ilişkiyi ortaya koyma	T23, T51, T83	3	2,75
Aşına olunan bir ispatı kolaylıkla yapabilme	T62, T63	2	1,83
Ders kitaplarında kullanılan ispatların farklılık göstermesi	T15, T67	2	1,83
Ders kitaplarında yer alan ispat etkinliklerinin öğrencilerin ispat seviyelerinden düşük olması	T17	1	0,92
Eğitim seviyesi ile matematiksel düşünmenin ispat basamağı arasında pozitif ilişki	T29	1	0,92
Farklı kanıt şemaları kullanma	T64, T78, T79, T81	4	3,67
Ders kitaplarının ispat etkinliklerine yeterli düzeyde yer vermemesi	T72	1	0,92
İspat hakkında olumlu görüş/bakış açısı geliştirme	T1, T6, T16, T18, T19, T22, T46, T47, T73, T75, T76	11	10,10
İspat şemalarının sınıf seviyesine göre farklılık göstermesi	T6, T16, T82	3	2,75
İspat yapma becerisiyle ispata yönelik tutum arasında anlamlı bir ilişki olmaması	T14	1	0,92
İspat yapma sürecinde yaşanan zorlukları ortaya koyma	T49, T67	2	1,83
İspat yapmada güçlüklerle karşılaşma	T2, T3, T8, T12, T13, T15, T19, T20, T21, T24, T26, T30, T31, T37, T39, T44, T50, T54, T55, T57, T58, T59, T60, T61, T63, T65, T71, T73, T75, T76	30	27,52
Kullanılan ispat şemalarının öğrenme stillerine göre farklılaşmaması	T43	1	0,92
Matematik başarısıyla ispat yapma seviyesi arasında pozitif ilişki	T17	1	0,92
Öğrencilerin birden fazla ispat şemasına sahip olması	T38	1	0,92
Öğrencilerin kanıt imajına sahip olmaları	T30, T48, T66	3	2,75
Öğrenme ortamı- Öğretim uygulamasının ispat yapma sürecine pozitif yönde etki	T1, T5, T7, T9, T10, T11, T25, T27, T28, T32, T33, T34, T35, T41, T45, T46, T47, T52, T56, T64, T68, T69, T70, T74, T76, T79, T80	27	24,77
Öğrenme ortamı-Öğretim uygulamasının ispat yapma sürecine anlamlı bir etkisinin olmaması	T53	1	0,92
Öğrenme stili ile ispata yönelim arasındaki ilişkiyi ortaya koyma	T42	1	0,92
Öğretim üyelerinin derslerde ispat etkinliklerine yer vermesi	T15, T67	2	1,83
Öğretmenlerin ve öğrencilerin ispat yapma becerilerinin genellikle benzer olmadığı	T58	1	0,92
Sınıf seviyesi arttıkça ispat yapma düzeyinde anlamlı bir artış görülmesi	T4, T36, T44	3	2,75
Van Hiele düşünme düzeyi ile ispat yazma becerisi arasında doğrusal ilişki	T77	1	0,92
Kanıt şemaları ve ispat seviyelerinin öğrenme alanlarına göre değişmemesi	T78	1	0,92
Problem çözme stratejilerinin kanıt şemalarıyla ilişkili olması	T82	1	0,92

Öğretmenlerin ispat yapma becerisinin istenen düzeyde olmaması	T84	1	0,92
Öğretmen adaylarının farklı teoremlerde farklı SOLO taksonomisi düzeyinde olması	T85	1	0,92
Toplam		109	100

İncelenen bazı tezler birden fazla sonuç bulmuşlardır. Örneğin T6 tezi ispat hakkında olumlu görüş/bakış açısı geliştirme sonucu ile ispat şemalarının sınıf seviyelerine göre farklılık gösterdiği sonuçlarını bulmuştur. Bu sebeple elde edilen veri sayısı toplam tez sayısından fazla çıkmaktadır. Hesaplamalar toplam veri sayısı üzerinden yapılmıştır. Tablo 9’da görüldüğü üzere incelenen tezlerin sonuçlarına göre dağılımlarına bakıldığında üç sonucun diğerlerine göre daha baskın bir şekilde çıktığından bahsedilebilir. En fazla elde edilen sonuç katılımcıların ispat yapma sürecinde zorluklarla karşılaştığı sonucudur. Onu takip eden öğrenme ortamı/öğretim uygulamalarının ispat yapma sürecine ve ispat öğrenmeye pozitif yönlü etkisi olduğudur. Azımsanamayacak bir oranda çıkan bir diğer sonuç ise katılımcıların ispat hakkında olumlu görüş/bakış açısı geliştirdiğini bulan çalışmalarınıdır.

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Güncel eğitim reformları ispat kavramının önemine vurgu yapmaktadır (NCTM, 2000; CCSSI, 2010). Ülkemizde de bu reformların yansımaları güncellenen öğretim programlarında kendini göstermektedir. 2005 yılında güncellenen matematik öğretim programında alana özgü akıl yürütme kavramının geliştirilmesine vurgu yapılmıştır (Özmentar vd., 2020). İspat ve akıl yürütme kavramının da iç içe geçtiği düşünüldüğünde dolaylı yoldan ispat kavramından bahsedilmiştir demek yanlış olmayacaktır. Gerek uluslararası gerekse ulusal düzenlemeler sonucunda ispat konusunda yapılan çalışmalarda artış beklenmesi olağan bir sonuçtur. 2010 yılından itibaren ispat konusunda yapılan çalışmaların artışının alt yapısı bu güncellemeler olarak gösterilebilir. Yalnızca 2010 yılında sekiz çalışmanın yapılması bu yılın bir kırılma olarak alınabileceğini göstermektedir. İncelenen 13 yıllık sürede en fazla çalışma 2017 ve 2019 yıllarında dokuzar çalışma olarak görülmektedir. Tezlerin artışı doğrusal bir artış göstermemektedir. Yıllar içerisinde artış ya da azalış göstermektedir. Bulgular Öztürk ve Demirel’in (2022) çalışmasının bulgularıyla örtüşmektedir.

Yapılan araştırmaların sayısının artışındaki en büyük payın yüksek lisans tezleri olduğu, doktora tezlerinin ise daha azınlıkta kaldığı görülmüştür. Bu durumun yüksek lisans eğitimin daha kısa, doktora eğitiminin ise daha uzun ve zorlu bir süreç olması etkili olmuştur denebilir. Araştırmada incelenen tezlerin büyük bir çoğunluğu tez dili olarak Türkçeyi tercih etmiştir. İngilizce dilini tercih eden yalnızca 6 tez bulunmaktadır. Bu tezlerin de yalnızca iki üniversitede (Boğaziçi Üniversitesi ve Orta Doğu Teknik Üniversitesi) çalışıldığı görülmektedir. Bu iki üniversitenin öğretim dilleri İngilizcedir (YÖK Lisans Atlası, 2023). Yalnızca bu iki üniversitede yazılan tezlerin İngilizce olmasının sebebi olarak bu durum gösterilebilir.

Araştırmada incelenen tezlerin amaçlarına bakıldığında, en fazla ispat sürecini inceleme, ispata yönelik görüş/bakış açısı inceleme ve öğrenme ortamlarının/öğretim uygulamalarının ispat sürecine etkisi amaçlarının incelendiği görülmüştür. Çalışma bu yönüyle Öztürk ve Demirel (2022) ve Öztürk vd. (2015) çalışma sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir. İspat sürecini ve ispata yönelik görüş/bakış açısının incelenmesi öğrencilerin ispat kavramında zorlandığı veya yanılığa düştüğü kısımları belirlemek açısından önem arz etmektedir. Buradan hareketle öğrencilerin ispat yapma sürecini bilişsel ve duyuşsal çok yönlü

şekilde araştırarak çalışmalara ihtiyaç olmaktadır (Pala, 2020). En az çalışılan amaçlar ise ders kitaplarını ispat açısından inceleme, ispata yönelik tutum ve matematiksel başarı ve ispat yapabilme arasındaki beceri olmuştur. Ders kitaplarını inceleyen tezlerin az olması dikkat çekicidir. Her sınıf seviyesinden öğrencileri ispat etkinlikleri ile tanıştırma gerekliliği (NCTM, 2000) düşünüldüğünde ders için kullanılan en önemli materyal olan kitapların içeriğinin ne durumda olduğunu bilinmesini gerekli kılmaktadır. Zeybek vd. (2018) yaptıkları çalışmada ders kitaplarında yer alan etkinliklerin ne kadarının ispat etkinliği olduğu araştırılmış ve ispat etkinliklerinin yeterli seviyede olmadığı bulgusuna ulaşmışlardır. Ders kitaplarını inceleyen çalışmalar arttırıp, kitaplardaki ispat çalışmalarını arttırmaya yönelik çalışmalar yapılabilir.

Araştırmada incelenen tezlerin örneklem türüne bakıldığında çalışmaların büyük bir kısmının örneklem olarak öğretmen adaylarını tercih ettikleri, öğretmen adaylarını da ortaokul öğrencileri ve lise öğrencileri takip ettiği görülmektedir. Bu örneklem gruplarının tercih edilme sebepleri araştırmacılar için ulaşılma kolaylığı olabilir. Yalnızca sekiz araştırmanın örneklem grubu olarak öğretmenlerle çalıştığı görülmüştür. Öğrencilerin ispat ve muhakeme konusundaki gelişiminin öğretmene bağlı olduğu (Altıparmak & Öziş, 2005) düşünüldüğünde, öğretmenlerin dâhil edildiği çalışmaların arttırılması gerekliliği yanlış olmayacaktır.

Araştırmada incelenen tezlerin örneklem büyüklüğüne bakıldığında, tezlerin genellikle küçük örneklem grubu diyebileceğimiz 0-40 kişi arası örneklem grubunu tercih ettiği görülmektedir. Tezlerin çok küçük bir kısmının büyük örneklem grubu seçtiği görülmektedir. Örneklem büyüklüğünün kullanılan yaklaşım ile de ilgisi vardır. İncelenen tezlerin çok büyük bir kısmı nitel yöntem kullanmış, nitel yöntemlerinden de durum çalışması yöntemini kullanarak araştırmalarını gerçekleştirmişlerdir. Durum çalışmaları bir varlığın mekâna ve zamana bağlı tanımlandığı ve özelleştirdiği araştırmadır (Büyüköztürk vd., 2011). Nitel çalışmalarda örneklem büyüklüğü ile ilgili dikkat edilmesi gereken unsurlardan biri de veri miktarıdır. Elde edilmek istenen verinin derinliği ile örneklem büyüklüğü genellikle ters orantılıdır (Copley, 2002). Bu bilgilerden hareketle durum çalışmalarının bir konu hakkında daha derinlemesine bilgi edinmek için yapılan araştırmalar olduğu düşünüldüğünde, daha küçük örneklem tercih etmeleri, bulguları daha detaylandırabilmek adına araştırmacıya kolaylık sağlar diyebiliriz.

İncelenen tezlerin veri toplama araçlarına bakıldığında, tezlerin en fazla görüşme ve açık uçlu sınav/test kullandıkları görülmektedir. Araştırmacıların görüşme tekniğinin fazla kullanılmasının sebeplerinden biri, sayısal veriden daha çok katılımcıların nasıl düşündüklerini ayrıntılı bir biçimde ortaya çıkarmak istemeleridir (Ercan, 2020; Güler, 2013; İskenderoğlu, 2010; Karaoğlu, 2010; Tuncer, 2014; Yıldız, 2019). Çalışmaların büyük bir kısmında ise açık uçlu sınav/test kullanıp, katılımcıların orada verdikleri cevapları detaylı bir şekilde incelemek için görüşme yaptıkları görülmüştür. İspat yapma etkinliğinde sonucun önemli olduğu kadar süreç de önemli olduğundan (Öztürk & Kaplan, 2017) daha derinlemesine sonuçlar elde edebilmek için nitel araştırmanın da doğası gereği birden fazla veri toplama aracı kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak en az kullanılan materyal ders kitabı olmuştur. Ders kitapları öğrencilerin en fazla kullandıkları materyallerden biri olarak düşünüldüğünde, daha fazla incelenmesi gerekliliği düşünülmektedir.

Araştırmada incelenen tezlerin sonuçları analiz edildiğinde en yüksek yüzdeleri sonuç ispat yapma sürecinde güçlüklerle karşılaşılmasıdır. Yapılan çalışmalar ispat yapmanın öğrenciler tarafından sıkıntı çektikleri, başarılı olamadıkları, başarılı olamayacaklarından korktukları için korktukları bir süreç olduğunu göstermektedir (Karakuş vd., 2017). Tezlerde ispat yapma sürecinde karşılaşılan zorluklar: ispat

yapma yaklaşımında sınırlılık, ispata yönelik kavramsal bilgilerde eksiklik, matematiksel dili iyi kullanamama, örnek vererek ispatlama yapmaya çalışma, ispat kavramının öneminin farkında olmama gibi ispat yapmayı olumsuz etkileyen sebepler bulmuşlardır. Öğrencilerin ispat yapma konusunda daha iyi olmaları, onların karşılaştıkları zorlukların analiz edilmesiyle mümkün olacaktır (Zeybek Şimşek, 2020). Literatür incelendiğinde birçok çalışmanın da katılımcı grubunun ispat etkinliği gerçekleştirme konusunda zorluklar yaşadığı konusunda hemfikirdir (Almeida, 2000; Güler, 2013; Harel & Sowder, 1998, 2007; Knapp, 2005; Moralı vd., 2006; Vatandaş, 2022). İspat yapma konusunda yaşanan zorlukların temelinde, ispatın doğası gereği üstbilişsel düşünme gerektiren soyut bir kavram olması yatmaktadır (Martin & Harel, 1989). Araştırmaya dahil edilen iki tezde ise ispat yapma sürecinde yaşanan zorlukları ortaya konmuş ve bu zorlukların giderilmesi için önerilerde bulunulmuştur. Ortaya çıkan zorluklar değerlendirilip öğrenciler için daha iyi öğrenme ortamları oluşturularak ispat yapma konusunda gelişmeleri sağlanabilir. Yüksek yüzdeli bulunan bir diğer sonuç ise öğrenme ortamı/öğretim uygulamasının ispat yapma sürecinde anlamlı bir etkisinin olmasıdır. Yalnızca bir çalışmada yapılan uygulamanın ispat etkinliğini geliştirme yönünde anlamlı bir etkisinin olmadığı bulunmuştur. Anlamlı etki bulan çalışma sayısı daha fazla olduğundan herhangi bir etki bulmayan çalışmada uygulanan yöntemden kaynaklanan bir durum olabileceği düşünülebilir.

Gerek ulusal gerek uluslararası eğitim reformlarıyla ispat kavramının önemi arttığından ispat kavramı hakkında görüş inceleyen çalışmaların sayısı da artmıştır (Altıntaş & İlgün, 2020; Doruk & Güler, 2014; Güler & Dikici, 2012). Literatürdeki çalışmaların bir kısmı katılımcıların ispat hakkındaki görüşlerini konusunda kararsız kaldığını, bir kısmı ise olumlu görüş bildirdiklerini göstermektedir. Bu çalışmada incelenen tezlerde de katılımcıların çalışma başlarken ispat yapma kavramı yapamayacakları bir eylem olarak düşünmelerine rağmen uygulama sonunda daha olumlu görüşlerle çalışmayı bitirmişlerdir. Öğrencilerin seviyelerine uygun uygulamalar, ispat ile ilgili görüşlerde olumlu etki bırakmıştır denebilir.

Altıparmak ve Öziş (2005) ispat becerisini öğrenciye kazandırmak en önemli görev öğretmene düşer düşüncesiyle bu araştırmada incelenen tezlerin bulunan sonuçlarından biri olan öğretim üyelerinin derslerde ispat etkinliklerine yer vermesi birbiri ile örtüşmektedir. Öğrenciler genellikle ispat etkinliğini yapmada zorluk yaşamaktadırlar. Yaşanan zorlukların önüne geçmek için öğretmenler tarafından iyi bir planlama ve kontrol mekanizması geliştirilmesi gerekmektedir (Heinze & Reiss, 2004). Öğretmenlerin ispatı öğrencilere nasıl sundukları, müfredatı nasıl yorumladıkları ve uyguladıkları da ispat kavramının öğretilmesinde öğretmene düşen önemli rollerden biridir (Hanna vd., 2009). Öğretmenlerin bu uygulamaları yapabilmesi için donanımlı yetişmeleri (Pala, 2020), ispata yönelik algılarının ve deneyimlerinin iyi düzeyde olması (Moralı vd., 2006) ve öğretmen yetiştirme programlarında bu eğitimlere ağırlık verilmesi gerekmektedir. Bir diğer sonuç öğretmen ve öğrenciler ile yapılan çalışmada matematik öğretmenleri ile öğretimlerinden sorumlu oldukları öğrencilerin ispat yapma becerileri karşılaştırıldığında genellikle benzer olmadığı sonucudur. Turan'a (2019) göre bu durumun sebebi öğretmenlerin ders anlatırken kullandıkları ispat argümanları ile öğrencilerin kullandıkları ispat argümanlarının farklı olması olabilir.

İncelenen tezlerde ders kitaplarını araştıran çalışmaların bulguları ise; ders kitaplarında kullanılan ispat etkinliklerinin farklılık göstermesi, ders kitaplarında yer alan ispat etkinliklerinin öğrencilerin ispat seviyelerinden düşük olması ve ders kitaplarının ispat etkinliklerine yeterli düzeyde yer vermediğine ulaştıkları şeklinde olmuştur. Farklı ders kitaplarının içerdikleri ispat etkinliklerinde farklılıklar olduğu, bu durumun kitap yazarlarının bakış açısı veya tercihleriyle ilgili olabileceği belirtilmiştir. Araştırmalar bu

bulgularıyla Zeybek vd. (2018) yaptıkları çalışmada ders kitaplarındaki ispat etkinliklerinin yeterli düzeyde olmadığı bulgusuyla örtüşmektedir. Gerek uluslararası gerekse ülkemizde yapılan eğitim reformları düşünüldüğünde öğrencilerin temel eğitim materyali diyebileceğimiz ders kitaplarında ispat etkinliklerine daha fazla yer verilmesi gerekliliği ortaya çıkmaktadır (Türk, 2018). Bu çalışmada sonuçlar tablosu bir tezin birden fazla sonucu olmasından dolayı belli başlı sonuçlar alınarak hazırlanmıştır. Yüksek yüzdeli ve benzer bulunan sonuçlar ve analizleri yukarıda verildiği gibidir.

Bu çalışma ile ülkemizde yapılmış konusu ispat olan tez çalışmalarının genel durumu yansıtılmıştır. Literatürdeki yığılma ve boşluklar gösterilerek yeni araştırmacılara yol göstermek amaçlanmıştır. Bu çalışmanın yalnızca Ulusal Tez Merkezinde yer alan tezler dahil edilerek yapılması çalışmanın en önemli sınırlılığı olarak düşünülebilir. Çalışmaya makaleler eklenerek çalışma verileri genişletilerek yapılabilir. Çalışma uluslararası literatürdeki eğilimi de görebilmek için farklı veri tabanlarında tarama yapılarak gerçekleştirilebilir.

Yazar Katkı Beyanı:

- 1. Elif Ceren SAKALLI DOĞRU:** Literatür tarama, veri toplama ve analizi, tartışma ve sonuç yazma.
- 2. Adem EROĞLU:** Danışmanlık, inceleme ve düzenleme.
- 3. Nurullah YAZICI:** Danışmanlık, inceleme ve düzenleme.

5. KAYNAKÇA

- Aksoy, E. (2020). *Öğretim elemanlarının matematik derslerinde ispat anlatım yapılarının incelenmesi* [Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Almeida, D. (2000). A survey of mathematics undergraduates’ interaction with proof: Some implications for mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(6), 869-890.
- Altıntaş, E., & İlgün, Ş. (2020). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel ispata yönelik görüşlerinin belirlenmesi: Kars örneklemi. *Kastamonu Education Journal*, 28(3), 1573-1582.
- Altıparmak, K., & Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi* 6(1), 25-37.
- Aylar, E. (2014). *7. sınıf öğrencilerinin ispata yönelik algı ve ispat yapabilme becerilerinin irdelenmesi* [Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Baki, A. (2014). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (5. bs.). Harf Eğitim Yayıncılık.
- Baki, A., Güven, B., & Karataş, İ. (2002, 16-18 Eylül). *Dinamik geometri yazılımı cabri ile keşfederek öğrenme* [Tam metin bildiri]. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Ankara, Türkiye.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2011). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (10. bs.). Pegem Akademi.
- Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Common Core State Standards Initiative. https://corestandards.org/wp-content/uploads/2023/09/Math_Standards1.pdf

- Cooper, H., Hedges, L. V., & Valentine, J. C. (2009). Research synthesis as a scientific process. H. Cooper, L.V. Hedges, J.C. Valentine (Ed.), *The handbook of research synthesis and meta-analysis (3rd Edition)* içinde (s. 3-16). Sage.
- Cropley, A. (2002). *Qualitative Research Methods. An Introduction for Students of Psychology and Education*. Zinatne.
- Dede, Y., & Karakuş, F. (2014). Matematiksel ispat kavramına pedagojik bir bakış: Kuramsal bir çalışma. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4(2), 47-71. DOI: <https://doi.org/10.17984/adyuebd.52880>
- Doruk, M., & Güler, G. (2014). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispata yönelik görüşleri. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 71-93.
- Ercan, N. Ö. (2020). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin a-didaktik bir ortamda geometri konularında kullandıkları kanıt şemaları* [Yüksek lisans tezi, Kastamonu Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Güler, G., & Dikici, R. (2012). Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispat hakkındaki görüşleri. *Kastamonu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(2), 571-590.
- Güler, G. (2013). *Matematik öğretmeni adaylarının cebir öğrenme alanındaki ispat süreçlerinin incelenmesi* [Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Hanna, G. (1990). Some pedagogical aspects of proof. *Interchange*, 21(1), 6-13.
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23.
- Hanna, G., de Villiers, M., Arzarello, F., Dreyfus, T., DurandGuerrier, V., Jahnke, H.N., Lin, F.L., Selden, A., Tall, D., & Yevdokimov, O. (2009). Discussion Document. In F. Lin, F. Hsieh, G. Hanna & M. de Villiers (Ed.), *Proceedings of the 19th International Commission on Mathematical Instruction: Proof and Proving in Mathematics Education (vol. 1)* içinde (s. 1-XX). National Taiwan Normal University, ICMI Study Series 19, Springer.
- Harel, G., & Sowder, L. (1988). Students proof schemes: Results from exploratory studies. A. H. Schoenfeld, J. Kaput ve E. Dubinsky (Ed.), *Research in collegiate mathematics III* içinde (s. 234-282). AMS.
- Harel, G., & Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* içinde (s. 805-842). Information Age.
- Heinze, A., & Reiss, K. (2004). The teaching of proof at the lower secondary level-a video study. (*ZDM*), 36(3), 98-104.
- Hersh, R. (1993). Proving is convincing and explaining. *Educational Studies in Mathematics*, 24(4), 389-399.
- İlhan, A., & Aslaner, R. (2019). 2005'ten 2018'e Ortaokul matematik dersi öğretim programlarının değerlendirilmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 46(46), 394-415. <https://doi.org/10.9779/pauefd.45264>
- İskenderoğlu, T. (2010). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kanıtlamayla ilgili görüşleri ve kullandıkları kanıt şemaları* [Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Kanadlı, S. (2019). *Sosyal bilimlerde teoriden uygulamaya araştırma sentezi nicel, nitel, karma yöntemler*. Pegem Akademi.
- Karakuş, F., Erşen, Z. B., & Ocak, G. (2017). Matematik ve matematik öğretmenliği bölümü öğrencilerinin ispat yapma düzeylerinin incelenmesi. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 10, 245-266.

- Karaoğlu, Ö. (2010). *Matematik öğretmen adaylarının anahtar nokta ve fikirlerle desteklenmiş ispatları yapabilme performansları* [Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Knapp, J. (2005). *Learning to prove in order to prove to learn*.
- Ko, Y. Y. (2010). Mathematics teachers’ conceptions of proof: Implications for educational research. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 8(6), 1109-1129.
- Martin, G., & Harel, G. (1989). Proof frames of preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 41-51.
- Miles, M. B., & Huberman, A.M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook. (2nd ed)*. Sage.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Millî Eğitim Bakanlığı.
- Moralı, S., Uğurel, İ., Türnüklü, E., & Yeşildere, S. (2006). Matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 14(1), 147-160.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- Özmantar, M. F., Ağaç, G., Yılmaz, B., & Özbey, N., (2020). Cumhuriyet dönemi ortaokul matematik öğretim programlarına genel bir bakış. M. F. Özmantar, H. Akkoç, B. Kuşdemir Kayıran, M. Özyurt (Ed.). *Ortaokul matematik öğretim programları tarihsel bir inceleme içinde* (s. 29-77). Pegem Akademi.
- Öztürk, M., Akkan, Y., Kaleli Yılmaz, G., & Kaplan, A. (2015, 16-18 Mayıs). *Ortaokul öğrencileri ve öğretmenleri ile yapılan matematiksel ispat araştırmaları: Nitel meta sentez çalışmaları* [Tam metin bildiri]. II. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu, Adıyaman Üniversitesi, Adıyaman, Türkiye.
- Öztürk, M., & Kaplan, A. (2017). Matematik öğretmenlerine yönelik ispat yapma teşhis testi ve teste yönelik dereceli puanlama anahtarı geliştirilmesi. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 360-381
- Öztürk, T., & Demirel, D. (2022). Türkiye’de ispat üzerine yapılan çalışmaların analizi: Bir sistematik derleme. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 54, 32-68. <https://doi.org/10.9779/pauefd.782832>
- Pala, O. (2020). *İspat imajının dinamiklerinin sonsuz kümelerin denkliği bağlamında incelenmesi* [Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Schoenfeld, A. (1994). What do we know about mathematics curricula? *The Journal of Mathematical Behavior*, 13, 55-80.
- Sezen Yüksel, N. (2020). Matematik tarihi ve felsefesi çerçevesinde ispat ve ispatlama. I. Uğurel (Ed.). *Matematiksel ispat ve öğretimi. Okul yıllarında ispat öğretimini destekleyen çok yönlü bir bakış içinde* (s. 41-68). Anı Yayıncılık.
- Sönmez, V., & Alacapınar, F.G. (2016). *Ölçme araçlarında güvenilirlik ve geçerlik. Örneklendirilmiş Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (3. bs.). Anı Yayıncılık.
- Stylianides, A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics, *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 289-321.
- Tall, D. (1991). *Advanced mathematical thinking*. Kluwer Academic Publishers.

- Tuncer, G. (2014). *Matematik bölümü öğrencilerinin ispat algıları* [Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Turan, İ. (2019). *Matematik akademik başarısı yüksek ortaokul öğrencilerinin ve matematik öğretmenlerinin ispat yapabilme becerilerinin ve argüman tercihlerinin incelenmesi* [Yüksek lisans tezi, Gaziosmanpaşa Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Türk, T. (2018). *Ortaokul matematik dersi öğretim programının üstün yetenekli öğrencilerin eğitimi açısından öğretmen ve öğrenci görüşlerine göre değerlendirilmesi* [Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Türk Dil Kurumu (2023). Türkçe Sözlük. <https://sozluk.gov.tr>
- Uğurel, I. (2010). *Ortaöğretim matematik öğretmenliği programının temel öğeleri çerçevesinde öğrencilerin ispat kavramına yönelik matematiksel bilgilerini nasıl düzenlediklerinin söylem çözümlemesi ile belirlenmesi* [Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234–243.
- Üstün, A. (2019). *5. sınıf öğrencilerinin kesirler konusu üzerindeki muhakeme yapabilme becerilerinin incelenmesi* [Yüksek lisans tezi, Gaziosmanpaşa Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Üstüngün, Ş. (2020). *12. Sınıf öğrencilerinin sözsüz ispat becerilerinin incelenmesi* [Yüksek lisans tezi, Cumhuriyet Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Van De Walle, J., Karp, K., & Bay-Williams, J. (2016). *İlkokul ve ortaokul matematiği: gelişimsel yaklaşımla öğretim* (çev. S. Durmuş). Nobel Yayınları.
- Vatandaş, B. (2022). *Üstün yetenekli 8. sınıf öğrencilerinin ispat yapma süreçlerinin incelenmesi* [Yüksek lisans tezi, Adnan Menderes Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Yıldız, A. (2019). *9. sınıf öğrencilerinin matematiksel ispatla ilgili öğrenme güçlüklerinin belirlenmesi* [Yüksek lisans tezi, Mersin Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Yükseköğretim Kurulu Lisans Atlası (2023). Yükseköğretim Kurulu Lisans Atlası. <https://yokatlas.yok.gov.tr/lisans-anasayfa.php>
- Zeybek Şimşek, Z. (2020). İspatın matematik öğretim programları ve uluslararası standartlardaki yeri ve önemi. I. Uğurel (Ed.), *Matematiksel ispat ve öğretimi. Okul yıllarında ispat öğretimini destekleyen çok yönlü bir bakış* içinde (s. 69- 88). Anı Yayıncılık.
- Zeybek, Z., Üstün, A., & Birol, A. (2018). Matematiksel ispatların ortaokul matematik ders kitaplarındaki yeri. *İlköğretim Online*, 17(3), 1317-1335.

EKLER

Ek-1: Araştırma kapsamında incelenen tezler

- T1:** İpek, S. (2010). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımları kullanarak gerçekleştirdikleri geometrik ve cebirsel ispat süreçlerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Hacettepe Üniversitesi.
- T2:** Albayrak-Bahtiyari, Ö. (2010). *8. sınıf matematik öğretiminde ispat ve muhakeme kavramlarının ve önemlerinin farkındalığı* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- T3:** Uğurel, I. (2010). *Ortaöğretim matematik programının temel öğeleri çerçevesinde öğrencilerin ispat kavramına yönelik matematiksel bilgilerini nasıl düzenlediklerinin söylem çözümlemesi ile belirlenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- T4:** İmamoğlu, Y. (2010). *An investigation of freshmen an senior mathematics and teaching mathematics students' conceptions and practices regarding proof* [Unpublished doctoral dissertation]. Boğaziçi University.
- T5:** Ünveren, E. N. (2010). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının ispata yönelik tutumlarının matematiksel modelleme sürecinde incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Balıkesir Üniversitesi.
- T6:** İskenderoğlu, T. (2010). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kanıtlamayla ilgili görüşleri ve kullandıkları kanıt şemaları* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- T7:** Karaoğlu, Ö. (2010). *Matematik öğretmen adaylarının anahtar nokta ve fikirlerle desteklenmiş ispatları yapabilme performansları* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi.
- T8:** Birinci, K. S. (2010). *Matematik öğretmen adaylarının ispatlama performanslarının süreç-nesne ilişkisi açısından incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi.
- T9:** Demir, F. (2011). *Bir dinamik geometri yazılımının ilköğretim öğrencilerinin geometride ispat becerilerine etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Erzincan Üniversitesi.
- T10:** Sarı, M. (2011). *Üniversite öğrencilerinin matematiksel kanıt ile ilgili güçlükleri ve kanıt öğretimi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Hacettepe Üniversitesi.
- T11:** Ceylan, T. (2012). *GeoGebra yazılımı ortamında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik ispat biçimlerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Ankara Üniversitesi.
- T12:** Zaimoğlu, Ş. (2012). *8. sınıf öğrencilerinin geometrik ispat süreci ve eğilimleri* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Kastamonu Üniversitesi.
- T13:** Gülşen, İ. (2012). *Matematik öğretmen adaylarının görsel akıl yürütme durumlarının incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi.
- T14:** Keçeli-Bozdağ, S. (2012). *Matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik tutumları ile ispatlama becerileri arasındaki ilişki* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- T15:** Taştepe, M. (2012). *İspat kavramının kitap, öğretmen ve öğrenci boyutunda incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi.
- T16:** Güner, P. (2012). *Matematik öğretmen adaylarının ispat yapma süreçlerinde DNR tabanlı öğretime göre anlama ve düşünme yollarının incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi.

- T17:** Çalışkan, Ç. (2012). *8. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarıyla ispat yapabilme seviyelerinin ilişkilendirilmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Uludağ Üniversitesi.
- T18:** Karahan, Ö. (2013). *Matematik öğretmen adaylarının çift sütun ispat yöntemine yönelik görüşleri ve bu yönteme dayalı ispatlama süreçlerinin analizi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- T19:** Güler, G. (2013). *Matematik öğretmeni adaylarının cebir öğrenme alanındaki ispat süreçlerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- T20:** Taş, A. (2013). *Lise öğrencilerinin trigonometri konusu üzerinde bilgi düzeylerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Erciyes Üniversitesi.
- T21:** Demiray, E. (2013). *An investigation of pre-service middle school mathematics teachers' achievement levels in mathematical proof and the reasons of their wrong interpretations* [Unpublished master's thesis]. Middle East Technical University.
- T22:** Miral, D. (2013). *Ortaöğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin matematiksel ispat yöntemleri hakkındaki görüşleri* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- T23:** Güneş, S. (2013). *Matematik eğitiminde argümantasyon ve kanıt süreçlerinin analizi ve karşılaştırılması* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Hacettepe Üniversitesi.
- T24:** Pekşen-Sağır, P. (2013). *Matematik öğretmen adaylarının ispat yapma süreçlerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi.
- T25:** Aylar, E. (2014). *7. sınıf öğrencilerinin ispata yönelik algı ve ispat yapabilme becerilerinin irdelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Hacettepe Üniversitesi.
- T26:** Tuncer, G. (2014). *Matematik bölümü öğrencilerinin ispat algıları* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- T27:** İnam, B. (2014). *Ortaöğretim düzeyinde, kavrama testlerine dayalı bir ispat öğretim uygulamasının değerlendirilmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- T28:** Yılmaz, K. (2015). *Matematiksel modellerle teorem ispatlarının ilköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin ispat yapabilme becerilerine, ispatla ilgili görüşlerine ve akademik başarılarına etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- T29:** Tuncay, H. A. (2015). *Matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Cumhuriyet Üniversitesi.
- T30:** Pala, O. (2016). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının sonsuz kümelerin denkliği konusundaki kanıt imajlarının incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- T31:** Doruk, M. (2016). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının analiz alanındaki argümantasyon ve ispat süreçlerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- T32:** Yıldız, F. (2016). *DNR tabanlı öğretimin 8.sınıf öğrencilerinin anlama ve düşünme yollarına etkisinin incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Marmara Üniversitesi.
- T33:** Öztürk, T. (2016). *Matematik öğretmeni adaylarının ispatlama becerilerini geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- T34:** Belin, M. (2016). *Prospective mathematics teachers' quantitative reasoning on the development of decimal representation of real numbers and its effect on their comprehension of a related proof* [Unpublished master's thesis]. Boğaziçi University.
- T35:** Gelişen, A. (2017). *9. sınıfta üçgenlerin öğretiminde origami ve sözsüz ispatların kullanılması ile ilgili bir öğretim deneyi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Cumhuriyet Üniversitesi.

- T36:** Öztürk, M. (2017). *Matematik öğretmeni ve öğretmen adaylarının ispat yapma süreçlerinin bilişsel açıdan incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- T37:** Göl, R. (2017). *12. sınıf fen lisesi öğrencilerinin matematiksel düşünme becerilerinin özelleştirme, tahmin, ispat ve genelleme basamakları bağlamında incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Uşak Üniversitesi.
- T38:** Çontay, E. G. (2017). *Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının ispat şemaları* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Pamukkale Üniversitesi.
- T39:** Demir, E. (2017). *Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının muhakeme hatalarının ispatlama bağlamında incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- T40:** Yeşilyurt Çetin, A. (2017). *Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispatta önceden belirlenen anahtar fikirleri yazabilme süreçleri* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- T41:** Şadan, N. (2017). *Fen lisesi öğrencilerinin görsel ispat geliştirme süreçlerinin incelenmesi üzerine bir öğretim deneyi çalışması* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- T42:** Kunt, A. (2017). *Ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin matematiksel ispata yönelimlerinin yapay sinir ağı modeli kullanılarak incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- T43:** Pektaş, O. (2017). *Öğretmen adaylarının trigonometri konusunda kullandıkları kanıt şemalarının öğrenme stillerine göre incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Kastamonu Üniversitesi.
- T44:** Barak, B. (2018). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının ispat yapma süreçlerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Anadolu Üniversitesi.
- T45:** Ülker, E. (2018). *Ortaokulda ispata giriş: gerçekçi matematik eğitimi çerçevesinde sözsüz ispatların kullanımı* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Anadolu Üniversitesi.
- T46:** Haseki, D. (2018). *Improving attitudes towards geometric proof in the context of dynamic geometry software-based proof instruction* [Unpublished master’s thesis]. Boğaziçi University.
- T47:** Polat, K. (2018). *Alternatif bir ispat yöntemi olarak sözsüz ispatlar: lise öğrencilerinin ispat yapabilme becerilerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- T48:** Ateş Alpay, Ü. (2018). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin kanıt imajlarının incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- T49:** Urhan, S. (2018). *Kanıt yapma sürecinin Habermas akılcı davranış modeli ile analizi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Hacettepe Üniversitesi.
- T50:** Kaya, E. P. (2018). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının denklik bağıntısına ilişkin kanıt şemalarının incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- T51:** Pesen, M. (2018). *An examination of the proof and argumentation skills of eighthgrade students* [Unpublished master’s thesis]. Boğaziçi University.
- T52:** Üstün, A. (2019). *5.sınıf öğrencilerinin kesirler konusu üzerindeki muhakeme yapabilme becerilerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Gaziosmanpaşa Üniversitesi.
- T53:** Küçükbulut, C. (2019). *Öğrencilerin ispat yapabilme becerilerinin gelişimine 5E modelinin etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Kastamonu Üniversitesi.
- T54:** Demiray, E. (2019). *An investigation of prospective middle school mathematics teachers' argumentation, proof, and geometric construction processes in the context of cognitive unity* [Unpublished doctoral dissertation]. Middle East Technical University.
- T55:** Yıldız, A. (2019). *9.sınıf öğrencilerinin matematiksel ispatla ilgili öğrenme güçlüklerinin belirlenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Mersin Üniversitesi.

- T56:** Cihan, F. (2019). *Matematik öğretmen adaylarının ispatla ilgili alan ve pedagojik alan bilgilerini geliştirmeye yönelik bir ders tasarımı* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Marmara Üniversitesi.
- T57:** Mancođlu, E. (2019). *Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel teoremlerin ispatlarını görselleştirme durumlarının incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi.
- T58:** Turan, İ. (2019). *Matematik akademik başarısı yüksek ortaokul öğrencilerinin ve matematik öğretmenlerinin ispat yapabilme becerilerinin ve argüman tercihlerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Gaziosmanpaşa Üniversitesi.
- T59:** Çokyaşa, M. Ç. (2019). *Matematik öğretmen adaylarının matematiksel muhakeme ve ispat yapma süreçlerinin muhakeme-ispatlama çerçevesi ve üstbiliş bağlamında incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi.
- T60:** Uysal, R. (2019). *Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının cebir alanındaki argümantasyon ve ispat süreçleri arasındaki ilişkinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi.
- T61:** Coşkun, M. (2020). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometri alanındaki ispat yapabilme yeterliklerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Erciyes Üniversitesi.
- T62:** Arslantaş-İlter, E. (2020). *Matematik öğretmenlerinin sözsüz ispat becerilerinin Pisagor teoremi bağlamında incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Cumhuriyet Üniversitesi.
- T63:** Üstüngün, Ş. (2020). *12. sınıf öğrencilerinin sözsüz ispat becerilerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Cumhuriyet Üniversitesi.
- T64:** Ercan, N. Ö. (2020). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin a-didaktik bir ortamda geometri konularında kullandıkları kanıt şemaları* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Kastamonu Üniversitesi.
- T65:** Dinamit, D. (2020). *Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel ispat yapma süreçlerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Adnan Menderes Üniversitesi.
- T66:** Pala, O. (2020). *İspat İmajının Dinamiklerinin Sonsuz Kümelerin Denkliği Bağlamında İncelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- T67:** Aksoy, E. (2020). *Öğretim elemanlarının matematik derslerinde ispat anlatım yapılarının incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- T68:** Sucu, H. (2021). *Teknoloji destekli bir öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin argüman yapılarının toulmin modeline göre incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Anadolu Üniversitesi.
- T69:** Yılmaz, G. (2021). *Animasyonla hazırlanmış ispat materyalleri ile ispat öğretiminde ispat süreçlerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi.
- T70:** Yulet Yılmaz, T. (2021). *7.sınıf öğrencilerinin kanıtlama süreçlerinin ve bu süreçte ortaya çıkan kanıt işlevlerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Anadolu Üniversitesi.
- T71:** Karakaya, B. (2021). *8. Sınıf öğrencilerinin denklemlerde eşitlik kavramına ilişkin sahip oldukları kanıt şemalarının matematiksel bilgi türleri açısından incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi.
- T72:** Gün, S. (2021). *8. sınıf matematik ders kitabı sorularının matematiksel süreç becerilerine göre incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Siirt Üniversitesi.
- T73:** Ödemiş, G. K. (2021). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının informal ispatlar konusundaki bilgi ve becerilerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Erciyes Üniversitesi.

- T74:** Çakır, F. (2021). *Dinamik geometri yazılımının öğretmen adayları ve öğretmenlerin sözsüz ispat yapma becerileri üzerine etkililiğinin değerlendirilmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Gaziosmanpaşa Üniversitesi.
- T75:** Vatandaş, B. (2022). *Üstün yetenekli 8.sınıf öğrencilerinin ispat yapma süreçlerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Adnan Menderes Üniversitesi.
- T76:** Kuşçu Kılınç, S. (2022). *Ortaöğretim matematik öğretiminde öğrencilerin sözsüz ispat yapabilme süreçlerinin incelenmesi ve bu süreçlerin uzamsal görselleştirme becerilerine etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- T77:** Hatip, K. (2022). *8.sınıf öğrencilerinin van hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ispat yazma ve gerekçelendirme becerilerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Cumhuriyet Üniversitesi.
- T78:** Kanık Yılmaz, F. (2022). *Ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin kanıt şemalarının belirlenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Trabzon Üniversitesi.
- T79:** Gelici, Ö. (2022). *Ortaokul öğrencilerinin çevre ve alan ile ilgili kavram imajlarının ve kanıt şemalarının araştırılması* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Anadolu Üniversitesi.
- T80:** İpek Er, S. (2022). *Matematik öğretmen adaylarının kanıt becerilerinin gelişiminin incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Hacettepe Üniversitesi.
- T81:** Kurttekin, F. (2022). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin kanıt şemalarının incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Bülent Ecevit Üniversitesi.
- T82:** Demirci, N. (2023). *Özel yetenekli öğrencilerin ve matematik başarılı akranlarının problem çözümlerini dayandırdıkları kanıt şemaları: 4. ve 5. sınıf öğrencileri üzerinde bir durum çalışması* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi.
- T83:** Aydoğdu, G. (2023). *Ortaokul öğrencilerinin argümantasyon yoluyla matematiksel ispat süreçlerinin incelenmesi ve oluşan muhakeme hatalarının belirlenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- T84:** Akgün, M. (2023). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin ispat algılarının genelleyci örnek bağlamında incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Adıyaman Üniversitesi.
- T85:** Ertaş, S. (2023). *Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik kanıtlarının solo taksonomisine göre incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Hacettepe Üniversitesi.