İstatistik Araştırma Dergisi Cilt 02 No 02 Özel Sayı Sayfa 47-55 Ağustos 2003

Düzgün Dağılım Fonksiyonları Ailesi için İnvaryant Güven Aralıkları

Mehmet Fedai KAYA* Buğra SARAÇOĞLU Coşkun KUŞ

ÖZET

Daha önceki çalışmalarda üstel dağılım fonkiyonları ailesi için invaryant güven aralıkları oluşturulmuş ve bu aralıklar kullanılarak hipotez testleri yapılmıştır (Bairamov, Gebizlioğlu ve Kaya ,1999). Bu çalışmada özel halde düzgün dağılım fonksiyonlarına sahip dağılımlar sınıfı için majorant vektörler ve sıra istatistikleri yardımıyla invaryant güven aralıkları oluşturulmuştur.

$$X_1, X_2, ..., X_n; F(x) \in \mathrm{P} = \left\{ F(x): F(x) = \frac{x-c}{d-c}\ ,\ c < x < d\ ,\ F(x) = x \right\}$$

dağılımına sahip bir örneklem, $a \prec b$ *olmak üzere* $\left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_{[i]}, \sum_{i=1}^{n} b_i X_{[i]} \right)$ *rasgele aralığının invaryant güven aralığı olduğu gösterilmiştir.*

Anahtar Kelimeler: *Dağılımdan bağımsız istatistik, invaryant güven aralıklar, majorant vektörler, sıra istatistikleri.*

1.GİRİŞ

$X_1, X_2, ..., X_n, X_{n+1}$, $F \in \Im$ dağılımına sahip bir örneklem f_1 ve f_2 fonksiyonları $\forall (u_1, u_2, ..., u_n) \in R^n$ için $f_1(u_1, ..., u_n) \le f_2(u_1, ..., u_n)$ özelliğine sahip iki Borel ölçülebilir fonksiyon olmak üzere; $\forall F \in \Im$ için

$$P\{X_{n+1} \in (f_1(X_1, ..., X_n), f_2(X_1, ..., X_n))\} = \beta$$

ise $(f_1(X_1, ..., X_n), f_2(X_1, ..., X_n))$ rasgele aralığına $\Im$ sınıfı için ana kitleyi kapsayan β seviyeli invaryant güven aralığı denir. $\Im_c$ tüm sürekli dağılım fonksiyonların bir sınıfı olmak üzere $(f_1(X_1, X_2, ..., X_n), f_2(X_1, X_2, ..., X_n))$ aralığının $\Im_c$ sınıfı için ana kitleyi kapsayan invaryant güven aralık olması için gerek ve yeter koşul ;

$$f_1(X_1, X_2, ..., X_n) = X_{(i)} \quad \text{ve} \quad f_2(X_1, X_2, ..., X_n) = X_{(j)} \quad ,1 \le i < j \le n$$

olmasıdır(Bairamov ve Petunin, 1990) ve

$$P\{X_{n+1} \in (X_{(i)}, X_{(j)})\} = \frac{j-i}{n+1}\ ,\ 1 \le i < j \le n$$

dir.

$$P\{X_{n+1} \in (f_1(X_1, ..., X_n), f_2(X_1, ..., X_n))\}$$

* Selçuk Üni. Fen-Edeb. Fak. İstatistik Böl., Tel:(332) 241 00 11 /1354, e-mail: bugrasarac@selcuk.edu.tr

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \left[F(f_2(u_1,u_2,...,u_n)) - F(f_1(u_1,u_2,...,u_n)) \right] dF(u_1)...dF(u_n)$$
$$= E\left[F(f_2(X_1,X_2,...,X_n) - F(f_1(X_1,X_2,...,X_n)\right]$$

$F(f_2(X_1,X_2,...,X_n) - F(f_1(X_1,X_2,...,X_n)$'nin dağılımı $\forall F \in \Im$ için aynı ise bu durumda $(f_1(X_1,X_2,...,X_n), f_2(X_1,X_2,...,X_n))$ aralığına $\Im$ sınıfı için seviyesi $E\left[F(f_2(X_1,X_2,...,X_n) - F(f_1(X_1,X_2,...,X_n)\right]$ olan invaryant güven aralık denir.

$$a = (a_1,a_2,...,a_n) \in R^n, b = (b_1,b_2,...,b_n) \in R^n \text{ için;}$$
$$D^+ = \{(u_1,u_2,...,u_n) : u_1 \geq u_2 \geq ... \geq u_n\}$$

biçiminde tanımlanan bir küme olsun. $a_{[1]} \geq a_{[2]} \geq ... \geq a_{[n]}$ ve $b_{[1]} \geq b_{[2]} \geq ... \geq b_{[n]}$ $a \in R^n$ ve $b \in R^n$ vektörlerinin büyüklük sırasına göre dizilmiş şekillerini göstermek üzere;

$$\begin{aligned} &\text{i. } \sum_{i=1}^{n} a_{[i]} = \sum_{i=1}^{n} b_{[i]} \\ &\text{ii. } \sum_{i=1}^{k} a_{[i]} \leq \sum_{i=1}^{k} b_{[i]} \quad k = 1,2,...,n-1 \end{aligned} \tag{1.1}$$

koşulları sağlanıyorsa ***a*** ve ***b*** vektörlerine majorant vektörlerdir denir ve $a \prec b$ biçiminde gösterilir (Marshal ve Olkin, 1979). ***a*** ve ***b*** vektörlerinin birbirleriyle majorant olmaları için gerek ve yeter koşul;

$$\forall u = (u_1,...,u_n) \in D^+ \text{ için } \sum_{i=1}^{n} a_i u_i \leq \sum_{i=1}^{n} b_i u_i$$

olmasıdır (Marshal ve Olkin, 1979).

2. KONUM VE ÖLÇEK PARAMETRESİ İÇEREN DAĞILIMLAR AİLESİ İÇİN İNVARYANT GÜVEN ARALIKLARI

Majorant vektörler kullanılarak konum ve ölçek parametresi içeren dağılımlar ailesi için invaryant güven aralıkları oluşturulabilir.
$\Im_1 = \{F_\theta(x) = F(x-\theta), \theta \in \Theta, F(x) \text{ biliniyor}\}$sınıfı için $X_1, X_2, ..., X_n, X_{n+1}$ $F_\theta \in \Im_1$ dağılımına sahip bir örneklem ve bu örneklemin büyüklük sırasına göre dizilmiş hali $X_{[1]} \geq X_{[2]} \geq ... \geq X_{[n]}$ (burada $X_{[i]} = X_{(n-i+1)}$) , $a \in R^n$ ve $b \in R^n$ vektörleri majorant vektörler, $f_1(x_1,x_2,...,x_n)$ ve $f_2(x_1,x_2,...,x_n)$ (1.1)'de verilen fonksiyonlar olmak üzere;

$$f_1(X_1,X_2,...,X_n) = \sum_{i=1}^{n} a_i X_{[i]} \text{ ve } f_2(X_1,X_2,...,X_n) = \sum_{i=1}^{n} b_i X_{[i]} \tag{2.1}$$

biçiminde tanımlansın.

Bu durumda;

$$P\{X_{n+1} \in (f_1(X_1,...,X_n), f_2(X_1,...,X_n))\}$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty}...\int_{-\infty}^{\infty}[F_\theta(f_2(u_1,u_2,...,u_n)) - F_\theta(f_1(u_1,u_2,...,u_n))]dF_\theta(u_1)..dF_\theta(u_n)$$
$$S_n(X_1,...,X_n) = F_\theta(f_2(X_1,X_2...,X_n)) - F_\theta(f_1(X_1,X_2...,X_n))$$
$$= F\left(\sum_{i=1}^{n} b_i(X_{(n-i+1)} - \theta)\right) - F\left(\sum_{i=1}^{n} a_i(X_{(n-i+1)} - \theta)\right) \qquad (2.2)$$

dır. $X_{(n-i+1)} - \theta$ rasgele değişkeninin dağılımı θ dan bağımsız olduğundan $\Im_1$ sınıfı için S_n'nin dağılımı dağılımdan bağımsızdır.

$$X_1, X_2, ..., X_n,\ F_\theta(x) \in \Im_2 = \left\{F_\theta(x) = F\left(\frac{x}{\theta}\right) \theta \in \Theta, F(x) \text{biliniyor}\right\}$$

dağılımına sahip bir örneklem olmak üzere;

$$S_n(X_1,...,X_n) = F_\theta(f_2(X_1,X_2...,X_n)) - F_\theta(f_1(X_1,X_2...,X_n))$$
$$= F\left(\sum_{i=1}^{n} b_i \frac{X_{(n-i+1)}}{\theta}\right) - F\left(\sum_{i=1}^{n} a_i \frac{X_{(n-i+1)}}{\theta}\right) \qquad (2.3)$$

dır. $\frac{X_{(n-i+1)}}{\theta}$ rasgele değişkeninin dağılımı θ ' dan bağımsız olduğundan $\Im_2$ sınıfı için S_n'nin dağılımı dağılımdan bağımsızdır.

$$\Im_3 = \left\{F_{\theta.\mu}(x) : F_{\theta.\mu}(x) = F\left(\frac{x-\mu}{\theta}\right) \theta \in \Theta, \mu \in \Theta_1, F(x) \text{ biliniyor}\right\}$$

olmak üzere benzer biçimde;

$$S_n(X_1,X_2,...,X_n) = F_{\theta.\mu}\left(\sum_{i=1}^{n} b_i X_{(n-i+1)}\right) - F_{\theta.\mu}\left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_{(n-i+1)}\right)$$
$$= F\left(\sum_{i=1}^{n} b_i \frac{X_{(n-i+1)} - \mu}{\theta}\right) - F\left(\sum_{i=1}^{n} a_i \frac{X_{(n-i+1)} - \mu}{\theta}\right) \qquad (2.4)$$

nin dağılımı $\Im_3$ sınıfı için dağılımdan bağımsızdır.

3. ÜSTEL DAĞILIM FONKSİYONLARINA SAHİP BİR DAĞILIMLAR SINIFI İÇİN İNVARYANT GÜVEN ARALIKLARI

$$X_1, X_2, ..., X_n; F_\theta(x) \in \mathrm{P} = \{F_\theta(x) : F(\theta x) = 1 - e^{-\theta x}, x \geq 0, \theta \geq 0, F(x) = 1 - e^{-x}\}$$

dağılımına sahip bir örneklem, X_{n+1} bu örneklemden bağımsız ve aynı dağılımlı yeni bir rasgele değişken ve $a \prec b$ (1.1) tanımlanan vektörler olmak üzere;

$\left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_{[i]}, \sum_{i=1}^{n} b_i X_{[i]}\right)$ rasgele aralığını göz önüne alalım.

$$P_\theta\left\{X_{n+1} \in \left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_{[i]}, \sum_{i=1}^{n} b_i X_{[i]}\right)\right\} = n!\left(\frac{1}{\prod_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{j}(a_i+1)} - \frac{1}{\prod_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{j}(b_i+1)}\right) \tag{3.1}$$

$$= \alpha_1(a_1,\ldots,a_n,b_1,\ldots,b_n) \equiv \alpha_1$$

dır. Yani, $\left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_{[i]}, \sum_{i=1}^{n} b_i X_{[i]}\right)$ rasgele aralığı P sınıfı için α_1 seviyeli invaryant güven aralığıdır (Bairamov, Gebizlioğlu ve Kaya ,1999).

$X_{n+1}, X_{n+2} \ldots X_{n+m}$ $X_1, X_2, \ldots, X_n$ örnekleminden bağımsız ve aynı dağılımlı yeni bir örneklem olmak üzere;

$$P_\theta\left\{X_{n+1}, X_{n+2} \ldots X_{n+m} \in \left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_{[i]}, \sum_{i=1}^{n} b_i X_{[i]}\right)\right\} = n!\sum_{k=0}^{m}\frac{(-1)^k\binom{m}{k}}{\prod_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{j}\{(m-k)a_i + kb_i + 1\}}$$

$$= \alpha_m(a_1,\ldots,a_n,b_1,\ldots,b_n) \equiv \alpha_m \tag{3.2}$$

dir (Bairamov, Gebizlioğlu ve Kaya ,1999).

4. DÜZGÜN DAĞILIM FONKSİYONLARINA SAHİP BİR DAĞILIMLAR SINIFI İÇİN İNVARYANT GÜVEN ARALIKLARI

$$X_1, X_2, \ldots, X_n; F_\theta(x) \in \Im = \left\{F_\theta(x) : F(\theta,x) = \frac{x-c}{d-c} \quad , \; c < x < d \; , \; F(x) = x\right\}$$

dağılımına sahip bir örneklem, $a \prec b$ olmak üzere $\left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_{[i]}, \sum_{i=1}^{n} b_i X_{[i]}\right)$ rasgele aralığını göz önüne alarak aşağıdaki iki teoremi verebiliriz.

Teorem 3.1 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ örnekleminden bağımsız ve aynı $F_\theta(x)$ dağılımına sahip yeni bir X_{n+1} rasgele değişkeninin çekildiğini düşünelim.

$$P_\theta\left\{X_{n+1} \in \left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_{[i]}, \sum_{i=1}^{n} b_i X_{[i]}\right)\right\} = \frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n}(n-i+1)(b_i - a_i) \tag{4.1}$$

$$= \alpha_1(a_1,\ldots,a_n;b_1,\ldots,b_n) \equiv \alpha_1$$

dır. Yani, $\left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_{[i]}, \sum_{i=1}^{n} b_i X_{[i]}\right)$ rasgele aralığı $\Im$ sınıfı için α_1 seviyeli invaryant güven aralığıdır.

İspat.

$G=\{(x_1,x_2...,x_n,x_{n+1}): x_{n+1}\in(f_1(x_1,x_2...,x_n),f_2(x_1,x_2...,x_n)),\ c<x_n<x_{n-1}<...<x_1<d\}$ olmak üzere;

$$
\begin{aligned}
&P\{X_{n+1}\in(f_1(X_1,X_2,..,X_n),f_2(X_1,X_2,..,X_n))\}\\
&=P\{X_1,X_2,..,X_n,X_{n+1}\in G\}\\
&=\int_c^d\int_c^{x_1}...\int_c^{x_{n-1}}\int_{f_1(x_1,...,x_n)}^{f_2(x_1,...,x_n)} n!dF(x_{n+1})dF(x_1)..dF(x_n)\\
&=n!\int_c^d\int_c^{x_1}...\int_c^{x_{n-1}}[F(f_2(x_1,x_2,...,x_n))-F(f_1(x_1,x_2,...,x_n))]dF(x_1)..dF(x_n)\\
&=n!\int_c^d\int_c^{x_1}...\int_c^{x_{n-1}}\left[\left(\sum_{i=1}^{n}b_i(\frac{x_i-c}{d-c})\right)-\left(\sum_{i=1}^{n}a_i(\frac{x_i-c}{d-c})\right)\right](\frac{1}{d-c})^n dx_n...dx_2dx_1\\
&=\frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n}(n-i+1)(b_i-a_i)
\end{aligned}
$$

Teorem 3.2

$X_1,X_2,...,X_n$ örnekleminden bağımsız ve aynı dağılımdan alınan yeni bir $X_{n+1},X_{n+2},...,X_{n+m}$ örneklemini ele alalım.

$$P\left\{X_{n+1}, X_{n+2} \dots X_{n+m} \in \left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_{[i]}, \sum_{i=1}^{n} b_i X_{[i]}\right)\right\}$$

$$= \begin{cases} 2!\displaystyle\sum_{i_1=0}^{m} \frac{C_m^{i_1}(b_1-a_1)^{i_1}(b_2-a_2)^{m-i_1}}{(m-i_1+1)(m+2)} & , \quad n=2 \\ 3!\displaystyle\sum_{i_1=0}^{m}\sum_{\substack{i_2=0 \\ i_1\neq i_2}}^{i_1} \frac{C_m^{i_1}C_{i_1}^{i_2}(b_1-a_1)^{i_2}(b_2-a_2)^{i_1-i_2}}{(m-i_1+1)(m-i_2+2)(m+3)} + \mathrm{M} & , \quad n=3 \\ \quad\vdots & \quad\vdots \quad \vdots \\ \dfrac{n!\displaystyle\sum_{i_1=0}^{m}\sum_{\substack{i_2=0 \\ i_1\neq i_2}}^{i_1}\sum_{i_3=0}^{m-i_1}\sum_{i_4=0}^{m-i_1-i_3}\sum_{i_5=0}^{m-i_1-i_3-i_4}\cdots\sum_{i_{n-2}=0}^{m-i_1-\sum_{k=3}^{n-3} i_k}\sum_{i_{n-1}=0}^{m-i_1-\sum_{k=3}^{n-2} i_k} \mathrm{KL}}{\displaystyle\prod_{j=1}^{n-3}\Big(m-i_1-\sum_{s=3}^{n-j} i_s+j\Big)(m-i_1+n-2)(m-i_2+n-1)(m+n)} + \mathrm{N} & , \quad n\geq 4 \end{cases}$$

$$= \alpha_m(a_1,\dots,a_n;b_1,\dots,b_n) \equiv \alpha_m \tag{4.2}$$

Burada;

$$\mathrm{K} = \left(\prod_{l=4}^{n-1} C^{i_l}_{m-i_1-\sum_{t=3}^{l-1} i_t}\right) C_m^{i_1} C_{i_1}^{i_2} C_{m-i_1}^{i_3}$$

$$\mathrm{L} = (b_1-a_1)^{i_2}(b_2-a_2)^{i_1-i_2}(b_n-a_n)^{m-i_1-\sum_{j=3}^{n-2} i_j}\prod_{k=3}^{n-1}(b_k-a_k)^{i_k}$$

$$\mathrm{M} = 3!\sum_{i_1=0}^{m} C_m^{i_1}\frac{(b_1-a_1)^{i_1}(b_3-a_3)^{m-i_1}}{(m-i_1+1)(m-i_1+2)(m+3)}$$

$$\mathrm{N} = n!\sum_{i_1=0}^{m}\frac{(b_1-a_1)^{i_1}(b_n-a_n)^{m-i_1}}{(m+n)\prod_{k=1}^{n-1}(m-i_1+k)}$$

dır.

İspat.

$$G = \left\{(x_1, x_2 \dots, x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+m}) : x_{n+1}, \dots, x_{n+m} \in \left(\sum_{i=1}^{n} a_i x_{[i]}, \sum_{i=1}^{n} b_i x_{[i]}\right), c < x_n < x_{n-1} < \dots < x_1 < d\right\}$$

olmak üzere;

$$
\begin{aligned}
&P\left\{X_{n+1},X_{n+2}\ldots X_{n+m}\in\left(\sum_{i=1}^{n}a_iX_{[i]},\sum_{i=1}^{n}b_iX_{[i]}\right)\right\}\\
&=P\{X_1,X_2,\ldots,X_n,X_{n+1},X_{n+2},\ldots,X_{n+m}\in G\}\\
&=\int_c^d\int_c^{x_1}\cdots\int_c^{x_{n-1}}\int_{f_1(x_1,\ldots,x_n)}^{f_2(x_1,\ldots,x_n)}\int_{f_1(x_1,\ldots,x_n)}^{f_2(x_1,\ldots,x_n)}\cdots\int_{f_1(x_1,\ldots,x_n)}^{f_2(x_1,\ldots,x_n)} n!\,dF(x_{n+m})\ldots dF(x_{n+1})dF(x_n)\ldots dF(x_1)\\
&=n!\int_c^d\int_c^{x_1}\cdots\int_c^{x_{n-1}}\left[F(f_2(x_1,x_2,\ldots,x_n))-F(f_1(x_1,x_2,\ldots,x_n))\right]^m dF(x_1)\ldots dF(x_n)\\
&=n!\int_c^d\int_c^{x_1}\cdots\int_c^{x_{n-1}}\left[\left(\sum_{i=1}^{n}b_i(x_i-c)\right)-\left(\sum_{i=1}^{n}a_i(x_i-c)\right)\right]^m\left(\frac{1}{d-c}\right)^{n+m}dx_n\ldots dx_2dx_1\\
&=\frac{n!}{(d-c)^{n+m}}\int_c^d\int_c^{x_1}\cdots\int_c^{x_{n-1}}\left[\left(\sum_{i=1}^{n}(b_i-a_i)(x_i-c)\right)\right]^m dx_n\ldots dx_2dx_1
\end{aligned}
$$

Bu problem $n=2$, $n=3$ ve $n\geq 4$ için çözüldüğünde (4.2) ifadesi bulunur ve ispat biter.

Örnek.

$$X_1,X_2,\ldots,X_n;F(x)\in \mathrm{P}=\left\{F(x){:}F(x)=\frac{x-c}{d-c}\;,\;c<x<d,\;F(x)=x\right\}$$

dağılımına sahip bir örneklem ve $\underline{a}\prec\underline{b}$ olmak üzere;

$$n=3\;\;,\;\;m=2\;\;,\;\;\underline{a}=\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)\;\;,\;\;\underline{b}=\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},0\right)\quad\text{için;}$$

$$
\begin{aligned}
P\left\{X_4,X_5\in\sum_{i=1}^{n}a_iX_i,\sum_{i=1}^{n}b_iX_i\right\}&=3!\int_{x_1=0}^{1}\int_{x_2=0}^{x_1}\int_{x_3=0}^{x_2}\left(\frac{x_2+x_3}{2}-\frac{x_1+x_2+x_3}{3}\right)^2dx_3dx_2dx_1\\
&=\frac{7}{360}
\end{aligned}
$$

bulunur. Aynı olasılık için (3.2) eşitliği kullanılırsa;

$$
\begin{aligned}
P\left\{X_4,X_5\in\sum_{i=1}^{n}a_iX_i,\sum_{i=1}^{n}b_iX_i\right\}&=3!\sum_{\substack{i_1=0\\ i_1\neq i_2}}^{2}\sum_{i_2=0}^{i_1}\frac{C_2^{i_1}C_{i_1}^{i_2}\left(\frac{1}{6}\right)^{i_2}\left(\frac{1}{6}\right)^{i_1-i_2}\left(-\frac{1}{3}\right)^{2-i_1}}{(3-i_1)(4-i_2)(5)}\\
&\quad+3!\sum_{i_1=0}^{2}C_2^{i_1}\frac{\left(\frac{1}{6}\right)^{i_1}\left(-\frac{1}{3}\right)^{2-i_1}}{(3-i_1)(4-i_2)(5)}\\
&=\frac{7}{360}
\end{aligned}
$$

elde edilir. Görüldüğü gibi her iki durumda da aynı sonuçlar çıkmıştır.

4. SONUÇ

Bu çalışmada düzgün dağılım fonksiyonlar ailesi için invaryant güven aralıklarıyla ilgilenilmiştir.

$$X_1, X_2, \dots, X_n ; F_\theta(x) \in \mathrm{P} = \left\{ F_\theta(x) : F(\theta, x) = \frac{x-c}{d-c} \quad , \ c < x < d \ , \ F(x) = x \right\}$$

dağılımına sahip bir örneklem, $a \prec b$ olmak üzere $\left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_{[i]}, \sum_{i=1}^{n} b_i X_{[i]} \right)$ rasgele aralığı göz önüne alınarak $X_1, X_2, \dots, X_n$ örnekleminden bağımsız yeni bir X_{n+1} rasgele değişkeninin bu aralığa düşmesi ve $X_1, X_2, \dots, X_n$ örnekleminden bağımsız ve aynı dağılımdan alınan yeni bir $X_{n+1}, X_{n+2}, \dots, X_{n+m}$ örnekleminin aynı aralığa düşmesi olasılığının sabit olduğu bulunmuş Bu olasılıklar düzgün dağılımın parametrelerinden bağımsız olduğundan $\left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_{[i]} \ , \ \sum_{i=1}^{n} b_i X_{[i]} \right)$ rasgele aralığının düzgün dağılım fonksiyonları ailesi için invaryant güven aralık olduğu söylenir ve sonuçların doğruluğu örneklerle gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

BAIRAMOV, I. G., PETUNIN Y. I. (1990). *"Structure of invariant confidence intervals containing the main distributed mass"*. Theor. Probab. Appl., vol. 35, No:1, 15-26

BAIRAMOV, I. G., GEBİZLİOĞLU and Ö. L., KAYA, M. F. (1999). *"Distributional properties of statistics based on invariant confidence intervals"*. Journal of The Turkish Statistical Association, vol. 2, No:1, 15-33

DAVID, H. A. (1970). *Order Statistics*. John Wiley & Sons, Inc., New York.

MARSHAL, A.W., Olkin, I. (1979). *Inequalities*. Theory of Majorizations and It's Applications. Academic Press.

Invariant Confidence Intervals for Family of Uniform Distribution Functions

ABSTRACT

In previous studies for exponential distribution functions family invariant confidence intervals are established and by using these intervals hypothesis testings are made (Bairamov, Gebizlioğlu ve Kaya ,1999). In this study, for distributions having uniform distribution functions in special case invariant confidence intervals are established by the help of majorant vectors and order statistics.

Any samples that has a distribution such as $X_1, X_2, \ldots, X_n$ $F(x) \in \mathrm{P} = \left\{ F(x) : F(x) = \dfrac{x-c}{d-c} \;,\; c < x < d \;,\; F(x) = x \right\}$ for $a \prec b$, it is shown that $\left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_{[i]}, \sum_{i=1}^{n} b_i X_{[i]} \right)$ *random interval has invariant confidence interval.*

Key Words: *Distribution free statistics, invariant confidence interval, majorant vectors, order statistics.*