

Okul Öncesi Öğretmenlerinin Toplama ve Çıkarma Kavramlarına Ait Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi

Rukiye Gökdemir¹ 
Mustafa Akıncı^{2*} 
Sadiye Keleş³ 

¹Milli Eğitim Bakanlığı, Şehit Polis Ahmet Toprakoğlu Ortaokulu, Şırnak, Türkiye, rukiyegekdemir@gmail.com,

²Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Zonguldak, Türkiye, mustafa.akinci@beun.edu.tr

³Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Okul Öncesi Eğitimi Anabilim Dalı, Zonguldak, Türkiye, sadiyekerles@gmail.com

Geliş tarihi: 20.02.2024
Kabul tarihi: 25.10.2024
Yayın tarihi: 31.01.2025

Özet: Çalışmanın amacı okul öncesi öğretmenlerinin toplama ve çıkarma kavramlarına ait pedagojik alan bilgilerinin incelenmesidir. Nitel araştırma yönteminin benimsendiği bu çalışma, fenomenoloji çalışmasıdır. Çalışmanın araştırma grubunu farklı anaokullarında görev yapmakta olan üç okul öncesi öğretmeni oluşturmaktadır. Çalışmanın verileri görüşme yoluyla toplanmıştır. Verilerin analizinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Öğretmenlerin sahip oldukları pedagojik alan bilgileri incelenerek temalar oluşturulmuştur. Öğretmenlerin toplama ve çıkarma işlemlerine ait ifadeleri; sayının kardinalitesi, sözel problemin türü, somut nesnelere semboller, çizimler, etkili sayma stratejisi ve saymanın otomatikleştirilmesi, manipülatifler, toplama ve çıkarma stratejileri, bütünleştirilmiş etkinlik, gelişimsellik, motivasyon ve oyun olmak üzere on bir bölümde analiz edilmiştir. Toplama ve çıkarma kavramları incelenirken öğretmenlerin genellikle problem türlerinden “sonucu bilinmeyen problem” üzerinde durdukları sadece bir öğretmenin bunu yanında değişenin bilinmediği problem türüne yer verdiği tespit edilmiştir. Çıkarma işlemine ait stratejilerden yaygın olarak “atma” stratejisini kullandıkları diğer stratejilerin üzerinde durmadıkları tespit edilmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda çeşitli önerilere yer verilmiştir.

Anahtar Kelime: Toplama İşlemi, Çıkarma İşlemi, Okul Öncesi Matematik Eğitimi, Pedagojik Alan Bilgisi

GİRİŞ

Erken çocukluk dönemi, gelişim ve öğrenme hızının zirve yaptığı bir dönemdir. Bu dönemde, özellikle temel matematiksel bilgi ve becerilerin çocuklar tarafından keşfedilerek öğrenilmesi büyük önem taşır. Matematik becerilerinin çocukların okul başarısında etkili faktörlerden birisidir. Bu nedenle erken dönemde çocukların matematik becerilerinin eğitim ortamı içerisinde etkili bir şekilde desteklenmesi kritik bir öneme sahiptir (Lee, 2017). Temel matematik becerilerini erken yaşta kazanamayan çocuklar, ileriki dönemlerde matematik konusunda sıkıntı yaşayabilirler (Mononen vd., 2014). Geist (2010), matematikle ilgili olumsuz tutum geliştiren yetişkinlerin, bu tutumlarının erken çocukluk yıllarında verilen yetersiz matematik eğitiminin sonucu olarak ortaya çıktığını belirtmektedir. Bu durum, çocukların erken yaşlardan itibaren matematik eğitimi almasının ve erken çocukluk eğitim programlarında etkili matematik eğitimine önem verilmesinin temel nedeninin ortaya çıkarmaktadır (Clements ve Sarama, 2014; Erdoğan, 2006).

Erken çocukluk döneminde etkili matematik eğitiminin üç önemli bileşeni bulunmaktadır. Bunlar; iyi düzenlenmiş eğitim ortamı, çocukların gelişimlerine uygun, etkili bir matematik programı ve öğretmenlerin matematiğe ilişkin iyi derecede pedagojik alan bilgi düzeyine sahip olmalarıdır (Aktaş Arnas, 2016; Argin, 2019).

Etkili programlar, çocukların zaman içinde anlayışlarını geliştiren, amaçlı olarak düzenlenmiş öğrenme deneyimlerini içermektedir (NAECY ve NCTM, 2002). Araştırmacıların ve uzmanların gerçekleştirdiği uygulamalar, belirli kavramların ve becerilerin küçük çocuklar için hem zorlayıcı hem de erişilebilir olduğunu göstermektedir. Erken dönemde matematik eğitiminin içeriğine ilişkin çerçeveyi Amerikan Ulusal Mesleki Standartları (NCTM) çizmiştir. Amerikan Ulusal Mesleki Standartları (NCTM, 2000), erken çocukluk dönemi matematik eğitiminde beş temel matematik eğitimi içerik alanına vurgu yapmıştır. Bunlar; sayı ve işlemler, geometri, ölçme, cebir (örüntüler dâhil) ve veri analizidir. Bu araştırma, temel matematik eğitimi içerik alanlarından işlem becerisi (yalnızca toplama ve çıkarma) ile sınırlandırılmıştır.

Erken Çocukluk Döneminde İşlem Becerisi

Yapılan araştırmalar (Berg, 2008; Clarke ve Shinn, 2004; Geary vd., 2013; Jordan vd., 2006; Koponen vd., 2007; Koponen vd., 2013; Krajewski ve Schneider, 2009; Leppanen vd., 2006; Locuniak ve Jordan, 2008; Olkun vd., 2013; Olkun vd., 2014; Uyanık, 2013) erken çocukluk dönemindeki sayma dönemindeki sayma ve işlem becerilerinin, çocukların formal eğitim dönemindeki matematik ve okuma başarılarıyla doğrudan ilişkili olduğunu ortaya koymuştur. Bu nedenle erken çocukluk döneminde sayma ve işlem becerisinin gelişimi kritik bir öneme sahiptir.

Erken çocukluk döneminde çocukların kazanması gereken becerilerden biri sayma becerisidir ve bu beceri çok küçük yaşlardan itibaren gelişmeye başlamaktadır. Sayma becerisi; sayı kelimelerini doğru sırada öğrenmeyi, sayılacak nesne grubundaki her bir nesneyle sayı kelimelerini koordine etmeyi, kümedeki her nesnenin sadece bir kez sayılmasını, nesne grubunda sayılan son nesnenin gruptaki toplam nesne sayısını ifade ettiğinin anlaşılmasını içeren karmaşık bir beceridir (Butterworth, 2005; Clements ve Sarama, 2014; Nguyen, vd., 2016). Sayma becerisinin gelişim süreci, “sayı kavramının anlaşılması, sayı hissini ve sayısını görme/ezberden sayma becerisinin gelişmesi, nesne gruplarında kaç tane? nesne olduğunun cevaplanabilmesi, sayma ilkelerinin kazanılması, ordinal ve kardinal sayıların anlaşılması” şeklinde sıralanabilir. Böylece çocuklar sayı sözcüklerini farklı bağlamlarda, farklı işlevler için kullanabilirler. Günlük hayatta duydukları “bir, iki, üç” gibi bir dizi; “iki kedi” de olduğu gibi kardinal değer; “soldaki üçüncü ev” de olduğu gibi sıra; “sekiz dakikalık mesafe” veya “sekiz kilometre” de olduğu gibi ölçüm ifadelerini kendileri de kullanmaya başlar (Syrett vd., 2012). Bu becerileri kazandığında çocuklar sayılarla; toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini yapmaya başlar.

İşlem kavramı, daha az ya da daha çok gibi ilişkiler üzerine çalışma ve bu durumlarla ilgili problem çözme süreci olarak tanımlanmaktadır (Bredenkamp, 2015). Toplama, çıkarma, çarpma ve bölmeyi yani dört işlemi yapabilmek için sayı temellerinin atılmış olması gerektiğinden sayı kavramının kazanılmış olması kritik bir öneme sahiptir (Stock vd., 2013). Çocuklar yaklaşık üç yaşından itibaren küçük sayılarla toplama ve çıkarma konusunda ilerleme kaydederler. İlk olarak toplamları beşi geçmeyecek nesne gruplarıyla toplama yapabilirler. 4-5 yaşından itibaren basit toplama işlemlerini parmaklarını ya da somut nesnelere kullanarak yapmaya kendi stratejilerini üretmeye başlarlar. Toplamı 5-10 arasındaki somut nesnelere toplama işlemi yapabilirler. İki nesne grubunun toplam sayısını bulurken “Senin 2 tane araban var. Ben de sana 3 tane verdim. Toplam kaç tane araban oldu?” gibi sözel problemleri önce oyuncak arabalarını kullanarak çözebilirler. Çocukların farklı nesne gruplarıyla toplama işlemi yapması bir sonraki adımdır ve zamanla toplama işlemi içeren sözel problemleri de çözmeye başlarlar (Bredenkamp, 2015; Butterworth, 2005; Clements ve Sarama, 2014; Huttenlocher vd., 1994).

Toplama işleminin aşamalarının kazanılması, çıkarma işleminin temelini oluşturmaktadır. Çıkarma, matematiksel olarak toplama işleminin tersi olarak tanımlanır ve bir grup içindeki eksilmeyi ifade eder. Erken çocukluk döneminde azlık çokluk kavramları ve karşılaştırma becerisi çıkarma işleminin temelini oluşturur ve sayma becerisinin de gelişmesiyle, çıkarma işlemine dair sezgisel bir fikir gelişmeye başlar. Somut nesnelere sayma etkinlikleri yapılırken gruptan belli bir sayıda nesne alındığında, geriye kaç nesne kaldığının hesaplanması ya da nesne gruplarının karşılaştırılması gibi etkinliklerle çocukların çıkarma işlemine dair geliştirdikleri bu sezgisel fikir desteklenmiş olacaktır (Charlesworth ve Lind, 2009; Clements ve Sarama, 2014).

Toplama işleminde çocuklar iki farklı kümeyi birleştirerek yeni bir küme elde ederler. Çıkarma işleminde ise bir kümedeki elemanları istenen sayılarda iki farklı kümeye ayırmaları beklenmektedir. Bu nedenle bir bütünün parçalarının olduğunu kavrayabilmelidirler. Bu parçalardan birinin çıkması durumunda da, sayının eksileceğinin kavrayabilmelidirler. Bu süreç ilk olarak somut nesnelere, daha sonra da sözel problemlerle desteklenmelidir. Örneğin; “4 tane oyuncuğun vardı. Birini bana verirsen, oyuncuğun artar mı, yoksa azalır mı?”, “Peki, senin kaç tane oyuncuğun olur?”, “Benim kaç tane oyuncuğum olur?” gibi sorular, çocukların parçalara ayırma ve eksiltme kavramlarını anlamasını sağlayacaktır. (Clements ve Sarama, 2014). Çocuklar çıkarma işlemi yaparken geriye sayma becerisine de ihtiyaç duyarlar ve somut nesnelere kazandıkları deneyimlerini, geriye sayma işlemi ile geliştirebilirler. Örneğin “5-3” işleminin sonucunu bulmaya çalışırken, 5’ten geriye doğru 3 sayı sayılır. “5, 4, 3” işlemi sonrasında cevabın “2” olduğunu bulabilir. Ancak çocukların bu becerilerinin gelişmesinde bol bol deneyime ihtiyaçları vardır (Clements ve Sarama, 2014).

Erken Çocukluk Eğitiminde İşlem Becerisine Yönelik Pedagojik Alan Bilgisi

Erken çocukluk döneminde işlem becerilerinin kazanılmasında sözel problemleri kullanmak oldukça önemlidir. Çocuklar toplama ve çıkarma konusunda rakamlarla sembolik gösterimle tanışmadan önce, çeşitli modelleme ve sayma stratejilerini kullanarak bir dizi farklı toplama ve çıkarma sözel problemlerini çözebilirler (Carpenter vd., 1981; Carpenter ve Moser, 1982). Çocuklar “2+1 kaç eder?” soruları yerine “Senin iki tane elman olsun. Bir tane de ben sana verdim. Toplam kaç tane elman oldu?” gibi sorularla toplama işlemini daha kolay anlayabilirler. Sözel problemleri yaklaşık dört yaştan itibaren zihinlerinde canlandırabilir ve doğru cevabı verebilirler. Burada unutulmaması gereken ilk husus, öncelikle beşi geçmeyecek eleman sayılarıyla başlanması, çocukların gelişim düzeyleri göz önünde bulunarak eleman sayıları artırılmasıdır (Ginsburg ve Baroody, 2003). İkinci husus ise toplama ve çıkarma sürecinde kullanılan problem türlerinin çeşitlendirilmesi gerekliliğidir. Dört farklı toplama ve çıkarma sözel problem türünden bahsetmek mümkündür. Bunlar: Birleştirme türü problemler, Ayırma türü Problemler, Parça-Parça-Bütün türü problemler ve Karşılaştırma türü problemlerdir (Van De Walle vd., 2014).

Toplama ve çıkarma sürecinde kullanılan problem türlerinin çeşitlendirilmesi açısından kritik değere sahip faktörlerin başında öğretmenlerin sahip olduğu pedagojik alan bilgileri bir değişken olarak karşımıza çıkmaktadır. Pedagojik alan bilgisi, alan bilgisini ve pedagojik bilgisini birleştiren ve tamamlayan geniş bir kavramdır. Etkili bir öğrenme süreci oluşturmak için sadece alan bilgisi ya da sadece pedagoji bilgisi yeterli değildir (Shulman, 1986). Erken çocukluk döneminde matematiğe ilişkin pedagojik alan bilgisi, içeriklerin, (yukarıda bahsi geçen toplama ve çıkarma gibi içeriklerin) çocuklara daha etkili hangi yöntem ve araçlarla kazandırılacağı ile ilgilidir (Lee, 2017). Alanyazında matematiğe ilişkin pedagojik alan bilgisi üzerine tanımlanmış çeşitli modeller mevcuttur. Bu modellerden biri Ball’un modelidir. Ancak Ball’un çerçevelediği pedagojik alan bilgisi erken çocukluk dönemi matematiğinin etkili öğreniminin anlaşılması için sınırlı bilgi sunmaktadır. Ball’un çalışması temel matematik üzerine pedagojik alan bilgisiyle ilgilidir ve erken çocukluk dönemi matematiğinden biraz farklıdır (Lee, 2010; McCray, 2008; Anders ve Rossbach, 2015). Matematiğe ilişkin pedagojik alan bilgisi modellerinden bir diğeri ise Lee (2017)’ye aittir. Lee’nin görüşleri detaylı bir şekilde paylaşılmıştır.

Lee’nin Pedagojik Alan Bilgisi Yapısı

Lee (2017) pedagojik alan bilgisinin yapısını üç başlık altında incelemiştir. Bunlar; *Fark Etme*, *Yorumlama* ve *Geliştirme* basamaklarıdır. Lee’ye göre öğretmenin ilk etapta oyun esnasında ya da günlük etkinliklerde çocukların matematiksel düşünme durumlarını fark etmesi, yorumlaması ve daha sonra geliştirme aşamasına geçmesi birbirini takip eden, hiyerarşik basamaklardır. İlk basamak *Fark Etme basamağı*dır. *Fark Etme*, öğretmenin çocukların oyunlar sırasında kullandıkları matematiksel durumları fark etmesini ifade etmektedir. *Yorumlama basamağı*, pedagojik alan bilgisinin ikinci basamağıdır. *Yorumlama*, öğretmenin çocukların oyunlar ya da günlük etkinlikler sırasında kullandıkları matematiksel durumları fark ettikten sonra yorumlaması ve ilgili durumu betimlemesi ile ilgilidir. Doğru bir yorum yapma becerisine sahip olan öğretmen, düzenleyeceği öğrenme ortamıyla çocukların matematiksel düşünme süreçlerine katkı sağlayabilecektir. *Geliştirme basamağı* ise pedagojik alan bilgisinin üçüncü ve son basamağıdır (Lee, 2017). *Geliştirme basamağı*, öğretmenlerin çocukların sahip oldukları matematiksel düşünme stratejilerini ilerletmeye destek olacak yönlendirmeler, düzenlemeler, konuşmalar ya da uygulamalar yaptığı basamağı ifade etmektedir. Örneğin oyun zamanı sırasında bir çocuğun sınıftaki materyalleri kullanarak sembolik bir mangal tasarladığı düşünülebilir. Çocuk tasarladığı mangalın üzerine sembolik olarak bir köfte – bir biber – bir köfte – bir biber dizebilir. Bu senaryoda, öğretmenin çocuğun bir matematik becerisi olan örüntüyü kullandığını fark etmesi, Lee (2017)’ye göre öğretmenin ilk basamak olan *Fark Etme* basamağında olduğunu göstermektedir. Öğretmenin, çocuğun oluşturduğu ilgili örüntünün *iki değişkenli tekrarlayan örüntü* (AB; köfte – biber) olduğuna ilişkin yorumu ise *Yorumlama* basamağında olduğunu göstermektedir. Öğretmenin (oyunun içine dâhil olarak ya da olmayarak) “Ben köftele bayılırım, Köfte-köfte-biber-köfte-köfte-biber şeklinde dizebilir miyiz?” diyerek AB örüntüsünü daha karmaşık tekrarlayan örüntü olan AAB örüntüsü ile geliştirmeyi amaçlaması ise örüntü becerisi için *Geliştirme basamağında* olduğunu kanıtlamaktadır. Bu çalışmada okul öncesi öğretmenlerin toplama ve çıkarmaya yönelik pedagojik alan bilgileri, Lee’nin pedagojik alan bilgisi yapısının üçüncü ve son basamağı olan *Geliştirme basamağı* temel alınarak incelenmiştir.

Araştırmanın Amacı ve Önemi

Okul öncesi öğretmenlerinin matematiğe ilişkin pedagojik alan bilgisi, öğretmenlerin çocukların matematiğe ilişkin temel kavramları geliştirmelerinde ve becerileri kazanmalarında etkili yöntem ve teknikleri kullanmalarını ifade etmektedir. Matematiğe ilişkin pedagojik alan bilgisi çocukların matematiksel gelişimi için uygun stratejiler geliştirme (Clements ve Sarama, 2014), matematiği günlük hayatla ilişkilendirme (Ginsburg ve Amit, 2008), soyut kavramların somutlaştırılması (Ball vd., 2008) bu anlamda çocukların gelişim seviyesine uygun hale getirilmesi, farklı öğrenme stillerine uygun öğretim yöntemlerinin geliştirilmesi (Shulman, 1986), matematiksel kavramların derinlemesine anlaşılması (Ma, 1999) gibi başlıkları içermektedir. Bu bilgiler göz önünde bulundurulduğunda, öğretmenlerin sahip oldukları matematiğe ilişkin pedagojik alan bilgi düzeylerinin, çocukların matematiksel kavramları anlamalarını ve kullanmalarını sağlamada kilit bir role sahip olduğunu söylemek mümkündür. Okul öncesi öğretmenlerinin matematik pedagojik alan bilgisini araştırmak, eğitimde erken yaşlardan itibaren matematiğe ilişkin kavram ve becerilerin etkili bir şekilde destenmesinin temelini oluşturmaktadır. Bu alandaki bilgi eksikliklerinin, öğretim süreçlerinde karşılaşılan zorlukları ve çocukların matematiksel gelişiminde ortaya çıkan problemleri anlaşılmasına yardımcı olabileceği gibi, öğretmenlerin mesleki gelişimine yönelik stratejiler geliştirilmesinde de bir kılavuz niteliği taşıyabilecektir.

Bu araştırmanın amacı, okul öncesi öğretmenlerinin toplama ve çıkarma kavramlarına ait pedagojik alan bilgilerinin incelenmesidir. Öğretmenlerin toplama ve çıkarma konusundaki matematiksel pedagojik alan bilgileri incelenerek toplama ve çıkarma kavramları nasıl tanımladıkları, çocuklara sezdirilirken hangi yöntem ve tekniği kullandıkları, düzenledikleri öğrenme ortamları, öğretim sürecini yönetme biçimlerini ve ölçme değerlendirme süreçlerini incelemek amaçlanmıştır.

YÖNTEM

Araştırmanın Modeli

Nitel araştırma yöntemi çalışmanın amacını en iyi şekilde karşılayabileceği düşünülmüş ve bu araştırma için uygun görülmüştür. Nitel araştırma yöntemi, olguların ve olayların doğal ortamında bütüncül ve gerçekçi bir şekilde tümevarımsal bir yaklaşımla incelenmesine olanak sağlayan bir yöntemdir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Nitel araştırma, incelenen problemin sayısı, sıklığı, niceliğinden ziyade problemin anlamı ve süreciyle ilgilidir (Denzin ve Lincoln, 1998). Okul öncesi öğretmenlerinin toplama ve çıkarma kavramlarına ait pedagojik alan bilgilerini incelemek için nitel araştırma desenlerinden biri olarak “fenomenoloji” yöntemi kullanılmıştır. Fenomenoloji, insanların içinde buldukları ortamdaki deneyimlerini, ne anladıklarını, ne algıladıklarını inceleyen bir araştırma yöntemidir (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu, 2022-2023 öğretim yılında Bolu ili Mengen ilçesinde 2 farklı anaokulunda görev yapan 3 okul öncesi öğretmeni oluşturmaktadır. Araştırma grubu amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir örnekleme tekniği ile seçilmiştir. Amaçlı örnekleme yöntemi, çeşitli durumların yer aldığı gruplarda derinlemesine çalışmaya elverişli bir örnekleme yöntemidir ayrıca kolay ulaşılabilir örnekleme tekniği, örneklemin seçilmesinde araştırmacıya kolay ulaşabileceği bir araştırma grubu seçmesine olanak sağlamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Katılımcılar Ö1, Ö2 ve Ö3 şeklinde kodlanmıştır. Katılımcıların hepsi kadındır. Katılımcıların hepsi lisans mezunudur. Ö1, 12 yıllık öğretmen, Ö2, 10 yıllık öğretmen ve Ö3, 8 yıllık öğretmendirler.

Veri Toplama Aracı ve Süreci

Araştırmacılar tarafından geliştirilen anket formu, veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Görüşme formunun hazırlanması esnasında öncelikle pedagojik alan bilgisi çalışmalarındaki görüşme formları ve okul öncesi öğretmenlerinin örneklem olarak seçildiği araştırmalar incelenmiştir. Okul öncesi eğitimde matematik eğitimine yönelik yapılan çalışmalar, MEB (2013) Okul Öncesi Eğitim Programı'ndaki kazanımlar ve göstergeler dikkate alınarak görüşme formu düzenlenmiştir. Okul öncesi ve ilköğretim matematik öğretmenliği olmak üzere iki farklı disiplinden öğretim üyelerinden gelen uzman görüşleri dikkate alınarak görüşme formuna son hal verilmiştir. Görüşme formunun son hali iki bölümden oluşmuştur (Ek-1). İlk bölüm demografik bilgilerin bulunduğu bölüm, ikinci bölüm ise toplama ve çıkarma kavramlarına ait soruların

bulunduğu bölümdür. Veriler araştırmaya katılmaya gönüllü olan öğretmenlerle yüz yüze yapılan görüşmelerle toplanmıştır. Öğretmenlerle gerçekleştirilen görüşmeler, görüşme formunda yer alan soruların sayısı nedeniyle, üç farklı zaman diliminde gerçekleştirilmiştir. Ek 2’de öğretmenlerle yapılan görüşmelerin sürelerine yer verilmiştir.

Verilerin Analizi

Verilerin analizinde içerik analizi kullanılmıştır. İçerik analizi, araştırmadan elde edilen bulguların ayrıntılı incelenerek analiz edilmesini gerektirir ve temaların ortaya çıkarılmasını sağlar (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Görüşmeler sonucunda elde edilen verilerin kaydedilmesinde, ses kaydı ve not alma yöntemleri kullanılmıştır. Kayıt altına alınan görüşmeler daha sonra dikte edilmiş ve veri analizine geçilmiştir. Katılımcıların verdiği yanıtlar içerik analizi kullanılarak yorumlanmıştır. Bunun için verilerin kodlanması, kategorilerin (temaların) bulunması, kodların ve temaların organize edilmesi, bulguların tanımlanması ve yorumlanması olmak üzere dört aşamaya ihtiyaç duyulmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Üç okul öncesi öğretmenin araştırmadaki sorulara verdikleri yanıtlar, araştırmanın amacına göre ve Lee’nin pedagojik alan bilgisi çerçevesinde analiz edilmiştir. Lee’nin pedagojik alan bilgisinin kavramsal çerçevesi okul öncesi matematiğini kapsayacak şekilde olması sebebiyle Lee (2017)’nin kavramsal çerçevesinde bulgular analiz edilmiştir.

Araştırmanın Etik İzinleri

Veri toplama süreci öncesinde çalışmanın etik kurallar açısından değerlendirilmesi için Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu’na başvurulmuştur. Etik kurul 29.05.2014 tarihinde gerçekleştirdiği 08 numaralı toplantısının 13 numaralı kararıyla çalışmanın etik kurallara uygun olduğu değerlendirmesini yapmıştır. Yine veri toplama süreci öncesinde araştırmaya katılacak öğretmenler bilgilendirilmiş ve onlara gönüllü katılım formu sunulmuştur. Daha sonra öğretmenlerin çalışmaya katılımlarının gönüllülük esasına dayandığı, çalışmaya katılımları bile istedikleri anda ayrılacakları, hiçbir kişisel bilgilerinin başka kişi veya kurumlarla paylaşılmayacağı ve elde edilen sözel ifadelerin bilimsel amaçlarla kullanılacağına dair açıklamalar yapılarak izinleri alınmıştır. Çalışmanın raporlaştırılması sırasında kişisel verilerin gizliliği nedeniyle her bir katılımcı öğretmen için Ö1, Ö2 ve Ö3 kodları kullanılmıştır.

BULGULAR

Okul öncesi öğretmenlerinin toplama ve çıkarma kavramlarına ait görüşleri Lee’nin geliştirme basamağı çerçevesinde incelendiğinde; sayının kardinalitesi, problemin türü, somut nesnelere ve semboller, çizimler, etkili sayma stratejisi ve saymanın otomatikleştirilmesi, manipülatifler, toplama ve çıkarma stratejileri, bütünleştirilmiş etkinlik, gelişimsellik, motivasyon ve oyun olmak üzere on bir bölümde analiz edilmiştir.

Tablo 1

Geliştirme Kapsamındaki Bulgular

Geliştirme	Ö1	Ö2	Ö3
Gelişimsellik	Hazırbulunuşluk, yaş, ilgi ve istekler	Hazırbulunuşluk, yaş, ilgi ve istekler Cinsiyet farklılığı	Hazırbulunuşluk, yaş, ilgi ve istekler
Etkili Sayma Stratejisi ve Saymanın Otomatikleştirilmesi	Etkili sayma nesnelere eşleştirerek	Ritmik ileriye geriye sayma	Ritmik ileriye geriye sayma
Sayının Kardinalitesi	5’i geçmeyecek	5’i geçmeyecek	5’i geçmeyecek

Tablo 1 (Devam)

Manipülatifler	Saymada parmakları kullanır		
Somut Nesnelere ve Semboller	Bloklar, Legolar, oyun halısı, oyuncaklar...	Matematik köşesi, görseller...	Elma, balon, oyuncaklar...
Çizimler	Şekil çizimi		Sayı doğrusu
Toplama ve Çıkarma Stratejileri	Atma stratejisi	Atma stratejisi ve ilave/birleştirme stratejisi	Atma stratejisi
Problemin Türü	Sonuç bilinmeyenli problem	Sonuç bilinmeyenli problem Değişim bilinmeyenli problem	Sonuç bilinmeyenli problem
Motivasyon	Sözel pekiştiriciler, aile	Olumlu pekiştiriciler, ilgi ve istekler	Sözel pekiştiriciler, günlük hayat durumları ile ilişkilendirme
Oyun	Kullanılıyor	Kullanılıyor	Kullanılıyor
Bütünleştirilmiş Etkinlik		Disiplinlerarası etkileşimli olan etkinlikler	Sınıf içi ve sınıf dışı etkinlikler

Gelişimsellik: Öğretmenlerin üçü de gelişimsellik kavramına değinecek ifadelerde bulunmuşlardır. Gelişimsellik kavramının çocuğun hazırbulunuşluğu, bulunduğu yaşın, gelişim özellikleri, ilgi ve istekleri gibi etkenler sayesinde oluşturulmuş olduğu görülmüştür. Örneğin öğretmenlerden birinin görüşü şu şekildedir:

“... Etkinliğin çocuklara uygun olması gerekir. Hazırbulunuşluk kavramı burada önemli bence. Bazen bir sene uyguladığım etkinliği diğer sene uygulayamayabiliyorum. Çocukların seviyeleri, kapasiteleri hangi etkinliği yapacağımı belirliyor.” (Ö2)

Bunun yanında öğretmenlerden biri cinsiyet kavramına değinerek çocukların ilgilerini çeken nesnelere farklı olduğunu söylemiştir. Bu görüşünü şu şekilde ifade etmiştir:

“... Kızlar oyuncak bebek, toka, çiçek gibi nesnelere daha istekli bakarken, erkekler arabalara ilgi gösterebiliyorlar. Bu yüzden çocukları çok iyi tanımak gerekiyor ve ilgilerine göre onları motive edebileyim.” (Ö2)

Etkili Sayma Stratejileri ve Saymanın Otomatikleştirilmesi: Öğretmenlerin cevapları incelendiğinde öğretmenlerden biri (Ö1) toplama ve çıkarma işlem becerilerini çocukların kazanmaları için etkili sayma stratejilerinin gelişmiş olması gerektiğini ve bunun beraberinde saymanın otomatikleştirilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Etkili sayma stratejisinin gelişmesini nesnelere kullanarak yapmayı tercih etmektedir. Bunu görüşünü şu şekilde sunmuştur:

“... Sayı kavramı çok iyi kazanılmamışsa her iki işlemde de zorlanıyorlar. Sayıları ileri geri ritmik sayabilmeleri çok önemli. İlk etapta somut nesnelere işlemi kavratıyoruz yani eksilip artırmayı nesnelere gösteriyoruz.” (Ö1)

Diğer taraftan öğretmenlerin ikisi (Ö2 ve Ö3) saymanın otomatikleştirilmesinin üzerinde durmuşlardır. Bu görüşlerden biri şu şekildedir:

“Sayıları ve sayıların sırasını bilmiyorsa zorluk çekiyor. Geriye doğru saymıyorsa çıkarmada çok zorlanıyor. Toplama da ikinci sayının ilk sayının üzerine eklenmesi konusunda zorluk çekiyorlar.” (Ö3)

Sayının Kardinalitesi: Öğretmenlerin üçü de sayının kardinalitesine değinmişlerdir. Küçük çocukların işlem becerilerinde ilk olarak, sonucu en 5’den büyük olmayacak şekilde problem durumları ile tanışmaları gerektiğini söylemişlerdir. Örneğin bir öğretmen toplama ve çıkarma işlemi için sayı boyutunu göz önünde bulundurarak toplama ve çıkarma kavramlarını şu şekilde ifade etmiştir:

“... Mesela senin üç kalemin var, ablan sana iki kalem veriyor, senin şimdi kaç kalemin oldu? Kalemlerinin sayısı arttı mı azaldı mı?” (Ö2)

“... Annen senin için kek yapacak. Evde beş tane yumurta var, bu yumurtaların üç tanesini kek yapmak için kullandı. Geriye kaç yumurta kaldı? Yumurtaların sayısı arttı mı, azaldı mı?” (Ö2)

“... Her iki işlemde de ilk etapta 5’i geçmeyecek sayılarla çalışıyorum sonraki sayılarda zorlananlar oluyor.” (Ö2)

Diğer bir öğretmen çıkarma işleminde sayı boyutuna dikkat ederek örnek vermiştir ve verdiği örneklerle çocuklara küçük sayıdan büyük sayı eksiltmeyeceklerini de fark ettirmeye çalışmıştır.

“... Elime üç tane kalem alırım. Elimden bir tanesini yere düşürürüm ve elimde kaç tane kaldığını sorarım. Bir, iki. Yerden düşen kalemi alırım ve elimden bu kez iki tane düşürürüm. Elimde kaç tane kaldığını sorarım. Bir. Yere düşen kalemleri alırım ve hepsini düşürürüm. Elimde kaç tane kalem kaldığını sorarım ve hiç kalmadı, hepsi düştü cevaplarını alırım. Bu kez hepsini tekrar elime alırım şimdide dört tanesini yere düşürelim diye söylerim. Birini atarım, ikincisini atarım, üçüncüsünü atarım ve elimdeki kalemler biter, dördüncüsü diye sorduğumda yetmediğini elimdeki kalemlerin bittiğini görürler.” (Ö3)

Somut Nesnelere ve Semboller: Öğretmenlerin verdiği yanıtlar incelendiğinde üç öğretmen de toplama ve çıkarma işlemleri için somut nesne kullandıklarını söylemişlerdir. Çocukların günlük hayatta kullandığı nesnelere kullanılmaları onların problem çözmelerine fayda sağlamaktadır görüşü üç öğretmenin de ortak anlayışıdır. Örneğin bir öğretmenin toplama ve çıkarma işlemlerine ait somut nesnelere kullanımına ait görüşü şu şekildedir:

“... Çocukların öğrenme yaşantılarını zenginleştirmek için çeşitli materyaller kullanıyorum. Bloklar, Legolar, oyun halısı... Mesela oyun halımızın üzerinde geometrik şekiller bulunuyor ve geometrik şekilleri daha kolay öğreniyorlar. Toplama ve çıkarma işlemlerinde ise elle tutulan nesnelere olması önemli. Çocuk sadece görmek yerine dokunarak öğrenirse daha iyi kavrar. Sınıftaki oyuncakları sadece oyunlarda değil bu işlemlerde kullanıyorum.” (Ö1)

Benzer şekilde katılımcılardan Ö2 somut nesnelere yanında semboller ve matematik köşesinden bahsetmiştir. Bu görüşünü şu şekilde ifade etmiştir:

“... Sıralama, gruplama, sınıflama, geometrik şekiller, zaman, ağırlık, uzunluk gibi bilişsel beceriler için zaten sınıfta oluşturulan köşeler etkili oluyor. Mesela Legoları renklerine göre sınıflandırır. Arabaları büyüklük ve küçüklüklerine göre dolaplara dizme ve kutulara gruplayarak koyma. Matematik köşesi diye hazırlanan bölüme geometrik şekiller ve sayılar asılması. Duvarlardaki mevsim panoları, saat gibi zamanı, tarihi, mevsimleri belirtecek görsellerin kullanılması çocuklar için büyük bir uyarıcıdır. Öğrenmelerini destekler.” (Ö2)

Diğer taraftan farklı bir katılımcının çıkarma işlemine ait somut nesnelere kullanımına ait görüşü şu şekildedir:

“... Nesnelere herhangi bir sebeple dağıldığı durumlardır. Çürüyen elmalar, patlayan balonlar, kırılan bardaklar... Elma, oyuncak vb. kullanıp bunlardan sahip olduklarının kırılıp, çürüyüp, azaldığını fark ettiriyorum. Kalanları saydırıyorum.” (Ö3)

Manipülatifler: Öğretmenlerin görüşleri incelendiğinde sadece Ö1 toplama ve çıkarma işlem becerilerini çocuklara kazandırmak isterken somut nesnelere soyut sayı sistemine geçişte parmak kullanarak saymaya yer verdiğini ifade etmiştir. Öğretmenin görüşleri parmakların anlamlandırmaya yardımcı olduğu ve sayılarla parmaklar arasında dokunsal bir etkileşimin olduğu yönündedir ve bu yüzden parmakları kullandıklarını ifade etmiştir. Örneğin öğretmenin görüşü şu şekildedir:

“... Somut nesnelere soyut sayılara geçtiğimizde zorlanabiliyorlar. Bu durumda parmaklarını kullanmalarını sağlıyorum. Somut nesnelere yerini parmaklar alıyor bir nevi. Somuttan soyuta geçerken parmaklar işlem becerisini kazanmasını kolaylaştırıyor bence.” (Ö1)

Çizimler: Öğretmenlerin verdiği yanıtlar incelendiğinde öğretmenlerin iki tanesi çizimleri kullandığından bahsetmişlerdir. “Toplama ve çıkarma işlemlerinde hissettirilen problem durumunu çocukların çözmesi çizimler yardımıyla sağlanmaktadır” görüşü her iki öğretmen için geçerlidir. Örneğin bir öğretmen somut nesnelere sonra şekillere ve çizimlere yer verdiğini şu şekilde açıklamıştır:

“... Çocukların eşyalarını kullanırım (boya kalemlerini vs...) sonra şekiller çizerek devam ederim en sonunda da sayıları kullanırım. Anlatım bittikten sonra soru cevap yöntemini kullanırım.” (Ö1)

Diğer taraftan öğretmenlerden biri (Ö3) diğer öğretmenlerden farklı olarak sayı doğrusu kullanımından bahsetmiştir. Toplama ve çıkarma işlemlerinden önce kazanılması gereken sayı kavramı, ardışıklık kavramı gibi kavramların öğretiminde sayı doğrusunun kullanılabileceğini ifade etmiştir. Görüşünü şu şekilde açıklamıştır:

“... Bir de bir kitapta okumuştum sayı doğrusundan faydalanabiliyorlar sayıları öğretirken. Bir sayının önündeki ve arkasındaki sayıları aynı anda görmesi sayıları kolay öğrenmesini sağlayabilir. Sayı doğrusu soyut olduğu için kavramakta zorlanabilirler bence çünkü günlük hayatta sayı doğrusuyla karşılaşmazlar.” (Ö3)

Toplama ve Çıkarma Stratejileri: Öğretmenlerden sadece biri (Ö1) toplama stratejilerinden hepsini sayma stratejisini dile getirmiştir. Toplama, bir araya getirme işlemleri yaparken nesnelere bir grubun üzerine diğer grubu eklemekten önce yani üzerine saymadan stratejisinden önce birleşen tüm nesnelere baştan saydığını söylemiştir. Öğretmen bu görüşünü şu şekilde ifade etmiştir:

“... Benim beş tane şekerim var, arkadaşım bana üç tane daha şeker verdi, şimdi kaç şekerim oldu? – Bir, iki, üç, dört, beş, altı, yedi, sekiz. Peki, benim üç şekerim var, arkadaşım beş şeker daha verdi kaç şekerim oldu? – Bir, iki, üç, dört, beş, altı, yedi, sekiz. Yine sekiz şeker oldu yani beş şeker üç şeker daha sekiz şeker oldu.” (Ö1)

Öğretmenlerden sadece biri çıkarma işlemi için üç birimden geri saymanın çoğu çocuk için zor olacağını farkında olduğu için çocuğa sunduğu problem durumu buna göre vermiştir. Öğretmenin görüşünü şu şekilde ifade etmiştir:

“... Elime birden fazla nesne alırım. İlk önce bir tanesini sınıftaki bir çocuğa veririm ve elimde ne kadar kaldığını sorarım. İlk önce bir azaltmadan başlarım. Daha sonra iki, üç şeklinde eksiltmeler yaparım. Burada dört, beş azaltmayı sormuyorum bir iki geri gitmesi yeterli ve önemli olan çıkarmayla bağdaştırması.” (Ö1)

Çıkarma işlemi stratejilerden “atma” stratejisinin yaygın olarak çocuklara sunulduğu tespit edilmiştir. Üç öğretmende çıkarma kavramına ait bir durum betimlerken çıkarma işlemi stratejilerinden “atma”, “ilave/birleştirme”, “karşılaştırma” ve “ayırma” çeşitlerinin dördüne de değinmektense “atma” stratejisi üzerinde durdukları tespit edilmiştir. Örneğin bir öğretmenin görüşü şu şekildedir:

“... Öncelikle sınıfta daire oluyoruz hadi bakalım herkes gözlerini kapatsın hemen bir çocuğu dairenin dışına çıkarıyorum ve kim yok diye soruyorum. Sandalye kapmaca da önce 10 tane sandalye varsa sonra birer birer eksiltiyorum.” (Ö1)

Sözel Problemin Türü: Öğretmenlerin verdiği yanıtlar incelendiğinde üç öğretmenin de verdiği örnekler problem türlerinden olan “sonuç bilinmeyenli problem” şeklindedir. Katılımcılardan sadece biri (Ö2) bunun yanında “değişim bilinmeyenli problem” türüne ait örnek vermiştir. Ö1 toplama ve çıkarma işlemlerine ait örnekler verdiğinde hem toplama hem de çıkarma işlemine ait iki örnek vermeyi tercih etmiştir fakat öğretmenin verdiği örneklerin tek problem türüne ait olduğu görülmüştür. Bir öğretmenin toplama işlemine ait örneği birleştirme problemlerinden sonuç bilinmeyenli problem türüne aittir ve şu şekildedir:

“... Mesela sınıfımızda üç tane pelüş oyuncak vardı bir tane de hediye geldi kaç tane oldu? Ya da sabah sınıfa 5 çocuk gelmişti 1 arkadaşınız geç kaldı o da gelince kaç kişi olduk?” (Ö1)

Çıkarma işlemine ait örneği ayırma problemlerinden sonuç bilinmeyenli problem türüne aittir ve şu şekildedir:

“... Sözel durum olarak da boya kalemlerinden ikisinin ucu kılınca beş tane kaleminin kaç tanesi sağlam kalır? Ya da dört zeytinim vardı bir tanesi yere düşünce kaç tane zeytinin kaldı?” (Ö1)

Diğer taraftan Ö2 katılımcısının verdiği örneğin farklı bir problem türüne ait olduğu görülmüştür. Öğretmenin verdiği örnek ayırma problemlerinden değişim bilinmeyenli problem türüne aittir ve şu şekildedir:

“... Bizim dört kalemimiz var bizden beş kalem istiyorlar kalem sayım yetiyor mu? Diye soru yönelttiğimden öğretmenim ben size kalem vereyim yetmiyor diyen çocuklar oluyor. O yüzden cümleleri de düzgün kurgulamalıyız. Kek yapmak için 3 yumurtaya ihtiyacım var ama benim 1 yumurtam var sizce kek yapmam için yeter mi? diye sorduğumda hayır cevabını alıyorum. Çocuk o sırada yumurta bulup getiremiyor çünkü. Yumurta sayımız yetmediğin için kek yapamıyoruz. Kek için çok yumurta gerekiyor bizde az yumurta var sonucuna ulaşıyoruz.” (Ö2)

Motivasyon: Öğretmenlerin her birinin motivasyon kavramına farklı açılardan yaklaştıkları tespit edilmiştir. Çocuğu motive ederken öğretmenlerin aile kavramına değindiği, olumlu pekiştiricilerden yararlandığı, günlük hayatta karşılaşılabilecekleri problem durumları kurguladıkları ve çocukların ilgi ve isteklerine yönelik tercihler yapıldığı tespit edilmiştir. Öğretmenlerin görüşleri şu şekildedir:

“... Harikasin, aferin gibi söylediğim sözler motive edebiliyor. Çocukların motivasyonunda ailenin önemi olduğunu düşünüyorum. Motive sorununu da çocukların aileleriyle iletişime geçerek evde başarabilecekleri hedefler koymalarını ve yaptıklarında da aferin, süper gibi kelimeler söylemelerini istiyorum ki okulda da motive olmakta zorluk çekmesinler. İşlem becerisinde zorlanan çocuklarda önce yapabildikleri sorular soruyorum ki yapabildiğini görsün ve kopmasın.” (Ö1)

“... Motivasyonlarını artırmak için yapabildiklerine odaklanıp onları heveslendiririm.” (Ö2)

“... Somut nesnelere, ödüller çocuğu aktif hale getiriyor ve motivasyonunu artırıyor. Ya da günlük hayatta karşılaştığı günlük durumlarla ilgili örnekler verdiğimde kendini daha iyi odaklıyor ve ilgiyle dinliyor.” (Ö3)

Oyun: Öğretmenlerin üçü de toplama ve çıkarma işlem becerilerini geliştirirken oyunu kullandıklarını, oyunu çocuğun farkında olmadan eğlenerek öğrendiği bir düzenek şeklinde ifade ettikleri tespit edilmiştir.

Bunun yanında oyunun çocukların motivasyonunu da etkilediğini düşünen öğretmen vardır. Örneğin iki öğretmenin görüşü aşağıdaki gibidir:

“... Erken çocukluk döneminde bizim sınıflarımızda en temel etkinlik oyundur. Bu oyun sürecinde karşılaştıkları matematik etkinliklerini oyunla birleştirerek, eğlenerek öğrenirler.” (Ö3)

“... Oyun genellikle tüm çocukları aktif hale getirir motive eder. Oyunlar sayesinde matematiği eğlenceli görebiliyorlar. Oyun esnasında farkında olmadan matematiksel düşünme olur.” (Ö2)

Bütünleştirilmiş Etkinlik: Öğretmenlerin ikisinin toplama ve çıkarma işlem becerilerini çocuklara kazandırırken tasarladıkları etkinliklerin bütünleştirilmiş etkinlik kavramına yer açtığı görülmüştür. Hem Ö2 hem Ö3 çocuklara farklı etkinlikler düzenleyerek, yaparak yaşayarak öğrenme ortamı sağlayarak, öğrenmelerin kalıcı olmasını sağlamışlardır. Örneğin Ö2'nin görüşü şu şekildedir:

“... Hazırladığım etkinliğin fen, müzik gibi alanlarda ilişkisi olmasına önem veriyorum. Matematik becerisinin yanında kazandığı psikomotor beceriye, tutumuna, ilgisine, dil gelişimine, bilişsel gelişimine dikkat ederim değerlendiririm. Etkili bir matematik etkinliği içinse çocuğun aktif olması çok çok önemli. Birden fazla duyuya hitap etmesiyle kalıcı öğrenmeler gerçekleşir. Genellikle büyük grup yani tüm çocukları kapsayacak şekilde planlamalar yapıyorum. Etkinliğin içeriğine göre küçük grup ya da bireysel etkinliğe dönüştürebiliyorum.” (Ö2)

Diğer tarafta Ö3 diğer öğretmenlerden farklı olarak sınıf içinin yanında sınıf dışı etkinlikler düzenlediğini söylemiştir. Sınıfın dışına çıkan matematiği gören çocuğun günlük hayatta kullanacağı matematik olduğunu fark ettirdiği düşüncesindedir. Bunu şu görüşüyle açıklamıştır:

“... Sadece sınıf içi değil sınıf dışında da etkinlikler planlıyorum. En kolayı okul bahçesinde kum havuzuna farklı kategorilerde nesnelere atıp gruplandırmasını istiyorum. Çocuk aslında sınıf dışında da matematikle ilgili bir şeyler öğrenmiş olduğunu görüyor.” (Ö3)

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada okul öncesi öğretmenlerinin toplama işlemi ve çıkarma işlemi kavramlarına ait pedagojik alan bilgileri Lee'nin görüşleri temelinde incelenmiştir. Çalışmada okul öncesi toplama işlemi ve çıkarma işlemi öğretimine ait pedagojik alan bilgilerini incelemek için üç öğretmenle görüşmeler yapılmıştır. Bir önceki bölümde ele alınan ve yorumlanan görüşmelere ilişkin bulgular doğrultusunda öğretmenlerin verdiği cevaplar Lee (2017)'nin pedagojik alan bilgisi kavramına odaklanılarak geliştirme aşamasında kategorize edilmiştir. Öğretmenlerin verdiği yanıtlar sayının kardinalitesi, sözel problemin türü, somut nesnelere ve semboller, çizimler, etkili sayma stratejisi ve saymanın otomatikleştirilmesi, manipülatifler, toplama ve çıkarma stratejileri, bütünleştirilmiş etkinlik, gelişimsellik, motivasyon ve oyun olmak üzere on bir bölümde analiz edilmiştir.

Katılımcı öğretmenlerin hepsinin toplama ve çıkarma kavramlarının kazandırılmasında sayının kardinalitesi kavramına değindikleri tespit edilmiştir. Küçük çocukların toplama ve çıkarma işlem becerilerinde ilk olarak, sonucu 5'den büyük olmayacak şekilde problem durumları ile karşılaşmaları gerektiğinin üzerinde durdukları tespit edilmiştir.

Öğretmenlerden toplama ve çıkarma kavramlarına ait sözel problem durumları oluşturmaları istendiğinde, üçü de toplama için birleştirme problem türlerinde sonuç bilinmeyenli problem türünü, çıkarma için ayırma problem türlerinden sonuç bilinmeyenli problem türlerini kullandıkları tespit edilmiştir. Bu çocukların başarı motivasyonu açısından kritik değere sahip bir tercihtir. Çünkü Artut (2015) gerçekleştirdiği çalışmada çocukların, başlangıcı bilinmeyen problemlerde, sonucu bilinmeyen problemlere göre daha fazla hata yaptıklarını saptamıştır. Bu çalışmaya dâhil olan öğretmenlerden sadece Ö2, çocuklara ayırma problemlerinden değişim bilinmeyenli problem türüne ait örnekler sunduğunu ifade etmiştir. Çıkarma stratejileri incelendiğinde öğretmenlerin üçünün de “atma” stratejisini kullanarak çocuklara çıkarma kavramını hissettirdikleri tespit edilmiştir. Atma stratejisi çocukların en kolay öğrenme yöntemi olması sebebiyle nesne grubundan istenen sayıdaki nesneyi atma ve kalan nesnelere sayma stratejisidir. Öğretmenlerden sadece Ö2 atma stratejisinin yanında “ilave/birleştirme” stratejine örnek oluşturacak sözel ifade sunmuştur. İlave/birleştirme stratejisiyle sunulan problem durumları çocuklara toplama işleminin tersinin çıkarma işlemi olduğuna dair sezgisel bir anlayış sunmaktadır.

Yapılan görüşmeler, okul öncesi öğretmenlerinin toplama ve çıkarma kavramlarına yönelik somut nesnelere ve çizim kullanımının etkili bir strateji olarak sıklıkla benimsendiğini ve bu yöntemlerin öğrencilerin kavramsal anlamalarını desteklediğini ifade etmişlerdir. Figueiredo ve arkadaşları (2020) öğretmen adaylarının matematiksel kavramları öğretirken somut materyaller ve görsel destekler kullandıklarını ancak bu materyallerin çocukların yaşlarına uygunluğu konusunda eksikliklerin olduğu tespit edilmiştir. Bu ek olarak yapılan görüşmeler sayesinde okul öncesi öğretmenlerinin toplama ve çıkarma kavramlarına ait etkili olan

stratejilerden biri olan manipülatiflerin ötesine geçme stratejisine değinmediği tespit edilmiştir. Bu bulgu, Gasteiger ve arkadaşlarının (2022) çalışmasıyla da örtüşmektedir. İlgili çalışmada öğretmenlerin bu stratejiyi yeterince kullanmadıkları tespit edilmiştir, bu durum öğretmenlerin çocukların soyut düşünme becerilerini geliştirmede daha fazla desteğe ihtiyaç duyduklarını göstermektedir. Kalchman ve Kozoll (2017) de öğretmenlerin pedagojik alan bilgisini etkili bir şekilde kullanmalarının çocukların matematiksel kavramları anlamalarını nasıl desteklediğini vurgulamaktadır. Manipülatiflerin ötesine geçme stratejisi, çocukların nesnelere manipülatif olarak kullanarak başarılı stratejiler oluşturduktan sonra, genellikle basit aritmetik görevleri onlarsız çözebilir hale gelmeleridir. Bunu teşvik etmek için, çocuklardan beş oyuncak sayıp opak bir kaba koymalarını, dört oyuncak daha sayıp opak koymalarını ve sonra onlara bakmadan toplam kaç oyuncak olduğunu bulmalarını istenmelidir.

Ayrıca işlem becerilerinde çocukların kendilerine özgü stratejiler geliştirmelerine öncelik vermek gerekmektedir. Örneğin dokunmaya dayalı ve çoklu duyu kullanımı içeren öğretim sürecinin temel toplama becerilerinin öğretiminde etkili olduğu bilinmektedir (Calik & Kargin, 2010). Matematiksel kavramların ve becerilerin desteklenmesine çocukların ürettikleri çözüm yöntemleriyle başlamak kritik bir öneme sahiptir. Araştırmaya dâhil olan öğretmenlerden hiçbirinin çocukların kendilerine özgü stratejiler geliştirmelerine öncelik verecek görüşler sunmadığı saptanmıştır. Oysaki pedagojik alan bilgisi, öğretmenlerin öğretim süreçlerini planlarken, çocukların kavramsal yanlış anlamalarını tahmin edebilme ve bunları giderme stratejilerini geliştirmelerine yardımcı olmaktadır (Zhang, 2015). Bu bilgi ışığında okul öncesi öğretmenleriyle, çocukların kendilerine özgü stratejiler geliştirmeleri yönünde, yapılandırmacı yaklaşımın temel perspektif olarak alındığı eğitsel uygulama örneklerinin paylaşıldığı kapsamlı projeler gerçekleştirilmesi kritik bir öneme sahiptir. Gelecek araştırmalarda, bu amaçla geliştirilmiş eğitsel etkinliklerin öğretmenler ve eğitim ortamı üzerindeki etkilerinin sınanması, bu alandaki boşluğu doldurmada temel basamaklardan biri olacaktır.

Elde edilen bulgulara göre öğretmenlerin toplama ve çıkarma kavramlarına ilişkin motivasyon sağlarken genellikle çocuklara dışsal pekiştirici sundukları tespit edilmiştir. Bu pekiştiricilerin içsel motivasyon yerine dışsal motivasyon sağladığı bilinmektedir. Gelecek araştırmalarda özellikle matematik etkinliklerinde içsel motivasyon ve dışsal motivasyon kullanan öğretmenlerin sınıflarına devam eden çocukların matematik becerilerinin karşılaştırılmasının önemli katkılar sunacağı düşünülebilir.

Bu çalışma, okul öncesi öğretmenlerinin matematiğe ilişkin pedagojik alan bilgilerini inceleyerek, mevcut literatüre önemli katkılar sunmaktadır. Elde edilen bulgular, öğretmenlerin toplama ve çıkarma kavramlarının öğretiminde geliştirdikleri stratejileri detaylandırarak, bu kavramların öğretiminde uygulanan yöntemlere dair yeni içgörüler sağlamaktadır. Çalışma ayrıca, öğretmenlerin sözel problem durumlarının çeşitliliği ve bu çeşitliliğin çocukların matematik ilgisi üzerindeki etkileri, öğretmenlerin matematik etkinlikleri için kullandıkları motivasyon kaynakları ve bunların etkililiği ile çocukların kendilerine özgü stratejiler geliştirmeleri önündeki engellerin tespit edilmesi gibi konulara odaklanıldığında, daha açık ve kapsamlı bir çerçeve sunulabileceğini ortaya koymaktadır. Bu bağlamda, çalışma hem çocukların matematik becerilerini geliştirme stratejilerine hem de öğretmenlerin uygulamalarına dair önemli bulgular sunmuştur. Çalışmanın bulguları, özellikle bu yaş grubundaki matematik eğitimi çalışmalarını derinleştirerek, ileride yapılacak araştırmalara temel veriler sunmakta ve öğretmen eğitimi programlarına yönelik somut öneriler sağlamaktadır. Bu çıkarımlar, öğretmenlerin mesleki gelişim süreçlerine dair önemli ipuçları verirken, hem teorik hem de pratik düzeyde literatüre katkı sağlamaktadır.

KAYNAKÇA

- Aktaş Arnas, Y. (2016). *Okul öncesi dönemde matematik eğitimi*. Vize Yayıncılık
- Anders, Y. & Rossbach, H. G. (2015). Preschool teachers' sensitivity to mathematics in children's play: The influence of math-related school experiences, emotional attitudes, and pedagogical beliefs. *Journal of Research in Childhood Early Education*, 29(3), 305-322. <https://doi.org/10.1080/02568543.2015.1040564>
- Argin, Y. (2019). *Okul öncesi eğitimcilerinin matematik eğitimine ilişkin pedagojik alan bilgi düzeylerinin çeşitli değişkenler açısından incelenmesi* [Yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi.
- Artut, P. D. (2015). Preschool children's skills in solving mathematical word problems. *Educational Research and Reviews*, 10(18), 2539-2549. <https://doi.org/10.5897/ERR2015.2431>

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324>
- Berg, D. H. (2008). Working memory and arithmetic calculation in children: The contributory roles of processing speed, short-term memory, and reading. *Journal of Experimental Child Psychology*, 99(4), 288-308. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2007.12.002>
- Bredenkamp, S. (2015). *Erken çocukluk eğitiminde etkili uygulamalar*. Nobel Yayıncılık.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46(1), 3-18. <https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x>
- Calik, N. C., & Kargin, T. (2010). Effectiveness of the Touch Math Technique in Teaching Addition Skills to Students with Intellectual Disabilities. *International Journal of Special Education*, 25(1), 195-204.
- Carpenter, T. P., Hiebert, J., ve Moser, I. M. (1981) First-grade children's initial solution processes for simple addition and subtraction problems. *Journal for Research in Mathematics Education* 12, 27-39.
- Carpenter, T. P. & Moser, J. M. (1982). *The development of addition and subtraction problem solving skills*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Charlesworth, R. & Lind, K. K. (2009). *Math & science for young children* (6th ed.). Wadsworth/Cengage Learning.
- Clarke, B. & Shinn, M. R. (2004). A preliminary investigation into the identification and development of early mathematics curriculum-based measurement. *School Psychology Review*, 33(2), 234-248. <https://doi.org/10.1080/02796015.2004.12086245>
- Clements, D. H. & Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories for young children*. Routledge.
- Denzin, N. K. & Lincoln, Y. S. (1998). *The Landscape of Qualitative Research: Theories and Issues*. Sage Publications.
- Erdoğan, S. (2006). *Altı yaş grubu çocuklarına drama yöntemi ile verilen matematik eğitiminin matematik yeteneğine etkisinin incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Ankara Üniversitesi.
- Figueiredo, M. P., Gomes, H., & Rodrigues, C. (2020). Mathematical pedagogical content knowledge in Early Childhood Education: Tales from the 'great unknown' in teacher education in Portugal. In *Innovative Approaches in Early Childhood Mathematics* (pp. 73-84). Routledge.
- Gasteiger, H., Bruns, J., Benz, C., Brunner, E., & Sprenger, P. (2020). Mathematical pedagogical content knowledge of early childhood teachers: A standardized situation-related measurement approach. *ZDM*, 52(2), 193-205. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01103-2>
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L. & Bailey, D. H. (2013). Adolescents' functional numeracy is predicted by their school entry number system knowledge. *PloS one*, 8(1). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0054651>
- Geist, E. A. (2010). The anti-anxiety curriculum: Combating math anxiety in the classroom. *Journal of Instructional Psychology*, 37(1), 24-31.
- Ginsburg, H. P., & Amit, M. (2008). What is teaching mathematics to young children? *Journal of Applied Developmental Psychology*, 29(4), 286-296. <https://doi.org/10.1016/j.appdev.2008.04.008>
- Ginsburg, H. P. & Baroody, A. J. (2003). *TEMA-3: Test of Early Mathematics Ability-Third Edition*. Pro-Ed.
- Huttenlocher, J., Jordan, N. C. & Levine, S. C. (1994). A mental model for early arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General*, 123(3), 284.

- Jordan, N. C., Kaplan, D., Nabors Olah, L. & Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development*, 77(1), 153-175. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2006.00862.x>
- Kalchman, M., & Kozoll, R. H. (2017). Developing distinct mathematical and scientific pedagogical content knowledge in an early childhood dual-content methods course: An alternative to integration. *Action in Teacher Education*, 39(1), 10-21. <https://doi.org/10.1080/01626620.2016.1248299>
- Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T. & Nurmi, J. E. (2007) Cognitive predictors of single-digit and procedural calculation and their covariation with reading skill. *Journal of Experimental Child Psychology*, 97: 220-241. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2007.03.001>
- Koponen, T., Salmi, P., Eklund, K. & Aro, T. (2013). Counting and RAN skill: Predictors of calculation and reading fluency. *Journal of Educational Psychology*, 105: 162-175. <https://doi.org/10.1037/a0029285>
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(4), 516-531. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.03.009>
- Lee, J. (2010). Exploring kindergarten teachers' pedagogical content knowledge of mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 42, 27-41. <https://doi.org/10.1007/s13158-010-0003-9>
- Lee, J. E. (2017). Preschool teachers' pedagogical content knowledge in mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 49(4), 229-243. <https://doi.org/10.1007/s13158-017-0189-1>
- Leppanen, J. A., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Skwarchuk, S. L., Sargla, E. & Arnup J S (2006). Counting ability predicts fourth grade decoding and reading comprehension. *Unpublished manuscript, University of Jyväskylä, Finland.*
- Locuniak, M. N. & Jordan, N. C. (2008). Using kindergarten number sense to predict calculation fluency in second grade. *Journal of Learning Disabilities*, 41(5), 451-459. <https://doi.org/10.1177/0022219408321126>
- Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Lawrence Erlbaum Associates.
- McCray, J. (2008). *Pedagogical content knowledge for preschool mathematics: Relationships to teaching practices and child outcomes* [Doctoral Dissertation]. Loyola University.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2013). *Okul öncesi eğitim programı*. MEB.
- Mononen, R., Aunio, P. & Koponen, T. (2014). Investigating rightstart mathematics kindergarten instruction in Finland. *Journal of Early Childhood Education Research*, 3(1), 2-26.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Author.
- National Association for the Education of Young Children, & National Council of Teachers of Mathematics. (2002). *Early childhood mathematics: Promoting good beginnings*. A joint position statement. NAEYC.
- Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., Sarama, J. S., Wolfe, C. & Spitler, M. E. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement? *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 550-560. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.02.003>
- Olkun, S., Fidan, E. ve Babacan Özer, A. (2013). 5-7 yaş aralığındaki çocuklarda sayı kavramının gelişimi ve saymanın problem çözümünde kullanımı. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 38(169), 236-248.

- Olkun, S., Yeşilpınar, M. ve Kışla, S. (2014). Birinci sınıf öğrencilerinde kardinalite ve ilişkili kavramların problem durumlarında kullanımı. *İlköğretim Online*, 13(1), 146-154.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Stock, P., Desoete, A. & Roeyers, H. (2009). Mastery of the counting principles in toddlers: A crucial step in the development of budding arithmetic abilities? *Learning and Individual Differences*, 19(4), 419-422. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.03.002>
- Syrett K, Musolino, J. and Gleman, R. (2012). How can syntax support number Word acquisition? *Language Learning and Development*, 8 (2): 146-176. <https://doi.org/10.1080/15475441.2011.583900>
- Uyanık Ö (2013) *Akademik ve dil becerileri eğitim programının 61-66 aylık çocukların bilişsel yetenekleri ile erken akademik ve dil becerilerine etkisi* [Yayımlanmamış Doktora Tezi]. Gazi Üniversitesi.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2014). *Elementary and middle school mathematics*. Pearson.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık, Ankara.
- Zhang, Y. (2015). *Pedagogical content knowledge in early mathematics: What teachers know and how it associates with teaching and learning* [Doctoral dissertation]. Loyola University.

EKLER

Ek 1: Görüşme Soruları

Katılımcıyı Tanıma Soruları

- Adınız soyadınız:
- Doğum Tarihiniz:
- Nerelisiniz:
- Nasıl bir aileden geliyorsunuz?
- Hangi üniversiteden mezunsunuz?
- Üniversitede aldığınız matematik eğitimi derslerini hatırlıyor musunuz?
- Sınıfınızda kaç çocuk var ve sınıfınız yapısı nasıl?

Toplama ve Çıkarma Kavramlarına Ait Sorular

- Okul öncesi eğitim ortamını düşündüğünüzde sizce bir etkinliği etkili matematik etkinliği yapan nedir?
- Sınıfınıza devam eden çocukların işlem becerilerini (örn.toplama çıkarma gibi) geliştirmeye yönelik etkili uygulamaların neler olduğunu düşünüyorsunuz? Bu süreçte sınıf ortamınızı nasıl düzenliyorsunuz? Hangi materyalleri, araç-gereçleri kullanıyorsunuz?
- Toplama, çıkarma gibi işlem becerilerine yönelik etkinliklere ilgi duymayan çocukların motivasyonlarını artırmak için ne tür uygulamalar yapıyorsunuz? Birkaç örnek paylaşabilir misiniz?
- Toplama ve çıkarma işlemlerinde çocuklar hangi noktalarda zorluk çekebilirler?
- Toplama ve çıkarma konusunu anlatırken çocukların öğrenmelerini kolaylaştırmak için neler yaparsınız?
- Sınıfınıza devam eden çocuklara toplama işlem becerisini nasıl kazandırılıyorsunuz? Bu süreçte hangi sözel ifadeleri kullanıyorsunuz?
- Sınıfınıza devam eden çocuklara çıkarma işlem becerisini nasıl kazandırılıyorsunuz? Bu süreçte hangi sözel ifadeleri kullanıyorsunuz?
- Toplama, çıkarma gibi işlem becerilerini kazandırırken gelişimsel bir sıra olduğunu düşünüyor musunuz? Varsa nasıl bir sıra izliyorsunuz?
- Toplama/çıkarma işlemlerini öğretirken hangi yöntem ve tekniklerden yararlanırsınız?
- Toplama işleminde değişme özelliğini çocuklara sezdiriyor musunuz? Evet ise nasıl?

Çıkarma işleminde büyük sayıdan küçük sayının çıkarılmasını çocuklara nasıl sezdiriliyorsunuz?

Ek 2: Öğretmenlerle Yapılan Görüşme Süreleri

	Ö1	Ö2	Ö3
1. Görüşme	33 dakika	38 dakika	41 dakika
2. Görüşme	50 dakika	45 dakika	40 dakika
3. Görüşme	53 dakika	50 dakika	49 dakika



Examination Of Preschool Teachers' Pedagogical Content Knowledge Of The Concepts Of Addition And Subtraction

Rukiye Gökdemir¹
Mustafa Akıncı^{2*}
Sadiye Keleş³

¹Ministry of National Education, Şehit Polis Ahmet Toprakoğlu Middle School, Şımak, Turkey, rukiyegekdemir@gmail.com,

²Zonguldak Bülent Ecevit University, Department of Mathematics Education, Zonguldak, Turkey, mustafa.akinci@beun.edu.tr,

³Zonguldak Bülent Ecevit University, Department of Early Childhood Education, Zonguldak, Turkey sadiykeles@gmail.com,

Received:20.02.2024
Accepted:25.10.2025
Available Online: 31.01.2025

Abstract: The study examines preschool teachers' pedagogical content knowledge regarding the concepts of addition and subtraction. Using a phenomenological approach, the research explores the core structure of these concepts through individual experiences. Data were collected from three in-service preschool teachers via interviews, and the content analysis method was applied. Themes identified include cardinality of numbers, problem types, use of manipulatives, and strategies for addition and subtraction. The findings reveal that teachers primarily focus on "result unknown" problems, with limited inclusion of "change unknown" problems. Implications for future research are discussed.

Keywords: Addition, Subtraction, Pedagogical Content Knowledge, Preschool Mathematics Education.

INTRODUCTION

The early childhood period is a critical stage marked by rapid development and learning. During this time, it is of great importance for children to discover and acquire basic mathematical knowledge and skills. Mathematical competencies are among the influential factors in children's academic success. Therefore, effectively supporting children's mathematical skills within the educational environment during early childhood is critical (Lee, 2017). Children who fail to acquire fundamental mathematical skills at an early age may face difficulties in mathematics in later periods (Mononen et al., 2014). Geist (2010) suggests that adults with negative attitudes toward mathematics often develop these attitudes as a result of inadequate mathematics education in early childhood. This underscores the significance of incorporating effective mathematics education into early childhood education programs from the very beginning (Clements & Sarama, 2014; Erdoğan, 2006).

Three essential components define effective mathematics education in early childhood. These include a well-organized learning environment, an effective mathematics curriculum tailored to children's developmental needs, and educators possessing strong pedagogical content knowledge in mathematics (Aktaş Arnas, 2016; Argin, 2019).

Effective programs provide purposefully designed learning experiences that foster children's understanding over time (NAEYC & NCTM, 2002). Research and expert-led practices indicate that certain concepts and skills can be both challenging and attainable for young children. The framework for the content of early mathematics education has been outlined by the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). The NCTM (2000) emphasizes five key content areas in early childhood mathematics education: numbers and operations, geometry, measurement, algebra (including patterns), and data analysis. This study focuses on the mathematical content area of operational skills, specifically limited to addition and subtraction.

Operational Skills in Early Childhood

Studies (Berg, 2008; Clarke & Shinn, 2004; Geary et al., 2013; Jordan et al., 2006; Koponen et al., 2007; Koponen et al., 2013; Krajewski & Schneider, 2009; Leppanen et al., 2006; Locuniak & Jordan, 2008; Olkun et al., 2013; Olkun et al., 2014; Uyanık, 2013) have shown a direct relationship between counting and operational skills in early childhood and children's success in mathematics and reading during formal education. Therefore, the development of counting and operational skills in early childhood is critically important.

One of the skills children need to acquire in early childhood is counting, which begins to develop at a very young age. Counting is a complex skill that includes learning number words in the correct sequence, coordinating each object in a group with a number word, ensuring that each object is counted only once, and understanding that the last number in the count represents the total number of objects in the group (Butterworth, 2005; Clements & Sarama, 2014; Nguyen et al., 2016). The developmental stages of counting can be summarized as understanding the concept of numbers, developing number sense and rote counting ability, answering “How many?” questions about groups of objects, acquiring counting principles, and understanding ordinal and cardinal numbers. As children develop these skills, they begin to use number words in various contexts and for different functions. For instance, they might recognize sequences like “one, two, three,” use cardinal values as in “two cats,” understand ordinal references such as “the third house on the left,” or apply measurement expressions like “an eight-minute walk” or “eight kilometers” (Syrett et al., 2012). Once children acquire these skills, they can begin performing arithmetic operations such as addition, subtraction, multiplication, and division.

The concept of operations is defined as the process of solving problems related to relationships such as “more or less” (Bredenkamp, 2015). Performing the four basic operations—addition, subtraction, multiplication, and division—requires a strong foundation in number concepts, making the acquisition of these concepts critically important (Stock et al., 2013).

Children as young as three years old begin to progress in simple addition and subtraction with small numbers. Initially, they can perform addition involving groups of objects with totals not exceeding five. By the age of 4-5, children start to develop their own strategies for performing simple addition, using their fingers or tangible objects. They can solve addition problems involving objects with totals between 5 and 10. For example, when solving a verbal problem such as “You have two toy cars, and I give you three more. How many cars do you have now?” children initially use toy cars to find the answer. Gradually, they begin solving word problems that involve addition without tangible aids (Bredenkamp, 2015; Butterworth, 2005; Clements & Sarama, 2014; Huttenlocher et al., 1994).

Mastering the stages of addition forms the foundation for subtraction, which is mathematically defined as the inverse of addition and represents a decrease in quantity within a group. The concepts of “more or less” and comparison skills are fundamental to subtraction in early childhood. As counting skills develop, children begin to form intuitive ideas about subtraction. Activities involving tangible objects—such as removing a certain number of objects from a group and calculating the remainder—help reinforce children’s intuitive understanding of subtraction. Similarly, comparing groups of objects helps children strengthen their subtraction skills (Charlesworth & Lind, 2009; Clements & Sarama, 2014).

In addition, children combine two sets to form a new set, while in subtraction, they are expected to divide a set into two parts as needed. Understanding that a whole can be divided into parts—and that removing a part decreases the whole—is essential. This process should initially be taught using tangible objects and later supported with verbal problems. Questions such as “You had four toys. If you give me one, will your toys increase or decrease? How many toys will you have? How many will I have?” help children grasp the concepts of division and reduction (Clements & Sarama, 2014).

When performing subtraction, children also rely on their ability to count backward. Experiences gained through tangible activities are extended to backward counting. For example, to solve “5–3,” a child counts backward from 5 by three steps: “5, 4, 3.” This process leads them to the answer of 2. However, children need plenty of experience and practice to develop these skills effectively (Clements & Sarama, 2014).

Pedagogical Content Knowledge for Operational Skills in Early Childhood Education

Using verbal problems plays a crucial role in the acquisition of operational skills during early childhood. Before children are introduced to symbolic representation with numbers in addition and subtraction, they can solve a variety of verbal problems using modeling and counting strategies (Carpenter et al., 1981; Carpenter & Moser, 1982). For example, instead of asking, “*What is 2+1?*”, children can more easily understand addition

through questions like, “*Imagine you have two apples. I give you one more. How many apples do you have in total?*” From around the age of four, children can visualize such problems in their minds and provide correct answers.

It is essential to start with a limited number of elements—preferably not exceeding five—and gradually increase the number of elements based on children’s developmental levels (Ginsburg & Baroody, 2003). Another important aspect is the need to diversify the types of problems used in addition and subtraction processes. Four main types of verbal problems can be identified: join problems, separate problems, part-part-whole problems, and compare problems (Van De Walle et al., 2014).

One of the critical factors in diversifying the types of problems used in addition and subtraction is the pedagogical content knowledge possessed by teachers. Pedagogical content knowledge is a comprehensive concept that combines and complements content knowledge with pedagogical knowledge. Neither content knowledge alone nor pedagogical knowledge alone is sufficient to create an effective learning process (Shulman, 1986).

In early childhood, pedagogical content knowledge related to mathematics involves understanding the most effective methods and tools for teaching specific content (such as addition and subtraction) to children (Lee, 2017). Several models have been defined in the literature regarding pedagogical content knowledge in mathematics. One such model is Ball’s framework. However, Ball’s conceptualization of pedagogical content knowledge provides limited insight into effective mathematics learning in early childhood. Ball’s work focuses on pedagogical content knowledge for fundamental mathematics, which differs somewhat from early childhood mathematics (Lee, 2010; McCray, 2008; Anders & Rossbach, 2015). Another model of pedagogical content knowledge in mathematics is proposed by Lee (2017). Lee’s perspectives are detailed and provide further insight into the effective teaching of mathematics in early childhood education.

Lee's Structure of Pedagogical Content Knowledge

Lee (2017) examined the structure of pedagogical content knowledge under three headings: *Noticing*, *interpreting*, and *advancing*. According to Lee, the teacher’s process of initially noticing children’s mathematical thinking during play or daily activities, interpreting it, and then moving on to the advancing stage are hierarchical steps that follow one another. The first step, noticing, involves the teacher identifying the mathematical concepts or actions children demonstrate during play. The second step, interpreting, refers to the teacher analyzing and describing the mathematical situations observed during children’s play or daily activities. A teacher with strong interpretive skills can design learning environments that enhance children’s mathematical thinking processes. The third and final step, advancing, involves teachers providing guidance, adjustments, discussions, or practices to further develop children’s existing mathematical thinking strategies (Lee, 2017). For example, during playtime, a child might symbolically design a barbecue using classroom materials and arrange objects such as a meatball, a pepper, a meatball, and another pepper in a repeating pattern. In this scenario, a teacher who recognizes that the child is demonstrating a mathematical skill—pattern recognition—is at the noticing stage, as per Lee (2017). If the teacher identifies the pattern as a two-variable repeating pattern (AB; meatball-pepper), this places them at the Interpreting stage. If the teacher engages with the child by saying, “*I love meatballs! Can we arrange them as meatball-meatball-pepper-meatball-meatball-pepper?*” thereby introducing a more complex AAB repeating pattern, the teacher is operating at the

Advancing stage by fostering the child’s patterning skills.

This study examines preschool teachers’ pedagogical content knowledge regarding addition and subtraction, focusing specifically on the advancing stage, which is the third and final step of Lee’s framework for pedagogical content knowledge.

Purpose and Significance of the Study

Preschool teachers’ pedagogical content knowledge (PCK) in mathematics refers to their ability to use effective methods and techniques to help children develop fundamental mathematical concepts and skills. PCK in mathematics encompasses aspects such as developing appropriate strategies for children’s mathematical growth (Clements & Sarama, 2014), connecting mathematics to daily life (Ginsburg & Amit, 2008), concretizing abstract concepts (Ball et al., 2008), adapting content to children’s developmental levels, designing teaching methods suited to diverse learning styles (Shulman, 1986), and fostering a deeper understanding of mathematical concepts (Ma, 1999). Given these factors, the level of pedagogical content knowledge teachers possess plays a key role in enabling children to comprehend and utilize mathematical concepts effectively. Researching preschool teachers’ mathematical PCK forms the foundation for effectively

supporting mathematical concepts and skills from an early age. Identifying gaps in this knowledge can shed light on challenges encountered during the teaching process and problems observed in children's mathematical development. Furthermore, it can serve as a guide for developing strategies aimed at the professional growth of teachers.

The aim of this study is to examine preschool teachers' pedagogical content knowledge regarding the concepts of addition and subtraction. By analyzing their PCK in these areas, the study seeks to explore how teachers define the concepts of addition and subtraction, the methods and techniques they use to convey these concepts to children, the learning environments they design, how they manage the teaching process, and their approaches to assessment and evaluation.

METHODOLOGY

Research Model

The qualitative research method was chosen for this study as it was considered the most suitable approach to achieve the research objectives. Qualitative research allows phenomena and events to be examined in their natural environments through a holistic and realistic lens using an inductive approach (Yıldırım & Şimşek, 2008). This method focuses on the meaning and process of a problem rather than its quantity, frequency, or numerical data (Denzin & Lincoln, 1998). The phenomenology approach, a qualitative research design, was employed to explore preschool teachers' pedagogical content knowledge of the concepts of addition and subtraction. Phenomenology examines individuals' experiences, interpretations, and perceptions within their environments (Yıldırım & Şimşek, 2008).

Participants

The study group consisted of three preschool teachers working in two different kindergartens in Mengen, Bolu, during the 2022-2023 academic year. The participants were selected using the convenience sampling technique, a purposive sampling method that allows researchers to conduct in-depth studies on diverse cases and choose participants that are easily accessible (Yıldırım & Şimşek, 2008). The participants were coded as T1, T2, and T3 for confidentiality. All participants were female and held undergraduate degrees. T1 had 12 years of teaching experience, T2 had 10 years, and T3 had 8 years of experience.

Data Collection Tools and Process

A survey form developed by the researchers was used as the data collection tool. During the preparation of the interview form, previous studies on pedagogical content knowledge and research involving preschool teachers as the sample were reviewed. Studies on mathematics education in early childhood, as well as the objectives and indicators of the Ministry of National Education (MEB) 2013 Preschool Education Program, were also considered in designing the form. Feedback from experts in early childhood and elementary mathematics education disciplines was incorporated to finalize the form, which consisted of two sections (Appendix 1). The first section included demographic information, while the second focused on questions about the concepts of addition and subtraction. Data were collected through face-to-face interviews with teachers who voluntarily participated in the study. Due to the number of questions in the interview form, the interviews were conducted over three different sessions. Appendix 2 provides information on the duration of these interviews.

Data Analysis

Content analysis was employed to analyze the data. This method involves a detailed examination of the findings to identify themes (Yıldırım & Şimşek, 2008). During the data recording process, audio recordings and note-taking methods were used. The recorded interviews were transcribed, and data analysis was carried out. The participants' responses were analyzed using content analysis, which involves four steps: coding the data, identifying categories (themes), organizing codes and themes, and describing and interpreting the findings (Yıldırım & Şimşek, 2008). The responses from the three preschool teachers were analyzed based on the research objectives and within the framework of Lee's pedagogical content knowledge. Since Lee's conceptual framework encompasses early childhood mathematics, the findings were analyzed using this model (Lee, 2017).

Ethical Considerations

Before the data collection process, ethical approval was sought from the Zonguldak Bülent Ecevit University Social and Human Sciences Scientific Research and Publication Ethics Committee. The committee evaluated the study in its 8th meeting on May 29, 2014, and deemed it ethically appropriate in its 13th resolution. Additionally, teachers participating in the study were informed about the research and provided with a consent form. They were assured that participation was voluntary, that they could withdraw from the study at any time, that their personal information would not be shared with any third party, and that the verbal data collected would only be used for scientific purposes. During the reporting phase, pseudonyms (T1, T2, and T3) were used to maintain the confidentiality of personal information.

FINDINGS

When preschool teachers' perspectives on the concepts of addition and subtraction were analyzed within the framework of Lee's Advancing stage, their views were categorized into eleven sections: cardinality of numbers, problem types, use of concrete objects and symbols, drawings, effective counting strategies and automatization of counting, manipulatives, addition and subtraction strategies, integrated activities, developmental appropriateness, motivation, and play.

Table 1

Findings Within the Scope of Advancing

Advancement	T1	T2	T3
Developmental Appropriateness	Readiness, age, interests, and desires	Readiness, age, interests, and desires Gender differences	Readiness, age, interests, and desires
Effective Counting Strategies and Automatization	Effective counting with object	Rhythmic forward and backward counting	Rhythmic forward and backward counting
Cardinality of Numbers	Does not exceed 5	Does not exceed 5	Does not exceed 5
Manipulatives	Uses fingers for counting		
Concrete Objects and Symbols	Blocks, Legos, play mats, toys...	Math corner, visual aids...	Apples, balloons, toys ...
Drawings	Drawing shapes		Number line
Addition and Subtraction Strategies	Taking away strategy	Taking away and adding-in/combining strategies	Taking away strategy
Types of Problems	Result-unknown problems	Result-unknown problems Change-unknown problems	Result-unknown problems
Motivation	Verbal reinforcement, family support	Positive reinforcement, interests and desires	Verbal reinforcement, linking with daily life situations
Play	Used	Used	Used
Integrated Activities		Interdisciplinary interactive activities	Indoor and outdoor activities

Developmental Appropriateness: All three teachers mentioned the importance of developmental appropriateness, which they defined as being influenced by children's readiness, age, developmental characteristics, interests, and needs. For example, one teacher explained:

"The activity must be suitable for children. Readiness is crucial here, I think. Sometimes I cannot use an activity from one year in the next because the children's levels and capacities determine which activities I choose." (T2)

Another teacher highlighted gender differences in children's interests, explaining:

"Girls tend to be more interested in objects like dolls, hairpins, and flowers, while boys show more interest in cars. Therefore, it's essential to know the children well and motivate them based on their interests." (T2)

Effective Counting Strategies and Automatization: One teacher (T1) emphasized the need for effective counting strategies and the automatization of counting to help children develop addition and subtraction skills. She preferred using objects to help children internalize counting strategies:

"If the concept of numbers isn't well-established, they struggle with both operations. Counting forward and backward rhythmically is very important. At first, we help them understand addition and subtraction using tangible objects, showing increases and decreases with those objects." (T1)

Two teachers (T2 and T3) focused specifically on the importance of automatizing counting. For instance, one teacher said:

"If children don't know the numbers and their sequence, they struggle. If they can't count backward, subtraction is very difficult. For addition, they find it challenging to add the second number to the first." (T3)

Cardinality of Numbers: All three teachers discussed the concept of cardinality, emphasizing that young children should first encounter problems where the result does not exceed five. For example, one teacher explained addition and subtraction while considering the size of the numbers involved:

"For instance, you have three pencils, and your sister gives you two more. How many pencils do you have now? Did the number of pencils increase or decrease?" (T2)

"Your mother is baking a cake. There are five eggs at home, and she uses three for the cake. How many eggs are left? Did the number of eggs increase or decrease?" (T2)

"For both operations, I start with numbers that don't exceed five. Children struggle with larger numbers." (T2)

Another teacher provided a subtraction example that also demonstrated the impossibility of subtracting a larger number from a smaller one:

"I take three pencils in my hand and drop one. I ask how many are left—one, two. Then, I drop two more and ask again—one. Finally, I drop all three and ask how many are left—none. Then, I pick them all up and say, 'Now let's drop four.' I drop one, then two, then three, and when I ask about the fourth, they see that I don't have enough pencils left." (T3)

Concrete Objects and Symbols: All three teachers emphasized the use of concrete objects for teaching addition and subtraction. They agreed that utilizing objects familiar from daily life helps children solve problems more effectively. For instance, one teacher shared her perspective on the use of tangible materials:

"I use various materials to enrich children's learning experiences—blocks, Legos, play mats. For example, our play mat has geometric shapes on it, making it easier for children to learn shapes. For addition and subtraction, it's important to use objects they can physically touch. Children learn better through touch rather than just by seeing. I use classroom toys not only during play but also in these activities." (T1)

Similarly, another teacher (T2) highlighted the role of symbols and the math corner in addition to concrete objects:

"Corners set up in the classroom for cognitive skills like sorting, grouping, classifying, geometric shapes, time, weight, and length are very effective. For example, children can group Legos by color or arrange cars in cabinets based on size. In the math corner, geometric shapes and numbers are displayed. Visuals like season boards, clocks, and calendars on the walls also act as strong stimuli, supporting children's learning." (T2)

Another teacher (T3) shared her approach to subtraction using real-life scenarios with concrete objects: "These involve situations where objects are lost or diminished—rotten apples, popped balloons, broken glasses. I use items like apples or toys and make children realize that some of them are broken, spoiled, or gone. Then, I have them count what's left." (T3)

Manipulatives: Only one teacher (T1) emphasized the use of fingers as manipulatives during the transition from concrete objects to abstract numbers in teaching addition and subtraction. She noted that fingers help children create tactile connections with numbers, facilitating understanding:

“When transitioning from concrete objects to abstract numbers, children can struggle. At this point, I encourage them to use their fingers. Fingers essentially replace the tangible objects. I think using fingers makes it easier for children to develop operational skills during the shift from concrete to abstract.” (T1)

Drawings: Two teachers mentioned using drawings to help children solve problems involving addition and subtraction. They agreed that drawings provide an effective way for children to visualize and work through the problem scenarios. One teacher explained her approach:

“I use children’s belongings (like crayons), then move on to shapes and drawings. Finally, I introduce numbers. After explaining, I use the question-and-answer method to reinforce the learning.” (T1)

Another teacher (T3) differed by emphasizing the use of a number line for teaching concepts like order and sequence before introducing addition and subtraction. She noted:

“I read in a book that number lines can be helpful in teaching numbers. By seeing the numbers before and after a given number simultaneously, children find it easier to learn. However, I think number lines are abstract and might be hard to grasp because they don’t encounter them in everyday life.” (T3)

Addition and Subtraction Strategies: One teacher (T1) explicitly mentioned using the count-all strategy for addition. Instead of having children count on from a given number, she instructed them to count all the objects from the beginning to solve problems. She explained this approach as follows:

“I have five candies, and my friend gives me three more. How many candies do I have now? One, two, three, four, five, six, seven, eight. Or, I have three candies, and my friend gives me five more. How many do I have? One, two, three, four, five, six, seven, eight. Again, it’s eight candies. So, five candies plus three candies makes eight.” (T1)

For subtraction, the same teacher recognized that counting backward from numbers larger than three can be difficult for most children. She tailored problem scenarios accordingly:

“I take several objects in my hand. First, I give one to a child in the class and ask how many are left in my hand. I start with subtracting one. Then, I proceed to subtract two, three, and so on. I don’t ask about subtracting four or five; going back one or two is sufficient and helps them connect it with subtraction.” (T1)

The “taking away” strategy was commonly used for subtraction among all three teachers. When describing subtraction scenarios, they primarily emphasized this approach rather than addressing other strategies like adding to find the difference, comparing, or partitioning. For instance, one teacher explained:

“First, we form a circle in the classroom. I ask everyone to close their eyes and quietly take one child out of the circle. Then I ask, ‘Who is missing?’ Similarly, during musical chairs, if there are initially ten chairs, I gradually remove one chair at a time.” (T1)

Types of Verbal Problems: An analysis of the teachers’ responses revealed that all three provided examples of result-unknown problems. Only one teacher (T2) additionally gave an example of a change-unknown problem. Teacher T1 offered examples of both addition and subtraction, but all her examples fell into the result-unknown problem category. For addition, T1 provided the following example, classified as a result-unknown problem from the join category:

“For instance, we had three stuffed toys in the classroom, and we received one more as a gift. How many toys do we have now? Or, five children came to class in the morning, and one friend arrived late. How many children are we now?” (T1)

For subtraction, T1 shared this example, which is a result-unknown problem from the separate category:

“For instance, two of your colored pencils broke their tips. Out of your five pencils, how many remain unbroken? Or, I had four olives, and one fell to the ground. How many olives do I have left?” (T1)

In contrast, T2 provided an example of a change-unknown problem from the separate category:

“We have four pencils, but someone asks for five. Do we have enough pencils? I ask this question, and children respond with ‘No, we don’t have enough.’ It’s important to phrase the problem clearly. For example, I need three eggs to bake a cake, but I only have one. Is that enough to bake the cake? They answer no because they understand we don’t have enough eggs to make the cake. They conclude, ‘We need more eggs, but we have fewer.’” (T2)

Motivation: Each teacher approached the concept of motivation from different perspectives. Their strategies included emphasizing the role of family, using positive reinforcement, creating real-life problem scenarios, and tailoring activities to children’s interests and preferences. The teachers shared the following insights:

“Words like ‘Great job!’ or ‘Well done!’ can be very motivating. I believe the family plays an important role in motivation. I contact parents to set achievable goals at home, and I encourage them to praise their children with words like ‘Great!’ or ‘Super!’ so that the child doesn’t struggle with motivation at school. For children who find operations challenging, I start with questions they can answer to show them what they are capable of, so they don’t lose interest.” (T1)

“I focus on what they can do to encourage and inspire them.” (T2)

“Using tangible objects and rewards makes the child more active and increases their motivation. When I present examples from everyday situations they encounter, they concentrate better and listen with interest.” (T3)

Play: All three teachers mentioned incorporating play into the development of addition and subtraction skills, describing it as a structured yet enjoyable way for children to learn without realizing it. One teacher also highlighted the motivational impact of play. For example, two teachers shared their perspectives:

“In early childhood, the primary activity in our classrooms is play. During this process, children encounter mathematical activities combined with play, learning while having fun.” (T3)

“Play usually activates all children and motivates them. Through games, they perceive mathematics as fun. During play, mathematical thinking happens naturally and unconsciously.” (T2)

Integrated Activities: Two teachers (T2 and T3) incorporated the concept of integrated activities into their teaching strategies for developing children’s addition and subtraction skills. By organizing diverse activities and providing hands-on learning environments, they ensured lasting learning experiences for the children. For instance, T2 stated:

“I prioritize designing activities that connect with fields like science and music. Alongside mathematical skills, I assess and focus on children’s psychomotor development, attitudes, interests, language, and cognitive development. For an effective math activity, it is crucial that the child remains active. Engaging multiple senses facilitates lasting learning. I usually plan activities for large groups that include all children, but depending on the content, I adapt them for small groups or individual activities.” (T2)

In contrast, T3 highlighted the importance of outdoor activities, aiming to demonstrate that mathematics extends beyond the classroom and is applicable in daily life. She explained:

“I plan activities not only inside the classroom but also outside. The simplest example is scattering objects in the sandbox in the schoolyard and asking children to categorize them by different criteria. This way, the child realizes that they are learning something about mathematics even outside the classroom.” (T3)

DISCUSSION, CONCLUSION AND RECOMMENDATIONS

This study examined preschool teachers’ pedagogical content knowledge of the concepts of addition and subtraction based on Lee’s framework. Interviews were conducted with three teachers to explore their pedagogical approaches to teaching addition and subtraction in preschool settings. The findings, as detailed and interpreted in the previous section, were categorized into 11 themes during the advancing stage of Lee’s framework: cardinality of numbers, types of verbal problems, use of concrete objects and symbols, drawings, effective counting strategies and automatization, manipulatives, addition and subtraction strategies, integrated activities, developmental appropriateness, motivation, and play.

The analysis revealed that all participating teachers emphasized the importance of cardinality in teaching addition and subtraction, noting that young children should first encounter problem scenarios where the result does not exceed five.

When asked to create verbal problem scenarios for addition and subtraction, all three teachers used result-unknown problems from the join category for addition and the separate category for subtraction. This preference is critical for fostering motivation and reducing errors, as Artut (2015) found that children made fewer mistakes with result-unknown problems compared to start-unknown problems. Only one teacher (T2) introduced examples from change-unknown problems in the separate category. Regarding subtraction strategies, all three teachers primarily used the “taking away” strategy, in which children remove a specific number of items from a group and count what remains. This approach is effective because it is intuitive and easy for children to grasp. However,

only one teacher (T2) also provided examples illustrating the “adding up” strategy, which intuitively introduces subtraction as the inverse of addition.

The interviews highlighted that using concrete objects and drawings was a frequently adopted and effective strategy for teaching addition and subtraction. Teachers noted that these methods supported children’s conceptual understanding. However, Figueiredo et al. (2020) observed that while teachers and candidates frequently used concrete materials and visual aids, they often failed to align these materials with children’s developmental levels. Additionally, none of the teachers mentioned strategies for advancing beyond manipulatives. This finding aligns with Gasteiger et al. (2022), who identified a lack of emphasis on helping children transition from manipulatives to abstract problem-solving. Teachers require additional support to foster children’s abstract thinking skills. Kalchman and Kozoll (2017) emphasized that teachers’ effective use of pedagogical content knowledge significantly supports children’s understanding of mathematical concepts. Moving beyond manipulatives involves encouraging children to solve arithmetic tasks without relying on physical aids after developing successful strategies with them. For instance, children could be asked to place five toys in an opaque container, add four more, and determine the total number without looking inside.

Another critical finding was the lack of focus on fostering child-initiated strategies for problem-solving. Research shows that hands-on, multi-sensory teaching methods effectively develop foundational addition skills (Çalık & Kargin, 2010). Starting with children’s own problem-solving methods is essential for supporting mathematical concepts and skills. However, none of the participating teachers discussed prioritizing children’s self-developed strategies. Zhang (2015) highlighted the importance of pedagogical content knowledge in anticipating and addressing children’s conceptual misunderstandings. Educational projects emphasizing constructivist approaches and encouraging children to develop unique strategies could play a crucial role in bridging this gap. Future research should evaluate the impact of such initiatives on teachers and learning environments.

The findings also revealed that teachers primarily relied on external reinforcements to motivate children during addition and subtraction activities. While effective, such reinforcements are known to foster extrinsic rather than intrinsic motivation. Future research could compare the mathematical abilities of children taught by teachers emphasizing intrinsic motivation versus extrinsic motivation during math activities to provide valuable insights.

This study contributes significantly to the existing literature by analyzing preschool teachers’ pedagogical content knowledge in mathematics. The findings offer detailed insights into the strategies teachers employ for teaching addition and subtraction, shedding light on the effectiveness of various methods. Additionally, this study highlights gaps such as the limited variety of verbal problem scenarios, over-reliance on external motivators, and insufficient focus on fostering child-initiated strategies. The findings suggest that future research could provide a clearer and more comprehensive framework by focusing on diversifying verbal problems, assessing the impact of motivational strategies, and addressing barriers to self-directed learning strategies in children. This study also offers foundational data for future research in early childhood mathematics education and practical recommendations for teacher training programs. These insights contribute both theoretically and practically to the literature while offering valuable guidance for teachers’ professional development.

REFERENCES

- Aktaş Arnas, Y. (2016). *Okul öncesi dönemde matematik eğitimi* [Mathematics Education in Early Childhood] Vize Yayıncılık.
- Anders, Y. & Rossbach, H. G. (2015). Preschool teachers’ sensitivity to mathematics in children’s play: The influence of math-related school experiences, emotional attitudes, and pedagogical beliefs. *Journal of Research in Childhood Early Education*, 29(3), 305-322. <https://doi.org/10.1080/02568543.2015.1040564>

- Argin, Y. (2019). *Okul öncesi eğitimcilerinin matematik eğitimine ilişkin pedagojik alan bilgi düzeylerinin çeşitli değişkenler açısından incelenmesi* [Examination of pedagogical content knowledge levels of pre-school educators in regard to mathematics education in terms of various variables]. [Unpublished masters' thesis]. Gazi Üniversitesi.
- Artut, P. D. (2015). Preschool children's skills in solving mathematical word problems. *Educational Research and Reviews*, 10(18), 2539-2549. <https://doi.org/10.5897/ERR2015.2431>
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324>
- Berg, D. H. (2008). Working memory and arithmetic calculation in children: The contributory roles of processing speed, short-term memory, and reading. *Journal of Experimental Child Psychology*, 99(4), 288-308. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2007.12.002>
- Bredenkamp, S. (2015). *Erken çocukluk eğitiminde etkili uygulamalar* [Effective Practices in Early Childhood Education]. Nobel Yayıncılık.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46(1), 3-18. <https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x>
- Calik, N. C., & Kargin, T. (2010). Effectiveness of the Touch Math Technique in Teaching Addition Skills to Students with Intellectual Disabilities. *International Journal of Special Education*, 25(1), 195-204.
- Carpenter, T. P., Hiebert, J., ve Moser, I. M. (1981) First-grade children's initial solution processes for simple addition and subtraction problems. *Journal for Research in Mathematics Education* 12, 27-39.
- Carpenter, T. P. & Moser, J. M. (1982). *The development of addition and subtraction problem solving skills*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Charlesworth, R. & Lind, K. K. (2009). *Math & science for young children* (6th ed.). Wadsworth/Cengage Learning.
- Clarke, B. & Shinn, M. R. (2004). A preliminary investigation into the identification and development of early mathematics curriculum-based measurement. *School Psychology Review*, 33(2), 234-248. <https://doi.org/10.1080/02796015.2004.12086245>
- Clements, D. H. & Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories for young children*. Routledge.
- Denzin, N. K. & Lincoln, Y. S. (1998). *The Landscape of Qualitative Research: Theories and Issues*. Sage Publications.
- Erdoğan, S. (2006). *Altı yaş grubu çocuklarına drama yöntemi ile verilen matematik eğitiminin matematik yeteneğine etkisinin incelenmesi* [A study on the effects of mathematics education given with drama method to six years old children mathematics ability]. [Doctoral Dissertation]. Ankara Üniversitesi.
- Figueiredo, M. P., Gomes, H., & Rodrigues, C. (2020). Mathematical pedagogical content knowledge in Early Childhood Education: Tales from the 'great unknown' in teacher education in Portugal. In *Innovative Approaches in Early Childhood Mathematics* (pp. 73-84). Routledge.
- Gasteiger, H., Bruns, J., Benz, C., Brunner, E., & Sprenger, P. (2020). Mathematical pedagogical content knowledge of early childhood teachers: A standardized situation-related measurement approach. *ZDM*, 52(2), 193-205. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01103-2>
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L. & Bailey, D. H. (2013). Adolescents' functional numeracy is predicted by their school entry number system knowledge. *PloS one*, 8(1). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0054651>

- Geist, E. A. (2010). The anti-anxiety curriculum: Combating math anxiety in the classroom. *Journal of Instructional Psychology*, 37(1), 24-31.
- Ginsburg, H. P., & Amit, M. (2008). What is teaching mathematics to young children? *Journal of Applied Developmental Psychology*, 29(4), 286-296. <https://doi.org/10.1016/j.appdev.2008.04.008>
- Ginsburg, H. P. & Baroody, A. J. (2003). *TEMA-3: Test of Early Mathematics Ability-Third Edition*. Pro-Ed.
- Huttenlocher, J., Jordan, N. C. & Levine, S. C. (1994). A mental model for early arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General*, 123(3), 284.
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Nabors Olah, L. & Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development*, 77(1), 153-175. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2006.00862.x>
- Kalchman, M., & Kozoll, R. H. (2017). Developing distinct mathematical and scientific pedagogical content knowledge in an early childhood dual-content methods course: An alternative to integration. *Action in Teacher Education*, 39(1), 10-21. <https://doi.org/10.1080/01626620.2016.1248299>
- Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T. & Nurmi, J. E. (2007) Cognitive predictors of single-digit and procedural calculation and their covariation with reading skill. *Journal of Experimental Child Psychology*, 97: 220-241. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2007.03.001>
- Koponen, T., Salmi, P., Eklund, K. & Aro, T. (2013). Counting and RAN skill: Predictors of calculation and reading fluency. *Journal of Educational Psychology*, 105: 162-175. <https://doi.org/10.1037/a0029285>
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(4), 516-531. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.03.009>
- Lee, J. (2010). Exploring kindergarten teachers' pedagogical content knowledge of mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 42, 27-41. <https://doi.org/10.1007/s13158-010-0003-9>
- Lee, J. E. (2017). Preschool teachers' pedagogical content knowledge in mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 49(4), 229-243. <https://doi.org/10.1007/s13158-017-0189-1>
- Leppanen, J. A., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Skwarchuk, S. L., Sargla, E. & Arnup J S (2006). Counting ability predicts fourth grade decoding and reading comprehension. *Unpublished manuscript, University of Jyväskylä, Finland*.
- Locuniak, M. N. & Jordan, N. C. (2008). Using kindergarten number sense to predict calculation fluency in second grade. *Journal of Learning Disabilities*, 41(5), 451-459. <https://doi.org/10.1177/0022219408321126>
- Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Lawrence Erlbaum Associates.
- McCray, J. (2008). *Pedagogical content knowledge for preschool mathematics: Relationships to teaching practices and child outcomes* [Doctoral Dissertation]. Loyola University.
- Milli Eğitim Bakanlığı [Ministry of National Education] (2013). *Okul öncesi eğitim programı* [Preschool education curriculum]. MEB.
- Mononen, R., Aunio, P. & Koponen, T. (2014). Investigating rightstart mathematics kindergarten instruction in Finland. *Journal of Early Childhood Education Research*, 3(1), 2-26.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*.

- National Association for the Education of Young Children, & National Council of Teachers of Mathematics. (2002). *Early childhood mathematics: Promoting good beginnings*. A joint position statement. NAEYC.
- Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., Sarama, J. S., Wolfe, C. & Spitler, M. E. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement? *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 550-560. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.02.003>
- Olkun, S., Fidan, E. ve Babacan Özer, A. (2013). 5-7 yaş aralığındaki çocuklarda sayı kavramının gelişimi ve saymanın problem çözümünde kullanımı [The development of number concept and the use of counting in problem solving of 5-7 year olds]. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 38(169), 236-248.
- Olkun, S., Yeşilpınar, M. ve Kışla, S. (2014). Birinci sınıf öğrencilerinde kardinalite ve ilişkili kavramların problem durumlarında kullanımı [Turkish first graders' use of cardinality and related concepts in problem situations]. *İlköğretim Online*, 13(1), 146-154.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Stock, P., Desoete, A. & Roeyers, H. (2009). Mastery of the counting principles in toddlers: A crucial step in the development of budding arithmetic abilities? *Learning and Individual Differences*, 19(4), 419-422. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.03.002>
- Syrett K, Musolino, J. and Gleman, R. (2012). How can syntax support number Word acquisition? *Language Learning and Development*, 8 (2): 146-176. <https://doi.org/10.1080/15475441.2011.583900>
- Uyanık Ö (2013) *Akademik ve dil becerileri eğitim programının 61-66 aylık çocukların bilişsel yetenekleri ile erken akademik ve dil becerilerine etkisi* [The effect of academic and language skills education program on 61-66 month old children's cognitive skills and early academic and language skills]. [Unpublished masters' thesis]. Gazi Üniversitesi.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2014). *Elementary and middle school mathematics*. Pearson.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* [Qualitative research methods in social sciences]. Seçkin Yayıncılık, Ankara.
- Zhang, Y. (2015). *Pedagogical content knowledge in early mathematics: What teachers know and how it associates with teaching and learning* [Doctoral dissertation]. Loyola University.

APPENDICES

Appendix 1: Interview Questions

Questions for Getting to Know the Participant

- Your full name:
- Your date of birth:
- Where are you from?
- What type of family background do you come from?
- Which university did you graduate from?
- Do you recall the mathematics courses you took during your university studies?
- How many children are in your class, and what is your classroom setup like?

Questions Related to Addition and Subtraction Concepts

- In your opinion, what makes an activity an effective mathematics activity in a preschool environment?
- What effective practices do you think help develop the operational skills (e.g., addition, subtraction) of children in your class? How do you organize your classroom for this process? What materials and tools do you use?
- What methods do you use to increase the motivation of children who are not interested in activities focused on operational skills like addition and subtraction? Can you share a few examples?
- What challenges do children face when learning addition and subtraction?
- What do you do to make learning easier for children when teaching addition and subtraction?
- How do you teach addition skills to children in your class? What verbal expressions do you use during this process?
- How do you teach subtraction skills to children in your class? What verbal expressions do you use during this process?
- Do you believe there is a developmental sequence in teaching operational skills like addition and subtraction? If so, what sequence do you follow?
- What methods and techniques do you use when teaching addition and subtraction operations?
- Do you help children intuitively understand the commutative property of addition? If yes, how?
- How do you help children intuitively understand the concept of subtracting a smaller number from a larger one?

Appendix 2: Duration of Interviews with Teachers

Teacher	First Interview	Second Interview	Third Interview
T1	33 minutes	38 minutes	41 minutes
T2	50 minutes	45 minutes	40 minutes
T3	53 minutes	50 minutes	49 minutes