MADENCİLİK Eyïûl September 1983 Cilt Volume XXII Sayı No 3

Potansiyel Alanların Dönüşümleri ve Genel Yüzeylerde Uzanım İşlemleri

The Transformation and Continuation of Potential Holds In Non-planar Surfaces

Mustafa ERGÜN (*)

ÖZJET

Potansiyel alanların uzanımı teorisi doğrusal olmayan yüzeylerdeki durumu için İrdelenmiştir. Gravite ve manyetik alanların frekans gösterimleri kütlenin yapısının, fiziki parametrelerinin ve ölçülen alanın tipine bağlı faktörlerin bu alanlar için evrimlerinin sonucunu tanımlayan matematiksel ffadeleridr. Eğer alan bilinirse, İstenilen şekilde bazı faktörler çıkarılabilir ya da dönüşümler yapılabilir. Çünkü bu faktörlerle alan arasında doğrusal bağıntılar vardır. .

ABSfRACT

The theory of potential field continuation is studied between non - planar surfaces. The spectral representation of potential fields shows that the mathematical expressions describing these fields are the result of convolution of factors which depend on the geometry of the causative body, the physical property of the body and the type of field being observed. If the field is known, it is possible to remove or alter these factors, because, these factors and the fields are linearly dependent.

(*) Doç. Dr. Jeofizik Yük. Müh. Dokuz Eylül Üniversitesi, Müh. Mim. Fak. Jeoloji Müh. Böl., ÎZMtR

1. GİRİŞ

Bu çalışma gravite ve manyetik alanların doğrusal dönüşüm kuramları konusundadır. Gravite ve manyetik alanlar ite bunlara neden olan kütleler arasındaki ilişkiler, alan ve kütle özelliklerinin evrişimi biçiminde gösterilebilir. Böyle düzeneklere doğrusal düzenekler adı verilir. Frekans ortamı işlemleri alan için daha basit tanımlar ortaya koyar ve evrişim etmenlerinin tanınmasını kolaylaştırır.

Gravite ve manyetik alanların genel! yüzeyler arasındaki uzanım işlemleri frekans ortamında kolaylıkla sağlanablllrj (Gunft 1975 ve Syberg 1972). Bu konuda-j ki .belirli dönüşüm işlemleri Dean {1958), Bhattacharyya (1966), Fuller (1967) ve I Spector ve Grant (1970) tarafından ayrın-1 tılı olarak jeofizik yayınlarda verilmiştir.

Yüzeyde elde edilen gravite ve manyetik verilerin istenilen kaynağın bulunmadığı yüzeydeki anomali değerlerini elde etmek Fourier dönüşümü yoluyla yapılabilir. Esas verinin Fourier dönüşümü ile yüzeyler arasındaki uzanım operatörünün Fourier dönüşümünün frekans ortamında bire bir çarpımı istenilen yüzeydeki anomali değerinin frekans ortamı görünümünü verir. Bununda, ters Fourier dönüşümü alınarak uzunluk ortamındaki anomali değerine ulaşılır.

Frekans ortamında ayrıca manyetik alanın kutba İndirgemesi, gravite ile manyetik alanların birbirlerine dönüştürülmesi, türev haritalarının elde edilmesi, süzgeçleme gibi işlemler, buradan da yoğunluk ve manyetizasyon dağılımları ile jeolojik yapı saptanabilin

2. GRAVfTE VE MANYETİK ALANLARIN SPEKTRUMLARININ BULUNMASI

Yoğunluk dağılımı *pia.p.y)* olan bir cismin P(x,y.z) noktasındaki çekim potansiyeli :

$$U(x,y,z) = -G \iiint \frac{\rho(\alpha,\beta,\gamma)\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma}{\left[(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2+(z-\gamma)^2\right]^{1/2}} \tag{1}$$

bağıntısı ile gösterilebilir. Çekim potansiyeli cismin içinde yer alan (x=a,y=3, Z=Y) noktası için tekilleşir. Tekilliği ortadan kaldırmak için, bu noktayı yarıçapı çok küçük E olan q hacmi ile kaplıyarak, her yerde harmoniklik sağlanabilir (Kellogg 1967).

$$U(x,y,z) = -G \iiint_{V-q} \frac{\rho(\alpha,\beta,\gamma)\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma}{\left[(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2+(z-\gamma)^2\right]^{1/2}} - G \iiint_{q} \frac{\rho(\alpha,\beta,\gamma)\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma}{\left[(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2+(z-\gamma)^2\right]^{1/2}} \tag{2}$$

Bu denklemin ikinci kısmındaki q çok küçük olmasından dolayı *p{x,p,y)* saDit 0,a~ rak alınabilir. Gauss teoreminden hareketle[1] Poisson denklemine ulaşırız.

$$\nabla^2 U(\alpha,\beta,\gamma) = 4\pi G \rho(\alpha,\beta,\gamma) \tag{3}$$

Yoğunluk fonksiyonu :

$$\rho(\alpha,\beta,\gamma) = \frac{1}{4\pi G} \nabla^2 U(\alpha,\beta,\gamma) \tag{4}$$

olarak elde edilir. Hacim integralinden ölçü yüzeyindeki yoğunluğa geçersek ;

$$U(x,y,z) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\left(n_\alpha \frac{\partial}{\partial\alpha} + n_\beta \frac{\partial}{\partial\beta} + n_\gamma \frac{\partial}{\partial\gamma}\right) U(\alpha,\beta,\gamma)}{\left[(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2+(z-\gamma)^2\right]^{1/2}}\, d\alpha\, d\beta \tag{5}$$

Buradan na, n/8, ny yüzeye dik vektörün doğrultman kosünüsleridir. Görüldüğü gibi çekim potansiyeli üç bileşenden oluşmaktadır :

$$U(x,y,z) = U_x(x,y,z) + U_y(x,y,z) + U_z(x,y,z) \tag{6}$$

Uygulamalı gravitede yalnızca düşey bileşen söz konusu olacağından :

$$\Delta g(x,y,z) = -\frac{\partial U(x,y,z)}{\partial z} = -\frac{\partial U_z(x,y,z)}{\partial z} \tag{7}$$

yaklaşık olarak varsayabiliriz. Eğer yüzey z = h (x,yj de gravite değeri biliniyorsa, z = k (x,y) yüzeyinde de hesaplanabilir (Syberg 1972 ve Bhattacharyya ve Chan 1977).

$$\Delta g(x,y,z) = \frac{1}{2\pi}\iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{n_z|z-\delta|\,\Delta g(\alpha,\beta)}{[(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2+(z-\delta)^2]^{3/2}}\,d\alpha\, d\beta \tag{8}$$

Burada n_z, yüzeye dik birim vektörün z-eksenine göre doğrultman kosünüsüdür. Eğer *y=Ö* düzleminden Z=—ft düzlemine uzanım yapıltrsp bu bilinen Dirichlet integraline dönüşür.

$$\Delta g(x,y,-h) = \frac{1}{2\pi}\iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{h\,\Delta g(\alpha,\beta,0)}{[(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2+h^2]^{3/2}}\,d\alpha\, d\beta$$

m

Denklem (8)'in her iki .tarafının Fourier dönüşümü alınırsa (Denklem 10) :

Fourier kayma kuramına uygularsak (Jenkins ve Watts 1969) :

$$\Delta G(u,v,z) = \frac{1}{2\pi}\iint_{-\infty}^{+\infty}\Delta g(\alpha,\beta,\delta)\,e^{-i(u\alpha+v\beta)}\,d\alpha\, d\beta \cdot \frac{1}{2\pi}\iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{n_z|z-\delta|\,e^{-i(ux+vy)}}{[x^2+y^2+(z-\delta)^2]^{3/2}}\,dx\,dy \tag{11}$$

Burada verinin Fourier dönüşümü :

$$\Delta G(u,v,\delta) = \frac{1}{2\pi}\iint_{-\infty}^{+\infty}\Delta g(\alpha,\beta,\delta)\,e^{-i(u\alpha+v\beta)}\,d\alpha\, d\beta$$

ve yukarı uzanım operatörünün Fourier dönüşümü :

$$K(u,v) = \frac{1}{2\pi}\iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{n_z|z-\delta|\,e^{-i(ux+vy)}}{[(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2+(z-\delta)^2]^{3/2}}\,dx\,dy$$

$$K(u,v) = e^{-ih(u^2+v^2)^{1/2}} \tag{12}$$

olurdu (Bhattacharyya, 1966).

Manyetik durum için problem daha karmaşıktır. Çekim ve manyetik potansiyeller arasındaki Poisson bağıntısından sonuca ulaşabiliriz :

$$\bar{M}\cdot\nabla U = G_\rho A \tag{13}$$

burada M manyetizasyon ve A ise manyetik potansiyeldir. Yer *manyetik alanı* cismin yaratacağı manyetik alandan çok büyük olacağından *i.*

$$\Delta T(x,y,z) = -\frac{\partial}{\partial s}A \tag{14}$$

toplam afan bileşeni yer manyetik alan yönünde elde edilebilir. (Telfbrd ve diğerleri 1976).

Burada

$$\frac{\partial}{\partial s} = l\frac{\partial}{\partial x} + m\frac{\partial}{\partial y} + n\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\Delta G(u,v,z) = \frac{1}{4\pi^2}\iint_{-\infty}^{+\infty}\iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{n_z\Delta g(\alpha,\beta,\delta)\,|z-\delta|}{[(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2+(z-\delta)^2]^{3/2}}\,d\alpha\, d\beta\cdot e^{-i(ux+vy)}\,dx\,dy \tag{10}$$

olup (l,m,n) arz manyetik alanının doğrultman kosûnüslerîdir. Anomaliye neden olan manyetizasyonun doğrultman kosünüsleri (L.M.N) olsun. Bu yönü tam olarak saptamak güçtür ve bazı durumlarda yalnız indüklemeyle manyetizasyon oluştuğu varsayılır. Ölçülen toplam manyetik anomaliyi kuzey manyetik kutba indirgemek :

$$F(u,v)= \frac{(u^2+v^2)^{1/2}}{[iLu+iMv+N(u^2+v^2)^{1/2}]} \cdot \frac{(u^2+v^2)^{1/2}}{[ilu+imv+n(u^2+v^2)^{1/2}]} \qquad (15)$$

frekans yanıtı olan süzgeçle evrişime sokmak demektir. Kutba indirgenmiş manyetik anomali aynen gravite ile özdeşleşir (Gudmundsson 1966 ve Gunn 1975). Eğer gravite anomalisini kutba indirgenmiş manyetik anomalisine dönüştürmek istersek frekans yanıtı (u^2+v^2)^ olan süzgeçte evrişime sokmak gerekir.

3. İKİ BOYUTLU DURUM

İki boyutlu durum için yüzey gravite anomalisi île uzanım yapılacak yüzeyi birleştiren denklem :

$$\Delta g(x,z) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{n_z|z-\zeta|\Delta g(\alpha,\zeta)}{(x-\alpha)^2+(z-\zeta)^2} d\alpha \qquad (16)$$

ile verilir. Her iki yanın Fourier dönüşümleri alınıp» kayma teorisi uygulanırsa :

Ag(u,z)= Ag($_{Uj}$«).K(u) (17)

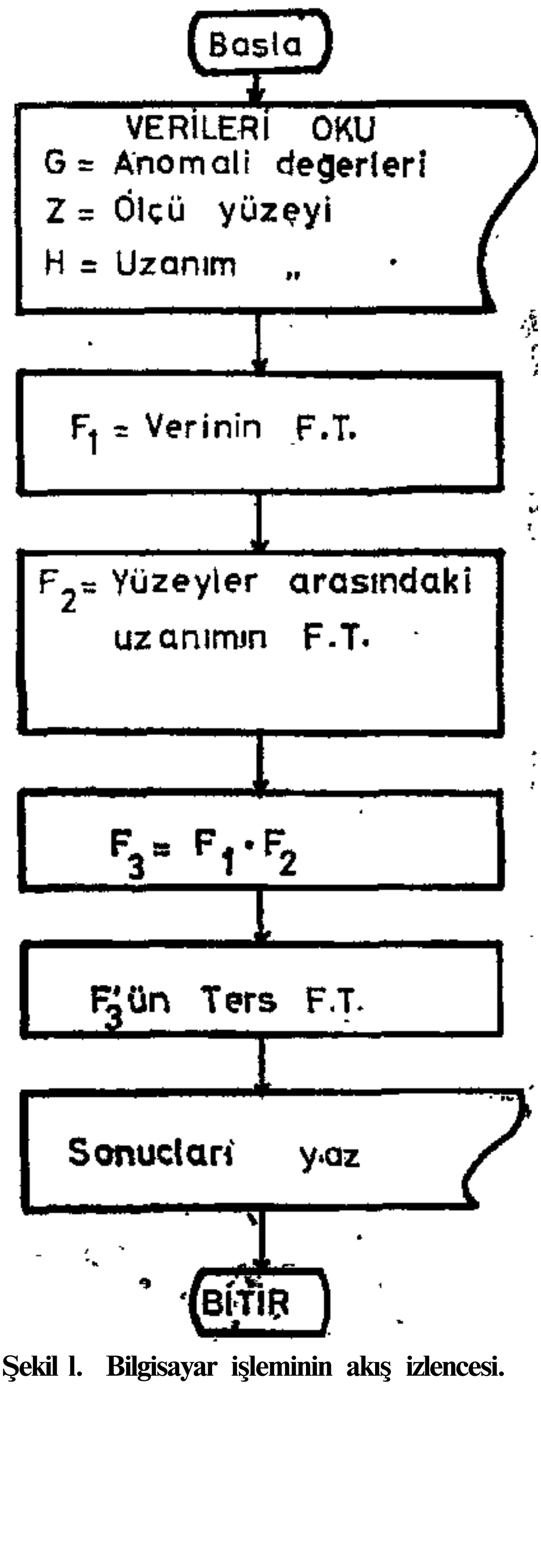
bağıntısı bulunur. Şuradaki K(u), yine uzanım yapılacak yüzeyler arasındaki uzanım operatörünün Fourier dönüşümüdür.

$$K(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2n_z|z-\zeta| e^{-iux}}{x^2+(z-\zeta)^2} dx \qquad (18)$$

Üç "boyutlu durum için açıklanan gerekçeler burada da geçerlidir.

4. UYGULAMA VE DEĞERLENDİRMELER

Konunun anlaşılabilirliği için iki boyutlu durum örnekleri verilecektir. Problemin çözümü Şekil 1'de akış diyagramı

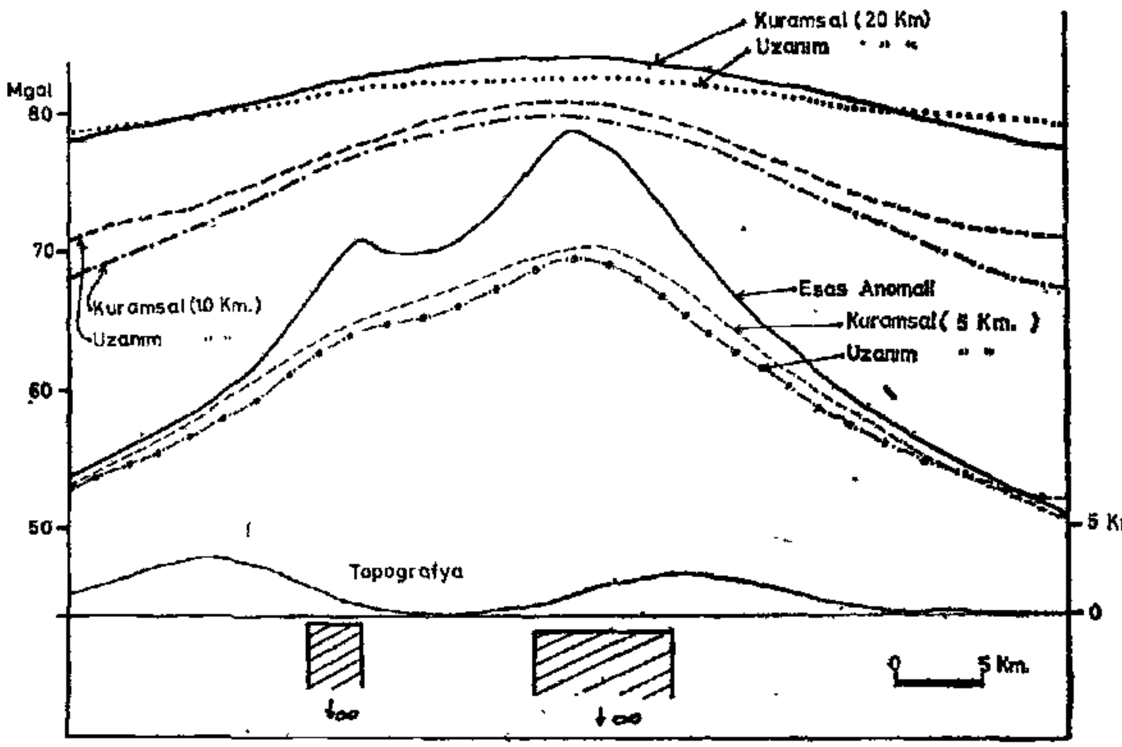


Şekil l. Bilgisayar işleminin akış izlencesi.

verilen bilgisayar programı ile gerçekleştirilmiştir. Verinin ve uzanım yapılacak genel yüzeyler arasındaki uzanım operatörünün Fourier dönüşümleri alınmasıyla frekans ortamına geçilir. Frekans ortamındaki bu İki dönüşümün bire bir çarpımı uzanım yapılacak yüzeydeki anomalinin spektrumunu verir. Bu spektrumun ters Fourier dönüşümü alınarak uzanım yapılan yüzeydeki anomali değerine erişilir.

Yüzey topografyası (Şekil 2) verilen, tabanı-sonsuza uzanan dik iki daykın yüzeyde yarattığı gravite anomalisi 5, 10, ve 20 Km. yukarı düzlemlere uzatılmıştır. Kuramsal değerlerle uzântm yapılmış değer-1er arasında fazla farklılıklar yoktur, {10 ve 20 Km uzanımlar grafikte yukarıya kaydırılarak çizilmiştir.)

Frekans ortamında diğer veri-işlem yöntemleride kolaylıkla yapılabilir ve soruna kolay yaklaşımı sağlar. Genel yüzeylerde uzanım işleminin karmaşıklığına karşın problemi çok hızlı ve başarılı çözüme ulaştırır. Gelebilecek yanılgılar dönüşüm işlemlerindeki olağan yanılgılardır ve bu sorunda genel bir sorundur. Graviteyi manyetiğe ya da tersini gerçekleştirmek, n'ci derece türev, süzgeçleme ve hatta ters Çözüm işlemlerini geçirebilir.



Şekil 2. Profil boyunca düzgün olmayan yüzeyde elde edilen gravite anomalisinin (h -- 5, 10 ve 20 Km.) düzlemlerine indirgenmesi.

KAYNAKLAR

Bhattacharyya B.K- 1966, Continous spectrum of the total magnetic field anomaly due to rectangular prismatic body. Geophysics 31,97-121.

Bhattacharyya B.K- ve Chan K.C. 1977, Reduction of magnetic and gravity data on an arbitrary surface acquired in a region of topographic relief. Geophysics 42, 1411-1430.

Dean W.C. 1958, Frequency analysis for gravity and magnetic interpretation. Geophysics, 23, 97 -127.

ErgUn M. ve San C. 1982, Gravite ve manyetik veri-işlem yöntemleri ve Anlara - Polatlı bölgesinin yorumu, TJJK- Bûl. 25, 137 -142.

Fuller BJ>. 1967, Two dimensional frequency analysis and design of grid operators. In Mining Geophysics % SE.G., Tulsa, 658-708.

Gudmundsson G. 1966, Interpretation of one dimensional magnetic anomalies using the Fourier transform, Geophys. Jü. Astr. Soc. 12, 87-97.

Gunn P.J. 1957, Linear transformations of gravity and magnetic fields, Geophys. Prosp., 23, 300-312.

Jenkins G.M. ve Watts, D.G-, 1969, Spectral analysis and its applications. Holden-Day, San-Francisco.

Kellogg O-D. 1967, Foundations of potential theory, Springer - Verlâg, Berlin.

Spector A. ve Grant F.S. 1970, Statistical models for interpreting aeromagaetic data, Geophysics 35, **293 -302,**

Sytaerg F.J.R. 1972, Potential field continuation between general surfaces, Geophys. Prosp-, 20, 267-282.

Telford W-M., Geldârt L.P., Sheriff R.E. ve Keys *DA*- 1976, Applied geophysics, Cambridge University Press, Cambridge.