Manisa Celal Bayar University Journal of The Faculty of Education
ISSN: 1309-8918

2024, Vol. 12, No:2

7. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğretimi Öncesi Matematiksel Çözüm Stratejileri: Eşitlik ve Denklem Konusu

7th Grade Students' Mathematical Solution Strategies before Algebra Instruction: Equality and Equations Topic

Şeyma Duman[1], Seçil Yemen Karpuzcu[2]

Öz

Öğrencilerin aritmetik bilgilerini, cebirsel düşünmelerini, denklem çözümlerindeki informel akıl yürütmelerini ve karşılaştıkları zorlukları anlamak, onların cebir öğrenme-öğretme süreçlerinin gelişimini açıklamak için önemlidir. Cebirde eşitlik ve denklem öğrenme-öğretme için önemli bir adım öğrencilerin mevcut durumlarının belirlenmesidir. Bu çalışmanın amacı, eşitlik ve denklemler konusu öğretilmeden önce yedinci sınıf öğrencilerinin informel matematiksel çözüm stratejilerini ortaya çıkarmak ve açıklamaktır. Bu çalışma, 2022-2023 eğitim-öğretim yılında bir ortaokulda öğrenim gören 94 yedinci sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilen bir durum çalışmasıdır. Veri toplama aracı, pilot uygulaması yapılan ve kapsam geçerliliği sağlanmış, dokuz sorudan oluşan açık uçlu bir testtir. Öğrencilerin testteki çözümlerine ilişkin yazılı ifadelerinden elde edilen veriler kodlanarak analiz edilmiştir. Bulgularda, öğrencilerin denklemler ve cebirsel ifadeler arasındaki farkı henüz ayırt edemedikleri görülmüştür. Öğrenciler informel çözümlerinde çoğunlukla aritmetik ve semantik yöntemlerle "bilinmeyeni" bulmaya çalışmışlardır. Öğrencilerin çözümlerdeki hataları aritmetik temelli eksikliklerinin olduğunu göstermektedir. Sonuç olarak, denklemler konusu öğretilmeden önce sınıflarda informel olarak eşitliğin ilişkisel anlamından bahsedilebilir. Ayrıca, aritmetik dönemde öğrenme aşamasında çeşitli etkinliklerle öğrencilerin ilişkisel becerileri kazanmaları desteklenebilir.

Anahtar Kelimeler
1. Cebir
2. Denklem
3. Ortaokul matematiği
4. Durum çalışması

Abstract

Understanding students' arithmetic knowledge, algebraic thinking, informal reasoning and difficulties in solving equations is essential to articulate the development of algebra learning-teaching process. In algebra, one of the important steps for learning-teaching equality and equations is to determine the current situation of the students. This study aimed to reveal and explain the informal mathematical solution strategies of seventh-grade students before teaching the subject of equality and equations. This study was a case study with the participants of 94 seventh-grade students in a middle school in the 2022-2023 academic year. The data collection tool was an open-ended test, which was piloted and had content validity, consisting of nine questions. Data obtained from students' written statements in the test were coded and analyzed. In the findings, we saw that students could not yet distinguish between equations and algebraic expressions. The students attempted to find the "unknown" mostly with arithmetic and semantic methods in their informal solutions. The students' mistakes in the solutions showed that they had arithmetic-based deficiencies. As a result, before teaching equations, the relational meaning of equality can be mentioned informally in classrooms. Moreover, students can be supported to develop relational skills through particular activities during the arithmetic period.

Keywords
1. Algebra
2. Equation
3. Middle school mathematics
4. Case study

Başvuru Tarihi/Received 01.03.2024
Kabul Tarihi /Accepted 29.07.2024
Araştırma Makalesi / Research Article

Suggested APA Citation/Önerilen APA Atıf Biçimi:
Duman, Ş., & Yemen-Karpuzcu, S. (2024). 7. sınıf öğrencilerinin cebir öğretimi öncesi matematiksel çözüm stratejileri: Eşitlik ve denklem konusu. *Manisa Celal Bayar University Journal of the Faculty of Education, 12*(2), 262–285, https://www.doi.org/10.52826/mcbuefd.1445987

[1] **Sorumlu Yazar,** Millî Eğitim Bakanlığı, Kütahya, TÜRKİYE; https://orcid.org/0000-0003-0598-075X
[2] Kütahya Dumlupınar Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitim Bölümü, Kütahya, TÜRKİYE; https://orcid.org/0000-0002-2150-000X

Dipnot: Bu çalışma ikinci yazarın danışmanlığında, birinci yazarın Kütahya Dumlupınar Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü'nde devam etmekte olan yüksek lisans tezinden üretilmiştir. Aynı zamanda 2023 yılında 4. Uluslararası Fen, Matematik, Girişimcilik ve Teknoloji Eğitim Kongresi'nde (FMGTEK) sunulan bildirinin genişletilmiş halidir.

GİRİŞ

Aritmetik, nicelikleri karşılaştırma, sayma ve sayılarla dört işlem yapma ve bu dört işlemle bilinen değerlerden yola çıkarak bilinmeyeni bulma eylemlerini içeren matematiğin bir dalıdır (Akkan, 2009). Aritmetiğin temelinde sayılar, sayılarla yapılan işlemler ve birleşme, dağılma, ters işlem gibi aritmetik işlem özellikleri vardır. "Aritmetiğin soyutlanmasıyla da matematiğin önemli bir dalı olan cebir ortaya çıkmıştır." (Akgün, 2006, s.1). Genelleştirilmiş aritmetik olarak da tanımlanan cebir (Van Amerom, 2003; Vance, 1998), çoğunlukla aritmetiğin sembolik tarafı üzerinde yoğunlaşmaktadır. Buna sembolik ifadelerin kullanılması, cebirsel denklemlerin çözümü ve eşittir işaretinin denge anlamı gibi durumlar örnek verilebilir. Ayrıca, Sutherland ve Rojano (1993) cebiri matematik ve diğer disiplinlerdeki fikirleri açıklamak için kullanılan bir dil olarak tanımlamaktadır. Harvey (1995) ise cebiri sayılarla yapılan dört işlemleri manipüle etme sanatı olarak tanımlar. Bu manipülasyonlar için geçerli olan kuralların sadece birkaç sayı için değil tüm sayı kümeleri için geçerli olması sebebiyle sayıları temsilen harflerin de kullanılabileceği belirtilir (Dede ve Argün, 2003).

Aritmetik ile cebir matematiğin iki farklı alanı gibi görülse de aslında bu iki alan birbiriyle keskin bir çizgiyle ayrılmaz. Aritmetiğin temelinde sayı kavramı varsa, cebirin köklerinde de aritmetik yer almaktadır (Booth, 1988; Hersovics ve Linchevski, 1994; Kieran, 1992; Van Amerom, 2002). Bununla birlikte aritmetik ile cebirin kuvvetli bir zincir ile birbirine bağlı olduğu ifade edilmektedir (Kieran, 1992; Sfard, 1995; Stacey ve MacGregor, 1997; Van Amerom, 2002). Öğrencilerin aritmetik ile ilgili deneyimlerinden yola çıkarak cebir ile fikirlerini oluşturduğunu ve cebir konularını bunu temel alarak yapılandırdığını ifade eden birçok çalışma literatürde bulunmaktadır (Booth; 1988; Hersovics ve Linchevski, 1994; Kieran ve Chalouh, 1993; Sfard, 1995; Stacey ve MacGregor, 1997; Willams ve Cooper, 2001). Örneğin, Kieran (1990) öğrencilerin cebir ile ilgili düşüncelerini yapılandırma süreçlerinin aritmetik temelli olduğunu açıklarken, Tondorf ve Prediger (2022) yaptığı çalışmada öğrencilerin erken cebir döneminde cebirsel anlayışını geliştirmek için aritmetik ifadelerin denkliğini gerekçelendirebilecekleri bir öğretim tasarımı geliştirmiştir.

Kieran (1990) cebirin yapılandırma süreci ile matematiğin tarihsel gelişimindeki evreleri ilişkilendirmiş ve cebirsel düşünmeyi üç evreye ayırmıştır. İlk evrede sembollerin kullanılmadığını ve bunun yerine tanımlama için sıradan bir dil kullanıldığını ifade etmektedir. İkinci evrede, bilinmeyenler için kısaltmalar kullanıldığını ve bu şekilde bilinmeyenlerin bulunduğunu söylemektedir. Üçüncü evrede ise bilinmeyen ve değişkenler için harf kullanıldığını ve problem çözümünde semboller ile yapılan işlemlerin ya da denklemlerin kullanıldığını belirtmektedir. Buradan sonuçla, Kieran cebirsel düşünmeyi geliştirmek için öğrencilere ilk başta cebirde sembolize etmeyi öğretmek yerine önce sayılar arasındaki ilişkiyi anlamalarına zaman verilmesi gerektiğini ifade etmektedir. Diğer bir deyişle, öğrencilere ilişkileri fark etmeleri ve bu ilişkileri kendi ifadeleriyle yazabilmeleri için izin verilmelidir. Böylece öğrencilerin ilişkileri sembolize etmeleri sağlanabilir. Bu süreçler öğrencilerin cebiri yapılandırma sürecinde öğrenciden beklenen evreler olarak düşünülebilir.

Ne yazık ki matematik programlarında ilkokulda öğrencilere kazandırılması hedeflenen bilgi ve becerilerin aritmetik işlemlerden ibaret görülmesi, cebir konularının ise ortaokul ve lise dönemine ait görülmesi, öğrencilerin ileri sınıflarda cebir öğrenmelerini zorlaştırmaktadır (Kieran, 2007). Oysaki cebirsel düşünme anaokulundaki öğrencilerin parmaklarla veya nesnelerle toplama çıkarma yapmasıyla başlayan bir süreçtir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2013). İlkokulda öğrenciler cebirin aritmetik ile güçlü ilişkisi sebebiyle cebir fikirlerini yorumlama becerisine sahiptir. Ortaokul düzeyinde ise öğrenciler değişkenlerin, cebirsel ifadelerin, eşitlik sembolünün anlamını ve bunları kullanmayı içeren cebirin daha soyut anlamını öğrenmeye başlar. Yapılan araştırmalar da gösteriyor ki cebirsel düşünme erken yaşlardan itibaren gelişmeye başlamaktadır (Cai ve Knuth, 2005; Fuji, 2003; Kieran, 2004). Carpenter ve Levi (2000) benzer şekilde cebirsel düşünme becerilerinin ilkokuldan itibaren uygun etkinlik ve görevlerle geliştirilmesi gerektiğini savunmaktadır.

Aritmetik ile cebir birbiri ile ne kadar ilişkili olsa da yapısal farklılıkları yüzünden öğrenciler cebirde bazı kavram yanılgıları ve hatalar yapabilmektedir. Bu yüzden cebirin tam öğrenilmesi için öğrencilerin aritmetik ile cebir arasındaki yapısal farkları iyi bilmesi gerekmektedir. Bu farklardan bazıları şu şekilde ifade edilebilir:

-Aritmetikte birkaç sayıyı düşünmek gerekirken cebirde sayı kümelerini düşünmek gerekir (Palabıyık ve Akkuş İspir, 2011).

-Aritmetikte bilinen değerlerden yola çıkılarak bilinmeyen değeri bulunurken, cebirde öğrenciler bilinmeyen niceliklerin sembolik manipülasyonlarıyla denklem kurmaya çalışarak bilinmeyen niceliklerin değerini bulmaya çalışırlar (Van Dooren, Verschaffel ve Onghena, 2003).

-Aritmetikte amaç sayısal bir cevaba ulaşmak iken cebirde amaç sayısal ilişkileri ve işlemleri genelleştirmeye çalışmak, problem çözme ile ilgili yöntemleri sembolleştirmek ya da denklemlerde bilinmeyeni bulmaktır (Kieran, 1992; Van Amerom, 2002).

-Aritmetikte eşittir işareti soldan sağa doğru işlemin sonucunu ifade ederken, cebirde eşittir işareti ilişkisel sembol olarak algılanır ve denge (denklik) anlamında kullanılır (Linchevski, 1995).

-“+” ve “=” gibi işaretler aritmetikte yapılacak olan işlemleri veya eylemleri belirtirken cebirde bunlar işlemler, ilişkiler ve sonuçların bir parçasıdır (Hersovics ve Linchevski, 1994).

-Aritmetikte harfler bir nesnenin ya da birimlerin kısaltması olarak kullanılırken, cebirde harfler genelleştirilmiş sayılar, bilinmeyen değerler ve değişkenler için kullanılır (Usiskin, 1988).

-Aritmetikte problem çözmede denklem cevaba ulaşmak için işlem-temelli kuralları anlamayı içerirken, cebirde problem çözmede denklem verilen ilişkiyi açıklar (Radford, 2022).

Aritmetik ile cebir arasındaki bu farklılıklar göz önüne alındığında aritmetikten cebire geçerken, değişkenlerin anlaşılması (Usiskin, 1988), bilinmeyenlerin anlamı (Stacey ve MacGregor, 1999) sembollerin anlamı ve kullanımı (Hersovics ve Linchevski, 1994) ve denklem çözme (Hersovics ve Linchevski, 1994; Kieran, 2006) konularında öğrencilerin daha çok zorlandığı görülmektedir. Bu sebeple aritmetikten cebire geçişte cebirsel düşünmenin gelişmeye başladığı bir dönem olan erken cebir süreci bu zorlukların giderilmesi veya bu zorlukların yaşanmaması için alınacak önlemler bakımından önem teşkil etmektedir (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012; Gürbüz ve Akkan, 2008; Kieran, 1991; Linchevski, 1995). Bu bağlamda aritmetikten cebire geçiş sürecini içermesi sebebiyle 7. sınıf kritik bir dönem olarak düşünülmektedir. Bu çalışmada, 7. Sınıf öğrencilerinin eşitlik ve denklem konusuna geçmeden önce matematiksel çözümlerini inceleyerek öğrencilerin erken cebir süreci düşünmelerini açığa çıkarmak amaçlanmıştır.

Aritmetikten cebire geçiş bir anda olmamaktadır. Aritmetikten cebire geçişte öğrenciler var olan aritmetik bilgilerinin üzerine cebir kavramlarını öğrenir. Dolayısıyla cebir kavramlarını öğrenmeden önce öğrencilerin aritmetik bilgilerinde eksiklik veya kavram yanılgıları varsa bunların giderilmesi çok önemlidir (Warren, 2005). Çünkü, Warren’in (2005) vurguladığı gibi cebirsel düşünme sürecinde öğrencilerin yaşadıkları en büyük zorluklardan biri aritmetik bilgilerindeki eksikliklerdir. Bu eksikliklerin 7. sınıf cebir öğrenme sürecinde öğrencileri olumsuz etkileyebileceği söylenmektedir (Cooper, Boulton-Lewis, Athew, Wills ve Mutch, 1997; Linchevski ve Hersovics, 1996).

Erken Cebirsel Düşünme

Aritmetikten cebire geçiş sürecinde ara geçiş olarak cebir öncesi (pre-cebir) kavramı kullanılmaktadır (Kieran ve Chaloug, 1993). Birçok araştırmacı aritmetikten cebire geçerken cebir öncesi dönemin öneminden bahsetmiştir (Hersovics ve Linchevski, 1994; Kieran, 1992; Kieran ve Chalouh, 1993; Linchevski, 1995; Van Amerom, 2002). Kieran (1991) öğrencilerin aritmetik deneyimleriyle cebire temel oluşturduğu ve cebirsel fikirleri yapılandırmaya başladığı süreci cebir öncesi (erken cebir) olarak tanımlamıştır. Cebir öncesi dönem, aritmetiksel bilgilerle cebirsel akıl yürütme, informel sembolleştirme ve denklem çözümünde gerekli olan aritmetik bilgileri güçlendirmeyi içerir (Van Amerom, 2002). Bu sebeple öğrencilerin aritmetik temellerini güçlendirebilmeleri ve aritmetik bilgilerini etkin kullanabilmeleri için erken yaşlardan itibaren cebirsel düşünceyle karşılaşmaları gerekmektedir (Cai ve Knuth, 2011). Öğrenciler bu süreçte sahip oldukları aritmetik bilgi ve deneyimleri ile cebirsel fikirleri informel bir şekilde yapılandırır (Kieran ve Chaloug, 1993). Örneğin, French (2002) birinci dereceden denklem çözümlerinde öğrencilerin cebirsel olarak çözüm yapmayı öğrenmeden önce informel yöntemlerin formel yöntemlerinin gelişimine katkı sağladığını ifade etmiştir. Akkan vd. (2012) ise cebirsel sözel problemleri çözerken karşılaştıkları zorlukları giderebilmek için öğrencilerin cebir öncesi dönemde yapmış olduğu informel sembolleştirme, denklem çözümleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri temsil edebilmelerindeki öneminden bahsetmiştir. İnformel sembolleştirmeye, bağlama bağlı işaretlerin, şekillerin veya görsel temsilinin kullanımı (Van Amerom, 2002), verilen nesnelerin baş harflerinin kullanımı ya da ilk iki harfinin kullanımı (Akkan vd., 2012) şeklinde örnek verilebilir. Öğrenciler nesnelerin temsili için kullandıkları bu işaretleri veya şekilleri sözel olarak bir matematiksel cümle içinde veya bir eşitlik durumu içinde kullanabilir. Van Amerom (2002) öğrencilerin denklem sistemlerini çözme yöntemlerini aritmetik, cebir öncesi ve cebirsel akıl yürütme olarak sınıflandırmıştır. Bu sınıflandırmada cebir stratejilerinin formel anlamaya, cebir öncesi stratejilerin formel-öncesi anlamaya, aritmetik stratejilerin ise informel anlamaya karşılık geldiği düşünülebilir. Benzer şekilde informelden, formel-öncesine (pre-formal) ve formel matematiksel anlamaya geçiş öğrencilerin orantısal düşünmelerinin gelişimi üzerinden de açıklanmıştır (Ayan-Civak, Işıksal-Bostan ve Yemen-Karpuzcu, 2024).

Öğrencilerin cebirsel düşünmelerinin incelendiği çalışmalara bakıldığında, cebir problemlerini aritmetiksel stratejiler kullanan öğrencilerin informel olarak şekil çizerek sayma, sistematik dağıtma, bölme sonrası düzenleme, deneme-uyarlama, grafik veya tablo yoluyla kontrol etme ve deneme-yanılma yoluyla çözdüğü görülmüştür (Akkan vd., 2012; Bal ve Karacaoğlu, 2017; Lee ve Chang, 2012; Van Amerom, 2002). Bu çalışmalarda, cebir öncesi stratejiler kullanan öğrencilerin cebir problemlerini formel-öncesi (pre-formal) olarak görselleştirme yoluyla yapıyı yakalama, yapısal işlem, ters işlem, kural arama, orantısal akıl yürütme, sayısal akıl yürütme ve uzunluk ve dikdörtgen boyutu çizme yoluyla çözdüğü görülmüştür. Cebirsel stratejiler kullanan öğrencilerin ise formel olarak denklem kurma ve çözme (bilinmeyenin birini yok etme) ve genel çözümü arama stratejilerini kullandığı görülmüştür. Denklem çözmeye ilişkin beşinci sınıf öğrencilerinin erken aritmetik stratejilerin incelendiği bir çalışmada ise ters işlem stratejisinin öne çıktığı görülmüş ve öğrencilerin bilinmeyene ilişkin yorumlamaları ve temsillerinin ve önceki anlamlandırmalarının öğretimde önemli olabileceği vurgulanmıştır (Xie ve Cai, 2022). Ayrıca, sayı dizileri ve doğrusal denklem sistemleri üzerine yapılan bir diğer çalışmada ise 6-9. sınıf öğrencilerinin informel stratejiler kullandıkları ve sistematik tahmin ve kontrol stratejisinin öne çıktığı görülmüştür (Zwanch, 2022).

Ayrıca, erken cebir döneminde öğrencilerin matematiksel ilişkileri, örüntüleri ve aritmetik yapıları keşfetme ve ayırt etme fırsatlarını fark etme, varsayımda bulunma, genelleme, temsil etme, gerekçelendirme ve iletişim kurma süreçlerinde bulunduğu görülmektedir (Kieran, Pang, Schifter ve Fong Ng, 2016). Eriksson (2022) ilkokul öğrencilerinde cebirsel düşünmeyi ortaya çıkaran çalışmaları üç perspektifte incelemiştir. Eriksson'un (2022), Van Oers'un (2001) çalışmasından esinlenerek ortaya koyduğu bu üç perspektif: (1) önce aritmetik düşünmeyi geliştirme (aritmetik düşünmeyle başlayıp sonra cebire giriş yapmak), (2) aritmetik ve cebiri aynı anda geliştirme ve (3) önce cebirsel düşünmeyi geliştirme (cebirle başlayıp aritmetik düşünmenin yanı sıra cebirsel düşünmeyi geliştirme) şeklindedir. Ayrıca, Eriksson (2022) alanyazında cebir öncesi cebirsel düşünmeyi geliştirmeyi ele alan cebir öğretimini ele alan çalışma eksikliği olduğunu vurgulamıştır. Tall (1992) ise önce sayı örüntülerindeki aritmetik fikirleri genelleştirerek cebire giriş yapmanın daha kolay olacağını ifade etmiştir. Armstrong (1995) örüntüleri keşfetmenin erken yaşlardaki çocukların cebirsel olarak düşünme yeteneklerini geliştireceğine vurgu yaparak, örüntülerden yararlanarak genelleştirme yapmanın cebir için önemine dikkat çekmiştir. Kieran (2004) ise erken cebirde işlemlerin hesaplanması yerine ilişkisel düşünmeyi dikkate almayı vurgulamıştır. Dolayısıyla erken cebirsel düşünmede matematiksel ifadelerin karşılaştırılması ve eşittir işaretinin ilişkisel anlamı önemli bir rol oynar. Stephens ve Wang (2008) yaptıkları çalışmada ortaokul öğrencilerine $12 + \blacksquare = 15 + \Delta$ şeklinde iki bilinmeyen içeren denklemler vererek öğrencileri ilişkisel düşünmeye teşvik etmiştir.

Amerika matematik programına göre ilkokul öğrencileri (3-4. Sınıf) bilinmeyeni bulma problemleri çözebilmeli ve bilinmeyen yerine kutu, şekil veya görsel kullanabilmelidir (CCSSO, 2010). Aynı şekilde genel kuralları ifade ederken kutu, harf gibi sembolleri kullanabilmelidir. Ortaokul öğrencileri ise cebirsel ifadeler ve denklemler öğrenme alanı boyunca değişkenleri kullanabilmelidir (CCSSO, 2010). Millî Eğitim Bakanlığı (MEB, 2018) ilkokul ve ortaokul matematik programında, önce aritmetik düşünmeyi geliştirme yaklaşımı benimsenmektedir. Bununla birlikte beşinci sınıfta sayılar ve işlemler öğrenme alanında öğrencilerden örüntüler konusunda verilen sayı veya şekil örüntülerinde adımlar arasındaki ilişkiyi ifade etme ve istenen adımları bulmaya dair kavrayışları kazanmış olması beklenir. MEB'de (2018) öğrencilerin altıncı sınıfın sonunda sayılar alanında eşittir işaretine dair kavrayışlar, cebir alanında ise cebirsel ifadeleri tanıma ve cebirsel ifadeler ile toplama ve çıkarma işlemlerine dair kavrayışları kazanmış olması beklenir ve yedinci sınıfta eşitlik ve denklem konusuna geçilir. Bu bağlamda aritmetikten cebire geçiş sürecinde kritik bir dönemde olan 7. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme süreçlerinin ve bu bağlamda çözüm stratejilerinin incelenmesi, öğrencilerin öğrenmelerini desteklemeye yönelik çalışmaların yürütülmesinde yol gösterici olabilir. Bu çalışmanın problemi, 7. Sınıf öğrencilerinin cebir öğretimi öncesi eşitlik ve denklem konusuna dair informel çözüm stratejilerinin neler olduğunu detaylı olarak betimlemektir.

Çalışmanın Amacı ve Araştırma Sorusu

Mevcut makalenin amacı, aritmetikten cebire geçiş döneminde kritik olan yedinci sınıf düzeyinde, öğrencilerin eşitlik ve denklem öğretimi öncesi çözüm stratejilerini keşfetmek, ortaya çıkarmak ve açıklamaktır. Dolayısıyla, bu çalışma eşitlik ve denklem öğretimi öncesi öğrencilerin sahip oldukları aritmetik bilgileri, eşitliğe dair kavrayışları, cebirsel düşünüşleri, denklem kurma ve çözümlerindeki informel akıl yürütmeleri ve tüm bunlarda yaşadıkları zorlukları açıklamaktadır. Bu çalışma, öğrencilerin eşitlik ve denklem öğretimi öncesi cebirsel düşünmelerini incelediği için öğretim sonrası cebirsel düşünmelerin incelendiği (Çakmak Gürel ve Okur, 2017; Gülpek, 2020; Kabael ve Akın, 2016; Kaya, 2017) ya da deneysel çalışmalarda öğrencilerin başarılarının incelendiği çalışmalardan (Birgin ve Demirören, 2020; Kaya, Keşan, İzgiol ve Erkuş, 2016; Koç, 2022) farklılaşmaktadır. Mevcut çalışmada ortaya koyulan çözüm stratejilerinin, cebir öğretim sürecinde öğretim deneyi yapan veya tasarı tabanlı araştırma planlayan araştırmacılara öğretim sürecini planlama açısından katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Bu kapsamda 'Yedinci sınıf öğrencilerinin öğretim öncesi eşitlik ve denklem konusuna dair çözüm stratejileri ve buna dair kavrayışları nelerdir?' araştırma sorusuna ilişkin aşağıdaki alt-araştırma soruları cevaplanmıştır.

- Öğrencilerin eşitliğin korunumuna ilişkin çözüm stratejileri nelerdir?
- Öğrencilerin verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmaya ilişkin çözüm stratejileri nelerdir?
- Öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözmeye ilişkin çözüm stratejileri nelerdir?
- Öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözerken kullandıkları çözüm stratejileri nelerdir?

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın yöntemi ele alınmıştır. Bu bağlamda araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri analizi ve araştırmanın uygulanma süreci açıklanmıştır.

Araştırma Modeli

Öğrenci çözümlerinin derinlemesine incelendiği bu çalışmada nitel bir araştırma modeli olan durum çalışması deseni kullanılmıştır. Bir okulun yedinci sınıf öğrencilerinin bireysel anlam oluşturmalarına odaklanarak yapılandırmacı paradigmayı benimseyen bu çalışma, bütüncül tek durum deseni türündedir (Yin, 2003). Bu durum çalışması öğretim programına dayalı GeoGebra etkinlikleri ile destekli anlamlı ve etkili bir cebir öğretim dizisi tasarlamak ve oluşturmak için eşitlik ve denklem konusu odaklı bir öğretim deneyinin öncül parçası bağlamında gerçekleşmiştir. Dolayısıyla, bu çalışmada durum, yedinci sınıf öğrencilerinin öğretim öncesi eşitlik ve denklem konusunda cebirsel problemlerde uyguladığı çözüm stratejileridir. Bu durumda, MEB'deki (2018) kazanımlar düşünüldüğünde, öğrencilerin 6. sınıftan sayılar ve işlemler alanında eşittir işaretine dair kavrayışlar, cebir alanında cebirsel ifadeleri tanıma ve cebirsel ifadeler ile toplama ve çıkarma işlemlerine dair kavrayışlarla 7. sınıfa geçtiği varsayılmıştır. Bu durumda öğrencilerin cebir öncesi temel kavrayışlara sahip olduğu düşünülmüştür.

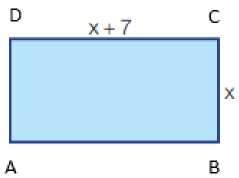
Çalışma Grubu

Katılımcılar, 2022-2023 eğitim öğretim yılında Kütahya il merkezinde bulunan düşük sosyoekonomik düzeyde bir ortaokuldaki 94 yedinci sınıf öğrencisidir. 12-14 yaşlarında olan bu öğrencilerin 40'ı kız, 54'ü erkektir. Araştırmanın katılımcıları kolay ulaşılabilirliği amacıyla özellikle nitel araştırma yöntemlerinde sık kullanılan uygun örnekleme yöntemiyle seçilmiştir. Aynı zamanda, bu çalışma bir öğretim deneyinin parçası olduğundan ve öğretim deneyi bu okulda yürütüldüğünden çalışma grubu bu okulla sınırlı kalmıştır.

Veri Toplama Araçları

Veri toplama aracı MEB (2018) eşitlik ve denklem alt öğrenme alanındaki kazanımlara göre hazırlanmış 9 açık uçlu sorudan oluşan eşitlik ve denklem testidir. Bu testte 3. soru, denklem ve cebirsel ifade yazmayı gerektiren kısa cevap tipinde 4 adet alt maddeyi ve bu matematiksel ifadelere ilişkin doğru/yanlış tipinde 7 adet alt maddeyi içermektedir. Aynı şekilde 6. soru birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözmeye yönelik 5 alt madde içermektedir. Bu test 7. sınıf öğrencilerinin eşitlik ve denklem konusundaki çözüm stratejilerini ve kavrayışlarını açıklamak amacıyla araştırmacılar tarafından hazırlanmıştır. Bu testteki sorular MEB (2018) kazanımları doğrultusunda Tablo-1'de görüldüğü gibi hazırlanmıştır.

Tablo 1. Testteki Soru Dağılımı ve Örnek Sorular

Kazanım	Soru Sayısı	Örnek Soru
Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.	2	$3 \cdot (9-5) = 6 + ■$ eşitliğinde ■ yerine gelmesi gereken sayı kaçtır? **Çözümünüzü yazınız.**
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar.	3	 Bir dikdörtgenin çevresi tüm kenar uzunlukları toplanarak veya kısa ve uzun kenarlarının toplamının iki katı alınarak hesaplanabilir. Yandaki dikdörtgen şeklindeki defter kapağının çevresi 54 cm'dir. Buna göre **x bilinmeyenini veren denklemi yazınız**. Birden fazla denklem yazabilirsiniz.
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.	1	Aşağıdaki soruları cevaplayınız. **a.** $4 = x + 11$ denklemindeki x değerini bulunuz. **Denklem çözümünüzü gösteriniz.** **d.** $7x + 12 = 5x$ denklemindeki x değerini bulunuz. **Denklem çözümünüzü gösteriniz.**
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.	3	Bir sınıftaki öğrencilerden erkeklerin sayısı kızların sayısının 3 katıdır. Sınıfın mevcudu 24 olduğuna göre erkek öğrencilerin sayısı kaçtır? **Denklem yazarak bu soruyu çözünüz.**

Testin geçerlik ve güvenirlik çalışması kapsamında, uygulama öncesinde 5 uzmandan görüş alınmış, önerilen düzeltmeler ve gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Örneğin, uzman görüşleri doğrultusunda, testte üçüncü soruda öğrencilerin denklem ve cebirsel ifadeyi ayırt edip edemediğini ölçebilmek için doğru/yanlış önermeleri eklenmiştir. Bir başka örnek ise denklem çözümü ile ilgili olan altıncı soruda farklı durumları ölçebilmek amacıyla 4 madde olan denklemler 5 maddeye çıkarılmıştır. Uzmanların önerileriyle revize edilen testin pilot uygulaması 8. sınıflardan 3 öğrenciyle yapılmıştır. Bu pilot uygulama ile testte bazı düzeltmeler yapılmıştır. Örneğin, 4. soruda öğrenciler tarafında yanlış anlaşılan "matematik cümlesi" ifadesi kaldırılmış yerine "matematiksel ifade" eklenmiştir. Pilot uygulama verileri araştırmacılar tarafından puanlanmış, puanlamada tam tutarlılık sağlanmıştır. Ayrıca, pilot uygulama verileri araştırmacılar tarafından kodlanmış, kodlamada tam tutarlılık sağlanmıştır.

Verilerin Analizi

Verilerin analizinde öncelikle, betimsel analiz yapılarak, öğrenci cevaplarının doğru ve yanlış yüzdeleri belirlenmiştir. Öğrencilerin test sorularına verdiği cevaplardaki yazılı ifadelerden oluşan veriler ise, içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Öğrencilerin yazılı ifadeleri eşitlik ve denklem konusundaki çözüm stratejilerine göre ayrıntılı olarak kodlanmıştır (Strauss ve Corbin, 1990). Kodlamalar dört tema altında toplanmıştır: Eşitliğin korunumu, denklemleri tanıma ve denklem kurma, denklem çözme, denklem kurmayı gerektiren problemleri çözme (Bkz. Tablo 2). Tüm verilerin analizi Microsoft Excel programı yardımı yapılmıştır.

Tablo 2. Öğrenci Çözüm Stratejilerinin Kodlarından Örnekler

Tema	Kodlar	Açıklama
Eşitliğin korunumu	Aritmetik	Sırasıyla eşitliğin sol veya sağ tarafındaki aritmetik işlemlerle bilinmeyeni bulur.
	Semantik	Denklemi çözerken denklemde yer alan sıraya göre çözümü yapar (bilinmeyeni yok ederek değil).
	Sözel aritmetik	Yapacağı işlem sırasını sözel olarak doğru şekilde açıklar.
	Yanlış ters işlem	Ters işlem aritmetiğini yanlış uygular.
	Yanlış aritmetik	Soruyu yanlış aritmetiksel işlemler ile çözer.
	İşlem hatası	Doğru yöntem kullanırken işlem hatası yaptığı için cevabı yanlış bulur.
Denklemleri tanıma ve denklem kurma	Uygun-harf	Sözel ifadeye uygun cebirsel ifade ve denklemi yazarken harf kullanır (x, a, ...)
	Uygun-şekil	Sözel ifadeye uygun cebirsel ifade ve denklemi yazarken şekil kullanır (kare, üçgen, ...)
	Uygun-retorik	Yapılan işlemde bilinmeyenleri sözel olarak ifade eder.
	Uygun denklem	Sözel ifadeye uygun denklemi yazar.
	Uygun cebirsel ifade	Verilen sözel ifadeye uygun cebirsel ifade yazar, = sembolü koymadan bitirir.
	Bilinmeyensiz ifade	Bilinmeyeni kullanmadan sadece işlemleri ve sayıları kullanarak bir ifade yazar.
	Yanlış parantezsiz denklem	Denklemi parantez kullanmadan yanlış yazar.
	Ters işlem	Denklemi yazmadan ters işlem yaparak bilinmeyeni bulur.
	Yanlış-ters	Denklemi yazmadan yanlış ters işlem yaparak bilinmeyeni yanlış bulur.
	Yanlış	Yanlış ifadede eksik bilinmeyenli cebirsel ifade bulunur.
Denklem çözme	Ters işlem	Ters işlem yaparak denklemde bilinmeyeni bulur.
	Semantik denklem	Denklemi çözerken semantik yaklaşıp (denklemde yer alan sıraya göre) bilinmeyeni bulur.
	Ters-semantik-sözel	Bilinmeyeni bulurken ters işlem aritmetiğini sözel olarak açıklayarak sonucu semantik yaklaşımla bulur.
	Ters-sağlama	Ters işlem yaparak denklemde bilinmeyeni bulur ve bulduğu cevabın sağlamasını yapar.
	Semantik-denklem-sağlama	Denklemi çözerken semantik yaklaşıp bilinmeyeni bulur ve bulduğu sonucun sağlamasını yapar.
	Deneme-yanılma	Sorudaki ilişkiyi kullanarak deneme yanılma ile bilinmeyeni bulur.
	Bilinmeyen yok	Denklemde bilinmeyeni (x'i) kaldırıp bilinmeyen yokmuş gibi aritmetik işlemler yapar.
	Yanlış ters	Yanlış ters işlem yaparak bilinmeyeni yanlış bulur.
Denklem kurmayı gerektiren problemleri çözme	Aritmetik	Soruyu aritmetik yollarla çözüp doğru cevabı bulur.
	Yanlış-aritmetik	Bilinmeyeni yanlış aritmetik bir yolla yanlış bulur.
	Deneme-yanılma	Sorudaki ilişkiyi kullanarak deneme-yanılma ile bilinmeyen bulur.
	Bilinmeyen yok	Denklemde x'i kaldırıp bilinmeyen yokmuş gibi aritmetik işlemler yapar.
	Yanlış-sözel-aritmetik	Bilinmeyeni sözel olarak yanlış aritmetik bir yolla yanlış bulur.
	Yanlış-denklem	Verilen sözel ifadenin denklemini yanlış yazar ve sonucu yanlış bulur.

Tüm kodlamalar araştırmacılar tarafından yapılmış ve uzman bir araştırmacı tarafından kontrol edilmiştir. Kodlayıcılar arasında uyuşmayan durumlarda karşılıklı tartışma yoluyla ortak bir karara varılmıştır. Son durumda araştırmacılar (yazarlar) arasında fikir birliği sağlanmıştır. Bununla beraber, ortaya çıkan kodların sıklığı (frekansı) belirlenerek betimsel analiz yapılmıştır. Kodlamaya bir örnek vermek gerekirse, eşitliğin korunumuna dair ortaya çıkan yanlış-aritmetik kodu yanlış bir cevapta görülen ve sorunun yanlış aritmetiksel işlemlerle çözümünü içeren bir ifadeye karşılık gelmektedir.

Araştırmanın Uygulanma Süreci

Bu çalışma GeoGebra etkinlikleri ile cebir öğrenmeye ilişkin bir öğretim deneyi araştırmasının öncül parçasıdır. Testin uygulanması için gerekli izinler alınmıştır. İlk olarak Kütahya Dumlupınar Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Etik Kurulundan 27.09.2022 tarihli ve 2022/03 karar sayılı etik kurul izni alınmıştır. Ardından belirlenen ölçme aracının yedinci sınıf öğrencilerine uygulanması amacıyla Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünden 03.11.2022 tarihli ve E-53490996-44-62681995 sayılı araştırma izni alınarak uygulama süreci başlatılmıştır.

Bu testte ait veriler Kasım 2022-Ocak 2023 tarihleri arasında yedinci sınıf öğrencilerine uygulanarak toplanmıştır. Test rasyonel sayılar konusu sonrası cebir konusu öncesi sınıf ortamında bir ders saatinde (40 dk) uygulanmıştır. Araştırmacı görev yaptığı okuldaki matematik öğretmenlerine testi vermiş ve öğretmenlerden dersine girdikleri yedinci sınıf öğrencilerine testi uygulamalarını istemiştir. Araştırmacı, testi uygulayan öğretmenlerden öğrencilerin soruları cevaplarını bilmese dahi tahmin ile cevap vermelerini ve işlemlerini açıkça ve detaylıca yazmalarını istemiştir. Öğrencilerle, testin uygulamasının ardından, bu teste dayalı olarak yarı-yapılandırılmış görüşmeler yapılmış olup mevcut çalışma kapsamında öğrencilerin yazılı cevaplarına odaklanılmıştır.

Araştırmanın Etik İzinleri

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı: Kütahya Dumlupınar Üniversitesi

Etik değerlendirme kararının tarihi: 27.09.2022

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası: 2022/03

BULGULAR

Bu bölümde, 7. Sınıf öğrencilerinin cebir öğretimi öncesinde matematiksel anlamalarını ortaya koymak için uygulanan Eşitlik ve Denklem testinde ortaya çıkan çözüm stratejileri dört alt başlık halinde sunulmuştur: (i) eşitliğin korunumu, (ii) birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri tanıma ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun denklem kurma, (iii) birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözme, (iv) birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözme

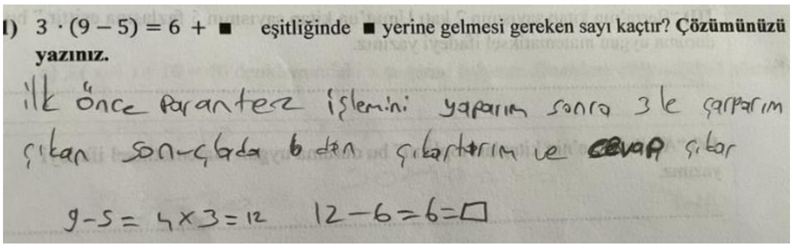
Eşitliğin Korunumu

Eşitliğin korunumu ilkesini anlamaya yönelik verilen ilk iki soruda öğrencilerin doğru ve yanlış yüzdeleri ile hangi kodların ortaya çıktığı aşağıda Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. Eşitliğin Korunumuna İlişkin Öğrenci Stratejileri

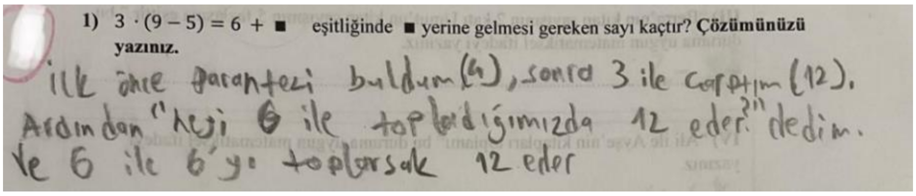
	Doğru cevaplardaki stratejiler	Öğrenci Sayısı	Yanlış cevaplardaki stratejiler	Öğrenci sayısı	Boş sayısı
Soru 1	Aritmetik	30	Yanlış ters işlem	14	
	Semantik	23	Yanlış aritmetik	15	
	Diğer	1	İşlem hatası	1	
			Diğer	2	
Toplam		54 (%37)		32 (%34)	8 (%9)
Soru 2	Aritmetik	51	Yanlış-aritmetik	7	
	Sözel Aritmetik	8	Kavram hatası	13	
	Diğer	3	Diğer	3	
Toplam		62 (%66)		23 (%24)	9 (%10)

Eşitliğin korunumu ilkesini anlamaya yönelik testte verilen iki sorudan birincisini öğrencilerin 54'ü (%57) doğru cevaplamıştır, 32'si (%34) yanlış cevaplamıştır, 8'i (%9) boş bırakmıştır. Doğru cevaplardaki çözümler incelendiğinde, öğrencilerin 30'u aritmetik, 23'ü ise semantik yaklaşım ile bilinmeyeni bulmuştur. 1 öğrenci ise işlem yapmadan sadece doğru cevabı yazmıştır.



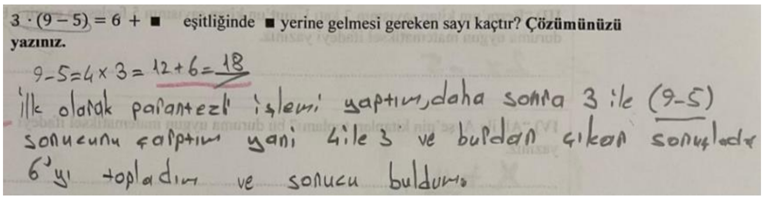
Şekil 1. 1. soruda Ö50'nin aritmetik çözüm stratejisi

Semantik olarak kodlanan çözümlerde ise öğrencilerin bilinmeyeni bulurken eşitliğin sol tarafındaki işlemi yaptıktan sonra "sağ taraftaki bilinmeyen ne olursa cevap çıkar?" şeklinde kendilerine soru sorarak düşündükleri görülmüştür. Bu durum, Şekil 2'deki öğrencinin yazılı cevabında da görülmüştür. Örneğin burada Ö1 çözümünde "ne ile 6'yı topladığımızda 12 eder dedim" şeklinde yazmıştır.



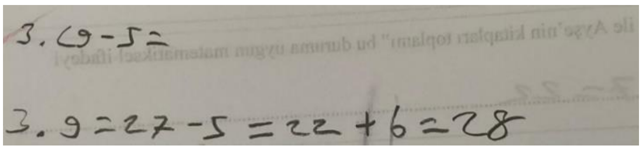
Şekil 2. 1. soruda Ö1'in semantik yaklaşımla bilinmeyeni bulma çözüm stratejisi

Yanlış cevaplardaki çözümlerde, öğrencilerin bir kısmı eşitliğin sol tarafındaki işlem önceliğini dikkate almıştır, ancak eşitliğin sağ tarafındaki bilinmeyeni bulurken yanlış olarak toplamaya devam etmiştir (Bkz. Şekil 3).



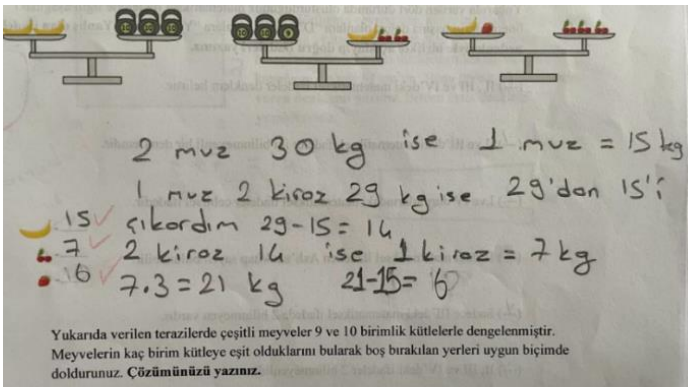
Şekil 3. 1. soruda Ö20'nin yanlış ters işlem çözüm stratejisi

Şekil 3'te Ö20'nin yanlış cevabında görüldüğü gibi, öğrenciler eşittir işaretine sonuç odaklı yaklaşarak verilen tüm sayıları, yani 12 ve 6'yı, toplamıştır. Bu soruda öğrencilerin 16'sı (%17) yanlış yaparak eşittir işaretine sonuç odaklı yaklaşmıştır. Üç öğrenci ise işlemdeki parantezi dikkate almayarak işlem önceliğini uygulamamıştır ve yine eşittir işaretine sonuç odaklı yaklaşmıştır (Bkz. Şekil 4).



Şekil 4. 1. soruda Ö84'ün yanlış aritmetik çözüm stratejisi

Eşitliğin korunumu ilkesini anlamaya yönelik testte verilen ikinci soruyu öğrencilerin 62'si (%66) doğru cevaplamıştır, 23'ü (%24) yanlış cevaplamıştır, 9'u (%10) boş bırakmıştır. Doğru cevaplardaki çözümlerde öğrenciler aritmetik çözüm stratejisi kullanmıştır. Bu öğrenciler bilinmeyeni ters işlem kullanarak bulmuştur. Bu öğrencilerden farklı olarak bazıları eşitliği çözerken sözel-aritmetik stratejiyi kullanmıştır. Sözel-aritmetikte öğrenciler bilinmeyeni bulurken sözel ifadelerle düşünerek ve terazi modelini sözel olarak ifade ederek çözümlerini yapmıştır (Bkz. Şekil 5).



Şekil 5. 2. soruda Ö2'nin sözel aritmetik çözüm stratejisi

Örneğin, Şekil 5'te görüldüğü gibi, öğrenci ilk terazide "2 muz 30 kg ise 1 muz=15 kg." diyerek sözel yolla çözümünü göstermiştir. İkinci terazide de benzer şekilde "1 muz 2 kiraz 29 kg ise, 29'dan 15'i çıkardım 14, 2 kiraz 14 ise 1 kiraz =7 kg" diyerek kirazın değerini bulmuştur.

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemleri Tanıma ve Verilen Gerçek Hayat Durumlarına Uygun Denklem Kurma

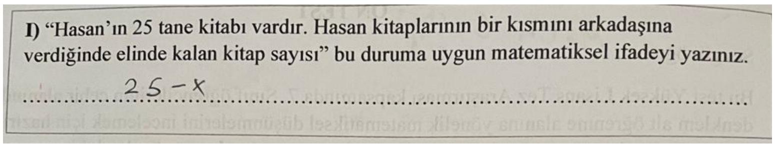
Gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri ve cebirsel ifadeleri yazmaya yönelik testte üçüncü, dördüncü ve beşinci sorular verilmiştir. Üçüncü soru dört alt maddeden oluşmaktadır. Bu soruya ilişkin cevaplar incelenirken her bir alt maddede ortaya çıkan stratejiler belirlenmiştir. Bu süreçte bazı öğrenciler alt maddelerin bir kısmına doğru bir kısmına yanlış cevaplar verirken, bazıları ise doğru cevaplarında farklı stratejiler kullanmıştır. Örneğin, bir öğrenci üçüncü sorunun I-alt maddesinde uygun-harf stratejini kullanırken II-alt maddesinde uygun-şekil stratejisini kullanmıştır.

Tablo 4. Denklemleri Tanıma ve Denklem Kurmaya İlişkin Öğrenci Stratejileri

	Doğru cevaplardaki stratejiler	Öğrenci Sayısı	Yanlış cevaplardaki stratejiler	Öğrenci sayısı	Boş sayısı
Soru 3	Uygun-harf	47	Yanlış	66	
	Uygun-şekil	11	Yanlış cebir	4	
	Uygun-retorik	7			
Soru 4	Uygun denklem	10	Bilinmeyensiz ifade	9	
	Uygun-şekil	2	Yanlış-parantezsiz denklem	25	
			Ters işlem	12	
			Yanlış ters	9	
			Diğer	13	
	Toplam	12 (%13)		68 (%72)	14 (%15)
Soru 5	Uygun denklem	7	Yanlış	12	
			Ters işlem	4	
			Yanlış-ters	6	
			Yanlış denklem	7	
			Diğer	10	
	Toplam	7 (%7)		39 (%41)	48 (%51)

Dolayısıyla Tablo 4'te stratejilere ilişkin öğrenci sayıları verilirken toplam öğrenci sayısı 94'ü (%100) geçtiğinden üçüncü soru için toplam öğrenci sayısına ilişkin satır verilmemiştir. Ayrıca, dört alt maddeden oluşan üçüncü soruda sadece 10 öğrenci (%11) tüm maddeleri doğru cevaplamıştır. Öğrencilerin 6'sı (%6) dört maddenin hepsini boş bırakmıştır. Öğrencilerin %31'i (29) dört maddenin tamamından hiç puan alamamıştır.

Üçüncü sorunun öğrenci cevapları incelendiğinde, birinci maddede istenen bir değişkenli cebirsel ifadeyi 42 (%45) öğrenci uygun harf kullanarak (Bkz. Şekil 6) ve 3 (%3) öğrenci uygun şekil kullanarak yazmıştır.



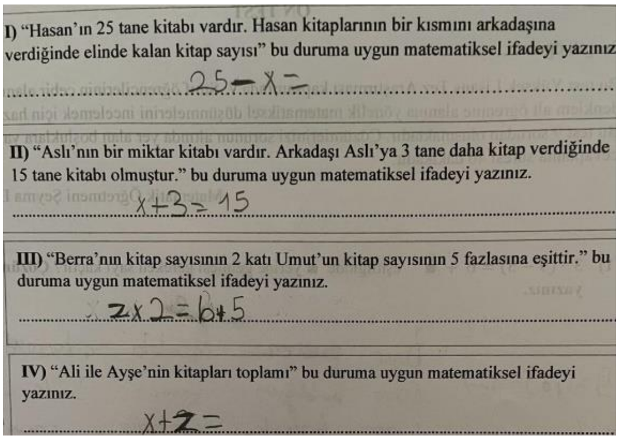
I) "Hasan'ın 25 tane kitabı vardır. Hasan kitaplarının bir kısmını arkadaşına verdiğinde elinde kalan kitap sayısı" bu duruma uygun matematiksel ifadeyi yazınız.

25 − x

Şekil 6. 3. soruda Ö11'in uygun harf çözüm stratejisi

Üçüncü sorunun tüm maddelerindeki öğrenci cevapları karşılaştırıldığında öğrencilerin en çok iki bilinmeyenli denklem yazmakta zorlandığı görülmüştür. Üçüncü sorunun üçüncü maddesindeki soruyu 13 öğrenci (%14) uygun harf ya da şekil koyarak doğru yapmıştır (Bkz. Şekil 7). Bu maddede verilen sözel ifadeyi öğrenciler daha çok bir değişkenli cebirsel ifade olarak yazmış ve yanlış cevaplamıştır. Öğrencilerin 33'ü (%35) verilen sözel ifadeyi $(2x + 5)$ ya da $(2x - 5)$ olarak yanlış ifade etmiştir.

Üçüncü sorunun birinci ve dördüncü maddelerinde verilen sözel ifade cebirsel ifade olarak yazılmalıdır. Öğrencilerin bazıları bu maddeleri cebirsel ifade olarak yazmıştır, ancak öğrencilerin ifadelerin sonuna eşittir işareti sembolü (=) koyma eğilimde oldukları görülmüştür (Bkz. Şekil 7).



I) "Hasan'ın 25 tane kitabı vardır. Hasan kitaplarının bir kısmını arkadaşına verdiğinde elinde kalan kitap sayısı" bu duruma uygun matematiksel ifadeyi yazınız

25 − x =

II) "Aslı'nın bir miktar kitabı vardır. Arkadaşı Aslı'ya 3 tane daha kitap verdiğinde 15 tane kitabı olmuştur." bu duruma uygun matematiksel ifadeyi yazınız.

x+3=15

III) "Berra'nın kitap sayısının 2 katı Umut'un kitap sayısının 5 fazlasına eşittir." bu duruma uygun matematiksel ifadeyi yazınız.

2x2=b+5

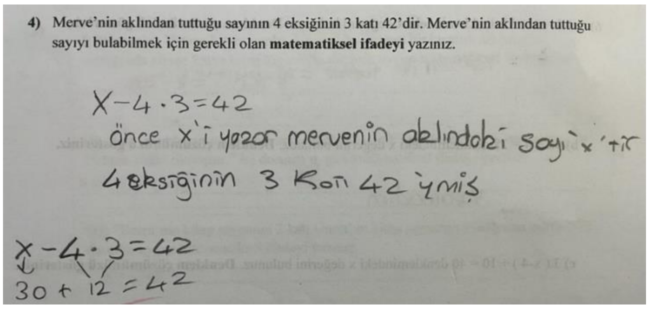
IV) "Ali ile Ayşe'nin kitapları toplamı" bu duruma uygun matematiksel ifadeyi yazınız.

x+2=

Şekil 7. 3. soruda Ö6'nın uygun harf çözüm stratejisi

Üçüncü sorunun alt maddelerindeki doğru-yanlış önerme sorularının öğrenci cevapları incelendiğinde tam puan alan öğrenci olmadığı görülmüştür.

Verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmaya yönelik dördüncü soruyu öğrencilerin 12'si (%13) doğru cevaplamıştır, 68'i (%72) yanlış cevaplamıştır ve 14'ü (%15) boş bırakmıştır. Öğrencilerin 25'i (%27) parantez kullanmadığı için ifadeyi yanlış yazmıştır (Bkz. Şekil 8).



4) Merve'nin aklından tuttuğu sayının 4 eksiğinin 3 katı 42'dir. Merve'nin aklından tuttuğu sayıyı bulabilmek için gerekli olan **matematiksel ifadeyi** yazınız.

X−4·3=42

önce x'i yazar mervenin aklındaki sayı x'tir

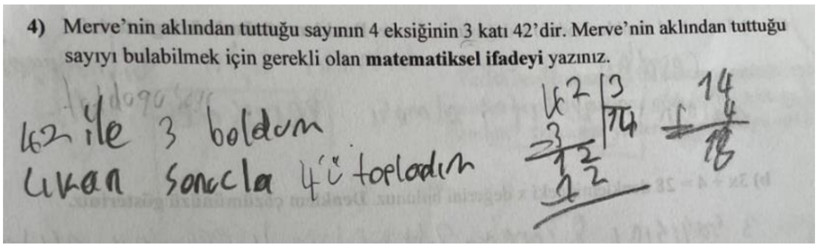
4 eksiğinin 3 katı 42 ymiş

x−4·3=42

30 + 12 = 42

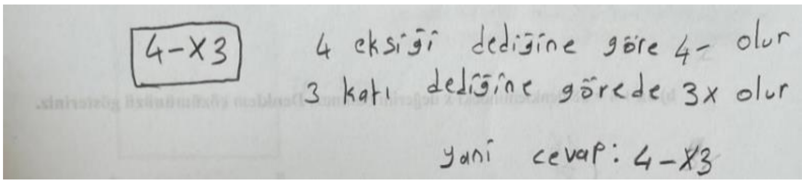
Şekil 8. 4. soruda Ö24'ün yanlış-parantezsiz denklem çözüm stratejisi

Öğrencilerin 21'i (%22) denklem yazmadan ters işlem ile bilinmeyeni bulmaya çalışmıştır. Ancak bu öğrencilerin sadece 12'si ters işlemi doğru uygulayarak bilinmeyeni bulabilmiştir (Bkz. Şekil 9).



Şekil 9. 4. soruda Ö22'nin ters işlem çözüm stratejisi

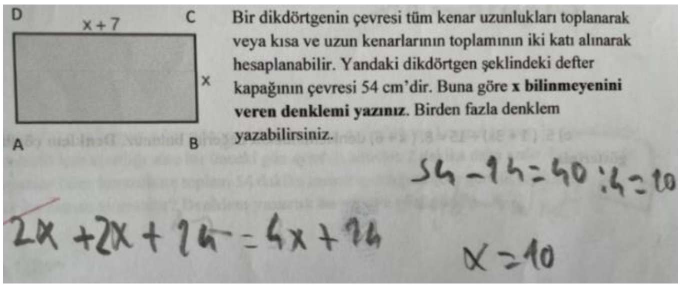
9 öğrenci (%10) hiç harf veya şekil kullanmadan, yani bilinmeyen kullanmadan, verilen sözel ifadeyi sadece sayılarla yanlış temsil etmiştir (Bkz. Şekil 10). Bu duruma örnek olarak Şekil 10'daki öğrenci, 4 eksiği ifadesi için "4 −", 3 katı ifadesi için ise "x3" ifadesini yazarak, bilinmeyen kullanmadan soruda verilen sözel ifadeyi yanlış temsil etmiştir.



Şekil 10. 4. soruda Ö58'in bilinmeyensiz ifade çözüm stratejisi

Verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmaya yönelik beşinci soruyu öğrencilerin 7'si (%7) doğru cevaplamıştır, 39'u (%41) yanlış cevaplamıştır ve 48'i (%51) boş bırakmıştır. Yanlış cevaplayan öğrencilerden 6'sı verilen sözel durumu cebirsel ifade olarak yazmıştır, ancak bunlardan sadece ikisi uygun cebirsel ifadeyi yazmıştır.

Soruyu yanlış cevaplayan öğrencilerden 10'u ters işlem ile bilinmeyeni bulmaya çalışmıştır, ancak bu öğrencilerden sadece dördü bilinmeyeni doğru bulabilmiştir. Ö1'in bu şekilde doğru çözüm stratejisi uygulayanlardan biridir (Bkz. Şekil 11).



Şekil 11. 5. soruda Ö1'in ters işlem çözüm stratejisi

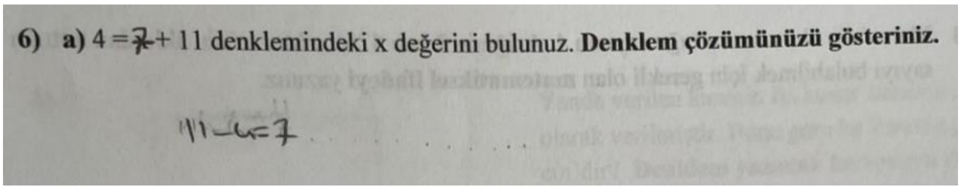
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemleri Çözme

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözmeye yönelik testte verilen altıncı soru, basitten karmaşığa doğru verilen beş denklemi çözmeyi içermektedir. Bu soruya ilişkin cevaplar incelenirken üçüncü soruda olduğu gibi her bir alt maddede ortaya çıkan stratejiler belirlenmiştir. Öğrencilerin bazıları alt maddelerin bir kısmına doğru bir kısmına ise yanlış cevap vermiş ve doğru cevaplarında farklı stratejiler kullanmıştır. Örneğin, Ö16 altıncı sorunun a alt maddesinde semantik-denklem stratejisini kullanırken b alt maddesinde ters işlem stratejisini kullanmıştır. Dolayısıyla Tablo 5'te stratejilere ilişkin öğrenci sayıları verilirken toplam öğrenci sayısı 94'ü (%100) geçtiğinden altıncı soru için toplam öğrenci sayısına ilişkin satır verilmemiştir. Ayrıca beş alt maddeden oluşan altıncı sorunun tamamını doğru çözen öğrenci bulunmamaktadır. Öğrencilerin 14'ü (%15) beş maddenin hepsini boş bırakmıştır.

Tablo 5. Denklem Çözmeye İlişkin Öğrenci Stratejiler

	Doğru cevaplardaki stratejiler	Öğrenci Sayısı	Yanlış cevaplardaki stratejiler	Öğrenci sayısı	Boş sayısı
Soru 6	Semantik denklem	22	Bilinmeyen yok	9	
	Semantik-denklem-sağlama	9	Yanlış ters	22	
	Ters işlem	25	Deneme-yanılma	16	
	Ters-sağlama	2			
	Ters-semantik-sözel	2			

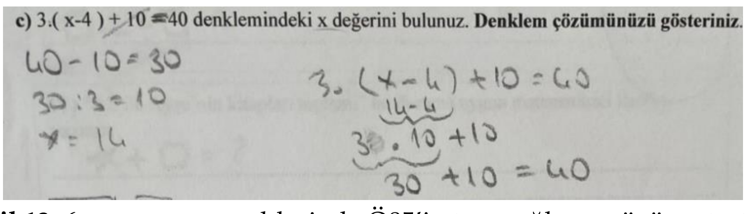
Bilinmeyenin eşitliğin sadece bir tarafında bulunduğu ilk üç denklemde öğrenciler bilinmeyeni ters işlem kullanarak bulmaya çalışmıştır. Birinci maddede 31 öğrenci (%33) bilinmeyeni bulmuştur, 38 öğrenci (%40) bilinmeyeni yanlış bulmuştur ve 25 öğrenci (%27) soruyu boş bırakmıştır. Bilinmeyeni doğru bulan öğrencilerin 16'sı ters işlem kullanarak, 15'i ise semantik yaklaşımla bilinmeyeni bulmuştur. Ters işlemi kullanarak bilinmeyeni bulmaya çalışan 16 öğrenci yanlış uygulama yapmış ve bilinmeyen negatif çıkması gerekirken bilinmeyeni pozitif bulmuştur (Bkz. Şekil 12).



Şekil 12. 6. sorunun a maddesinde Ö66'nın yanlış-ters işlem çözüm stratejisi

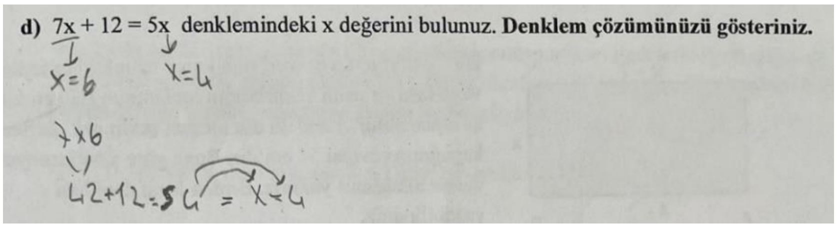
İkinci maddede 30 öğrenci (%32) bilinmeyeni doğru bulmuştur, 31 öğrenci (%33) bilinmeyeni yanlış bulmuştur ve 33 öğrenci (%35) soruyu boş bırakmıştır. Bu maddede bilinmeyeni doğru bulan 6 öğrenci sağlama yaparak cevabını kontrol etmiştir.

Üçüncü maddede 35 öğrenci (%37) bilinmeyeni doğru bulmuştur, 27 öğrenci (%29) bilinmeyeni yanlış bulmuştur ve 32 öğrenci (%34) soruyu boş bırakmıştır. Bilinmeyeni parantez içinde bulunan bu denklemde öğrencilerin 16'sı ters işlemle, 17'si semantik yaklaşımla, 2'si ise deneme yanılma ile işlem önceliğine dikkat ederek bilinmeyeni doğru bulmuştur. Bu maddede bilinmeyeni bulan 10 öğrenci sağlama yaparak cevabının doğruluğunu denklemde yerine koyarak kontrol etmiştir (Bkz. Şekil 13).



Şekil 13. 6. sorunun c maddesinde Ö85'in ters-sağlama çözüm stratejisi

Dördüncü ve beşinci maddelerde eşitliğin her iki tarafında bilinmeyen bulunan bir denklemdeki bilinmeyen sorulmuştur. Dördüncü maddede 69 öğrenci (%73) soruyu boş bırakmıştır. Sadece 1 öğrenci deneme yanılma ile 1 öğrenci ise denklem çözümü yaparak (karşı tarafa işaret değiştirerek atma stratejisi ile) bilinmeyeni bulabilmiştir. Dördüncü maddede deneme yanılma ile denklemde bilinmeyeni bulmaya çalışan 5 öğrenciden 2'si x yerine farklı değerler koymaya çalışmıştır (Bkz. Şekil 14).



Şekil 14. 6. sorunun d maddesinde Ö32'nin deneme yanılma çözüm stratejisi

Şekil 14'te deneme yanılma çözüm stratejisi ile bilinmeyeni bulmaya çalışan Ö32, eşitliğin sol tarafındaki x yerine 6 koyarken sağ taraftaki x yerine 4 koymuştur. Eşitliğin sağ tarafında x yerine 4 koyduğunda öğrenci $5x$ ifadesini 54 şeklinde yanlış düşünerek bu sayıyı iki basamaklı sayı gibi düşünmüştür.

Beşinci maddede ise 77 öğrenci (%82) soruyu boş bırakmıştır. Bu alt maddede bilinmeyeni doğru bulabilen öğrenci yoktur.

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kurmayı Gerektiren Problemleri Çözme

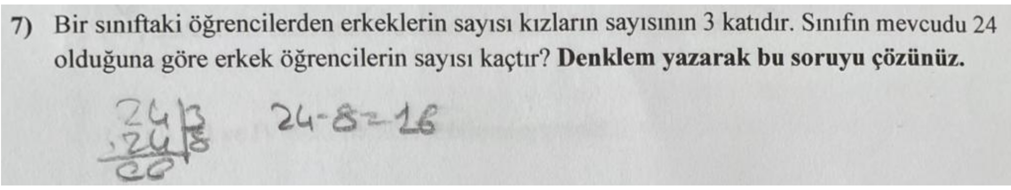
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözmeye yönelik testte yedinci, sekizinci ve dokuzuncu sorularda öğrencilerin doğru ve yanlış yüzdeleri ile hangi kodların ortaya çıktığı aşağıda Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6. Denklem Kurmayı Gerektiren Problemleri Çözme

	Doğru cevaplardaki stratejiler	Öğrenci Sayısı	Yanlış cevaplardaki stratejiler	Öğrenci sayısı	Boş sayısı
Soru 7	Aritmetik	6	Yanlış-aritmetik	30	
	Sembolik aritmetik	1	Yanlış-denklem	9	
	Deneme yanılma	1	Yanlış-sözel-aritmetik	2	
	Denklem	1	Yanlış-cebirsel ifade	5	
			Diğer	5	
Toplam		9 (%10)		51 (%54)	34 (%36)
Soru 8	Uygun denklem	1	Yanlış aritmetik	5	
	Deneme yanılma	3	Bilinmeyen yok	9	
			Deneme yanılma	2	
			Yanlış-çevre	6	
			Diğer	15	
Toplam		4 (%4)		37 (%40)	53 (%56)
Soru 9	Aritmetik	9	Yanlış-aritmetik	30	
			Yanlış-sözel-aritmetik	4	
			Yanlış-denklem	2	
			Diğer	8	
Toplam		9 (%10)		42 (%44)	43 (%46)

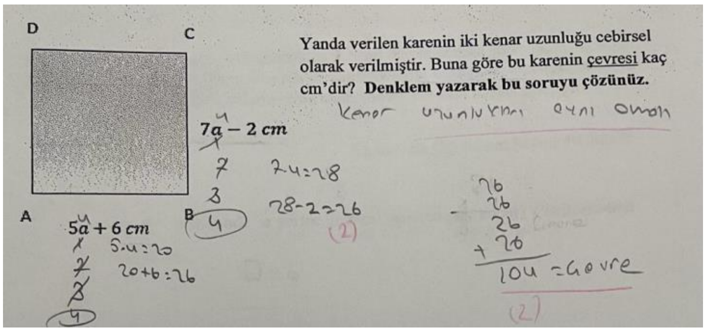
Verilen yedinci soruda öğrencilerin 9'u (%10) bilinmeyeni bulmuştur, 2'si (%2) verilen problemi cebirsel olarak ifade etmiştir (tabloda diğerin içinde), 49'u (%52) yanlış cevaplamıştır ve 34'ü (%36) boş bırakmıştır. Doğru cevaplayan öğrencilerden 1'i denklem yazarak ve o denklemi çözerek bilinmeyeni bulmuştur. Öğrencilerden 1'i deneme yanılma ile, 6'sı aritmetik çözüm stratejileriyle bilinmeyeni doğru bulmuştur. Öğrencilerden 1'i de denklemi yazmış, ancak ters işlem ile bilinmeyeni doğru bulmuştur.

Yedinci soruyu yanlış cevaplayan ve aritmetik çözüm stratejileriyle çözmeye çalışan 30 öğrencinin (%32) yaptığı hata, iki parça çokluk (kız sayısı-erkek sayısı) arasındaki kat ilişkisi verilen sözel ifadede tüm sınıf mevcudunu (bütünü) verilen kat değerine (parça-parça ilişkini belirten değere) bölmek olmuştur. Yani, verilen çoklukları cebirsel olarak ifade etmeden doğrudan ters işlemi kullanmaya çalışan bu öğrenciler sınıf mevcudunu 3'e bölerek yanlış cevap bulmuştur (Bkz. Şekil 15).



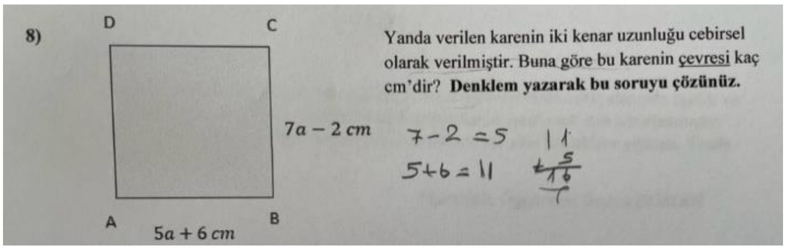
Şekil 15. 7. soruda Ö89'un yanlış-aritmetik çözüm stratejisi

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözmeye yönelik testte verilen sekizinci soruda öğrencilerin 4'ü (%4) soruyu doğru cevaplamıştır, 37'si (%40) yanlış cevaplamıştır ve 53'ü (%56) boş bırakmıştır. Doğru cevaplayan öğrencilerden 1'i denklemi yazarak ve bu denklemi çözerek doğru cevabı bulmuştur. 2 öğrenci ise uygun denklemi yazabilmiş, ancak eşitliği iki tarafında bilinmeyen bulunan denklemi nasıl çözeceğini bilemediği için devam edememiştir. Doğru cevaplayan 3 öğrenci ise deneme yanılma ile bilinmeyeni doğru bulmuştur. Örneğin Şekil 6'daki öğrenci bilinmeyenin hangi değerinde karenin kenarlarının eşit olduğunu deneyerek bulmuştur (Bkz. Şekil 16).



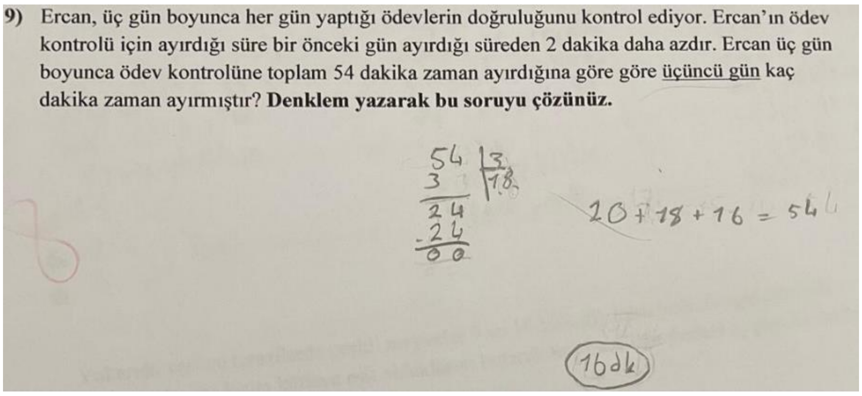
Şekil 16. 8. soruda Ö39'un deneme yanılma çözüm stratejisi

Sekizinci soruyu yanlış cevaplayan öğrencilerin 15'i ise verilen sözel durumu cebirsel ifade olarak yazmaya çalışmış ve sadece 6'sı doğru ifade yazabilmiştir. Geriye kalan 9 öğrenci ise parantez koymadığı için ya da cebirsel ifadelerde yanlış toplama ve çıkarma yaptığı için cebirsel ifadeyi yanlış yazmıştır. Yanlış cevaplayan öğrencilerin 9'u ise cebirsel ifadelerdeki bilinmeyeni yok sayıp aritmetik işlemlerle soruyu çözmeye çalışmıştır (Bkz. Şekil 17).



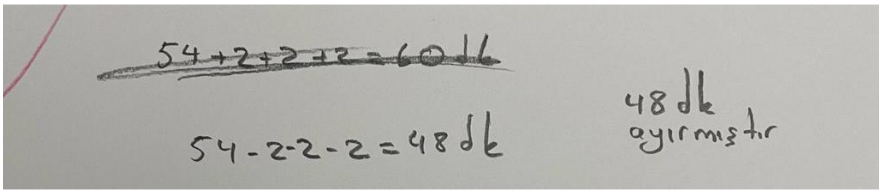
Şekil 17. 8. soruda Ö69'un bilinmeyen yok çözüm stratejisi

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözmeye yönelik testte verilen dokuzuncu soruyu öğrencilerin 9'u (%10) doğru cevaplamıştır, 42'si (%44) yanlış cevaplamıştır ve 43'ü (%46) ise boş bırakmıştır. Doğru cevaplayan öğrencilerin 9'u da aritmetik çözüm stratejisiyle soruyu çözmüştür. Dokuzuncu soruyu aritmetik çözüm stratejisi ile doğru çözen öğrencilerden 6'sı toplam süreyi 3 bölerek 2. günü bulmuş ve 2 ekleyerek 3. günü, 2 çıkartarak 1. günü bulmuştur (Bkz. Şekil 18). Doğru çözen öğrencilerin 3'ü ise günler arasındaki toplam farkı (yani 6'yı) çıkartarak tüm günlerdeki ders çalışma süresini eşitlemiş ve 3'e bölerek 3. Gündeki dakika değerini bulmuştur.



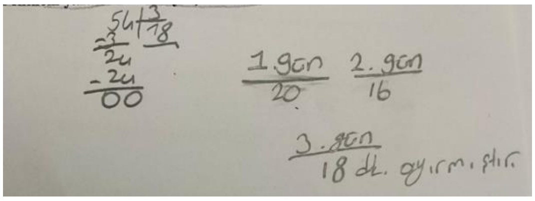
Şekil 18. 9. Soruda Ö12'nin aritmetik çözüm stratejisi

Yanlış cevaplayan öğrencilerden 1'i uygun denklemi yazıp, yazdığı denklemi yanlış çözmüştür. Yanlış cevaplayan öğrencilerin 30'u bilinmeyeni bulmak için yanlış aritmetik işlemler yapmıştır. Bu öğrencilerden 19'u toplam verilen süreyi ilk güne aitmiş gibi düşünmüş ve aralardaki farkı çıkartarak son günde ödeve ne kadar zaman ayrıldığını bulmaya çalışmıştır (Bkz. Şekil 19).



Şekil 19. 9. soruda Ö76'nın yanlış aritmetik çözüm stratejisi

Yanlış yapan öğrencilerin 9'u verilen toplam süreyi 3'e bölmüş, ancak çıkan sonucun neyi ifade ettiğini bilemediği için sorunun devamını yanlış getirmiştir (Bkz. Şekil 20).



Şekil 20. 9. soruda Ö51'in yanlış aritmetik çözüm stratejisi

TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu araştırmada eşitlik ve denklem konusu öğretimi öncesi yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel çözüm stratejileri, açık uçlu sorular içeren eşitlik ve denklem testine verdikleri yazılı cevaplar yoluyla, incelenmiştir. Eşitliğin korunumuna dair çözüm stratejilerine bakıldığında, 2 + 5 = x + 3 şeklinde eşitliğin korunumunu anlamaya yönelik verilen bir soruda, öğrenciler daha çok ters işlem stratejisi ve semantik yaklaşımla bilinmeyeni bulmuştur. Ülkemizde ters işlem algoritması ilkokulda öğrencilere dört işlem öğretildikten sonra bilinmeyeni bulma kazanımında ters işlem olarak verilmektedir. Bu sebeple, öğrencilerin çoğunlukla bu stratejiyi seçmesi bu soru için beklenen bir durum olarak görülmektedir, ancak bazı öğrenciler eşitliğin sol tarafında işlem yaptıktan sonra eşittir işaretini sonuç bildiren bir sembol olarak algıladığı için verilen tüm sayıları toplayarak yanlış cevap bulmuştur. Bu durum, Kieran'ın (1992) da belirttiği gibi, öğrencilerin eşittir işaretini sadece soldan sağa doğru bir eylem belirten bir sembol olarak algıladığını göstermektedir. Bazı öğrenciler ise bir işlem sonucunda eşittir sembolünden sonra bulduğu cevaba ekleme veya çıkarma yaparak işlemini devam ettirmekte ve eşitliğin denge anlamından uzaklaşmıştır (örneğin, 2 + 5 = 7 – 3 = 4). Dolayısıyla bu hata ile yedinci sınıf öğrencilerinin eşittir sembolünün denge anlamını kavrayamadığı söylenebilir. Bu bulgu, Van Amerom'un (2002) 6. ve 7. sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışma sonucu ile tutarlılık göstermektedir. Öğrenciler eşittir sembolünün işlemsel anlamına odaklandığı için denge anlamından uzaklaşmakta ve sembolü yanlış kullanmaktadır. Benzer şekilde, denklem çözerken bilinmeyeni bulmaya çalışan öğrenciler aritmetik yöntemlerde daha çok ters işlemi kullanmıştır. Öte yandan, ters işlemi uygularken öğrencilerin çeşitli hataları göze çarpmaktadır (örneğin, Şekil 4'teki öğrenci cevabı). Bu nedenle yedinci sınıf öğrencilerinin aritmetik bilgilerinde de eksiklikler olduğu söylenebilir.

Eşitliğin denge anlamını terazi modeli üzerinde görme ve eşitliğin denge anlamı ile ilgili fikir yürütme için sorulan testteki ikinci soruda da öğrenciler aritmetik yöntemler kullanmıştır. Öğrenciler bilinmeyeni bulmak için ters işlemi kullanmış ve eşitlik sembolünü sonuç odaklı düşünmüştür. Bu bulgu diğer araştırmaların bulguları ile tutarlılık göstermektedir (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003). Bu bulgular sonucunda, yedinci sınıf öğrencilerinin eşitlik ve denklem konusu öğretimi öncesinde eşittir sembolünün ilişkisel anlamını kavrayamadığı söylenebilir. Verilen nesnelerin ağırlıklarını ilişkisel düşünme yöntemiyle çözen öğrencinin olmaması öğrencilerin bu yaşa kadar ilişkisel düşünme becerilerinin yeteri kadar gelişmediğini gösterebilir. Özellikle denklem kurma problemlerinde bilinmeyenlerin formel olarak birbiri cinsinden yazılabilmesi gerekmektedir. Öğrencilerin bunu yapabilmesi için ilişkisel düşünme becerilerine sahip olması gerekmektedir. Literatürde verilen sözel ifadenin denklem olarak yazılması gereken sorularda ilişkisel düşünme ile ilgili öğrencilerin kavram yanılgıları oldukça çoktur (Clement, 1982; Clement, Lonchhead ve Monk, 1981; Rosnick,1981). Örneğin kat ilişkisi verilen durumları sembolik olarak yazarken, öğrenciler küçük olan ifadeyi daha büyük olarak algılayabilmekte ya da sembolik olarak yazdıkları eşitlik durumlarında katsayısı büyük olan ifadeyi daha büyük olarak algılayabilmektedir. Sonuç olarak, öğretmenlerin, öğrencilere daha erken sınıf düzeylerinde karşılaştırma yapmaları gereken farklı durumları vermesi ve öğrencilerin ilişkisel düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik çalışmalar yapması gerektiği düşünülmektedir.

Çalışmanın bir diğer sonucu olarak yedinci sınıf öğrencilerinin denklem ve cebirsel ifade farkını henüz bilmediği ve aynı şekilde harflerin, değişken ve bilinmeyen anlamlarını kavrayamadığı söylenebilir. Öğrencilerin denklem kavramını henüz formel olarak öğrenmediği düşünüldüğünde bu beklenen bir durum olabilir. Ancak, 6. sınıf cebirsel ifadeler konusunda cebirsel ifade ve değişken kavramı olması sebebiyle diğer tanımlar informel olarak öğrencilere verilebilir. 6. sınıfta harflerin değişken olarak kullanılması, 7. sınıfta ise bilinmeyen olarak kullanılması sonucu bu iki kavramı öğrencilerin karıştırdığı görülmektedir (English ve Halford, 1995). Öğrencilerin 6. sınıfta cebirsel ifade ve değişken kavramını anlamlı öğrenmesinin, diğer kavramlarla karıştırılmasının önüne geçeceğine inanılmaktadır.

Denklem çözmeyi gerektiren sorularda öğrencilerin informel matematiksel çözümleri incelendiğinde bazı öğrencilerin deneme yanılma stratejisi ile bilinmeyeni bulmaya çalıştığı görülmüştür. Bu öğrencilerden bazılarının aynı eşitlikte verilen x değeri yerine farklı değerler koyduğu görülmüştür. Bazı öğrenciler ise x harfini, yani bilinmeyeni, sayının basamak değeri olarak görmüştür. Örneğin, verilen $5x$ ifadesinde x yerine 4 koyarak sayıyı iki basamaklı bir sayı olarak (54) düşünmüştür. Bu durum literatürde öğrencilerde sık olarak karşılaşılan bir durum olarak görülmektedir (English ve Halford, 1995; Perso, 1992). Sonuç olarak, öğrencilerin altıncı sınıfta değişken kavramının anlamını tam olarak kavrayamadığı söylenebilir.

Denklem kurma gerektiren problemlerin çözümünde öğrencilerin verilen sözel durumu denklem olarak yazmadan ters işlem stratejisi ile çözmeye çalıştığı görülmüştür. Verilen problemde nicelikleri ve niceliklerin ilişkisini cebirsel olarak ifade edebilen öğrenci sayısı yok denecek kadar azdır. İlişkisel ve orantısal düşünme gerektiren bu soru tarzı (Bkz. Şekil 15, 7. soru) daha önceden 6. sınıfta oran konusunda öğrencilerin karşısına çıkmaktadır. Buna rağmen öğrencilerin çoğu bu soruda zorlanmıştır. Sonuç olarak, öğrencilerin ilişkisel düşünmeye dair altıncı sınıftan kazanması beklenen kavrayışlarda eksiklikler olduğu görülmektedir. Bazı öğrenciler ise altıncı sınıfta gördükleri cebirsel ifadeler konusundan yararlanarak verilen sözel ifadeyi eşittir sembolü kullanmadan cebirsel ifade olarak yazmaya çalışmıştır. Ancak, verilen sözel durumu cebirsel olarak yazmaya çalışan öğrencilerin yaptıkları hatalar (ters işlemi yanlış uygulama, parantezi dolayısıyla işlem önceliğini dikkate almama), aritmetik temelli eksikliklerin olduğunu göstermektedir. Linchevski ve Hersovics (1996) yaptıkları çalışmada parantez kullanımı ve işlem sırası ile ilgili aritmetik bilgilerin daha sonraki cebirsel süreç için önemli olduğunu vurgulamaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin yaptıkları aritmetik temelli bu hatalar, cebir öğrenme sürecinde öğrencilerin zorlanmalarına sebep olabilecektir.

Bulgularda öğrencilerin denklem kurmayı gerektiren problemlerin çözümünde çoğunlukla aritmetiksel stratejileri tercih ettiği görülmüştür. Bu sonuç, Akkan, Baki ve Çakıroğlu (2012), Eren ve Obay (2023), Gürbüz ve Akkan (2008), Kabael ve Akın'ın (2016) çalışmalarının sonuçları ile örtüşmektedir. Örneğin, Kabael ve Akın (2016) dokuz yedinci sınıf öğrencisi ile yaptığı çalışmada, cebir öğretimi sonrasında öğrencilerin cebir problemlerini aritmetiksel stratejiler ile çözmeye odaklandıklarını ortaya koymuştur. Araştırmacılar bu durumu öğrencilerin düşük niceliksel muhakeme becerileri ile ilişkilendirmişlerdir. Dolayısıyla, mevcut çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin öğretim öncesinde aritmetik ile cebir arasında ilişki kuramadığı, bu durumun da sözel problem durumlarını sembolleştiremediklerinden kaynaklandığı söylenebilir. Sözel problemleri sembolleştirmede zorlanan öğrenciler, problem çözerken aritmetiksel yöntemler kullanmayı tercih etmektedir. Bu sebeple, Kieran'ın (2004) önerdiği gibi erken cebir döneminde sürekli işlemlerin hesaplanması yerine ilişkisel yönlerin de dikkate alınması gerekmektedir. Bu sayede öğrencilerin ilişkisel düşünme becerilerinin gelişeceğine inanılmaktadır.

Bal ve Karacaoğlu (2017) ortaokul öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözerken kullandığı stratejileri ve yapılan hataları, Lee ve Chang'ın (2012) oluşturduğu cebir problemleri çözme strateji sınıflandırması ile incelemiştir. Bal ve Karacaoğlu'nun (2017) yaptığı çalışmada öğrencilerin cebirsel sözel problemleri çözerken daha çok aritmetiksel akıl yürütme olan sistematik dağıtma, bölme sonrası düzenleme ve deneme yanılma ve cebir öncesi akıl yürütme olan ters işlem stratejilerini kullandığı görülmektedir. Mevcut çalışmada da benzer şekilde yedinci sınıf öğrencileri daha çok ters işlem, sistematik dağıtma (aritmetik) ve bölme sonrası düzenleme (aritmetik) stratejileri kullanmıştır. Cebirsel problem çözmede yapılan hatalar incelendiğinde öğrencilerin daha çok yanlış aritmetik işlemler yaptığı görülmüştür. Mevcut çalışmada yanlış aritmetik stratejisinde en çok görülen durum ise öğrencilerin iki parça çokluk (kız sayısı-erkek sayısı) arasında kat ilişkisi verilen sözel ifadede bütünü (sınıf mevcudunu) verilen kat değerine (parça-parça ilişkini belirten değere) bölmesi olmuştur. Mevcut çalışmadaki yanlış aritmetik stratejisine benzer şekilde, Bal ve Karacaoğlu'nun (2017) çalışmasında yapılan hataların en çok mantık hatası ve işlem hatası olduğu görülmektedir.

ÖNERİLER

Bu sonuçlar doğrultusunda öğretmenlere ve araştırmacılara bazı önerilerde bulunulabilir. Kieran'ın (1992) çalışmalarına paralel olarak öğretimde eşitliğin denge anlamından bahsedebilir. Öğretimde erken yaşlarda eşittir işaretinin sağ tarafının her zaman cevap olmadığı ve eşitliğin her iki tarafında aynı değere sahip bir ifadenin yer alabileceği kavrayışının gelişmesine yönelik çalışmalar yapılabilir. Öğrencilere erken yaşlarda karşılaştırma yapmaları gereken durumlar verilerek ilişkisel düşünme becerilerini geliştirmeye yardımcı olunabilir. Örneğin, öğrenciler beşinci ve altıncı sınıfta ilişkisel düşünme gerektiren problemlerde harf kullanmadan resimsel/şekilsel semboller kullanabilir. Ayrıca, Stephens ve Wang'ın (2008) çalışmasında olduğu gibi öğrencilere iki bilinmeyenli bir eşitlik verilerek bilinmeyen nesnelerin neler olabileceği tahmin ettirilebilir. Örneğin "$12 + \blacksquare = 15 + \Delta$" şeklinde eşitlikler verilip öğrencilerden bilinmeyenler hakkında yorum yapmaları istenebilir. Bununla birlikte bu iki bilinmeyen nesnenin ilişkisi istenebilir. Çünkü Kieran'a (1981) göre öğrenciler eşittir işaretinin ilişkisel anlamını cebir öncesi dönemde kavradığında denklem çözme problemlerinin çözümünde ilişkisel düşünmeyi kullanmaktadır. Aynı şekilde cebir döneminde sözel bir problemi sembolleştirmeye daha yatkın olabilmektedirler. Öğrencilerin informel cebirsel akıl yürütmeleri bu tip çalışmalarla desteklenebilir. Altıncı sınıfta ise cebirsel ifadeler konusunda harflerin değişken ve bilinmeyen anlamından bahsedebilir. İnformel olarak cebirsel ifade ve denklemin anlamlarından veya farklarından bahsedilebilir.

Araştırmacılar, cebir öncesi süreçte eşitlik ve denklem konusunda öğrencilerin informel ve formel düşünmelerine ilişkin bu çalışmada ortaya koyulan stratejileri farklı yaş gruplarında ve farklı okul gruplarında ve düzeylerinde inceleyebilir. Ayrıca, bu çalışmaya paralel olarak eşitlik ve denklem konusunda boylamsal ve kesit araştırmalar yürütülebilir. Böylece öğrencilerin okul cebiri öğrenme sürecindeki durumları ve gelişimleri ortaya konabilir.

KAYNAKÇA

Akgün, L. (2006). Cebir ve değişken kavramı üzerine. *Journal of Qafqaz University*, *17*(1), 25–29.

Akkan, Y. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Akkan, Y., Baki, A. & Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *43*, 1–13.

Akkan, Y., Öztürk, M., Akkan, P. & Demir, B. K. (2019). Ortaokul matematik öğretmenlerinin aritmetik ve cebir problemleri hakkındaki inanışları. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *21*(1), 156–176.

Armstrong, B. E. (1995). Implementing the professional standards for teaching mathematics: Teaching patterns, relationships, and multiplication as worthwhile mathematical tasks. *Teaching Children Mathematics, 1*(7), 446–450.

Ayan-Civak, R., Işıksal-Bostan, M. & Yemen-Karpuzcu, S. (2024). From informal to formal understandings: Analysing the development of proportional reasoning and its retention. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 55*(7), 1704–1726. https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2160384

Bal, A. P. & Karacaoğlu, A. (2017). Cebirsel sözel problemlerde uygulanan çözüm stratejilerinin ve yapılan hataların analizi: Ortaokul örneklemi. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *26*(3), 313–327.

Behr, M., Erlwanger, S. & Nichols, E. (1980). How children view the equals sign. *Mathematics Teaching*, *92*(1), 13–15.

Birgin, O. & Demirören, K. (2020). Ortaokul Yedinci ve Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfadeler Konusundaki Başarı Performanslarının İncelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 50*, 99–117. https://doi.org/10.9779/pauefd.567616

Booth, L. R. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. A. F. Coxford (Edt.), *The Ideas of Algebra, K-12 (1988 Yearbook)* içinde (s. 20–32). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. & Demirel, F. (2008). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (Geliştirilmiş 2. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Cai, J. & Knuth, E. (Eds.). (2011). *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives*. Springer Science & Business Media.

Cai, J. & Knuth, E. J. (2005). The development of students' algebraic thinking in earlier grades from curricular, instructional, and learning perspectives. *Zentralblatt für didaktik der mathematik*, *37*(1), 1–4.

Carpenter, T. P. & Levi, L. (2000). Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades. Research Report: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science, Wisconsin University, Madison.

Clement, J. (1982). Students' preconceptions in introductory mechanics. *American Journal of physics*, *50*(1), 66–71.

Clement, J., Lochhead, J. & Monk, G. S. (1981). Translation difficulties in learning mathematics. *The American Mathematical Monthly*, *88*(4), 286–290.

Cooper, T., Boulton-Lewis, G., Atweh, W., Pillay, H., Wilss, L. & Mutch, S. (1997). The transition from arithmetic to algebra: Initial understandings of equals, operations and variable. *Proceedings of Psychology of Maths Education 21*. University of Helsinki, Jyvaskyla, Finland.

CCSSO [Council of Chief State School Officers] (2010). Common core state standards for mathematics. Washington, DC: Council of Chief State School Officers.

Çakmak Gürel, Z. & Okur, M. (2018). 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitlik ve denklem konusundaki kavram yanılgıları. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, *6*(4), 479–507. https://doi.org/10.30703/cije.342074

Dede Y. & Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *24*, 180–185.

English, L. & Halford, S. (1995). *Mathematics Education***.** New Jersey:Lawrence Erlbaum Associates.

Eren, E. & Obay, M. (2023). Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerin sembolleştirme becerisinin matematik öğrenme ve başarılarına etkisine ilişkin görüşleri. *Iğdır Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *32*, 46–67.

Eriksson, H. (2022). Teaching algebraic thinking within early algebra–a literature review. *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12), Feb 2022,* Bozen-Bolzano, Italy. Hal-03744603

French, D. (2002). *Teaching and learning algebra*. A&C Black.

Fujii, T. (2003). Probing students' understanding of variables through cognitive conflict: ıs the concept of a variable so difficult for students to understand. In *PME CONFERENCE* (Vol. 1) içinde (s. 47–66).

Gray, E. M. & Tall, D. O. (1994). Duality, ambiguity, and flexibility: A "proceptual" view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(2), 116–140.

Gülpek, P. (2020). *İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.

Gürbüz, R. & Akkan, Y. (2008). A comparison of different grade students' transition levels from arithmetic to algebra: A Case for 'Equation' Subject. *Eğitim ve Bilim*, *33*(148), 64–76.

Harvey, J. G. (1995). The influence of technology on the teaching and learning of algebra. *Journal of Mathematical Behavior*, *14*(1), 75–109.

Herscovics, N. & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, *27*(1), 59–78.

Kabael, T. & Akın, A. (2016). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemlerini çözerken kullandıkları stratejiler ve niceliksel muhakeme becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *24*(2), 875–894.

Kaput, J. (2008). Algebra from a symbolization point of view. J Kaput, D. W. Carraher. & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* içinde (s. 19–56). New York: Routledge.

Kaya, D. (2017). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile becerilerinin incelenmesi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(2), 657-675.

Kaya, D., Keşan, C., İzgiol, D. & Erkuş, Y. (2016). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeyi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, *7*(1), 142-163.

Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*, *12*, 317–326.

Kieran, C. (1990). Cognitive processes involved in learning school algebra. P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education* içinde (s. 96–112). Cambridge University.

Kieran, C., Booker, G., Filloy, E., Vergnaud, G. & Wheeler, D. (1990). Cognitive processes involved in learning school algebra. *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 97–136.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* içinde (s. 390–419). Macmillan Publishing Co., Inc.

Kieran, C. (2004). The core of algebra: Reflections on its main activities. K. Stacey, H. Chick, M. Kendal (Edt.) *The future of the teaching and learning of algebra the 12th ICMI study* içinde (s. 21–33). Dordrecht: Springer.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. F. K. Lester (Edt.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* içinde (s. 707–762). Charlotte, NC: New Age Publishing, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Kieran, C. & Chalouh, L. (1993). Prealgebra: The transition from arithmetic to algebra. P. S. Wilson (Edt.) *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* içinde (s. 119–139). New York: Macmillan.

Kieran, C., Pang, J., Schifter, D. & Fong Ng, S. (2016*). Early algebra. Research into its nature, its learning, its teaching.* Switzerland: Springer International Publishing AG. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32258-2

Lee, H. Y. & Chang, K. Y. (2012). Algebraic reasoning abilities of elementary school students and early algebra instruction (1). *School Mathematics*, *14*(4), 445-468.

Linchevski, L. (1995). Algebra with numbers and arithmetic with letters: A definition of pre-algebra. *The Journal of Mathematical Behavior*, *14*(1), 113–120.

Linchevski, L. & Herscovics, N. (1996). Crossing the cognitive gap between arithmetic and algebra: Operating on the unknown in the context of equations. *Educational Studies in Mathematics*, *30*(1), 39–65.

MEB [Milli Eğitim Bakanlığı] (2018). Matematik dersi (5-8.Sınıflar) öğretim programı, http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329

NCTM [National Council of Teachers of Mathematics] (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: NCTM.

Palabıyık, U. & Akkuş-İspir, O. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *30*(30), 111–123.

Perso, T. (1992). Making the most of errors. *Australian Mathematics Teacher*, *48*(2), 12-14.

Radford, L. (2022). Introducing equations in early algebra. *ZDM Mathematics Education*, *54*(6), 1151–1167. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01422-x

Rosnick, P. (1981). Some misconceptions concerning the concept of variable. *The Mathematics Teacher*, *74*(6), 418–420.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, *22*(1), 1–36.

Sfard, A. (1995). The development of algebra: Confronting historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, *14*(1), 15–39.

Stacey, K. & MacGregor, M. (1997). Building foundations for algebra. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *2*(4), 252–260.

Stacey, K. & MacGregor, M. (1999). Learning the algebraic method of solving problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, *18*(2), 149–167.

Stephens, M. & Wang, X. (2008). Investigating some junctures in relational thinking: a study of year 6 and year 7 students from Australia and China. *Journal of Mathematics Education*, *1*(1), 28–39.

Strauss, A. & Corbin, J. (1990). *Basics of qualitative research*. Sage publications.

Sutherland, R. & Rojano, T. (1993). A spreadsheet approach to solving algebra problems. *The Journal of Mathematical Behavior, 12(4)*, 353–383.

Tall, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: Functions, limits, infinity and proof. D. A. Grouws (Edt.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning* içinde (s. 495–511). Macmillan, New York.

Tondorf, A. & Prediger, S. (2022). Connecting characterizations of equivalence of expressions: design research in Grade 5 by bridging graphical and symbolic representations. *Educational Studies in Mathematics*, *111*(3), 399–422.

Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. B. Moses (Edt.), *Algebraic Thinking, Grades K–12: Readings from NCTM's School-Based Journals and Other Publications içinde* (s. 7–13). Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.

Van Amerom, B. A. (2002). *Reinvention of early algebra: Developmental research on the transition from arithmetic to algebra.* (Unpublished doctoral dissertation). University of Utrecht, The Netherlands.

Van Amerom, B. A. (2003). Focusing on informal strategies when linking arithmetic to early algebra. *Educational Studies in Mathematics*, *54*(1), 63–75.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. W. (2013). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (10th ed.) Boston, MA: Pearson Education.

Van Dooren, W., Verschaffel, L. & Onghena, P. (2003). Pre-service teachers' preferred strategies for solving arithmetic and algebra word problems. *Journal of mathematics teacher education*, *6*(1), 27–52. https://doi.org/10.1023/A:1022109006658

Vance, J. H. (1998). Number operations from an algebraic perspective. *Teaching children mathematics*, *4*(5), 282–285.

van Oers, B. (2001). Educational forms of initiation in mathematical culture. *Educational Studies in Mathematics, 46 (1-3)*, 59–85. https://doi.org/10.1023/A:1014031507535

Warren, E. (2005). Patterns supporting the development of early algebraic thinking. P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce, & A. Roche (Edt.), Bildiriler kitabı içinde (s. 759–766). *Building* *connections: research, theory and practice: Proceedings of the 28th Annual Conference of the Mathematics Education Group of Australasia.* Melbourne: MERGA.

Xie, S. & Cai, J. (2022). Fifth graders' learning to solve equations: the impact of early arithmetic strategies. *ZDM Mathematics Education, 54*, 1169–1179. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01417-8

Yaman, H., Toluk, Z. & Olkun, S. (2003). İlköğretim öğrencileri eşit işaretini nasıl algılamaktadırlar?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24*, 142–151.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (5. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Zwanch, K. (2022). Examining middle grades students' solutions to word problems that can be modeled by systems of equations using the number sequences lens. *Journal of Mathematical Behavior, 66*. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2022.100960

Extended Abstract

Introduction

Arithmetic includes finding the unknown based on known values, comparing quantities, counting, and performing four operations with numbers (Akkan, 2009). *Algebra* is also defined as generalized arithmetic, as it is necessary to consider a few numbers in arithmetic, whereas in algebra, it is necessary to consider sets of numbers (Katz, 2007; Van Amerom, 2003). Based on this, it can be said that algebra mostly focuses on the symbolic side of arithmetic. Therefore, arithmetic and algebra cannot be considered independently (Stacey & MacGregor, 1997; Van Amerom, 2002). It seems that the introduction to algebra begins in the middle school period as symbolizing variables (MEB, 2018), but it starts at an earlier age due to the strong relationship of algebra with arithmetic. In school algebra, seventh grade can be considered a critical period as it involves the transition from arithmetic to algebra. The aim of this study is to reveal and explain the informal mathematical solutions of seventh-graders before the instruction. The research question "What are seventh-grade students' solution strategies and understandings of equality and equations before in-class teaching?" was answered.

Method

This study was a case study (Yin, 2003) with 94 seventh-grade students in a public middle school. The data collection tool was the Equality and Equations Test. The test consists of 9 open-ended questions (see Table 1) to determine students' solution strategies and understanding of equality and equations. It was applied in one class hour. The data were students' answers and their written statements in the test.

In data analysis, the correct and incorrect percentages of answers were determined. Then, according to solution strategies on equality and equations, the written statements were coded in detail (Strauss & Corbin, 1990). A descriptive analysis was conducted to determine the frequency of the emerging codes. In cases of disagreement between coders, a joint decision was reached through mutual discussion. The coding was grouped under four themes: i) preserving equality, ii) identifying equations and writing equations, iii) solving equations, and iv) solving problems that require writing equations (See Table 2).

Findings

In preserving equality theme: 54 students correctly answered the first question. In correct solutions, 30 students found the unknown with the arithmetic method (Figure 1) and 23 with the semantic approach (Figure 2). 62 students answered the second question correctly and used the arithmetic method. These students found the unknown using the inverse operation algorithm. Unlike these students, some of them used the verbal-arithmetic method strategy when solving the equation. In the verbal-arithmetic method, students solved the unknown by thinking in verbal expressions and expressing the scale model verbally (Figure 5).

In the identifying equations and writing equations (writing first-degree equations with one unknown and algebraic expressions suitable for real-life situations) theme, the data of the third and the fourth questions were presented. In the third question with four sub-items, only 10 students answered correctly. 42 students wrote the one-variable algebraic expression requested in the first item using the appropriate letter (Figure 6). In the fourth question, 12 students answered correctly, and 68 answered it incorrectly. 25 students miswrote the expression because they did not use parentheses.

In the solving equations theme, the sixth question's data were presented. The sixth question, about solving first-order equations with one unknown, requires writing five equations. No student who got all five equations correct. In the first three equations, where the unknown was only on one side, students tried to find the correct answer by applying the inverse operation algorithm or semantic approach.

The findings of the remaining three questions were also presented under solving problems that require writing first-order equations theme. In the seventh question, 9 students found the unknown, and 2 expressed the given problem algebraically. One of the students who answered correctly found the unknown by writing an equation and solving that equation. One found the unknown correctly by trial and error, and 6 found the unknown by arithmetic methods. One also wrote the equation but found the unknown with the inverse algorithm. 15 students who answered the eighth question incorrectly tried to write the given verbal situation as an algebraic expression, and only 6 could write the correct expression. The remaining 9 miswrote the algebraic expression because they did not put parentheses or made the wrong addition and subtraction in algebraic expressions. 9 students who answered incorrectly ignored the unknown in the algebraic expressions and tried to solve the question with arithmetic operations. 9 students answered the ninth question correctly using arithmetic methods.

Result and Discussion

Students mostly used the inverse operation strategy to find the unknown. Here, students focused on the more result-oriented meaning of the equal symbol, similar to Yaman et al.'s (2003) study. Moreover, students did not yet know the difference between equations and algebraic expressions and could not understand the variable and unknown meanings of letters. These may be expected, considering that students still need to formally learn the concept of equations.

In equation-solving, where the unknown is only on one side, students trying to find the unknown mostly used the reverse operation strategy. However, various errors of the students stood out when applying the reverse process (e.g., Figure 4). Therefore, it seventh-grade students have a deficiency in their arithmetic knowledge. At the same time, the finding that no students who solve equations with preserving equality showed that the students could not have experience with equality yet. In addition, students especially could not apply the inverse operation strategy and try to find the unknown in questions containing unknowns on both sides of the equation and replace them with values in the equation. However, when using this strategy, students made mistakes such as giving different values to the same unknowns in an equation or seeing x as a digit. These errors are common in students who cannot understand the concept of variables (English & Halford, 1995). In equation formation problems, similar to Şimşek and Soylu's (2018) findings, students trying to form equations ignored the unknown and performed arithmetic operations or tried to complete the process by combining terms.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı: Kütahya Dumlupınar Üniversitesi

Etik değerlendirme kararının tarihi: 27.09.2022

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası: 2022/03